

FIGURE 1 – Structure à double intégrateur de l'oscillateur de Van der Pol. Les deux potentiels u et s sont accessibles sur la plaquette grâce aux deux points de prises de tension notés V_u et V_s .

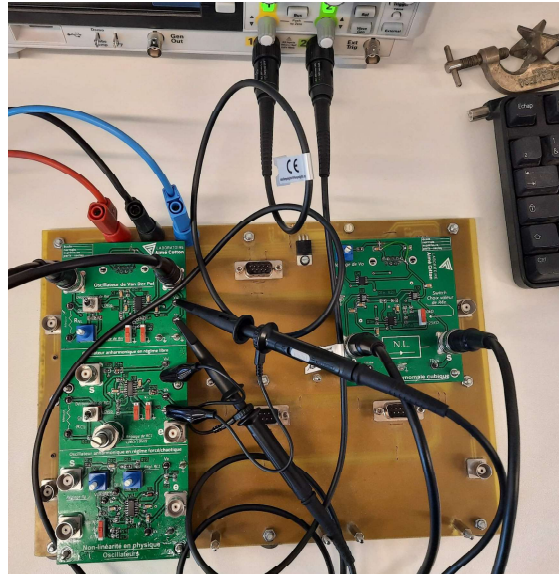


FIGURE 2 – Branchements à réaliser : la borne E sur la borne E, la borne S sur la borne S. Les tensions V_u et V_s sont mesurées à l'aide de sondes d'oscillo.

3.1 Fonctionnement

Pour les détails du fonctionnement, voir le chapitre 6, "Phénomènes non-linéaires en physique", du bouquin de Krob, *Electronique expérimentale*, ainsi que la doc associée à la plaquette (lien dans la liste du matériel). L'équation qui régit la dynamique de l'oscillateur est la suivante :

$$\frac{d^2 s}{dt^2} - \varepsilon \omega_0 \left(1 - \frac{s^2}{s_0^2} \right) \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0$$

où ε , ω_0 et s_0 sont des fonctions des composants du circuit (voir le Krob).

3.2 Le dipôle non-linéaire (noté N.L.)

C'est un dipôle donc la caractéristique entrée-sortie est cubique, de la forme $s = \alpha e + \beta e^3$. C'est de lui que vient la non-linéarité de l'oscillateur. Son poids dans la structure globale est directement liée à la résistance non-linéaire R_{NL} que l'on place en série avec lui. Le paramètre α est modifiable à l'aide d'un petit potentiomètre blanc.

On peut tracer la caractéristique de ce dipôle (section 6.1.2 du bouquin de Krob). **Mesurer la valeur de la pente α (qui est négative!) au voisinage de l'origine de la caractéristique entrée/sortie du dipôle.** Une bonne valeur pour la suite est environ -0,25. Ce paramètre alpha conditionne le démarrage des oscillations, qu'on se propose de quantifier.

3.3 Mesures à effectuer

Pour le branchement des sondes d'oscilloscopes, se référer à la figure 2. Brancher chacune des sondes sur les bornes V_u et V_s , les visualiser à l'oscilloscope.

3.3.1 Démarrage des oscillations

Initialement au repos, les oscillations du système démarrent si $R_{NL} \leq -\alpha R_{C1}$, où R_{C1} vaut 100k Ω . En effet, dans ce cas, ε devient positif et $s(t=0) = 0$ donc le terme d'amortissement devient un terme d'amplification : la position d'équilibre ($u=0, s=0$) du système devient **instable**. La valeur de R_{NL} est ajustable à l'aide d'un potentiomètre à gauche de la plaquette. Avec initialement R_{NL} à fond, le diminuer jusqu'à avoir démarrage lent des oscillations. Mesurer la résistance R_{NL} correspondante à l'ohmmètre **en déconnectant préalablement la résistance à l'aide de l'interrupteur associée**. On doit trouver environ 25 k Ω .

Comparer la mesure avec la valeur "théorique" (qui repose sur la mesure expérimentale de α). Continuer à diminuer R_{NL} : montrer que d'oscillations quasi-harmoniques on passe à des oscillations de relaxation (donc franchement anharmoniques).

3.3.2 Mise en évidence d'un cycle limite stable

Une fois le seuil d'oscillation dépassé, se placer en mode XY pour tracer le portrait de phase du système. **ATTENTION** : On ne visualise pas le portrait de phase (s, \dot{s}), mais l'espace $(u, \dot{s}) = (u, \dot{u})$. Il faut expliquer que ça ne change strictement rien en terme d'existence ou non de cycle limite périodique, s et u étant reliés par une intégration. Activer la trace pour visualiser les trajectoires de l'oscillateur dans l'espace des phases.

Pour mettre en évidence la stabilité du cycle limite, on peut visualiser cet espace des phases pour R_{NL} initialement supérieur au seuil d'oscillations, puis en le baissant jusqu'à voir la trace partir du point (0,0) pour rejoindre un cycle limite.

On peut également mettre la borne s à la masse, à l'aide des interrupteurs SW1 et SW2 en position haute (et pas basse, même si le dessin de la masse est en bas). Dans ce cas, le deuxième intégrateur (un vrai intégrateur, pas un pseudo-intégrateur) va partir en saturation. En terme de d'espace des phases, on est donc à une position ($u \neq 0, \dot{u} = 0$), ce qui est équivalent à un lâcher de pendule sans vitesse initiale. Rabaisser l'interrupteur, le cycle converge de l'extérieur du cycle limite vers ce dernier.

4 Conclusion

On a montré dans ce montage comment la non-linéarité des systèmes physiques affectaient le comportement de ces systèmes. Pour le pendule simple, rien de nouveau : on ne fait que corriger les phénomènes qu'on connaît déjà. Pour le bifurcateur, on met en évidence le changement de position d'équilibre du système à partir d'une certaine valeur d'un paramètre de contrôle : c'est la notion de **bifurcation**. Enfin, l'oscillateur de Van der Pol nous permet de mettre en évidence l'efficacité des **portraits de phase** en temps qu'outils d'étude des systèmes non-linéaires, puisqu'ils permettent d'interpréter rapidement et graphiquement l'existence de cycles limites et leur stabilité.

On peut ouvrir sur le chaos : on a étudié ici que des systèmes dynamiques de dimension inférieure à 3, de sorte que le théorème de Poincaré-Bendixson interdit un comportement chaotique. En revanche, si l'on force l'oscillateur de Van der Pol, on rajoute une dimension temporelle (dans l'expression du forçage) et donc on peut observer un comportement chaotique.

5 Tableau

6 Manip surprise

Calorimétrie : mesure de la capacité thermique d'un petit cube métallique

Matériel :

- calorimètre
- bouilloire
- cube à étudier