Compression

5 ETI – CPE Lyon

Majeure Image, modélisation et informatique

Noms, Prénoms : Simon Jeffrey, Rakotoarivony Aurore

Date : 14/10/2023

1 Introduction

La compression d'images est un domaine crucial en informatique, visant à réduire la taille des fichiers images tout en préservant une qualité visuelle acceptable. Cette réduction de taille est réalisée en exploitant les redondances et les informations superflues présentes dans les images. En effet, une image a des propriétés structurelles intéressantes pouvant être exploitées, notamment une forte redondance avec la continuité des objets sur une image. L'information sur la redondance pourra être simplifiée en vue de la compression. Il existe deux principales approches de compression : sans perte, préservant toutes les données originales, et avec perte, éliminant certaines informations pour obtenir une compression plus significative.
L'objectif de ce TP est d'explorer la compression d'images basée sur les ondelettes. Les ondelettes offrent une approche puissante pour représenter une image de manière compacte en exploitant ses composantes de fréquence.
La transformée en ondelette permet une compression efficace en répartissant l'information spatiale de l'image sur différentes échelles de résolution. Cette approche offre des avantages significatifs, tels que la capacité à maintenir une qualité visuelle tout en réduisant la taille du fichier.
Au cours de ce TP, nous explorerons la compression basé sur Discrete Wavelet Transform (DWT). Les ondelettes ont été popularisées par JPEG2000 qui a substitué la DCT (discrete cosine transform) du JPEG classique. Les ondelettes obtiennent de meilleurs résultats, c'est-à-dire un meilleur taux de compression pour une meilleure qualité d'image.
La compression d'images est essentielle dans de nombreux domaines, allant de la préservation de l'espace de stockage au traitement rapide des transferts d'images.
Les objectifs de ce TP sont d'atteindre un fort taux de compression pour une bonne qualité d'image.
Nous définissons le taux de compression de la manière suivante :

$$C = \frac{L_1}{L_2}$$

avec L la longueur de code en bits nécessaire pour stocker l'image. L_1 est associé à l'image d'origine et L_2 à l'image compressée. L'objectif de ce TP est d'avoir un taux de compression supérieur à 15.
Pour juger la qualité d'image, nous allons utiliser la RMSE :

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(p_i - \hat{p}_i)^2}$$

avec p_i les pixels de l'image d'origine et $\hat{p}_i$ les pixels de l'image compressée. Cela quantifie l'écart moyen des intensités des pixels de l'image compressée autour de celle de l'image d'origine.

2 Théorie

2.1 Exploitation de la redondance

Une image présente un fort taux de redondance en raison de la présence de motifs, de structures et de régularités visuelles se répétant à travers l'image. Les caractéristiques visuelles telles que les textures, les couleurs, les contours et les formes peuvent être similaires sur de nombreuses parties de l'image. Cette redondance peut être exploitée pour compresser l'image de manière plus efficace. Les images dites naturelles ont en effet un fort taux de redondance spatiale, avec des pixels voisins ayant des valeurs similaires.
Cette redondance spatiale implique une redondance de codage, conduisant à des séquences de bits similaires. Selon la théorie de l'information, des séquences de bits fortement corrélées apportent moins d'information sur le contenu de l'image car elles sont considérées comme ordinaires. Une image fortement corrélée peut ainsi être simplifiée. L'objectif est de transformer notre image vers un espace plus décorrélé. Il est connu, par exemple, que l'espace de Fourier est plus décorrélé que l'espace temporel. En effet, au centre de l'image dans l'espace de Fourier, on observe souvent de nombreux pixels à zéro. L'exemple le plus extrême est une image uniforme (corrélation maximale), qui dans l'espace de Fourier est caractérisée par un pic de Dirac, représentant un pixel et donc une très forte décorrélation. On a donc grâce à la décorrélation la même information, mais plus compact en suppport.
La décorrélation favorise la compression, car une source ayant une distribution uniforme sera difficilement compressible en raison de sa grande entropie. À l'inverse, une source où seuls quelques symboles ont une

