

Etude de la densité spectrale de puissance du bruit thermique dans une résistance

- Conception et réalisation des circuits électroniques : Colin Lopez (Ingénieur Recherche)
- Travail expérimental et rédaction du document : Jean-Baptiste Desmoulins (P.R.A.G.)

Cette étude est destinée à vérifier l'évolution de la densité spectrale de puissance du bruit thermique produit par une résistance, en fonction de la valeur de cette résistance.

Les expériences reposent sur l'emploi d'un système d'amplification qui permet d'obtenir, en sortie, une valeur efficace de bruit de quelques centaines de mV, ce qui rend les mesures et les analyses possibles, avec l'oscilloscope. On utilise un oscilloscope DSO5012a, avec une profondeur mémoire allant jusqu'à 8M points par voie. La chaîne d'amplification a une réponse de type passe-bande afin de couper les basses fréquences et le bruit en $1/f$, et de limiter coupure haute, pour que cette dernière ne dépende pas trop de la résistance bruyante d'entrée. Il faut connaître précisément le gain maximum de l'amplificateur pour retrouver la densité spectrale de bruit thermique, en entrée de la chaîne d'amplification. Un circuit annexe de caractérisation est prévu à cet effet.

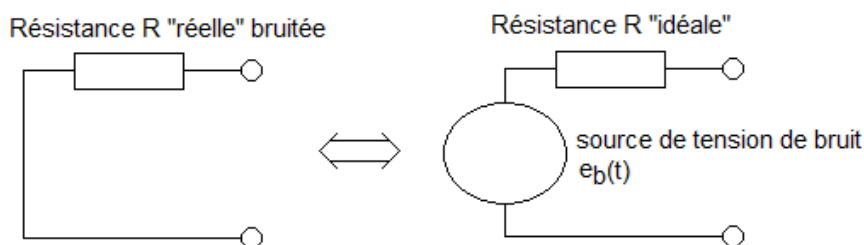
Les acquisitions et les calculs de densité spectrale de puissance sont réalisés avec une macro écrite sous le logiciel de traitement de données IGOR.

I. Présentation de l'expérience :

Nous allons faire quelques rappels sur le bruit thermique et expliquer la structure de la maquette.

1.1. Rappels sur le bruit thermique.

La résistance qui est à l'origine du bruit thermique peut être vue comme une résistance idéale non bruitée, en série avec un générateur de tension, qui produit le bruit thermique, signal aléatoire noté e_b . Le schéma électrique équivalent est donc de la forme suivante :



A température ambiante, la tension de bruit de la résistance peut être considéré comme blanc jusqu'à qqTHz. Plus proche du zéro absolu, la limite tombe à qq GHz, Pour des fréquences inférieures à ces limites, la densité spectrale de puissance, D_b peut être considéré comme indépendante de la fréquence et vaut

$$D_b = 4.k.T.R$$

où $k = 1,3806503 \times 10^{-23} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-2} \text{ K}^{-1}$ est la constante de Boltzmann, R la valeur de la résistance considérée et T la température (en Kelvin).

Dans la suite, nous travaillerons à température ambiante, avec un système d'amplification dont la bande passante est de quelques MHz, ce qui signifie que le bruit thermique pourra être considéré comme blanc dans notre plage de travail.

Le carré de la valeur efficace de bruit en sortie de l'amplificateur, une fois déduit le bruit apporté par ce dernier sera alors égal à

$$v_{\text{bout}}^2 = D_b \cdot B_{\text{eq}} \cdot G_o^2$$

où B_{eq} est la bande équivalente de bruit de l'amplificateur et G_o le gain en tension maximum de ce dernier. On peut

1.2. Calcul d'ordres de grandeur et conséquences sur l'étude.

- A 25°C soit environ 298K, la densité spectrale de puissance dans une résistance de 1kΩ vaut environ $D_b = 4.1,38.10^{-23} \cdot 298.10^3 = 1,64.10^{-17} \text{ V}^2/\text{Hz}$.

