

## 2.1 EFFETTO ZEEMAN

In queste brevi note supporremo già nota la teoria dell'effetto Zeeman e ci limiteremo quindi ai richiami strettamente necessari per la comprensione dell'esperimento. Quando un atomo si trova in un campo magnetico  $\mathbf{B}$  i suoi livelli energetici, normalmente degeneri rispetto alle proiezioni del momento totale, si suddividono in sottolivelli con spaziatura energetica data da

$$\Delta E_{int} = \mu_0 g_J B m$$

dove  $-J \leq m \leq J$ ,  $g_J$  è il fattore di Landè e  $\mu_0$  è il magnetone di Bohr.

Il fattore di Landè  $g$  è funzione del momento orbitale, di spin e totale, e del tipo di accoppiamento ed è quindi funzione del livello.

Le onde elettromagnetiche sono generate, da un punto di vista semiclassico, dal moto periodico degli elettroni. I moti degli elettroni consentiti dalla simmetria cilindrica del problema attorno alla direzione di  $B$  sono:

1. moto oscillatorio lungo  $\mathbf{B}$  (dipolo oscillante)  $\Delta m = 0$
2. moto rotatorio destrogiro o levogiro attorno a  $\mathbf{B}$   $\Delta m = \pm 1$ .

In questa prospettiva è facile dare una spiegazione dello stato di polarizzazione della luce. Se si osserva la radiazione elettromagnetica *lungo la direzione del campo  $\mathbf{B}$* , i termini  $\Delta m = \pm 1$  saranno polarizzati circolarmente ed avranno intensità molto maggiore dei termini  $\Delta m = 0$  poichè un dipolo non emette lungo la direzione che individua. Se si osserva *perpendicolarmente al campo  $\mathbf{B}$*  i termini  $\Delta m = \pm 1$  sono polarizzati perpendicolarmente al campo mentre quelli  $\Delta m = 0$  parallelamente al campo. In una transizione  $g_1 = g_2$  si osserverebbe un tripletto (detto normale per ragioni storiche) così come in una transizione  $0 \rightarrow 1$  o  $1 \rightarrow 0$ .

## 2.2 APPARATO SPERIMENTALE

L'intervallo dei valori di energia delle transizioni che consideriamo è lo stesso di quello già preso in considerazione nella spettroscopia, ma per rivelare il fenomeno in studio è necessario disporre di uno strumento con maggiore risoluzione; essa deve almeno raggiungere il decimo di angstrom.

## 2.3 Dispositivi interferometrici per alta risoluzione

Negli spettrografi a prisma la risoluzione dipende dalla lunghezza d'onda e dal materiale ma comunque è di qualche migliaio. Nei normali spettrografi a reticolo piano la risoluzione può essere di qualche decina di migliaia al primo ordine di interferenza. Per ottenere in modo semplice poteri risolutivi dell'ordine di centinaia di migliaia si ricorre a metodi interferometrici. Noi parleremo di quello di Lummer-Gehrcke.

### 2.3.1 La lamina di Lummer-Gehrcke

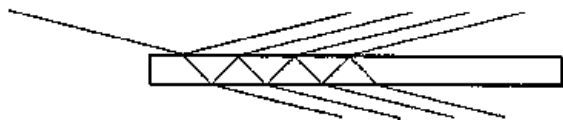
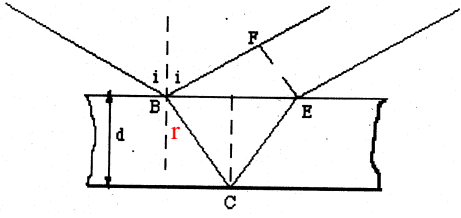


Figura 2.1: schema di lamina

La lamina di Lummer-Gehrcke sfrutta le frange di eguale inclinazione che hanno luogo quando luce monocromatica incide una lastra di vetro dalle facce perfettamente parallele. Si ha interferenza costruttiva con massimo di luce quando i raggi emergenti hanno percorso cammini ottici che differiscono di multipli interi di lunghezza d'onda.

