UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

ANÁLISE E CONTROLE DE SISTEMAS NÃO LINEARES

Departamento de Engenharia Elétrica - UFC

TRABALHO 01:
Análise de QSR-dissipatividade Estrita

Aluno:

Auro Gabriel Carvalho de Aramides - 507803

Professor: Diego de Sousa Madeira

Fortaleza-Ce
09/04/2024

Sumário

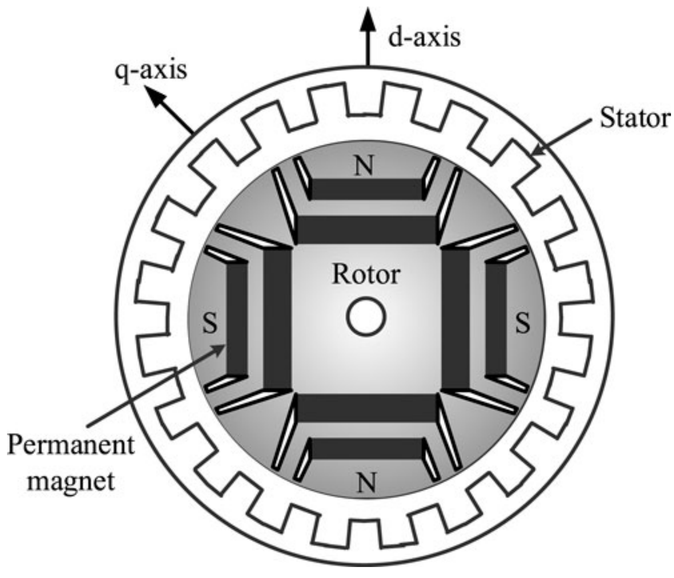
1 Objetivos

1. Selecionar um sistema preferencialmente polinomial que tenha uma aplicação prática. Descrever do que trata o modelo.
2. Simular as trajetórias do sistema em malha aberta ($u(x) = 0$).
3. Simular as trajetórias do sistema em malha fechada ($u(x)$ dado no artigo escolhido).
4. Aplicar o SOSTOOLS para verificar a QSR-dissipatividade estrita (e possivelmente local) do sistema.

2 Apresentação da Planta:

No artigo (SABRA; KHASAWNEH; ZOHDY, 2014), é apresentado um controle de torque não linear para um motor síncrono de ímã permanente interior (IPMSM). O controle não linear é baseado na técnica de Função de Lyapunov para Controle (CLF). A lei de feedback de estabilização proposta para o acionamento do IPMSM é um método de controle de amortecimento e é mostrado ser globalmente assintoticamente estável. O método CLF leva em conta as não linearidades do sistema no estágio de projeto do sistema de controle. Tais não linearidades são devido ao acoplamento cruzado entre as correntes q e d além dos parâmetros do sistema como as indutâncias e os vínculos de fluxo. O acionamento completo do IPMSM incorporando o CLF proposto foi simulado com sucesso em um modelo de planta para ambos, motor e inversor. O desempenho do acionamento proposto é investigado em simulação em diferentes condições de operação. Conclui-se que a técnica de controle proposta fornece um bom desempenho de controle de torque para o acionamento IPMSM garantindo a estabilidade global. Em trabalhos futuros, serão investigados outros fenômenos como saturação magnética, cargas não lineares, atrito mecânico e flexibilidades.

Figura 1 – Interior PMSM



fonte:(LIU; ZHUANG, 2022)

A planta escolhida foi um PMSM com Imãs interiores, e foi utilizado o artigo Sabra, Khasawneh e Zohdy (2014), para obtenção dos controles e do modelo da planta:

Modelo da malha elétrica:

$$\begin{aligned} v_d &= i_d R_s + \frac{\mathrm{d}\lambda_d}{\mathrm{d}t} - \omega_e \lambda_q \\ v_q &= i_q R_s + \frac{\mathrm{d}\lambda_q}{\mathrm{d}t} + \omega_e \lambda_d \end{aligned} \tag{1}$$

Vínculos de fluxo dq:

$$\begin{aligned} \lambda_q &= L_q i_q \\ \lambda_d &= L_d i_d + \lambda_m \end{aligned} \tag{2}$$

Equações da malha elétrica em função de i_{dq}:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s i_d + L_d \frac{\mathrm{d}i_d}{\mathrm{d}t} - \omega_e L_q i_q \\ \omega_e L_d i_d + R_s i_q + L_q \frac{\mathrm{d}i_q}{\mathrm{d}t} + \omega_e \lambda_m \end{bmatrix} \tag{3}$$