- Avec une bande équivalente de bruit B_{eq} de 3 MHz de large et un gain en tension G_o , on peut donc s'attendre en sortie, à une valeur efficace qui vaut

$$V_{eff}^2 = B_{eq} \cdot G_o^2 \cdot D_e$$

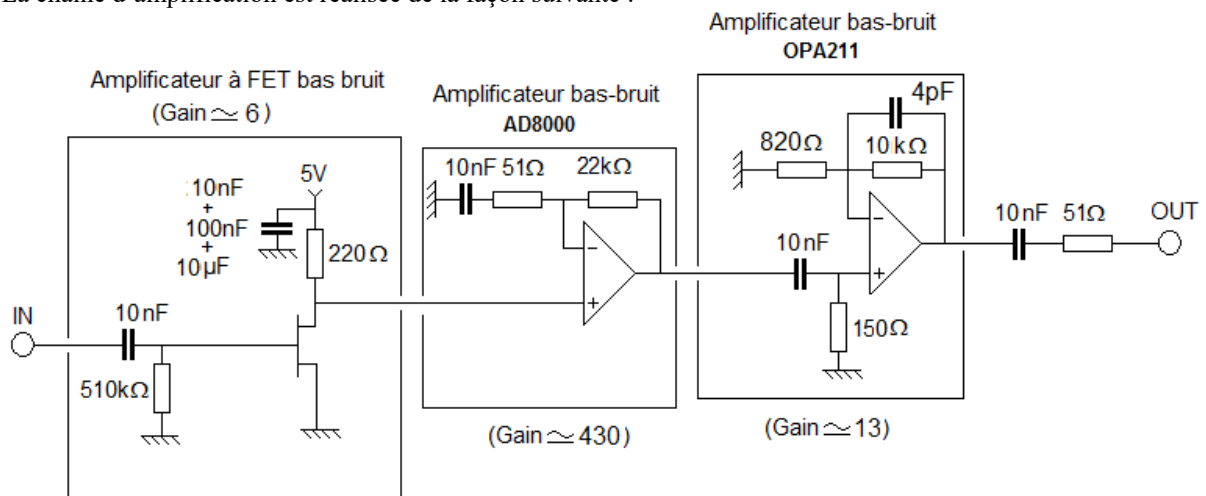
Pour avoir une valeur efficace de bruit de sortie de 200mV, il faut donc un gain $G_o \sim 28000$.

- Pour obtenir une image correcte de la densité spectrale de signal en sortie, on va supposer qu'il faut observer jusqu'à 50 MHz environ et il faut alors une fréquence d'échantillonnage de 100 MHz.

- On utilisera un oscilloscope qui permet de récupérer plus de 10^6 points. Les DSP ainsi obtenues pourront alors être lissées (le programme passe la DSP en linéaire pour moyenner...ne pas moyenner sur des log...). On représentera alors la DSP en échelle linéaire au voisinage du maximum puis on calculera la moyenne de cette DSP dans cette zone, ainsi que le max. le résultat attendu doit se trouver entre ces deux valeurs. Pour obtenir la DSP de bruit d'entrée, on divise par le carré du gain maximum de l'amplificateur, mesurée préalablement pour cette valeur de résistance bruyante (attention, la valeur de la résistance bruyante a un effet sur la valeur du gain maximum).

1.3. La chaîne d'amplification.

La chaîne d'amplification est réalisée de la façon suivante :

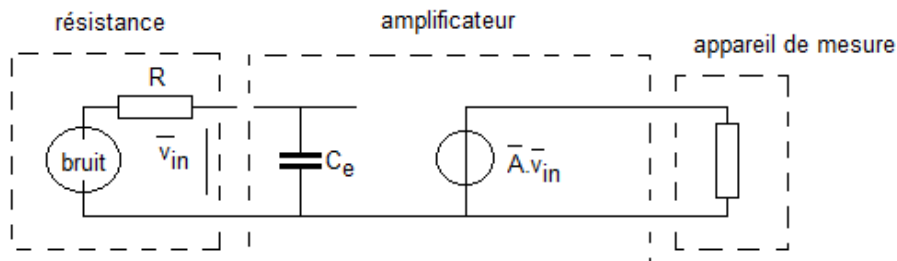


Les deux amplificateurs opérationnels sont polarisés sous $\pm 5V$ avec des capacités de découplages céramiques en parallèle de 10nF, 100nF et $10\mu F$. Ces capacités sont très importantes pour limiter les résonances parasites.

L'étage d'amplification de sortie avec l'OPA211 est câblé en passe-bas avec la capacité de 4pF afin de limiter la bande passante de sortie.

