

### سؤالات کنکور سراسری ۱۳۹۷

۱. اگر توصیف ورودی - خروجی یک سیستم به صورت  $y(t) = x(-t) + 2$  باشد، رابطه ورودی -

خروجی وارون (Inverse) آن، کدام است؟

$$y(t) = x(t) - 2 \quad (۱) \quad y(t) = x(-t) - 2 \quad (۲)$$

$$y(t) = x(t) + 2 \quad (۴) \quad y(t) = x(-t) + 2 \quad (۳)$$

فصل ۲

۲. پاسخ ضربه یک سیستم LTI زمان پیوسته برابر  $h(t) = \sqrt{2} \cos(\sqrt{3}t)$  است. پاسخ این سیستم

به ورودی  $x(t) = e^{-t}u(t)$  در لحظه  $t = \frac{\tan^{-1}\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ ، برابر کدام است؟

$$۱ \quad (۱) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۲) \quad \sqrt{2} \quad (۳) \quad ۲ \quad (۴)$$

فصل ۹

۳. رابطه ورودی - خروجی برای ۴ سیستم به صورت زیر داده شده است:

$$y(t) = \begin{cases} 0 & ; t < 0 \\ x(t) + x(t-2) & ; t \geq 0 \end{cases} \quad y(t) = \begin{cases} 0 & ; x(t) < 0 \\ x(t) + x(t-2) & ; x(t) \geq 0 \end{cases}$$

$$y(t) = x(t-2) + x(2-t) \quad \text{سیستم ۴} \quad y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau) d\tau \quad \text{سیستم ۳}$$

فصل ۲

کدام سیستم در خاصیت تغییرپذیری با زمان، با بقیه متفاوت است؟

$$۱ \quad (۱) \quad ۲ \quad (۲) \quad ۳ \quad (۳) \quad ۴ \quad (۴)$$

۴. سیگنال غیرعلی  $x(t)$  با تبدیل لاپلاس  $x(s) = \frac{s+2}{s-2}$  ورودی یک سیستم LTI و پاسخ به این

ورودی برابر  $-\frac{2}{3}e^{2t}u(-t) + \frac{1}{3}e^{-t}u(t)$  است. این سیستم:

- (۱) غیر علی و ناپایدار است. (۲) علی و ناپایدار است.  
(۳) غیر علی و پایدار است. (۴) علی و پایدار است.

فصل ۹

۵. حاصل کانولوشن  $\frac{\sin^2(\pi t)}{(\pi t)^2} \times \cos^2(\frac{\pi t}{2})$ ، برابر کدام است؟

$$(\pi(\frac{t}{T})) \xleftrightarrow{F} 2T \sin c(\frac{\omega T}{\pi}) \quad \text{(یادآوری:)}$$

$$0.25 + 0.5 \cos^2(\frac{\pi t}{2}) \quad (۱) \quad -0.25 + 0.5 \cos^2(\frac{\pi t}{2}) \quad (۲)$$

$$\cos^2(\frac{\pi t}{2}) \quad (۳) \quad 0.5 \cos^2(\frac{\pi t}{2}) \quad (۴)$$

فصل ۹

۶. سیگنال  $x(t)$  با تبدیل فوریه  $X(j\omega)$  را در نظر بگیرید. اطلاعات زیر در مورد این سیگنال در

دسترس است.

$x(t)$  - حقیقی است.

$$x(t) = 0 \quad t \leq 0 -$$

فصل ۵

$$\int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{Re}\{X(j\omega)\} e^{j\omega t} d\omega = 2\pi |t| e^{-|t|}$$

$x(t)$  برابر کدام است؟

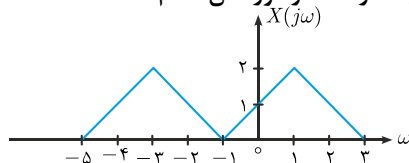
(۲)  $x(t) = 2\pi t e^t u(t)$

(۱)  $x(t) = 2\pi t e^{-t} u(t)$

(۴)  $x(t) = 2\pi t e^{-t} u(t)$

(۳)  $x(t) = 2\pi t e^t u(t)$

۷. تبدیل فوریه سیگنال  $x(t)$  مطابق شکل زیر است. گزینه درست در مورد آن کدام است؟



(۱)  $\angle x(t) = t$

(۲)  $x(t)$  حقیقی است.