Equações da malha Mecânica:

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{3}{2} n_p \left[\lambda_m i_q + (L_d - L_q)\, i_d i_q\right] \\ T_e &= T_l + k_f \omega_r + J \frac{\mathrm{d}\omega_r}{\mathrm{d}t} \end{aligned} \tag{4}$$

- i_d e i_q são as correntes direta e em quadratura [A]
- v_d e v_q são as tensões direta e em quadratura [V]
- R_s é a resistência do estator [Ω]
- L_d e L_q são as indutâncias direta e em quadratura [H]
- T_l é o torque de carga [Nm]
- T_e é o torque elétrico [Nm]
- J é o momento de inércia do motor e da carga
- k_f é o coeficiente de atrito do motor
- ω_r é a velocidade angular do rotor [rad/s]
- n_p é o número de pares de polos do motor
- $\omega_e = n_p \omega_r$ é a velocidade angular elétrica [rad/s]
- λ_m é o fluxo magnético permanente [Wb]
- λ_d e λ_q são os vínculos de fluxo em quadratura e direto

Através do artigo (SABRA; KHASAWNEH; ZOHDY, 2014) também foi obtido as leis de controle, que será apenas exposto sem explicações prévias pois fugiria do escopo do trabalho uma explicação da origem desses controladores propostos:

$$\begin{aligned} u_1(x) &= -\nabla V(x) f_1(x) = -\frac{p}{L_d} x_1 \\ u_2(x) &= -\nabla V(x) f_2(x) = -\frac{q}{L_q} x_2 \\ u_3(x) &= -\nabla V(x) f_3(x) = \frac{r}{J} x_3 \end{aligned} \tag{5}$$

Para garantir a estabilidade do controle proposto, os parâmetros de controle são selecionados para garantir que $\dot{V}(x) \leq 0$ para todo x.

$$p = q \frac{L_d^2}{L_q^2} \tag{6}$$

As variáveis de controle são agora reduzidas a alterar uma variável conforme dado por (6).

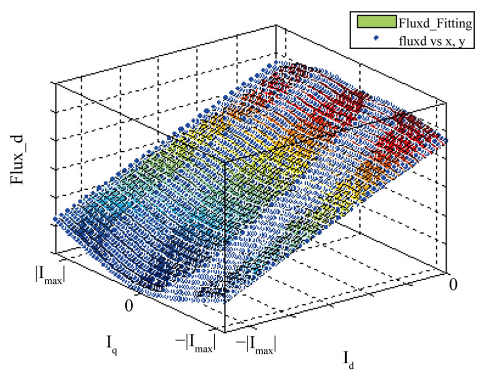
E então, a partir das equações de 1 à 6, podemos formar o modelo:
(tal que $[x_1 x_2 x_3] = [i_d i_q \omega_r]$)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d(x_1)} x_1 + n_p \frac{L_q(x_2)}{L_d(x_1)} x_2 x_3 \\ -\frac{R_s}{L_q(x_2)} x_2 - n_p \frac{L_d(x_1)}{L_q(x_2)} x_1 x_3 - n_p \frac{\lambda_m}{L_d(x_1)} x_3 \\ -\frac{k_f}{J} x_3 - \frac{T_L}{J} \end{bmatrix} \\ &+ u_1 \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d(x_1)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + u_2 \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_q(x_2)} \\ 0 \end{bmatrix} + u_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{7}$$

Conforme apresentado em (SABRA; KHASAWNEH; ZOHDY, 2014).

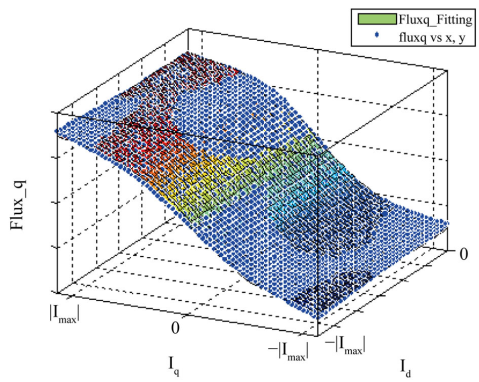
Outra observação é que os parâmetros da máquina variam ao longo do tempo, como foi apresentado em (SABRA; KHASAWNEH; ZOHDY, 2014) e pode ser visto nas figuras 2 à 6:

Figura 2 – λ_d



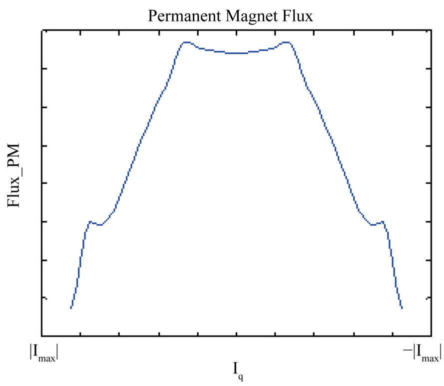
Fonte:(SABRA; KHASAWNEH; ZOHDY, 2014)

Figura 3 – λ_q



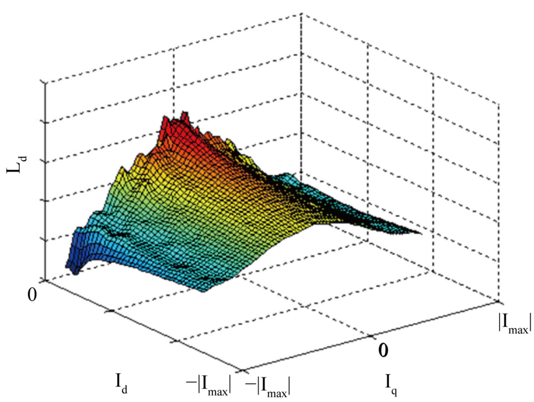
Fonte:(SABRA; KHASAWNEH; ZOHDY, 2014)

Figura 4 – λ_m



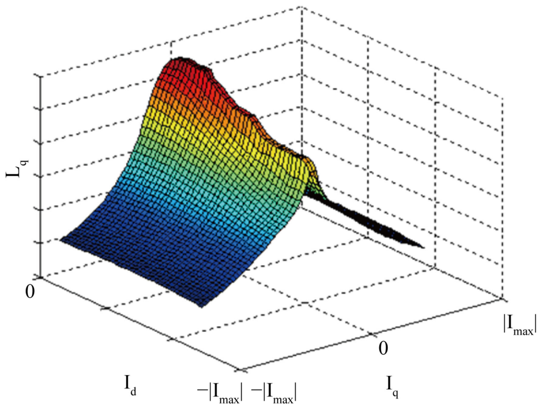
Fonte:(SABRA; KHASAWNEH; ZOHDY, 2014)

Figura 5 – L_d



Fonte:(SABRA; KHASAWNEH; ZOHDY, 2014)

Figura 6 – L_q



Fonte:(SABRA; KHASAWNEH; ZOHDY, 2014)

Contudo, apesar dessas distribuições específicas da geometria de cada máquina e do comportamento dela, é comum se utilizar apenas de valores médios e assumir essas variáveis como constantes, pois essas incertezas são rejeitadas pela controlador. Conforme pode ser visto na equação 3, os valores de Ldq são assumidos como constantes no tempo, contudo, ao se modelar o sistema na equação 7 podemos escrever o Ldq em função de valores das variáveis de estado, contudo foi optado por não se fazer isso, pois isso dificultaria a execução dessa atividade sem adicionar muito ao objetivo que ela foi proposta.