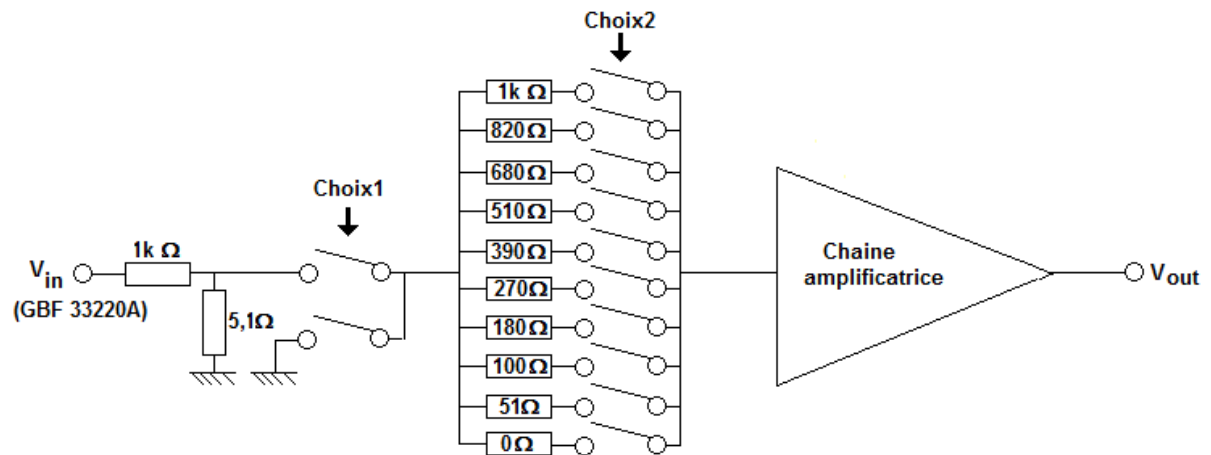
1.4. Le circuit de caractérisation de la chaîne d'amplification.

L'étage d'entrée avec le transistor à effet de champ présente une capacité qui va contribuer à la fréquence de coupure haute du système, qui dépendra également de la résistance source du bruit étudié. Le gain maximum de la chaîne d'amplification dépendra alors notablement de la valeur de la résistance R source de bruit. On se retrouve alors, avec la structure d'entrée suivante



Il faudra donc, pour chaque valeur de résistance source de bruit, déterminer la valeur de gain maximum de la source d'amplification.

Cette étude ne peut pas se faire simplement, car compte tenu de la valeur importante de ce gain, voisin de 30000, pour 10mV de tension d'entrée (valeur minimale délivrée par les générateurs 33220A), la sortie de la chaîne d'amplification va saturer. Il a donc fallu ajouter la structure suivante, pour tester l'effet de la résistance R sur la valeur exacte du gain maximum.



Le pont diviseur de tension en entrée permet de diviser la tension d'entrée par un rapport voisin de 200, ce qui évite tous les problèmes de saturation en sortie.

Le choix 1 permet, soit d'appliquer la tension atténuée d'un générateur d'entrée sur V_{in} afin d'obtenir le diagramme de Bode de la chaîne amplificatrice pour chaque valeur de résistance de bruit, sélectionnées par « choix2 », soit de mettre l'une des borne des résistances bruyantes à la masse, le « choix2 » permettant de choisir cette résistance.