(۳)  $\angle x(t) = -t$

(۴)  $x(t)$  موهومی و زوج است.

نفل ۵

۸. در شکل زیر،  $h_1[n]$  حقیقی و  $H_1(e^{j\omega}) = b_0 + b_1 e^{-j\omega}$  است که در آن  $b_0 > 0$  و  $H_1(e^{j\pi})$  می-

باشد. اگر  $h[n]$ ، پاسخ ضربه سیستم با ورودی  $x[n]$  و خروجی  $y[n]$  به صورت زیر باشد:

$$h[n] = \begin{cases} 5 & n = 0 \\ 2 & n = \pm 1 \\ 0 & \text{سایر} \end{cases}$$



نفل ۹

کدام گزینه درست است؟

(۲)  $b_1 = 2, b_0 = 1$

(۱)  $b_1 = 1, b_0 = 2$

(۴)  $b_1 = -1, b_0 = 1$

(۳)  $b_1 = -2, b_0 = 2$

۹. در یک سیستم LTI زمان گسسته با پاسخ ضربه  $h[n] = (\frac{1}{4})^{|n|}$ ، پاسخ به ورودی

$u[n] + u[n-2]$  در لحظه  $n = -2$  برابر کدام است؟ ( $u[n]$  تابع پله واحد می باشد).

(۴) ۴

(۳)  $\frac{19}{4}$

(۲)  $\frac{55}{16}$

(۱)  $\frac{31}{8}$

نفل ۳

۱۰. یک سیستم گسسته در زمان با رابطه ورودی-خروجی به صورت  $y[n] = \cos\left[\frac{\pi}{3}x[n]\right]$  را در

نظر بگیرید. کدام گزینه در مورد متناوب بودن خروجی به ازای  $x[n] = \frac{n^2}{4}$  صحیح است؟ ( $\Omega_0$ )

فرکانس اصلی در سیگنال های متناوب است)

(۴) متناوب نیست.

(۳)  $\Omega_0 = \frac{\pi}{4}$

(۲)  $\Omega_0 = \frac{\pi}{8}$

(۱)  $\Omega_0 = \frac{\pi}{3}$

نفل ۱۰

۱۱. معادله تفاضلی یک سیستم LTI زمان گسسته به صورت زیر داده شده است:

$$y[n] - \frac{1}{4}y[n-2] + \frac{1}{16}y[n-4] = x[n] + x[n-1]$$

خروجی سیستم به ورودی  $x[n] = 3 \cos \pi n$ ، کدام است؟

(۴) صفر

(۳)  $3 \sin \pi n$

(۲)  $\frac{3}{8} \cos \pi n$

(۱)  $\frac{3}{8} \sin \pi n$

نفل ۹

۱۲. اگر رابطه  $X(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\theta}) \frac{1}{1 - \frac{1}{2}e^{j(\frac{\omega}{2}-\theta)}} d\theta$  برقرار باشد، کدام گزینه درست است؟

فصل ۵

$$x[n] = 0 \text{ for } n = \text{even} \quad (۲)$$

$$x[n] = 0 \text{ for } |n| > 1 \quad (۱)$$

$$x[n] = 0 \text{ for } n = \text{odd} \quad (۴)$$

$$x[n] = 0 \text{ for } |n| > 0 \quad (۳)$$

## پاسخ تشریحی سؤالات کنکور سراسری ۱۳۹۷

(۱) گزینه ۲ صحیح است.

