

Momen Lambam

Konsep

Momen lambam, dalam bahasa Inggris disebut dengan *moment of inertia*, adalah resistansi terhadap akselerasi putaran. Momen lambam suatu benda dipengaruhi oleh distribusi massa dari benda itu. Momen lambam sebuah bola dan sebuah silinder adalah berbeda. Ketika masih berada di sekolah, kita sering diminta untuk menghafal tabel momen lambam tanpa tahu dari mana asalnya. Mari kita pakai MATLAB untuk menghitung momen lambam dari sebuah bola padat.

Bayangkan sebuah bola padat yang dibagi-bagi menjadi kubus-kubus kecil seperti pada Fig. 1. Massa bola $M = 1kg$. Sisi kubus kecil $\Delta = 0.1m$. Jumlah kubus di dalam bola $N = 4169$. Volume 1 kubus kecil $v = \Delta^3 = 0.1^3 m^3 = 0.001m^3$. Massa sebuah kubus kecil $m = \frac{1}{4169}kg$. Volume dari bola tersebut adalah jumlah kubus kecil dikalikan dengan volume satu kubus kecil $V = Nv = 4169 \times 0.001m^3 = 4.169m^3$ (bandingkan dengan rumus volume bola: $\frac{4}{3}\pi r^3$, hasilnya adalah sama).

Menghitung momen lambam dapat dilakukan dengan persamaan berikut:

$$I_{xx} = \sum_{i=1}^N m_i ((x_i - c_x)^2 + (y_i - c_y)^2)$$

$$I_{yy} = \sum_{i=1}^N m_i ((x_i - c_x)^2 + (z_i - c_z)^2)$$

$$I_{zz} = \sum_{i=1}^N m_i ((x_i - c_x)^2 + (y_i - c_y)^2)$$

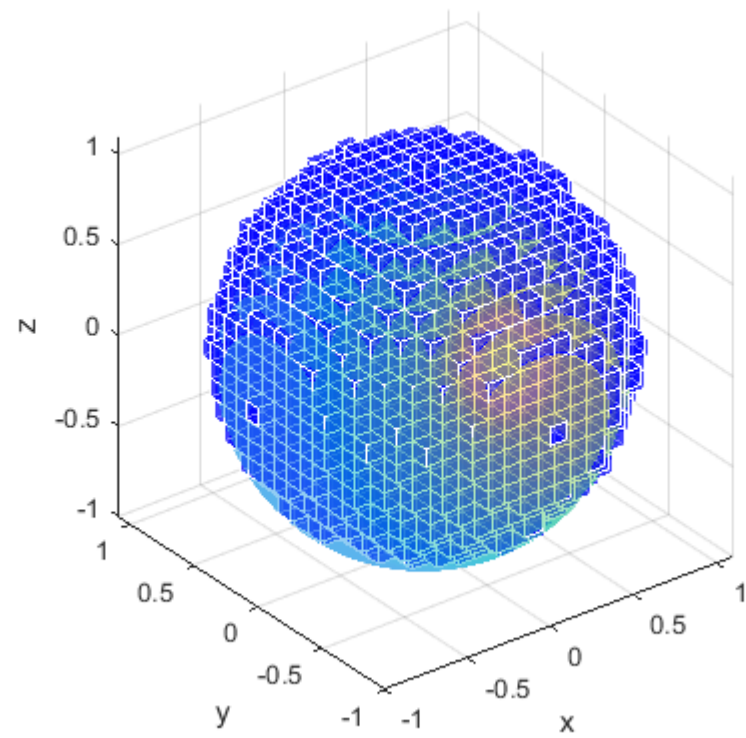
$$I_{xy} = -\sum_{i=1}^N m_i ((x_i - c_x)(y_i - c_y))$$

$$I_{xz} = -\sum_{i=1}^N m_i ((x_i - c_x)(z_i - c_z))$$

$$I_{yz} = -\sum_{i=1}^N m_i ((y_i - c_y)(z_i - c_z))$$

Persamaan di atas adalah persamaan umum dari momen lambam dihitung dari pusat massa (*center of mass* atau COM) yang berada di titik $C = \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{bmatrix}$.

Figure 1: Bola padat dibagi menjadi banyak kubus-kubus kecil.



Implementasi pada MATLAB

Perhatikan kode di bawah ini. Bandingkan hasiknya dengan $I = \frac{2}{5}Mr^2$.

```
% Calculating moment inertia of a solid sphere
clc;
clear all;
close all;

% Properties of the solid sphere
M = 1; % Mass
R = 1; % Radius
C = [0;0;0]; % Center

% Divided into N smaller cubes.
N = 0;

x = inside_pts(1, i);
y = inside_pts(2, i);
z = inside_pts(3, i);

Ixx = Ixx + m*((y-C(2))^2 + (z-C(3))^2);
Iyy = Iyy + m*((x-C(1))^2 + (z-C(3))^2);
Izz = Izz + m*((x-C(1))^2 + (y-C(2))^2);
Ixy = Ixy + m*(x-C(1)) * (y-C(2));
Ixz = Ixz + m*(x-C(1)) * (z-C(3));
Iyz = Iyz + m*(y-C(2)) * (z-C(3));

% Dimension of the smaller cube delta = 0.1;
% Divide the sphere by sweeping the whole cube that contains the sphere
% Check if a point inside the sphere then keep it in the memory.
for x = -R+C(1) :delta: R+C(1)
    for y = -R+C(2):delta:R+C(2)
        for z = -R+C(3):delta:R+C(3)
            d = norm([x;y;z] - C);
            if d <= R
                N = N + 1;
                inside_pts(:,N) = [x;y;z];
            end
        end
    end
end

% This is the volume
V = N * delta^3;
```

```

% Calculating the moment of inertia respect to the center of the sphere
m = M/N;
Ixx = 0;
Iyy = 0;
Izz = 0;
Ixy = 0;
Ixz = 0;
Iyz = 0;

for i = 1:length(inside_pts)
    x = inside_pts(1, i);
    y = inside_pts(2, i);
    z = inside_pts(3, i);
    Ixx = Ixx + m*((y-C(2))^2 + (z-C(3))^2);
    Iyy = Iyy + m*((x-C(1))^2 + (z-C(3))^2);
    Izz = Izz + m*((x-C(1))^2 + (y-C(2))^2);
    Ixy = Ixy + m*(x-C(1)) * (y-C(2));
    Ixz = Ixz + m*(x-C(1)) * (z-C(3));
    Iyz = Iyz + m*(y-C(2)) * (z-C(3));
end

fprintf('A solid sphere\n');
fprintf('Radius = %d\nCenter location = [%d %d %d]\nMass = %d.\n\n', ...
    R, C(1), C(2), C(3), M);
fprintf('Divided into %d small cubes.\n', N);
fprintf('Calculated volume = %d.\n', V);
fprintf('Calculated moment of inertia:\n');
fprintf('Ixx=%d\nIyy=%d\nIzz=%d\nIxy=%d\nIxz=%d\nIyz=%d\n', ...
    Ixx, Iyy, Izz, Ixy, Ixz, Iyz);

```