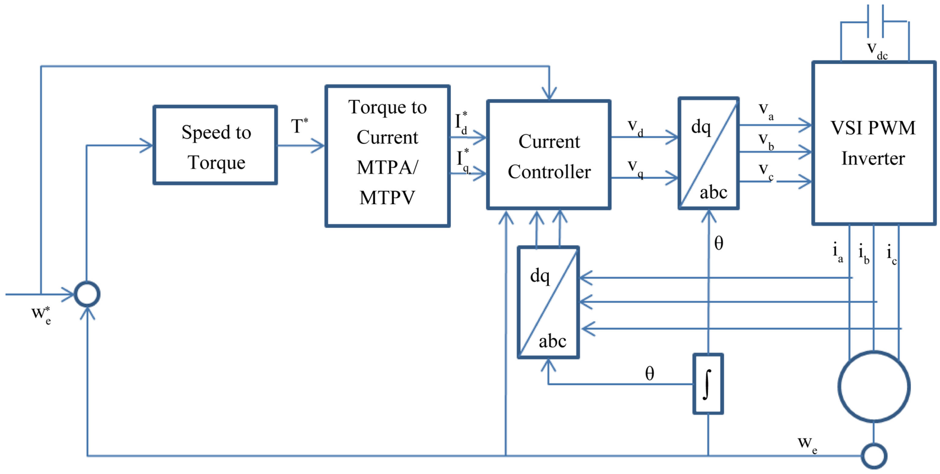
Tabela 1 – Não linearidades da Planta

	Não Linearidades
L_d	Não Linearidades dos Parâmetros
L_q	Polinomial (I_d)
λ_d	Senoidal (I_d, I_q)
λ_q	Senoidal (I_d, I_q)
λ_m	Senoidal (I_q)
	Sistema
T_e	Acoplamento entre I_{dq} e λ_{qd}
Estados	Acoplamento entre I_{dq} e w_r

Fonte: (SABRA; KHASAWNEH; ZOHDY, 2014)

Dos quais, apenas o acoplamento entre os Estados foram abordados nesse trabalho específico, mas com o intuito de nos próximos trabalhos dessa disciplina serem abordados de forma mais ampla e mais minuciosa.

Figura 7 – Diagrama de Blocos do Controle



Fonte:(SABRA; KHASAWNEH; ZOHDY, 2014)

Para fins analíticos foi escolhido um modelo de motor conforme mostra a tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros do PMSM Usados para Simulação

Parâmetros	Símbolo	Valor
Tensão nominal	V_{LL}	220 V
Potência de saída	P_{out}	900 W
Corrente do estator nominal	$\mathrm{I_s}$	16.7 A
Pares de polos	P	4
Velocidade nominal	ω_m	1700rpm
Resistência do estator	Rs	4.3Ω
Vínculo de fluxo de ímã permanente	λ_{af}	0.272 Wb-espiras
Indutância do eixo q	Ld	27mH
Indutância do eixo d	Lq	67mH
Inércia do motor	J	0.000179 kg m^2

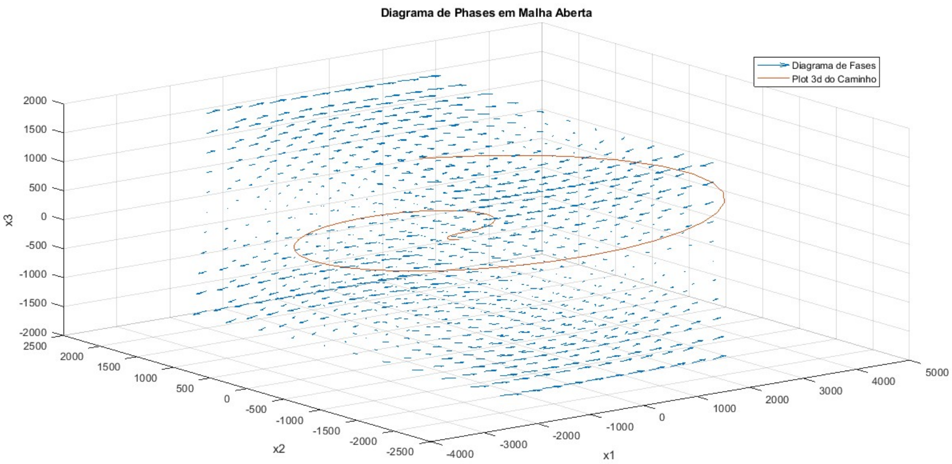
Fonte: (AMIN et al., 2017)

3 Procedimentos

3.1 Diagramas de Fase

Foi plotado o diagrama em malha aberta a partir da equação 7, fazendo U=0 e assumindo constante os parâmetros da máquina, o diagrama pode ser visto na figura 8, onde a planta é naturalmente estável.

Figura 8 – Diagrama Fase Malha Aberta



Fonte:O Próprio Autor

Após isso, foi utilizado o controlador da equação 5 no código com os parâmetros conforme mostrado abaixo, com a observação que o valor de $\boldsymbol{r}$ em zero faz com que a malha mecânica não tenha controle, isso foi feito pois no artigo não foi abordado métodos para se encontrar os possíveis valores de $\boldsymbol{r}$.