$$y(t) = x(-t) + 2 \rightarrow x(t) = y(-t) - 2 \\ \Rightarrow y(t) = x(-t) - 2$$

(۲) گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به اینکه پاسخ یک سیستم LTI به ورودی های سینوسی خالص، بسیار راحت حساب می شود، ابتدا جای ورودی و پاسخ ضربه را عوض کرده و سپس خروجی را محاسبه می نماییم. داریم:

$$x(t) = \sqrt{2} \cos(\sqrt{3}t), \quad h(t) = e^t u(t)$$

با توجه به حقیقی بودن  $h(t)$  می توانیم از فازور استفاده نماییم:

$$H(\omega) = \frac{1}{j\omega + 1}$$

$$y(t) = \left| H(\sqrt{3}) \right| \sqrt{2} \cos(\sqrt{3}t + \angle H(\sqrt{3})) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2} \cos(\sqrt{3}t - \tan^{-1}(\sqrt{3}))$$

$$\Rightarrow y\left(\frac{\tan^{-1}(\sqrt{3})}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cos(0) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

(۳) گزینه ۱ صحیح است.

فقط سیستم ۱، تغییرناپذیر با زمان است و بقیه سیستم ها تغییر پذیر با زمان هستند.

(۴) گزینه ۴ صحیح است.

$$X(s) = \frac{s+2}{s-2}, \quad \operatorname{Re}(s) < 2$$

$$Y(s) = \frac{2}{s-2} + \frac{1}{s+1}, \quad -1 < \operatorname{Re}(s) < 2$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s}{(s+1)(s+2)}, \quad \begin{cases} \operatorname{Re}(s) < -2 \\ -2 < \operatorname{Re}(s) < -1 \\ \operatorname{Re}(s) > -1 \end{cases}$$

ناحیه همگرایی  $H(s)$  باید با نواحی همگرایی  $X(s)$  و  $Y(s)$  اشتراک داشته باشد که فقط ناحیه  $\operatorname{Re}(s) > -1$  چنین است. پس سیستم علی و پایدار است.

(۵) گزینه ۱ صحیح است.

فرض می کنیم یک سیستم LTI با ورودی  $x(t) = \cos^2 \frac{\pi}{4} t$  و پاسخ ضربه  $h(t) = \left(\frac{\sin \pi t}{\pi t}\right)^2$  مغروض است و هدف محاسبه خروجی سیستم یعنی  $y(t) = x(t) * h(t)$  باشد. داریم:

$$x(t) = \cos^2 \frac{\pi}{4} t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \pi t$$

$$h(t) = \left( \frac{\sin \pi t}{\pi t} \right)^2 \xrightarrow{F} H(\omega) = \Lambda \left( \frac{\omega}{2\pi} \right)$$

$$y(t) = \frac{1}{2} H(0) + \frac{1}{2} |H(\pi)| \cos(\pi t + \angle H(\pi)) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cos \pi t = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cos^2 \frac{\pi}{4} t$$

۶) گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{Re}[X(\omega)] e^{j\omega t} d\omega = |t| e^{-|t|} \Rightarrow F^{-1} \{ \operatorname{Re}[X(\omega)] \} = |t| e^{-|t|}$$

با توجه به حقیقی بودن  $x(t)$  داریم:

$$x_e(t) \xleftarrow{F} \operatorname{Re}[X(\omega)] \Rightarrow x_e(t) = |t| e^{-|t|}$$

حال با توجه به علی بودن  $x(t)$  خواهیم داشت:

$$x(t) = \begin{cases} 2x_e(t), & t > 0 \\ x_e(0), & t = 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} = 2t e^{-|t|} u(t) = 2t e^{-t} u(t)$$

۷) گزینه ۳ صحیح است.

