



نسخه ۱.۰

مطالب حفظ لازم
نظریه محاسبات، زبان ها و اتوماتا
دکتر امیرحسین کاشفی

آکادمی تورینگ @TuringAcademy



مقدمات

نکته: عضو x را در نظر بگیرید، بسته به شرایط x می توان گفت:

1. $x \notin A$, $x \notin B$ نتیجه $A \neq \bar{B}$
2. $x \notin A$, $x \in B$ نتیجه $B \subsetneq A \Rightarrow A \neq B$
3. $x \in A$, $x \notin B$ نتیجه $A \subsetneq B \Rightarrow A \neq B$
4. $x \in A$, $x \in B$ نتیجه $A \neq \bar{B}$, $A \cap B \neq \emptyset$

@TuringAcademy

نکته: هر مجموعه متناهی و مجموعه توانی آن شمارا است و هر مجموعه نامتناهی می تواند شمارا یا ناشمارا باشد.

@TuringAcademy

نکته: هر زیرمجموعه از یک مجموعه شمارا، شماراست و هر ابرمجموعه از یک مجموعه ناشمارا، ناشماراست.

نکته: به ازای هر مجموعه نامتناهی مانند A ، مجموعه توانی آن یعنی $P(A)$ ناشمارا است.

نکته: اجتماع تعداد نامتناهی از مجموعه های شمارا، شمارا است.

نکته: اگر دو مجموعه A و B شمارا باشند، مجموعه زیرمجموعه های k عضوی A ، $A \times B$ ، $A \cup B$ و $A \cap B$ همگی شمارا هستند.

نکته: Σ^* کلیه رشته های تعریف شده روی الفبای Σ را تولید خواهد کرد. حال هر زیرمجموعه از Σ^* یک زبان خواهد بود و مجموعه توانی Σ^* یا 2^{Σ^*} عبارتست از مجموعه تمامی زبان های تعریف شده روی الفبای Σ .

@TuringAcademy

نکته: از آنجا مجموعه توانی هر مجموعه شمارا، ناشماراست، مجموعه تمامی زبان های تعریف شده روی روی الفبای Σ یا 2^{Σ^*} ناشماراست.

نکته: اگر L_1 ، L_2 و L_3 سه زبان دلخواه باشد، روابط زیر همواره برقرار است.

1. $L_1.(L_2 \cup L_3) = L_1.L_2 \cup L_1.L_3$
2. $(L_2 \cup L_3).L_1 = L_2.L_1 \cup L_3.L_1$
3. $L_1.(L_2 \cap L_3) \subseteq L_1.L_2 \cap L_1.L_3$
4. $(L_2 \cap L_3).L_1 \subseteq L_2.L_1 \cap L_3.L_1$

نکته: اگر $L_1 \subseteq L_2$ آنگاه به ازای هر زبان دلخواه مانند L_3 نتایج زیر را می توان گرفت:

1. $L_3.L_1 \subseteq L_3.L_2$
2. $L_1.L_3 \subseteq L_2.L_3$

@TuringAcademy

نکته: اگر $L_1 \subseteq L_2$ و $L_3 \subseteq L_4$ آنگاه:

1. $L_3.L_1 \subseteq L_4.L_2$
2. $L_1.L_3 \subseteq L_2.L_4$

انتشار ایمان توسط مولف در کانال آکادمی تورینگ استاد کاشفی

کانال تورینگ در آپارات aparat.com/turing

@Dr_kashefi

ارتباط با استاد در تلگرام

@TuringAcademy

@TuringGroup

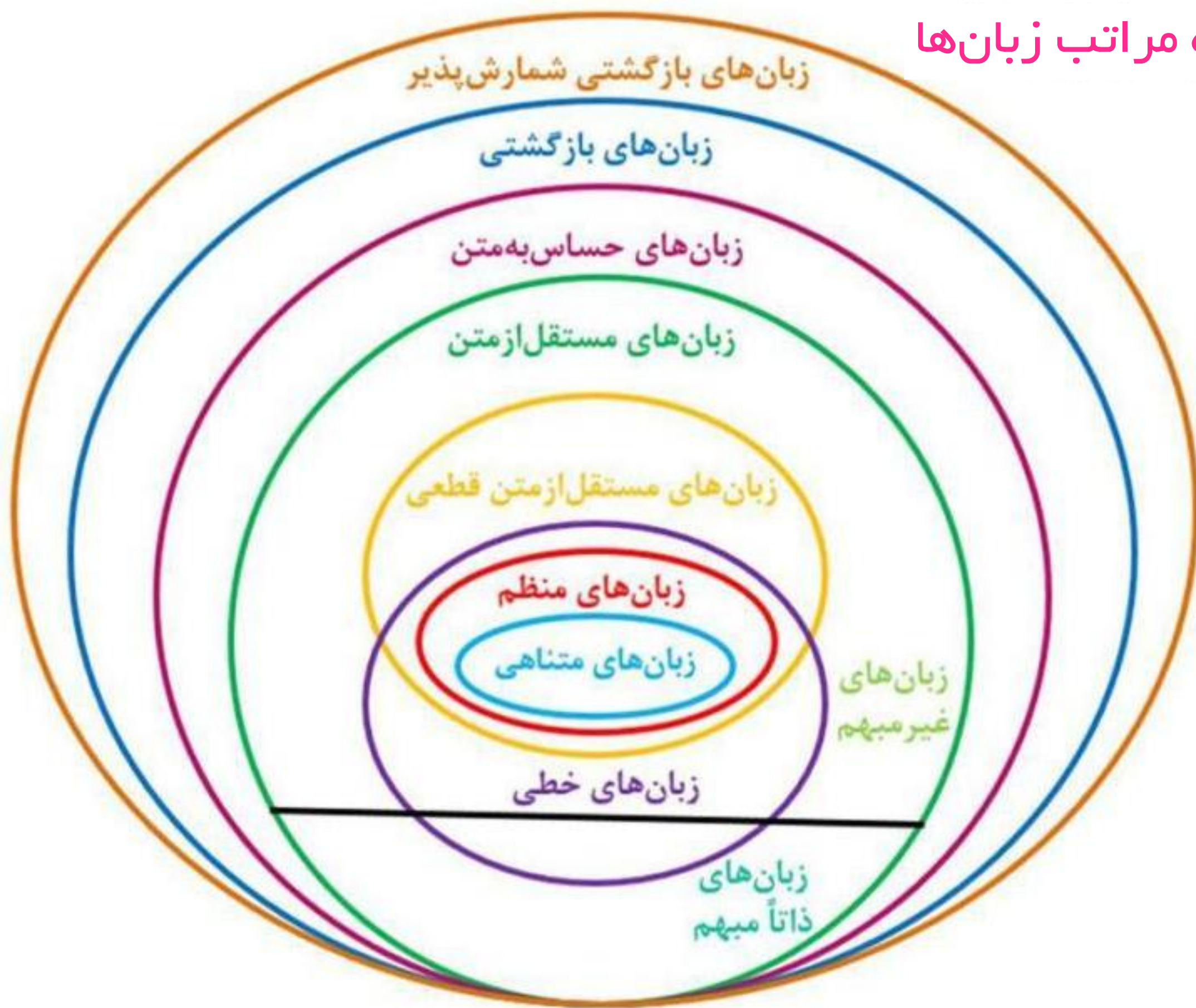
آکادمی تورینگ در تلگرام
گروه تورینگ در تلگرام



