

Tutoraggio Ricerca Operativa 2020/2021

Esercizi vari

Aurora Rossi, Alice Raffaele, Romeo Rizzi

Università degli Studi di Verona

25 marzo 2021



Il Pirellone è un noto grattacielo di Milano, in cui le finestre sono disposte ordinatamente per M righe (piani) e N colonne.

Non tutti i dipendenti spengono la luce dei loro uffici, la sera prima di uscire. Quindi alcune finestre rimangono illuminate e tocca al custode provvedere a spegnerle.

Per facilitare il compito del custode, sono stati predisposti $M + N$ **interruttori speciali**, con un funzionamento particolare.

Ci sono M interruttori di riga e N interruttori di colonna. Quando il custode agisce sull' i -esimo interruttore di riga, tutte le luci accese dell' i -esima riga si spengono ma, allo stesso tempo, quelle spente si accendono!

Analogamente alle righe, un interruttore di colonna spegne le luci accese di quella colonna e accende quelle spente.

Aiuta il custode a decidere quali degli $M + N$ interruttori azionare al fine di spegnere tutte le luci delle finestre del Pirellone.

L'**istanza** del problema è di questa forma:

1	0	1	1	0
0	1	0	0	1
1	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	0	1

Dove vi è 1 se la luce è accesa, 0 se la luce è spenta.

Domande da porsi:

- ❶ Ogni matrice è **spegnibile**?
- ❷ Se una matrice non è spegnibile contiene una matrice non spegnibile?
- ❸ Quali sono le matrici non spegnibili più **piccole**?
- ❹ Se una matrice non è spegnibile qual è il **numero minimo** di luci che rimangono accese?
- ❺ Ci sono più soluzioni che spengono la matrice?
- ❻ Quale è la soluzione più corta?

Utilizza il foglio jupyter per raggiungere maggiori consapevolezze.

Rank ed unrank di stringhe su un alfabeto

- ① **Stringa**: sequenza finita (di lunghezza s) di caratteri presi da un qualche alfabeto di riferimento.
- ② **Rank**: classificare nel nostro problema è disporre le stringhe in ordine lessicografico.
- ③ **Unrank**: declassificare, partendo da una stringa trovare il suo posto all'interno di tutte le liste.

Rank ed unrank di stringhe su un alfabeto

Vediamo un esempio (alfabeto: $\{A, B\}$, lunghezza stringa=3) per chiarire :

stringa 0: AAA

stringa 1: AAB

stringa 2: ABA

stringa 3: ABB

stringa 4: BAA

stringa 5: BAB

stringa 6: BBA

stringa 7: BBB

Richieste:

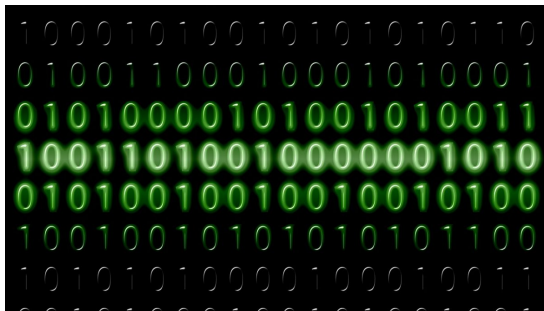
- ➊ **Rank**: data una posizione, stampare la stringa corrispondente (posizione 0 stringa AAA).
- ➋ **Unrank**: data una stringa, stampare la posizione corrispondente .

Rank ed unrank di stringhe su un alfabeto

Domande:

- 1 Dato un alfabeto di lunghezza s quante stringhe ci aspettiamo?
- 2 Prova a implementare i codici di rank e unrank con python.
- 3 Cosa cambia se l'alfabeto avesse lunghezza maggiore di 2?

Problema: ricevi in input un numero n (da convertire in numero binario) e devi trasformarlo nel numero 0 impiegando il minor numero possibile di mosse .



Un **numero binario** è una sequenza di cifre binarie (dette bit). Ogni cifra in posizione n (contate da destra verso sinistra iniziando da 0) si considera moltiplicata per 2^n , anziché per 10^n , come avviene nella numerazione decimale.

La formula per convertire un numero da binario a decimale (dove con d_n si indica la cifra di posizione n all'interno del numero, contate da destra verso sinistra iniziando da 0) è

$$d_n 2^n + d_{n-1} 2^{n-1} + \dots + d_1 2^1 + d_0 2^0 = N_{10}$$

Ad esempio

$$1001_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 9_{10}.$$

Task 1: implementare un codice Python che trasformi un numero da decimale a binario.

Mosse a disposizione:

- 1 inverte il valore del bit più a destra, ossia il bit di parità (quello meno significativo)
- 2 inverte il valore del bit alla immediata sinistra del bit posto più a destra tra quelli settati ad uno.

Task 2: implementare una funzione che ritorna il minimo numero di mosse per passare da n a zero. **Task 3:** implementare una funzione che ritorna 1 oppure 2: la risposta i ($= 1, 2$) è corretta se la mossa i , applicata ad n , ci porta un passo più vicini allo zero.