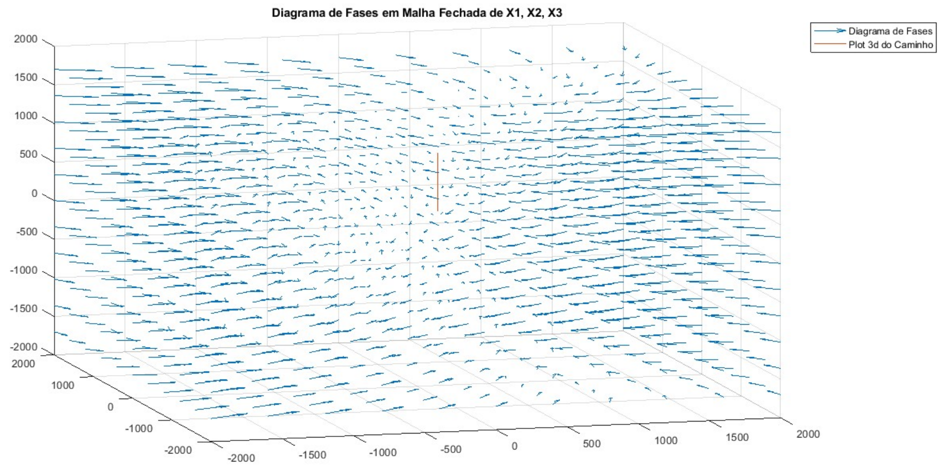
```
% Fatores de controle
q = 100;
p = (L_d^2 / L_q^2) * q;
r = 0;
```

Listing 1 – Código MATLAB

Conforme comentado anteriormente, foi zerado o valor do controle da malha mecânica, e, apesar disso, não foi feito nenhuma inconsistência com relação ao artigo, pois o controle da malha mecânica é de torque, sendo assim podemos ter qualquer valor de velocidade para estabilizar o torque. Como fugiria do escopo do presente trabalho encontrar um valor de $\boldsymbol{r}$, apenas fiz a velocidade do motor ficar sem controle e plotei os diagramas fasoriais controlando apenas a malha elétrica.

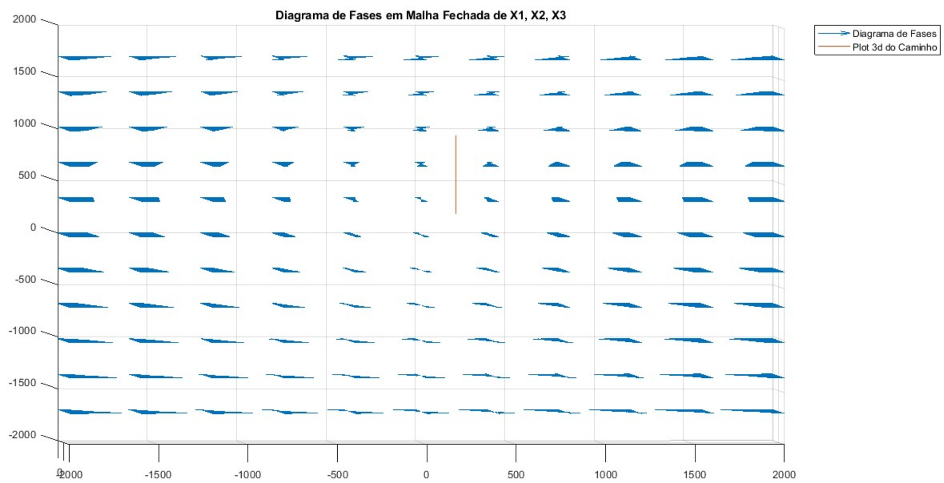
Conforme pode ser observado nas figuras 9 e 10, sem o controle da malha mecânica, para cada valor de velocidade (X_3) temos um plano de estabilidade, mas ao se analisar o caminho feito pelo sistema vemos que ele não converge para a origem, e isso se da a falta da malha mecânica controlada para convergir o sistema entre os planos de velocidade.

Figura 9 – Diagrama Fase Malha Fechada



Fonte:O Próprio Autor

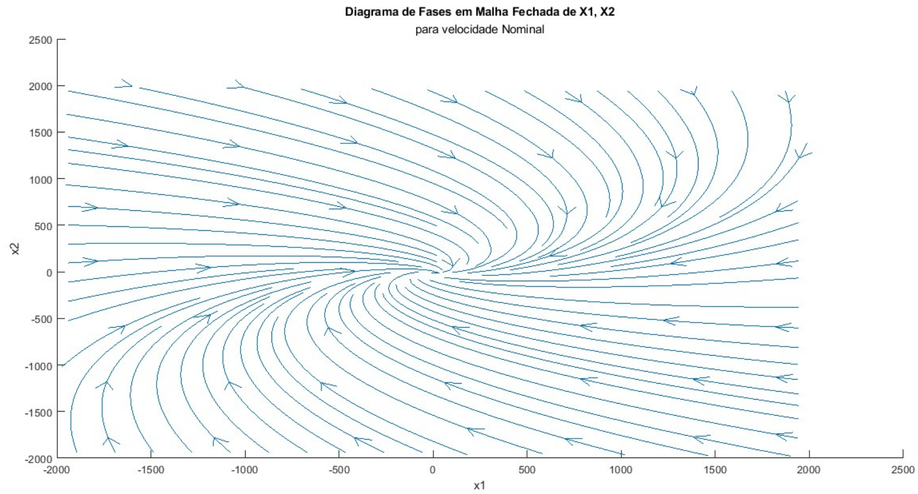
Figura 10 – Diagrama Fase Malha Fechada Vista Lateral