عملگرها روی زبان های خاص

	$(^R)$	$(^-)$	$(^{n \neq 0})$	$(^*)$	$(^+)$	\emptyset $/\emptyset$ $\backslash \emptyset$	λ $/\lambda$ $\backslash \lambda$	$.L$	$.L^*$	$.L^+$
L	L^R	\bar{L}	L^n	L^*	L^+	\emptyset	L	L^2	L^+	$L.L^+$
L^R	L	\bar{L}^R	$(L^R)^n$	$(L^R)^*$	$(L^R)^+$	\emptyset	L^R	$L^R.L$	$L^R.L^*$	$L^R.L^+$
\bar{L}	\bar{L}^R	L	\bar{L}^n	\bar{L}^*	\bar{L}^+	\emptyset	\bar{L}	$\bar{L}.L$	$\bar{L}.L^*$	$\bar{L}.L^+$
L^*	$(L^*)^R$	\bar{L}^*	L^*	L^*	L^*	\emptyset	L^*	L^+	L^*	L^+
L^+	$(L^+)^R$	\bar{L}^+	$(L^+)^n$	L^*	L^+	\emptyset	L^+	$L^+.L$	L^+	$L^+.L^+$
Σ^*	$(\Sigma^*)^R$	\emptyset	Σ^*	Σ^*	Σ^*	\emptyset	Σ^*	$.L\Sigma^*$	$.L^*\Sigma^*$	$.L^+\Sigma^*$
Σ^+	$(\Sigma^+)^R$	λ	$(\Sigma^+)^n$	Σ^*	Σ^+	\emptyset	Σ^+	$.L\Sigma^+$	$.L^*\Sigma^+$	$.L^+\Sigma^+$
λ	λ	Σ^+	λ	λ	λ	\emptyset	λ	L	L^*	L^+
\emptyset	\emptyset	Σ^*	\emptyset	λ	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset

سلسله مراتب زبان ها



انتشار یگان توسط مولف در کانال آکادمی تورینگ استاد کاشفی

کانال تورینگ در آپارات [aparat.com/turing](https://www.aparat.com/turing)

@Dr_kashefi

@TuringAcademy

@TuringGroup

آکادمی تورینگ در تلگرام

گروه تورینگ در تلگرام

ارتباط با استاد در تلگرام



نکات اتوماتای متناهی

زبان	DFA	زبان	DFA
$L = \emptyset$		$L = \Sigma^*$	
$L = \lambda$		$L = \Sigma^+$	

تعریف ۲-۵ اگر L یک زبان روی الفبای Σ باشد، و x و y رشته‌هایی روی Σ^* باشد، x و y را براساس L قابل تمایز^۱ یا L -قابل تمایز گویند هرگاه رشته $z \in \Sigma^*$ وجود داشته باشد که از میان xz و yz فقط یکی متعلق به L باشد. به عبارتی دیگر، x و y ، L -قابل تمایز هستند هرگاه $L \setminus x \neq L \setminus y$.

@TuringAcademy

نکته: برای تشخیص تعداد کمینه وضعیت‌های یک DFA می‌توان تعداد کلاس‌های هم‌ارزی حاصل از DFA که مجموعه Σ^* را افزار می‌کنند را بدست آورد.

@TuringAcademy

نکته: تعداد کل حالات و تعداد حالات پایانی ماشین متناهی قطعی پذیرنده $L_1 \cap L_2$ برابر است با:

$$|Q| = |Q_1 \times Q_2| = |Q_1| \times |Q_2|, \quad |F| = |F_1 \times F_2| = |F_1| \times |F_2|$$

نکته: تعداد حالات پایانی ماشین متناهی قطعی پذیرنده $L_1 \cup L_2$ برابر است با:

$$|F| = |F_1 \times Q_2| + |Q_1 \times F_2| - |F_1 \times F_2|$$

@TuringAcademy

نکته: تعداد حالات پایانی ماشین متناهی قطعی پذیرنده $L_1 - L_2$ برابر است با:

$$|F| = |F_1 \times (Q_2 - F_2)|$$

زبان مشخص یا **definite** - $L \subseteq \Sigma^*$ یک زبان مشخص است اگر و فقط اگر $L = E \cup \Sigma^* H$ که در آن $E, H \subseteq \Sigma^*$ دو زبان متناهی هستند.

@TuringAcademy

خانواده زبان‌های مشخص یا **definite** تحت اعمال اجتماع، اشتراک، تفاضل و مکمل بسته و تحت اعمال بستار ستاره، وارون و الحاق بسته نیستند.