forte probabilité sera plus facile à compresser. Il existe donc des bases vectorielles où l'image sera plus facile à compresser. Ces espaces ont souvent des bases orthogonales pour permettre la projection de l'image sur ces espaces par produit scalaire et exploitent aussi les propriétés de décorrélation entre les atomes de la base.
Historiquement, l'espace fréquentiel avec la Transformée en Cosinus Discrète (DCT) comme produit scalaire basé sur les cosinus était largement utilisé. Cependant, avec l'avènement de JPEG2000, la base d'ondelettes a été popularisée, offrant d'excellents résultats en matière de compression.

2.2 Qu'est-ce qu'une ondelette ?

Une ondelette est une fonction mathématique utilisée pour représenter un signal dans le domaine des fréquences. Contrairement à une transformée de Fourier qui utilise des sinus et des cosinus, la transformée en ondelette utilise des fonctions d'ondelettes qui sont localisées dans le temps et souvent compactes en support temporel et fréquentiel. Cette propriété de support borné dans les deux espaces confère un avantage par rapport à la DCT.
Une ondelette est donc une fonction $\psi(t)$ qui offre l'avantage d'assurer une analyse multirésolution dans la création d'une base d'ondelettes à partir de l'ondelette mère $\psi(t)$. La base ondelette s'exprime comme suit :

$$\psi_{j,k}(t) = \sqrt{2} \cdot 2^j \cdot \psi(2^j t - k)$$

Nous obtenons ainsi, par produit scalaire entre l'image et toutes les ondelettes translatées sur les pixels de l'image, des coefficients correspondant à toutes les résolutions d'échelles obtenues par dilatation de l'ondelette (la dilatation se fait sur les échelles j). De manière évidente, un j élevé annonce une ondelette comprimée sur son support et donc une meilleure résolution, c'est-à-dire une analyse fréquentielle plus fine avec des fréquences plus élevées.
Voici une figure représentant la décomposition en ondelette pour 2 échelles.

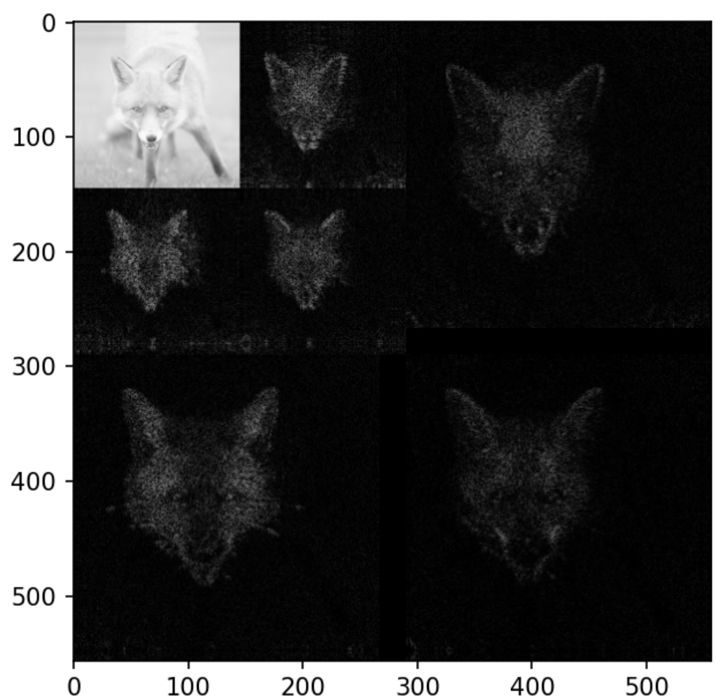

Figure 1 – Image d'une décomposition en ondelettes pour 2 échelles

Plus on se met à une échelle élevé, plus on aura de basse fréquences et plus on on aura de la décorrélation permettant une meilleure compression. Cette approche multi-résolution en fait une technique précieuse dans le traitement du signal et de l'image
Nous gardons une image d'approximation qui est l'image sans les hautes fréquences de l'ondelette.
Plus on va vers les hautes fréquences, c'est à dire plus on adopte un grand nombre d'échelle, et plus on pourra quantifier les détails superflus pour la compression mais on aura un nombre très élevé de coefficients qui prendront de la place.