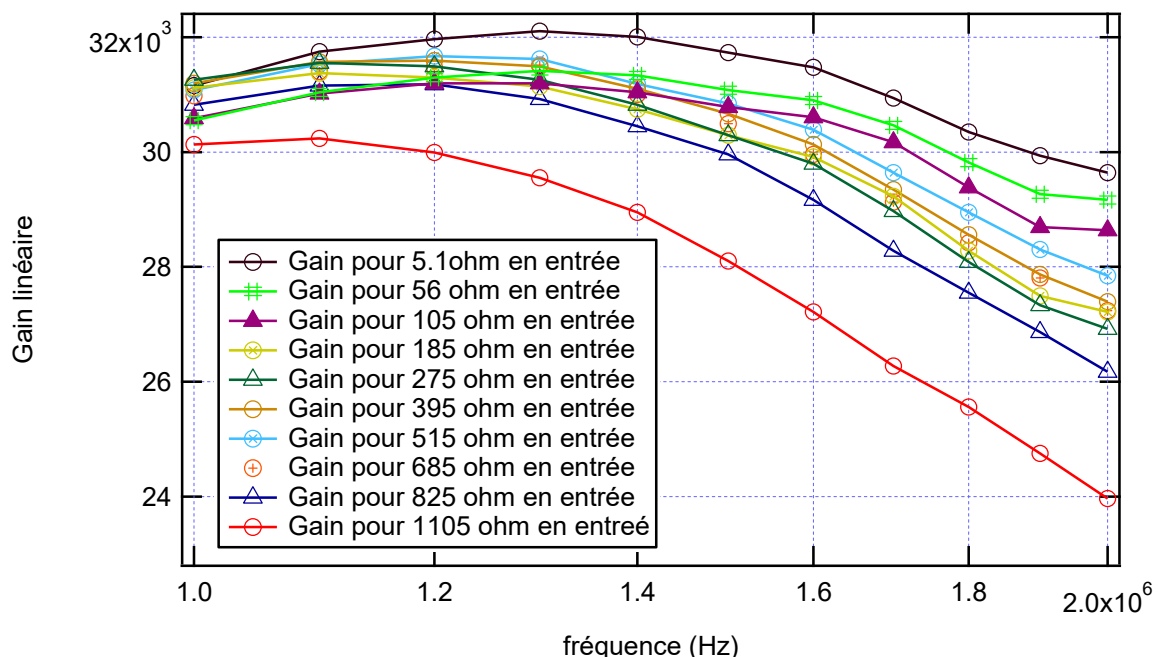
La résistance de 5,1Ω du pont diviseur va s'ajouter à la valeur de la résistance à tester, mais nous avons préféré éviter de placer un suiveur à cet endroit afin de conserver une structure passive. Cet écart sur la valeur de résistance source de bruit n'a pas d'effet notable sur la mesure du gain maximum et nous négligerons son effet pour la suite.

II. Résultats expérimentaux :

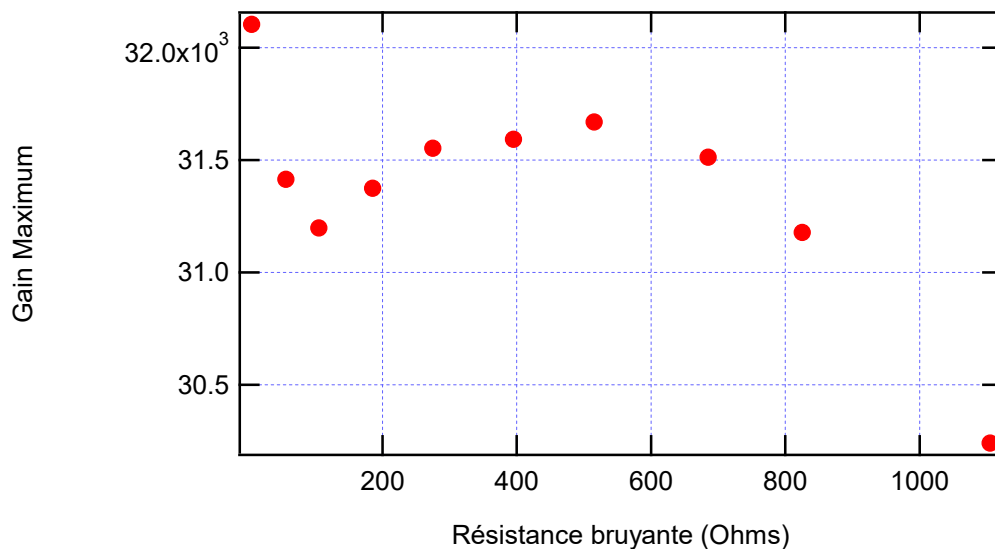
Nous allons commencer par caractériser précisément la chaîne d'amplification pour les différentes valeurs de résistances sources de bruit, puis nous intéresser au bruit thermique à proprement parler.

II.1. Caractérisation de l'étage d'amplification pour les différentes valeurs de résistances sources de bruit.

On a relevé l'évolution du gain de l'amplificateur en fonction de la fréquence pour les différentes valeurs de la résistance source de bruit.



On obtient des allures qui sont assez différentes et des valeurs de gain maximum qui fluctuent de 30000 à un peu plus de 32000. La figure suivante indique les valeurs de gain maximum obtenues.