Consideriamo la differenza di cammino ottico tra un raggio emergente e il successivo: perchè si abbia interferenza costruttiva dovrà essere eguale ad un multiplo di lunghezza d'onda,  $\Delta x = m\lambda$ .



Se  $n$  è l'indice di rifrazione della lastra la differenza di cammino ottico è  $2n \times \overline{BC} - \overline{BF}$ , ma  $\overline{BC} = d / \cos i'$  e  $\overline{BF} = \overline{BE} \sin i = 2d \sin i \tan i'$ , quindi

$$\Delta x = 2n \times \overline{BC} - \overline{BF} = \frac{2nd}{\cos i'} - \frac{2d \sin i' \sin i}{\cos i'} \quad (2.1)$$

ma  $\sin i = n \sin i'$  quindi

$$\Delta x = \frac{2dn(1 - \sin^2 i')}{\cos i'} = 2dn \cos i' = m\lambda \quad (2.2)$$

Figura 2.2: particolare di lamina per interferenza

L'equazione ottenuta è l'equazione fondamentale che definisce le condizioni di interferenza costruttiva; da questa si può ricavare un'altra espressione in funzione di  $i$  ricordando ancora che  $\cos i' = \sqrt{1 - \sin^2 i'}$  e  $\sin i = n \sin i'$ . Infine

$$4d^2(n^2 - \sin^2 i) = m^2 \lambda^2 \quad (2.3)$$

La dispersione angolare può essere ricavata dalla eq. 2.3 considerando  $m$  costante e differenziandola rispetto a  $i$  e  $\lambda$

$$4d^2 n dn - 2d^2 \sin 2i di = m^2 \lambda d\lambda$$

da cui

$$-\frac{di}{d\lambda} = \frac{m^2 \lambda - 4nd^2 \frac{dn}{d\lambda}}{2d^2 \sin 2i} \quad (2.4)$$

il primo termine al numeratore è solitamente predominante sul secondo.

In tali dispositivi interferometrici un altro concetto è importante, quello di *separazione angolare di due ordini consecutivi*. Infatti è caratteristico di tali strumenti avere ordini di interferenza ( $m \sim 2d/\lambda$ ) molto elevati ed angolarmente molto vicini.

Tale separazione si ricava anch'essa dall'eq. 2.3 considerando  $\lambda$  costante e differenziando rispetto ad  $i$  e  $m$ ,

$$-2d^2 di \sin 2i = m\lambda^2 dm$$

se noi poniamo  $dm = 1$  allora si ha

$$\Delta i = \frac{-m\lambda^2}{2d^2 \sin 2i} \quad (2.5)$$

che dà appunto la separazione angolare tra l'ordine di interferenza  $m$  ed  $m + 1$ .

Dalla riunione dei concetti di dispersione angolare e di separazione angolare di due ordini si perviene al concetto di *"range" utile (r.u.)* che è l'intervallo di lunghezze d'onda contenuta tra due ordini consecutivi.

$$\Delta \lambda_{r.u.} = \frac{d\lambda}{di} \Delta i = \frac{m\lambda^2}{m^2 \lambda - 4nd^2 \frac{dn}{d\lambda}} \quad (2.6)$$

Si può esprimere  $m^2$  in funzione di  $i$ , (dalla eq. 2.3  $m^2 = \frac{4d^2}{\lambda^2} (n^2 - \sin^2 i)$ ) e quindi si ottiene la seguente dipendenza di  $m$  da  $i$

$$\Delta \lambda_{r.u.} = \frac{\lambda^2}{2d} \times \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n^2 - \sin^2 i - n\lambda \frac{dn}{d\lambda}} \quad (2.7)$$

se la lamina è di vetro flint normale, per  $i \sim 90^\circ$ , il secondo rapporto vale  $\sim 0.85$  per  $\lambda \sim 5000\text{\AA}$ . Per uno spessore  $d \simeq 4 \text{ mm}$  si ha  $\Delta \lambda_{r.u.} = 0.21\text{\AA}$ .