Fonte:O Próprio Autor

Para comprovar o que foi dito anteriormente, foi plotado o diagrama para a velocidade nominal, conforme mostrado na figura 11, e nela podemos ver a convergência do sistema.

Figura 11 – Diagrama Fase Malha Fechada Para um valor fixo de Velocidade



Fonte:O Próprio Autor

3.2 Análise de Dissipatividade Estrita:

```
Size: 2338   507

SeDuMi 1.3.7 by AdvOL, 2005-2008 and Jos F. Sturm, 1998-2003.
Alg = 2: xz-corrector, Adaptive Step-Differentiation, theta = 0.250, beta = 0.500
eqs m = 507, order n = 51, dim = 2340, blocks = 3
nnz(A) = 1215 + 0, nnz(ADA) = 257049, nnz(L) = 128778
 it :     b*y       gap    delta  rate   t/tP*  t/tD*   feas cg cg  prec
  0 :            6.66E-01 0.000
  1 :   0.00E+00 2.05E-01 0.000 0.3079 0.9000 0.9000   1.00  2  0  1.5E+00
  2 :   0.00E+00 1.91E-02 0.000 0.0931 0.9900 0.9900   1.00  2  2  1.4E-01
  3 :   0.00E+00 3.43E-03 0.000 0.1797 0.9000 0.9163   1.00  2  1  3.2E-02
  4 :   0.00E+00 8.13E-04 0.000 0.2371 0.9000 0.9097   1.00  2  2  8.4E-03
  5 :   0.00E+00 2.15E-04 0.000 0.2646 0.9000 0.9012   1.00  3  4  2.1E-03
Run into numerical problems.

iter seconds digits       c*x               b*y
  5      0.2   Inf  0.0000000000e+00  0.0000000000e+00
|Ax-b| =   4.7e-03, [Ay-c]_+ =   2.0E-04, |x|=  5.8e+00, |y|=  5.3e+00
No sensible solution found.

Detailed timing (sec)
   Pre          IPM          Post
8.992E-03    1.990E-01    0.000E+00
Max-norms: ||b||=0, ||c|| = 0,
Cholesky |add|=0, |skip| = 1, ||L.L|| = 3.02984e+09.

Residual norm: 0.0047446

         iter: 5
    feasratio: 1.0000
         pinf: 0
         dinf: 0
       numerr: 2
           r0: 0.0047
       timing: [0.0090 0.1990 0]
      wallsec: 0.2080
       cpusec: 0.2188

Delta=

ans =

   -0.8119
   -0.8119
   -0.4079
```

```
V=

ans =
  7.2818e-17*x1^4 + 2.3938e-27*x1^3 - 1.2938e-17*x1^2

T=

ans =
  -0.40787*x1^2 + 7.5886e-14*x1*x2 - 6.001e-15*x1*x3 - 0.81193*x2^2
  + 5.3706e-14*x2*x3 - 0.81193*x3^2 - 1.9807e-19*x1 + 7.7839e-18*x2
  - 2.0716e-16*x3
```

Assim, mostra-se que a ferramenta SOSTOOLS conseguiu atender à condição de dissipatividade estrita. Isso significa que o sistema selecionado é globalmente dissipativo estrito, com os valores de delta sendo inferiores a zero.