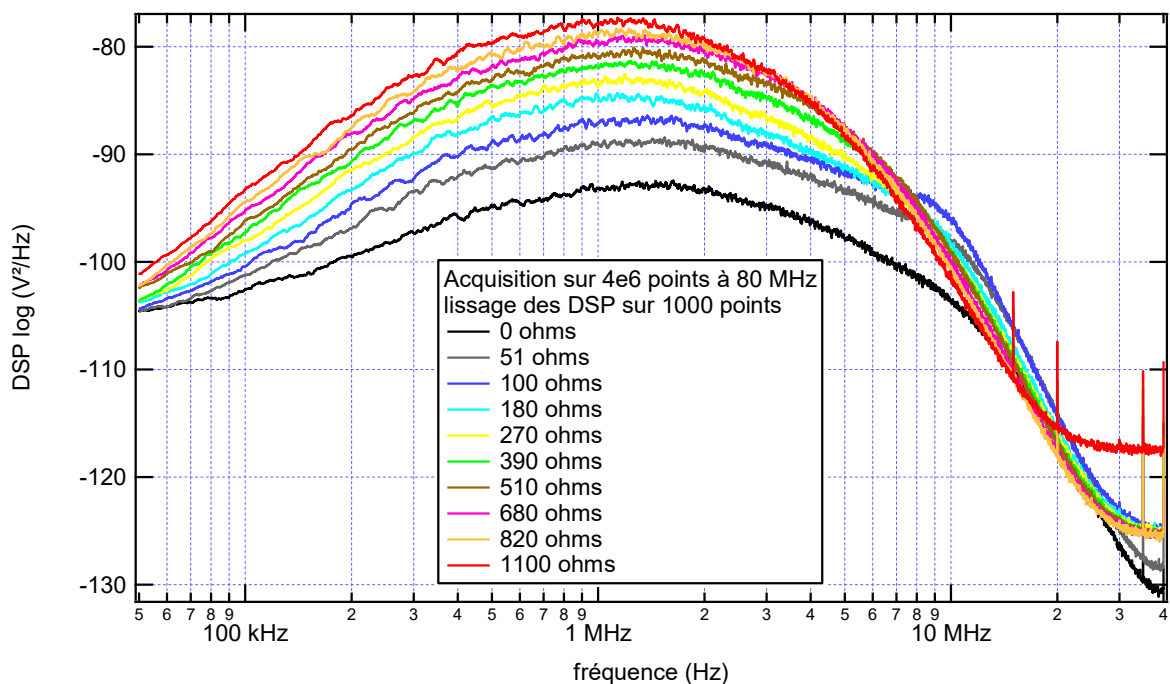
Chaque valeur de gain sera ensuite utilisée pour calculer la densité spectrale de puissance du bruit thermique de la résistance correspondante, à partir de la densité spectrale de puissance maximale du signal de sortie que l'on aura calculé.

II.2. Relevé de la densité spectrale de puissance pour chaque résistance source de bruit.

On travaille avec une fréquence d'échantillonnage de 80MHz afin de calculer la densité spectrale du signal de sortie entre 0 et 40MHz. L'acquisition est faite avec un oscilloscope DSO5012A disposant d'une profondeur mémoire de 8Mpoints. L'acquisition se fait avec 4Mpoints.

On pourra donc ensuite se permettre de lisser les DSP obtenues en réalisant une moyenne glissante sur 1000 points, ce qui n'altérera pas la forme de la DSP, compte tenu de ses évolutions relativement lentes avec la fréquence. La moyenne glissante se fait en passant la DSP en échelle linéaire pour le lissage, puis en repassant le résultat en échelle log.

On obtient alors les allures suivantes, qui correspondent à la forme de la fonction de transfert de la chaîne d'amplification, si on considère que le bruit thermique est blanc sur la plage de fréquence sur laquelle notre circuit amplifie.



Ces allures montrent bien que la forme de la fonction de transfert de la chaîne d'amplification est légèrement modifiée quand on modifie la valeur de la résistance source de bruit entre 0 et 1kΩ.

II.3. Calcul de la densité spectrale de puissance de bruit en entrée.