Per fare un ulteriore esempio numerico calcoliamo la separazione angolare di due ordini supponendo  $n = 1.6$  ed  $i = 88^\circ$

$$\Delta i = \frac{-\lambda}{d} \sqrt{n^2 - 1} / \sin 4^0 \sim 3 \times 10^{-3} rad$$

La separazione lineare sulla lastra si otterrà moltiplicando per la distanza focale, quindi se  $f = 300 mm$  abbiamo

$$\Delta x \cong 1 mm$$

Per la stima del *potere risolvante* dell'interferometro di Lummer si applica, con le necessarie modifiche, quanto detto nei richiami elementari di ottica del reticolo di diffrazione.

Un discorso a parte va fatto per la *risoluzione*: a questo scopo è fondamentale considerare il coefficiente di riflessione dei raggi all'interno della lamina; infatti è importante che i raggi vengano prevalentemente riflessi cosicchè dalla lamina emergono un elevato numero di fasci di intensità confrontabile. Viceversa se i raggi fossero prevalentemente trasmessi dopo poche riflessioni non rimarrebbe più luce all'interno della lamina e si avrebbero solo pochi fasci emergenti.

Inoltre affinché entri nella lamina la maggior quantità possibile di luce si usa una lamina modificata secondo la figura.

Figura 1.12

Se tutti i fasci emergenti avessero eguale intensità si potrebbe ricavare che la risoluzione angolare  $\Delta\theta = \Delta i_{ris}$  è uguale alla separazione angolare tra due ordini di interferenza diviso il numero  $P$  dei fasci emergenti cioè  $\Delta i_{ris} = \Delta i_{r.u.}/P$ . Ma sappiamo che, in realtà i fasci emergenti hanno intensità decrescente. Si considera quindi un  $P$  efficace piuttosto di quello vero. Nella figura sono riportati in grafico i  $P$  efficaci in funzione di quelli veri per due valori del coefficiente di riflessione\*. <sup>1</sup>

Per  $\rho = 0.9$   $P_{eff.} = P$  almeno fino a  $P \sim 20$ . E' possibile calcolare il numero di fasci uscenti, infatti indicata con  $\ell$  la lunghezza della lamina si ha

$$P = \frac{\ell}{2d \tan i'} = \frac{\ell \sqrt{n^2 - 1}}{2d} \quad (2.8)$$

la risoluzione

$$R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda_{ris}} \quad \Delta \lambda_{ris} = \frac{\Delta \lambda_{r.u.}}{P}$$

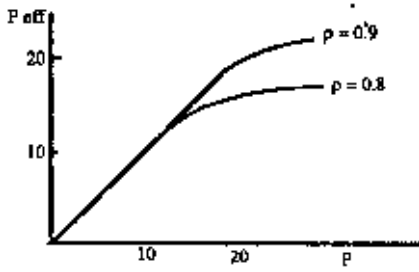


Figura 2.3: Fasci reali vs fasci efficaci

$$R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda_{r.u.}} P = \frac{\ell}{\lambda \sin i} \left( n^2 - \sin^2 i - n \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right) \quad (2.9)$$

se  $i \sim 90^\circ$  allora  $R$  è dell'ordine di  $\ell/\lambda$  che per  $\ell = 10 cm$  e  $\lambda \sim 5000 \text{ \AA}$  vale  $\sim 200000$ .