4 Código do Matlab:

O código fonte pode ser encontrado também no meu github: Link do Repositório.

```
%% Variables
clc
clear
close all

%Valores Tabelados:
Rs=4.3;          %Resistencia do stator
Ld=27e-3;        %Indutancia no eixo d
Lq=67e-3;        %Indutancia no eixo q
np=4;            %Numero de Polos
Lambda_m=0.279;  %PM Flux Linkage
J=1.79e-4;       %Momento de Inercia


%Valores nao tabelados:
Kf=0.001;         %Coeficiente de atrito
T_load=1;        %Torque carga

%Fatores de controle
q=100;
p=(Ld^2/Lq^2)*q;
r=0;


%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Diagrama de phases Malha Aberta
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Malha aberta, u=0
syms x1 x2 x3
a = 0.2;
[x1, x2, x3] =meshgrid(-2e3:4e2:2e3, -2e3:4e2:2e3, -1700:340:1700);
% x3=1700;
% Calcula as derivadas
dx1 = (-Rs/Ld)*x1 + np*(Lq/Ld)*x2.*x3;
```

```
dx2 = (-Rs/Lq)*x2 - np*(Ld/Lq)*x1.*x3 - np*(Lambda_m/Ld)*x3;
dx3 = (-Kf/J)*x3-(T_load/J);

% % Plota o campo vetorial
figure
quiver3(x1, x2, x3, dx1, dx2, dx3);
% streamslice(x1,x2,dx1,dx2)
xlabel('x1');
ylabel('x2');
zlabel('x3');
title('Diagrama de Phases em Malha Aberta')
hold on
x0 = [2000 2000 300];
[t, x] = ode45(@MalhaAberta,[0 5e-2], x0);
plot3(x(:,1),x(:,2),x(:,3));
legend('Diagrama de Fases','Plot 3d do Caminho')

figure
plot(t,x(:,1),t,x(:,2),t,x(:,3))
legend('x1','x2','x3')
title('Variaveis de Estado no Tempo')
grid on

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Diagrama de phases Malha Fechada
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

syms x1 x2 x3
% Parametros do grid
a = 0.8;
[x1, x2] = meshgrid(-2e3:4e2:2e3, -2e3:4e2:2e3);

% Calculo das variaveis de controle u(x)
u1 = (-p/Ld)*x1;
u2 = (-q/Lq)*x2;
u3 = (r/J)*x3;
x3=1700;
% Equacoes diferenciais
dx1 = (-Rs/Ld)*x1 + np*(Lq/Ld)*x2.*x3 + (u1/Ld);
dx2 = (-Rs/Lq)*x2 - np*(Ld/Lq)*x1.*x3 - np*(Lambda_m/Ld)*x3 + (u2/Lq);
% dx3 = (-Kf/J)*x3 - (T_load/J) + (u3/J);
dx3=0;
% % Plota o campo vetorial usando quiver3

figure
streamslice(x1,x2,dx1,dx2)
xlabel('x1');
ylabel('x2');
title('Diagrama de Fases em Malha Fechada de X1, X2', 'para velocidade
    Nominal')


[x1, x2, x3] = meshgrid(-2e3:4e2:2e3, -2e3:4e2:2e3, -1700:340:1700);
% Calculo das variaveis de controle u(x)
u1 = (-p/Ld)*x1;
u2 = (-q/Lq)*x2;
u3 = (r/J)*x3;

% Equacoes diferenciais
dx1 = (-Rs/Ld)*x1 + np*(Lq/Ld)*x2.*x3 + (u1/Ld);
```

```
dx2 = (-Rs/Lq)*x2 - np*(Ld/Lq)*x1.*x3 - np*(Lambda_m/Ld)*x3 + (u2/Lq);
dx3 = (-Kf/J)*x3 - (T_load/J) + (u3/J);

figure
quiver3(x1, x2, x3, dx1, dx2, dx3);
title('Diagrama de Fases em Malha Fechada de X1, X2, X3')
hold on
x0 = [200 200 200];
[t, x] = ode45(@MalhaFechada,[0 5e-9], x0);
plot3(x(:,1),x(:,2),x(:,3));
legend('Diagrama de Fases','Plot 3d do Caminho')

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Verificar dissipatividade estrita global
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

pvar x1 x2 x3 u1 u2 u3;
dpvar Q R S rho;

vars = [x1;x2;x3;u1;u2;u3];
prog = sosprogram(vars);

x = [x1;x2;x3];
U = [u1;u2;u3];

% Definicao de g como um vetor de polinomios
g1 = -3.0074e10;
g2 = -7.4627e10;
g3 = 0;
g = [g1; g2; g3];


f = [(-Rs/Ld)*x1+np*(Lq/Ld)*x2*x3;(-Rs/Lq)*x2-np*(Ld/Lq)*x1*x3-np*(Lambda_m
    /Ld)*x3;(-Kf/J)*x3-(T_load/J)];

% Monomios
h = x;
prog = sosprogram(vars); %inicializa o programa sos

[prog,V] = sospolyvar(prog,monomials(x1,2:4),'wscoeff');
[prog,T] = sospolyvar(prog,monomials(x,1:2),'wscoeff');

Vx1 = diff(V,x1);
Vx2 = diff(V,x2);
Vx3 = diff(V,x3);

GradV = [Vx1 Vx2 Vx3];
prog = sosdecvar(prog,(rho));
[prog, Q] = sospolymatrixvar(prog, monomials(vars, 0), [length(h),
length(h)], 'symmetric');
[prog, S] = sospolymatrixvar(prog, monomials(vars, 0), [length(h),
length(U)]);
[prog, R] = sospolymatrixvar(prog, monomials(vars, 0), [length(U),
length(U)], 'symmetric');

expr = -((GradV*(f+g.*U)+ T) -h'*Q*h - 2*h'*S*U - U'*R*U );

prog = sosineq(prog,expr);
solver_opt.solver = 'sedumi';