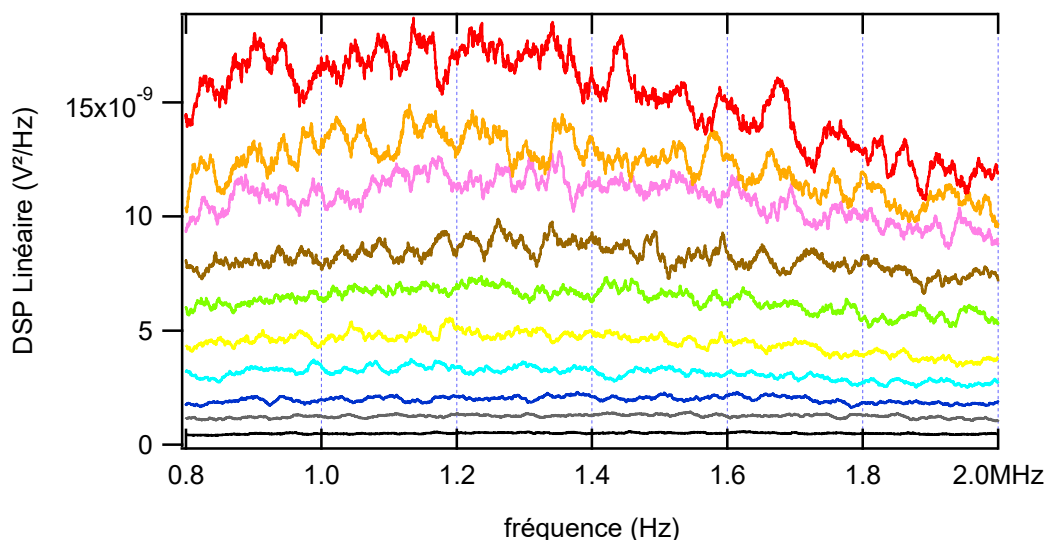
Si G_0 est le gain maximum de l'amplificateur, D_e la densité spectrale de puissance en entrée et D_{MAX} la valeur maximale de la densité spectrale de puissance du signal de sortie, alors, sachant que le bruit d'entrée est sensé être blanc sur la plage de fréquence d'amplification, on a la relation suivante

$$D_{MAX} = D_e \cdot G_0^2$$

Il faut donc connaître G_0 précisément pour chaque valeur de résistance source de bruit placée en entrée de l'amplificateur ce qui a été fait dans un paragraphe précédent.

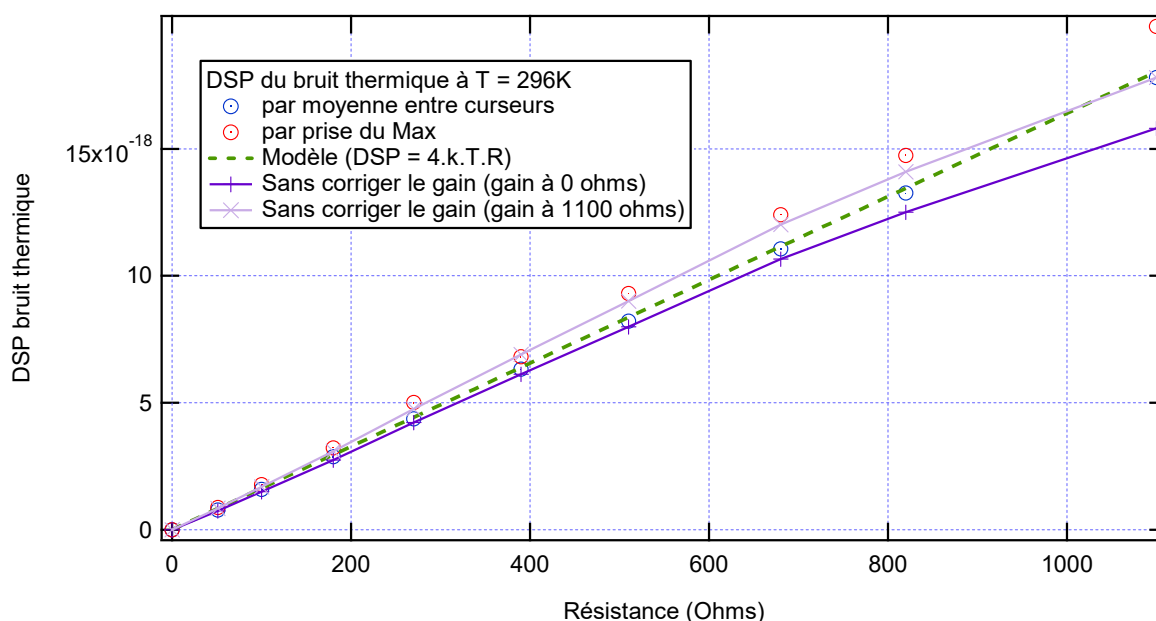
Par ailleurs, il faut connaître précisément la valeur du maximum de la densité spectrale de puissance du signal de sortie. Pour ça, on a zoomé sur cette zone et procédé, en parallèle de deux façons différentes. Pour chaque valeur de la résistance source de bruit, on a calculé la DSP en échelle linéaire et on a calculé la moyenne des points calculés dans la zone de maximum. De cette façon, on doit légèrement sous estimer le résultat. On a également relevé la valeur du maximum, ce qui doit conduire à surestimer le résultat.