استادریگان توسط مولف در کانال آکادمی تورینگ استاد کاشفی

کانال تورینگ در آپارات aparat.com/turing

@Dr_kashefi

آکادمی تورینگ در تلگرام [@TuringAcademy](https://t.me/TuringAcademy)

@TuringGroup

ارتباط با استاد در تلگرام

گروه تورینگ در تلگرام



لم تزریق زبان‌های منظم

اگر L یک زبان منظم نامتناهی باشد $\Rightarrow \exists n \geq 0$

$$\forall w \in L, |w| \geq n$$

$$\exists x, y, z \in \Sigma^*, w = xyz, |xy| \leq n, |y| \geq 1$$

$$\forall i \geq 0, w_i = xy^i z \in L$$

@TuringAcademy

$$\forall n \geq 0$$

$$\exists w \in L, |w| \geq n$$

$$\forall x, y, z \in \Sigma^*, w = xyz, |xy| \leq n, |y| \geq 1$$

$$\exists i \geq 0, w_i = xy^i z \notin L \Rightarrow L \text{ یک زبان منظم نیست}$$

@TuringAcademy

لم تزریق زبان‌های مستقل از متن

اگر L یک زبان مستقل از متن نامتناهی باشد $\Rightarrow \exists n \geq 0$

$$\forall w \in L, |w| \geq n$$

$$\exists u, v, x, y, z \in \Sigma^*, w = uvxyz, |vxy| \leq n, |vy| \geq 1$$

$$\forall i \geq 0, w_i = uv^i xy^i z \in L$$

@TuringAcademy

$$\forall n \geq 0$$

$$\exists w \in L, |w| \geq n$$

$$\forall u, v, x, y, z \in \Sigma^*, w = uvxyz, |vxy| \leq n, |vy| \geq 1$$

$$\exists i \geq 0, w_i = uv^i xy^i z \notin L \Rightarrow L \text{ یک زبان مستقل از متن نیست}$$

@TuringAcademy

لم تزریق زبان‌های مستقل از متن خطی

اگر L یک زبان مستقل از متن خطی نامتناهی باشد $\Rightarrow \exists n \geq 0$

$$\forall w \in L, |w| \geq n$$

$$\exists u, v, x, y, z \in \Sigma^*, w = uvxyz, |uvvz| \leq n, |vy| \geq 1$$

$$\forall i \geq 0, w_i = uv^i xy^i z \in L$$

@TuringAcademy

$$\forall n \geq 0$$

$$\exists w \in L, |w| \geq n$$

$$\forall u, v, x, y, z \in \Sigma^*, w = uvxyz, |uvvz| \leq n, |vy| \geq 1$$

$$\exists i \geq 0, w_i = uv^i xy^i z \notin L \Rightarrow L \text{ یک زبان مستقل از متن خطی نیست}$$

@TuringAcademy

استادریان تومپسون مولف در کانال آکادمی تورینگ استاد کاشفی

aparat.com/turing

@Dr_kashefi

کانال تورینگ در آپارات
ارتباط با استاد در تلگرام

@TuringAcademy

@TuringGroup

آکادمی تورینگ در تلگرام
گروه تورینگ در تلگرام



گرامرها

کران بالای تعداد فرم‌های جمله‌ای - اگر $G = (V, T, S, P)$ گرامر مستقل از متنی باشد که در آن هیچ قاعده‌ای با فرم $A \rightarrow \lambda$ و $A \rightarrow B$ وجود نداشته باشد، کران بالا برای تعداد کل فرم‌های جمله‌ای عبارتست از:

@TuringAcademy

$$M = |P| + |P|^2 + \dots + |P|^{2|W|} \in O(P^{2|W|+1})$$

گرامرهای ساده یا S-گرامرها - گرامر مستقل از متن $G = (V, T, S, P)$ ، گرامر ساده یا S-گرامر است هرگاه تمامی قوانین آن به فرم $A \rightarrow ax$ باشد که در آن $A \in V$ و $a \in T$ ، $x \in V^*$ و زوج (A, a) حداکثر یکبار در مجموعه قوانین P وجود داشته باشد.