$$\text{حقیقی و زوج } X(\omega) \xleftarrow{F^{-1}} (x(t)e^{jt})$$

$$\Rightarrow \angle x(t)e^{jt} = 0 \text{ or } \pi$$

$$\Rightarrow \angle x(t) = -t \text{ or } \pi - t$$

۸) گزینه ۱ صحیح است.

$$H_1(\pi) = b_0 - b_1 e^{-j\pi} = b_0 - b_1 = 1 \quad (1)$$

$$h[n] = h_1[n] * h_1[-n], \quad h_1[n] = b_0 \delta[n] + b_1 \delta[n-1]$$

$$\Rightarrow h[n] = (b_0 \delta[n] + b_1 \delta[n-1]) * (b_0 \delta[n] + b_1 \delta[n+1])$$

$$= (b_0^2 + b_1^2) \delta[n] + b_0 b_1 (\delta[n-1] + \delta[n+1])$$

$$= 5 \delta[n] + 2(\delta[n-1] + \delta[n+1])$$

$$\Rightarrow b_0 = 2, \quad b_1 = 1$$

البته با همان اطلاعات رابطه (۱) نیز پاسخ از گزینه‌ها مشخص بود.

۹) گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} x(n) &= \underbrace{1}_{x_1[n]} + \underbrace{\delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2]}_{x_2[n]} \\ y[n] &= x[n] * h[n] = x_1[n] * h[n] + x_2[n] * h[n] \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{|k|} + \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|} + \left(\frac{1}{2}\right)^{|n-1|} + \left(\frac{1}{2}\right)^{|n-2|} \\ &= 2 \sum_{k=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k - 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|} + \left(\frac{1}{2}\right)^{|n-1|} + \left(\frac{1}{2}\right)^{|n-2|} \\ &= 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|} + \left(\frac{1}{2}\right)^{|n-1|} + \left(\frac{1}{2}\right)^{|n-2|} \\ \Rightarrow y(-2) &= 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

۱۰) گزینه ۳ صحیح است.

$$y(n) = \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} n^2\right) \xrightarrow{\text{نکته ۸۶}} N = \lambda \Rightarrow \omega_0 = \frac{\pi}{4}$$

۱۱) گزینه ۴ صحیح است.

با فرض پایداری سیستم داریم:

$$\begin{aligned} H(\omega) &= \frac{1 + e^{-j\omega}}{1 - \frac{1}{2}e^{-j2\omega} + \frac{1}{4}e^{-j4\omega}} \\ x(n) &= 2e^{j\pi n} \Rightarrow y(n) = 2 \underbrace{H(\pi)}_0 e^{j\pi n} = 0 \end{aligned}$$

۱۲) گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{aligned} X(r\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\theta) \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}e^{j(\omega-\theta)}} d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi} X(\omega) * \frac{1}{1 - \frac{1}{2}e^{j\omega}} \\ \xrightarrow{F^{-1}} x_{(r)}[n] &= x[n] \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-n} u[-n] = x[n] \cdot 2^n u[-n] \quad (1) \\ \left\{ \begin{array}{l} n=0 \Rightarrow x[0] = x[0] \rightarrow x[0] = ? \\ n=-1 \Rightarrow 0 = x[-1] \cdot \frac{1}{2} \rightarrow x[-1] = 0 \\ n=-2 \Rightarrow \underbrace{x[-1]}_0 = x[-2] \cdot \frac{1}{4} \rightarrow x[-2] = 0 \\ \vdots \end{array} \right. \end{aligned}$$

به همین ترتیب برای همه  $n$  های منفی،  $x[n] = 0$  به دست می‌آید. سپس با جایگذاری  $n > 0$  در دو طرف رابطه (۱)،  $x[n]$  برای  $n$  های مثبت نیز برابر صفر خواهد شد. پس  $x[n]$  فقط می‌تواند در  $n = 0$  مقدار غیر صفر داشته باشد. یعنی داریم:

$$x[n] = 0, |n| > 0$$