Dans la zone du maximum, les DSP du signal de sortie en échelle linéaire ont la forme suivante :



II.4. Comparaison des mesures et du modèle.

Sur la figure suivante, on a représenté le modèle attendu en pointillés verts, ainsi que les densités spectrales de puissance obtenues soit par une moyenne calculée au voisinage du maximum (ronds bleus), soit par une recherche directe de valeur maximum (ronds rouges). On a également représenté ce que l'on aurait obtenu si on avait toujours considéré la même valeur de gain maximum de la chaîne d'amplification pour toutes les résistances.



La méthode par le calcul de moyenne au voisinage du maximum conduit à des valeurs légèrement plus faibles que ce que prévoit le modèle, alors que la méthode par le maximum conduit à des valeurs plus fortes. Dans les deux cas, l'évolution semble linéaire sur la plage de résistances étudiée. En revanche, si on ne tient pas compte de la valeur exacte du gain pour les différentes résistances, l'évolution n'est plus linéaire, même si les ordres de grandeur restent raisonnables. On ne peut donc pas négliger l'incidence de la résistance sur la forme de la réponse de la chaîne amplificatrice.

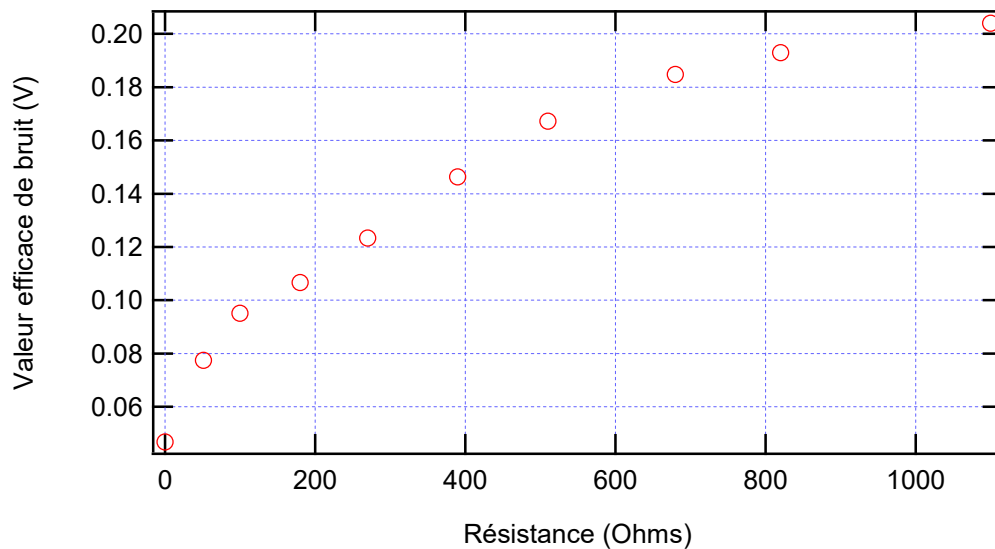
Rq ; on a retranché la densité spectrale de bruit de sortie obtenue pour un court-circuit en entrée afin de calculer la densité spectrale liée au seul bruit thermique. On s'est ainsi affranchi du bruit lié à la chaîne d'amplification elle-même.

II.5. Bande équivalente de bruit de la chaîne d'amplification.