Perchè il coefficiente di riflessione sia dell'ordine di 0.9 è indispensabile che i fasci emergenti siano praticamente radenti  $\sin i \sim 1$  (in corrispondenza si ha anche la massima dispersione angolare): infatti il coefficiente di riflessione per luce polarizzata piana parallelamente al piano di incidenza è dato dalla relazione  $\rho_{//} = \frac{\tan^2(i - i')}{\tan^2(i + i')}$ , mentre per quella polarizzata perpendicolarmente vale  $\rho_{\perp} = \frac{\sin^2(i - i')}{\sin^2(i + i')}$ ; si vede che per entrambi  $\rho \rightarrow 1$  per  $i \rightarrow 90$ . Si può notare che poichè  $\rho_{\perp} > \rho_{//}$  la risoluzione è migliore per luce polarizzata perpendicolarmente.

<sup>1</sup>Ricordiamo che si definisce coefficiente di riflessione  $\rho$  la percentuale di energia elettromagnetica che viene riflessa alla superficie di discontinuità tra due mezzi di indice di rifrazione diverso; il coefficiente di trasmissione  $\tau$  ha la stessa definizione considerando però l'energia elettromagnetica rifratta. Quindi  $\rho + \tau = 1$ .

## Montaggio di un interferometro in uno spettrografo a prisma

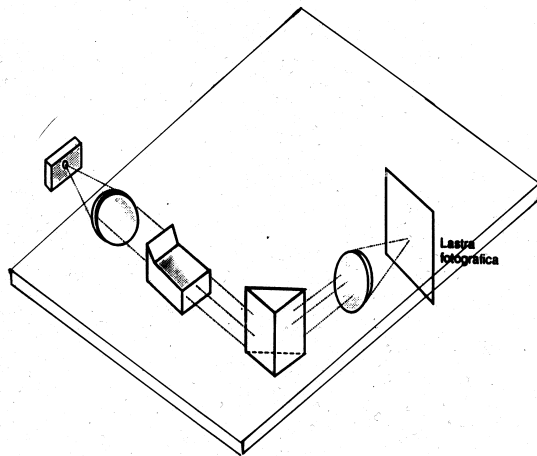


Figura 2.4: Schema interferometro a prisma

Un interferometro funziona solo in luce praticamente monocromatica: questo si realizza accoppiando la lamina di Lummer ad uno spettrografo a prisma. Un montaggio comunemente usato è quello “*interno*” in cui la lamina si trova tra collimatore e prisma; la lamina è posta in modo da disperdere la luce su un piano ortogonale a quello di dispersione del prisma (dispersioni incrociate), ne risulta che il piano della lamina di Lummer è ortogonale alla fenditura mentre lo spigolo del prisma è parallelo ad essa.

*Avviene che punti a varie altezze della fenditura generino raggi che incidono sulla lamina con varie inclinazioni.* Dalla lamina vengono trasmessi solo quei raggi che interferiscono costruttivamente: quindi sulla lastra anziché delle righe continue si vedranno delle righe spezzate in corrispondenza dei vari ordini di interferenza.

Se è presente una struttura iperfina questa è facilmente riconoscibile. (Fig.2.5 ).

L'interpretazione di tale immagine è semplice se lo scopo è quello di stabilire la separazione di due righe molto vicine ( $< 0.01 \text{ nm}$ ) in tal caso una interpolazione lineare può essere sufficiente: detto  $c$  la separazione lineare sulla lastra di due ordini allora si può scrivere

$$\Delta\lambda = \frac{x}{c} \Delta\lambda_{r.u.} \quad (23)$$

dove  $x$  è la distanza sulla lastra tra le due righe vicine; in realtà  $c$  può essere diverso per le due righe: allora si preferisce scrivere

$$\Delta\lambda = \frac{2x}{c_1 + c_2} \Delta\lambda_{r.u.} \quad (24)$$

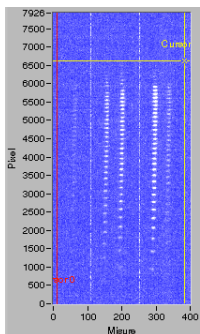


Figura 2.5: figure d'interferenza