2.3 Quantification

La représentation en ondelette étant plus optimale pour la compression, nous allons stocker l'image sous cette forme. Nous allons dons stocker les coefficients.Nous allons jouer sur l'encodage, c'est à dire le nombre de bit necessaire pour coder un coefficent. En ne changeant pas l'encodage, les ondelettes sont plus couteuse que l'image en terme de d'espace. En effet, une image est codé sur 8 bits,avec des valeurs pixel allant de 0 à 255 non signés. Les coefficents ondelettes sonnt signées et ont une valeur maximale supérieru à 255, ils prennent donc plus de bit d'encodage. Mais l'espace est tel que nous pouvons très facilement compresser leur poids. Le nombre de bit est en relation avec le maximum des coefficients. $N = \log_2(\max(c + 1)) + 1$ dans le cadre d'un entier signé. Nous voulons réduire le nombre de bit lors de l'encodage, c'est à dire avoir un plus petit maximum pour le coder sur moins de bit. Soit Δ le pas de quantification. En prenant une valeur bien choisi, nous pouvons baisser la valeur de tous les coefficients pour les encoder sur moins de bits. Nous prenons ensuite la valeur entière la plus proche de 0 pour ne pas encoder un flottant. Nous devons conserver le signe :

$$q = \text{sign}(c) \cdot \lfloor \frac{|c|}{\Delta} \rfloor$$

q est la quantification. L'image sera stocké sous cette forme. Neanmoins nous devons la décododer si nous voulons lire l'image, c'est à dire en revenant au même ordre de grandeur des coefficents en remultipliant par Δ

$$\hat{c} = (q + r \cdot \text{sign}(q)) \cdot \Delta \tag{1}$$

Nous ajoutons un paramètre r pour corriger l'erreur quadratique moyenne. r sera estimé de manière empirique. Plus Δ sera élevé, moins de bits coderont l'information, on gagne de la place mais les coefficients seront moins précis conduisant à une image flou. Nous devons trouver le Δ optimal.

2.4 Obtention du taux de compression

La longueur en bits allouée pour l'image de départ est $255 \cdot N$, avec N le nombre de pixels. La longueur en bits de l'image compressée se calcule sur les coefficients de détails. On additionne, pour chaque niveau de détail le nombre d'encodage avec le nombre de coefficient :

$$32 + \sum_{j=0}^{j_{\max}} \log_2(\max(c) + 1) \cdot N$$

N'oublions pas de transmettre le Δ sous forme d'entier non signé.

3 Objectif

On souhaite compresser une image tous en gardant une qualité acceptable.
On va chercher a obtenir un taux de compression de 15 sur cette image : On la passe en niveau de gris

4 Résultat

Le paramètre a prendre en compte est le pas de quantification δ cependant par soucis d'optimisation on va prendre en compte le nombre de bit que l'on veut garder comme paramètre. On en déduiras ensuite le delta correspondant. Pour calculer le delta on prend le maximum d'intensite d'une echelle aue l'on divise par le nombre de bit voulu.

4.1 Changement du coefficient de correction d'erreur

On va réaliser quatre experience en faisant varier la valeur du coefficient de correction d'erreur.
On prend comme valeur r = [0.3, 0.4, 0.5, 0.6].
On prend une ondelette de type debauchie-8.
On prend 4 niveaux d'échelles.
On prend comme pas de quantification (par échelle) δ = [278, 77, 65, 90, 96].