En parallèle avec le calcul de la densité spectrale de puissance, on peut mesurer la valeur efficace V_{eff} du bruit de sortie et en déduire la bande équivalente de bruit de la chaîne amplificatrice par la relation suivante :

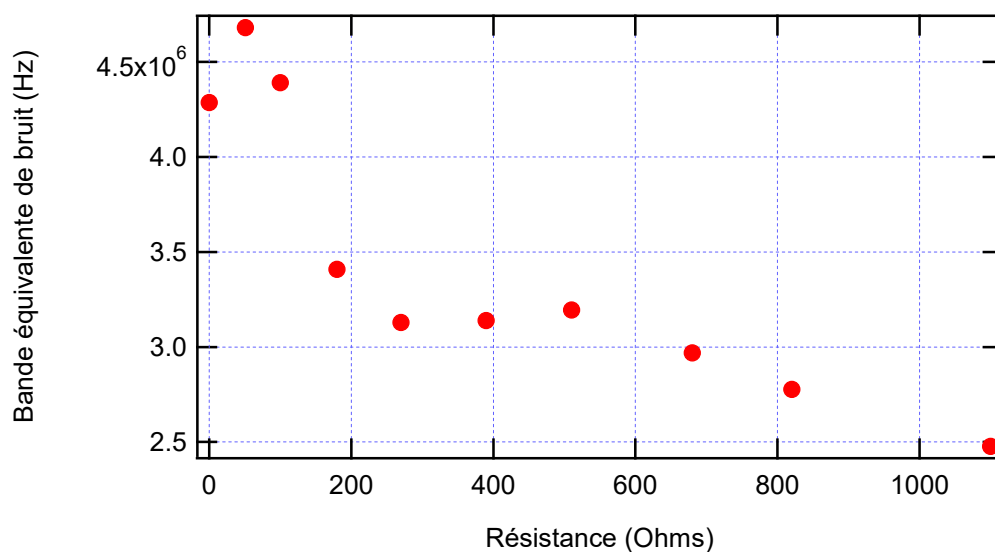
$$V_{\text{eff}}^2 = B_{\text{eq}} \cdot D_{\text{MAX}}$$

Les valeurs efficaces du bruit en sortie évoluent de la façon suivante avec la valeur de la résistance :



Les valeurs efficaces sont bien de l'ordre de grandeur attendu compte tenu des gains et des densités spectrales de puissance mises en jeu. Le bruit de ce niveau peut être numérisé correctement à l'oscilloscope.

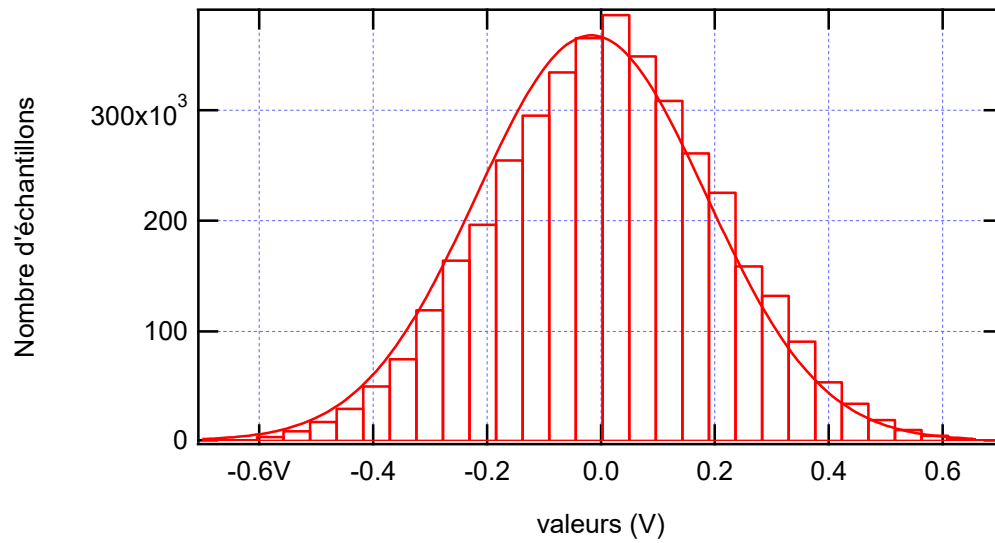
La bande équivalente de bruit évolue de la façon suivante en fonction de la valeur de la résistance source de bruit :



La bande passante diminue avec l'augmentation de la valeur de la résistance source de bruit, ce qui est conforme à l'effet passe-bas lié à la résistance source de bruit et à la capacité d'entrée de l'étage du transistor à effet de champ. Le comportement est singulier pour la résistance nulle en entrée.

II.6. Distribution des échantillons du bruit en sortie de l'amplificateur.

On a calculé l'histogramme des valeurs de bruit obtenues en sortie de l'amplificateur dans le cas d'une résistance d'entrée de $1\text{k}\Omega$. On obtient l'allure suivante :



La distribution des échantillons est bien gaussienne.