```

```
prog = sossolve(prog,solver_opt);
q = sosgetsol(prog,Q);
r = double(sosgetsol(prog,R));
s = sosgetsol(prog,S);
delta = s*inv(r)*s'-q;

disp('Delta=')
eig(double(delta))
disp('V=')
sosgetsol(prog,V)
disp('T=')
sosgetsol(prog,T)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Function defines
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%


function dx= MalhaFechada(t,x)

%Valores Tabelados:
Rs=4.3;           %Resistencia do stator
Ld=27e-3;         %Indutancia no eixo d
Lq=67e-3;         %Indutancia no eixo q
np=4;             %Numero de Polos
Lambda_m=0.279;  %PM Flux Linkage
J=1.79e-4;        %Momento de Inercia


%Valores nao tabelados:
Kf=0.02;          %Coeficiente de atrito
T_load=1;         %Torque carga

%Fatores de controle
q=100;
p=Ld^2/Lq^2;
r=1e1;

u1 = (-p/Ld)*x(1);
u2 = (-q/Lq)*x(2);
u3 = (r/J)*x(3);
dx=[(-Rs/Ld)*x(1) + np*(Lq/Ld)*x(2)*x(3) + (u1/Ld);
    (-Rs/Lq)*x(2) - np*(Ld/Lq)*x(1)*x(3) - np*(Lambda_m/Ld)*x(3) + (u2/Lq);
    (-Kf/J)*x(3) - (T_load/J) + (u3/J)];
end


function dx= MalhaAberta(t,x)
%Valores Tabelados:
Rs=4.3;           %Resistencia do stator
Ld=27e-3;         %Indutancia no eixo d
Lq=67e-3;         %Indutancia no eixo q
np=4;             %Numero de Polos
Lambda_m=0.279;  %PM Flux Linkage
J=1.79e-4;        %Momento de Inercia


%Valores nao tabelados:
Kf=0.02;          %Coeficiente de atrito
T_load=1;         %Torque carga
```

```
%Fatores de controle
q=100;
p=(Ld^2/Lq^2)*q;
r=0;

dx=[(-Rs/Ld)*x(1) + np*(Lq/Ld)*x(2)*x(3) ;
    (-Rs/Lq)*x(2) - np*(Ld/Lq)*x(1)*x(3) - np*(Lambda_m/Ld)*x(3);
    (-Kf/J)*x(3) - (T_load/J)  ];
end
```

Listing 2 – Código MATLAB

Referências

AMIN, F. et al. Modelling and simulation of field oriented control based permanent magnet synchronous motor drive system. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, v. 6, n. 2, p. 387–395, 05 2017. Citado na página 8.

LIU, T.-H.; ZHUANG, Y.-H. Maximum efficiency control and predictive-speed controller design for interior permanent magnet synchronous motor drive systems. *Frontiers in Electronics*, Frontiers Media SA, v. 3, p. 904976, September 2022. Disponível em: <https://www.frontiersin.org/article/10.3389/felec.2022.904976>. Citado na página 3.

SABRA, M.; KHASAWNEH, B.; ZOHDY, M. A. Nonlinear control of interior pmsm using control lyapunov functions. *Journal of Power and Energy Engineering*, Scientific Research Publishing, v. 2, n. 1, p. 10, 2014. Citado 6 vezes nas páginas 3, 4, 5, 6, 7 e 8.