tei

Estratto dagli "*Atti del VII Congresso, dell'Unione Matematica Italiana, Genova 1963*"

R. MAGARI — *Sulle topologie «compatibili» con una data algebra monadica* (1).

Sia S un insieme, A un'algebra di BOOLE di sottoinsiemi di S e C un quantore di HALMOS su A, cioè un'applicazione di A in A per cui:

(1) $$CO = O$$

(2) $$x \leq Cx \qquad \text{(quali che siano } x, y \in A).$$

(3) $$C(x \cdot Cy) = Cx \cdot Cy$$

È facile vedere che se A è l'algebra di tutti i sottoinsiemi di S, C è l'operatore chiusura di una topologia su S e si presenta allora il problema di determinare, nel caso che A non sia l'algebra di tutti i sottoinsiemi di S, le topologie su S tali che la restrizione ad A del loro operatore chiusura coincida con C (topologie che chiameremo « compatibili » con C). In particolare ha interesse determinare quelle topologie compatibili con C il cui operatore chiusura gode ancora delle proprietà (1), (2), (3) (quali che siano $x, y \subseteq S$) (topologie « monadiche »). Si dimostrerà che non sempre esistono topologie monadiche compatibili con C e si daranno delle condizioni necessarie e sufficienti per la loro esistenza, determinando anche, quando ne esistono, la meno fine fra esse. Esistono invece sempre topologie compatibili con C e di esse la meno fine è quella che ammette $C(A)$ come base di aperti. L'analisi di questi problemi porta ad altri risultati impossibili da riassumere. Esiste una connessione con le algebre monadiche funzionali e col loro significato logico.

(1) I risultati a cui si accenna nella comunicazione qui riassunta sono stati ottenuti in collaborazione da PIETRO MANGANI e ROBERTO MAGARI e verranno esposti con maggiore ampiezza in un lavoro di prossima pubblicazione.