@TuringAcademy

@TuringAcademy

$$\text{complexity}(G) = \sum_{A \rightarrow V \in P} \{1 + |v|\}$$

نکته: گرامر $G = (V, T, S, P)$ را کمینه گویند اگر به ازای هر گرامر $\hat{G} = (\hat{V}, \hat{T}, S, \hat{P})$ که $L(\hat{G}) = L(G)$ داشته باشیم:

$$\text{complexity}(G) \leq \text{complexity}(\hat{G})$$

گرامر برابری نمادها

یکی از زبان‌های بسیار پرتکرار در کنکور زبانی روی الفبای a و b با جملاتی با تعداد مساوی از a و b است. گرامرهای متنوعی برای این زبان وجود دارد که در تست های کنکور آمده است و همگی معادل و مبهم هستند:

$$G1: S \rightarrow aSbS \mid bSaS \mid \text{eps}$$

کتاب مرجع

$$G2: S \rightarrow aSb \mid bSa \mid SS \mid \text{eps}$$

کتاب مرجع

$$G3: S \rightarrow aB \mid bA \mid \text{eps}$$

$$A \rightarrow SaS$$

$$B \rightarrow SbS$$

علوم کامپیوتر ۹۴

$$G4: S \rightarrow aB \mid bA \mid \text{eps}$$

$$A \rightarrow a \mid aS \mid bAA$$

$$B \rightarrow b \mid bS \mid aBB$$

مهندسی کامپیوتر ۹۷

اما گرامر غیر مبهم این زبان به چه صورت است:

$$G5: S \rightarrow aBS \mid bAS \mid \text{eps}$$

$$A \rightarrow a \mid bAA$$

$$B \rightarrow b \mid aBB$$

@TuringAcademy آکادمی تورینگ

ابهام در گرامر

$$\textcircled{1} \begin{cases} A \rightarrow A\alpha A \\ A \rightarrow A\alpha \mid \beta A \end{cases} \text{خوبه چه وجه برعکس} \quad \textcircled{2} \alpha \in (V \cup T)^* \text{ از یک تغییر معنی به در شکل تولید شود.}$$

$$\textcircled{3} A \Rightarrow^+ A$$

$$\textcircled{4} \text{ اگر یک تغییر ۱ بگونه بهت سرحد در } S \text{ ظاهر شود} \quad S \Rightarrow \dots \Rightarrow \alpha A A \beta \Rightarrow \dots \Rightarrow \epsilon$$

$$A \Rightarrow^* \epsilon$$

اشتراک‌یاب توسط مولف در کانال آکادمی تورینگ استاد کاشفی

کانال تورینگ در آپارات aparat.com/turing

@Dr_kashefi

ارتباط با استاد در تلگرام

@TuringAcademy

@TuringGroup

آکادمی تورینگ در تلگرام
گروه تورینگ در تلگرام



خواص عبارات منظم

۱- خواص * و + ترکیبی:

$$(\alpha^*)^* = (\alpha^+)^* = (\alpha^*)^+ = \alpha^* . \alpha^* = \alpha^* \quad , \quad (\alpha^+)^+ = \alpha^+ . \alpha^* = \alpha^* . \alpha^+ = \alpha^+$$

۲- توان در عبارت منظم:

$$n \geq 0 \rightarrow \alpha^n = \alpha^* \quad , \quad n \geq 1 \rightarrow \alpha^n = \alpha^+$$

۳- خواص \emptyset و λ و عملگر ؟:

$$\lambda . \alpha = \alpha . \lambda = \alpha \quad , \quad \emptyset . \alpha = \alpha . \emptyset = \emptyset \quad , \quad \alpha + \lambda = \alpha?$$

۴- عبارات یکی در میان:

$$\alpha . \beta . \alpha . \beta . \alpha . \beta \dots \beta . \alpha = (\alpha . \beta)^* . \alpha = \alpha . (\beta . \alpha)^*$$

۵- فاکتورگیری از یک عبارت منظم:

$$\text{فاکتورگیری} \begin{cases} \alpha . \beta + \alpha . \gamma = \alpha . (\beta + \gamma) \\ \beta . \alpha + \gamma . \alpha = (\beta + \gamma) . \alpha \end{cases}$$

@TuringAcademy

۶- کلیه رشته‌های تولید شده با عبارات منظم:

$$\begin{aligned} (\alpha + \beta)^* &= (\alpha^* + \beta^*)^* = (\alpha^* + \beta)^* = (\alpha + \beta^*)^* = \\ &= (\alpha^* . \beta^*)^* = (\beta^* . \alpha^*)^* = \alpha^* . (\beta . \alpha^*)^* = (\alpha^* . \beta)^* . \alpha^* = \\ &= (\alpha^* . \beta)^* + (\alpha . \beta^*)^* = \\ &= (\alpha^* \beta . \alpha^*)^* + \alpha^* \end{aligned}$$