4.1.1 Experience 1 - r = 0.3

— type de l'ondelette : debauchie-8
— nombre d'échelles : 4
— nombre de bits par échelle : [15, 10, 5, 2, 1]
— pas de quantification : [278, 77, 65, 90, 96]
— r : 0.3

Image compréssée avec r = 0.3

— taux de compression : 15.5
— RMSE : 10.0

4.1.2 Experience 1 - r = 0.4

— type de l'ondelette : debauchie-8
— nombre d'échelles : 4
— nombre de bits par échelle : [15, 10, 5, 2, 1]
— pas de quantification : [278, 77, 65, 90, 96]
— r : 0.4

Image compréssée avec r = 0.4

— taux de compression : 15.5
— RMSE : 9.5

4.1.3 Experience 1 - r = 0.5

- type de l'ondelette : debauchie-8
- nombre d'échelles : 4
- nombre de bits par échelle : [15, 10, 5, 2, 1]
- pas de quantification : [278, 77, 65, 90, 96]
- r : 0.5

Image compréssée avec r = 0.5

- taux de compression : 15.5
- RMSE : 9.4

4.1.4 Experience 1 - r = 0.6

- type de l'ondelette : debauchie-8
- nombre d'échelles : 4
- nombre de bits par échelle : [15, 10, 5, 2, 1]
- pas de quantification : [278, 77, 65, 90, 96]
- r : 0.6

Image compréssée avec r = 0.6

- taux de compression : 15.5
- RMSE : 9.5

On observe que le taux de compression est identique pour les trois valeurs en revanche la rmse est meilleure pour r = 0.5.

4.2 Changement du type d'onde

On cherche à vérifier l'impact du type de l'ondelette sur la compression d'image.
On teste deux ondelettes l'ondelette debauchies-8 et l'ondelette debauchies-12

4.2.1 Experience 1 - debauchies-8

— type de l'ondelette : debauchie-8
— nombre d'échelles : 4
— nombre de bits par échelle : [15, 10, 5, 2, 1]
— pas de quantification : [278, 77, 65, 90, 96]
— r : 0.5

Image compréssée avec un debauchies-8

— taux de compression : 15.5
— RMSE : 9.6

4.2.2 Experience 2 - debauchie-12

- type de l'ondelette : debauchie-8
- nombre d'échelles : 4
- nombre de bits par échelle : [15, 10, 5, 2, 1]
- pas de quantification : [278, 77, 65, 90, 96]
- r : 0.5

Image compréssée avec un debauchies-12 avec un taux de compression de 12

- taux de compression : 12.4
- RMSE : 9.0

Avec le même nombre de bits par échelle on obtient une meilleur qualité d'image au dépend du taux de compression qui tombe à 12. Ainsi, ajuster le nombre de bits alloués à la compression devient nécessaire, bien que cela puisse introduire une marge d'erreur compte tenu de la disparité de configuration entre les deux situations.

— type de l'ondelette : debauchie-12
— nombre d'échelles : 4
— nombre de bits par échelle : [12, 7, 4, 2, 1]
— pas de quantification : [328, 81, 69, 89, 78]
— r : 0.5

Image compréssée avec un debauchies-12 avec un taux de compression de 15

— taux de compression : 14.8
— RMSE : 10.3

On constater que, pour des taux de compression comparables, l'ondelette de Daubechies-8 présente une meilleure qualité avec une RMSE de 9.6, tandis que celle de Daubechies-12 affiche une RMSE légèrement plus élevée, soit 10.3. Bien que la différence ne soit que peu perceptible à l'œil nu, il convient de nuancer ces résultats.

Il est important de noter que, lors d'une compression avec un nombre équivalent de bits alloués, l'image obtenue avec l'ondelette de Daubechies-12 s'améliore, mais au détriment du taux de compression qui descend à 12. Cela a conduit à la nécessité d'apporter des modifications aux nombres de bits autorisés afin de parvenir à un compromis, ramenant ainsi le taux de compression à 15 tout en maintenant une qualité d'image acceptable.

Cette démarche souligne l'importance de trouver un équilibre entre la qualité visuelle de l'image résultante, le taux de compression, et les ressources allouées en termes de bits. Les ajustements apportés aux paramètres sont essentiels pour atteindre les objectifs spécifiques en matière de qualité d'image et de taux de compression, tout en tenant compte des contraintes liées aux ressources disponibles.

5 Conclusion