۷- اگر $\delta, \theta \in (\alpha + \beta)^*$ همواره داریم:

$$\delta^* . (\alpha + \beta)^* = (\alpha + \beta)^* . \theta^* = \delta^* . (\alpha + \beta)^* . \theta^* = (\alpha + \beta + \delta)^* = (\alpha + \beta)^*$$

۸- همواره داریم:

$$(\alpha + \beta)^* = (\alpha + (\alpha + \beta)^* \beta (\alpha + \beta)^*)^*$$

۹- عباراتی شامل حداقل یک α عبارتند از:

$$(\alpha + \beta)^* . \alpha . (\alpha + \beta)^* = \beta^* . \alpha . (\alpha + \beta)^* = (\alpha + \beta)^* . \alpha . \beta^* \neq \beta^* . \alpha . \beta^*$$

۱۰- خواص معکوس روی عبارات منظم

$$(\alpha + \beta)^R = \alpha^R + \beta^R \quad , \quad (\alpha^*)^R = (\alpha^R)^* \quad , \quad (\alpha . \beta)^R = \beta^R . \alpha^R$$

زبان‌های ذاتا مبهم

۱- زبان مستقل از متن باشد و منظم یا حساس به متن نباشد.

۲- از اجتماع دو زبان دیگر بدست آید که اشتراک این دو زبان نامتناهی بوده و بتوان اشتراک را فقط در یکی از آنها قرار داد.

انتشار رایگان توسط مولف در کانال آکادمی تورینگ استاد کاشفی

کانال تورینگ در آپارات aparat.com/turing

@Dr_kashefi

ارتباط با استاد در تلگرام

@TuringAcademy

@TuringGroup

آکادمی تورینگ در تلگرام

گروه تورینگ در تلگرام



زبان‌های UV

این زبان‌ها زبان‌هایی هستند که ساختار آن‌ها از الحاق دو رشته دلخواه تشکیل شده و شرایط آن می‌تواند در نوع زبان تنوع ایجاد کند.

توجه: اگر $\Sigma = \{a, b\}$ آنگاه \tilde{w} از تبدیل تمامی a ها به b و تمامی b ها به a در رشته w بدست می‌آید.

نوع زبان	زبان معادل	زبان
حساس به متن	$L = \{ww \mid w \in \Sigma^*\}$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^*, u = v\}$
حساس به متن	$L = \{ww \mid w \in \Sigma^+\}$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^+, u = v\}$
منظم	$L = \Sigma^+$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^*, u \neq v\}$
منظم	$L = \{ab, ba\} \cup \Sigma\Sigma\Sigma^+$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^+, u \neq v\}$
منظم	$L = \{w \mid w \in \Sigma^*, w = 2k\}$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^*, u = v \}$
منظم	$L = \{w \mid w \in \Sigma^+, w = 2k\}$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^+, u = v \}$
منظم	$L = \Sigma^+$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^*, u \neq v \}$
منظم	$L = \Sigma\Sigma\Sigma^+$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^+, u \neq v \}$
مستقل از متن	$L = \{ww^R \mid w \in \Sigma^*\}$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^*, u = v^R\}$
مستقل از متن	$L = \{ww^R \mid w \in \Sigma^+\}$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^+, u = v^R\}$
منظم	$L = \Sigma^+$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^*, u \neq v^R\}$
منظم	$L = \{ab, ba\} \cup \Sigma\Sigma\Sigma^+$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^+, u \neq v^R\}$
حساس به متن	$L = \{w\tilde{w} \mid w \in \Sigma^*\}$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^*, u = \tilde{v}\}$
حساس به متن	$L = \{w\tilde{w} \mid w \in \Sigma^+\}$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^+, u = \tilde{v}\}$
منظم	$L = \Sigma^+$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^*, u \neq \tilde{v}\}$
منظم	$L = \{aa, bb\} \cup \Sigma\Sigma\Sigma^+$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^+, u \neq \tilde{v}\}$
منظم	$L = \Sigma^*$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^*, u \text{ is prefix } v\}$
حساس به متن	$L = \{wvx \mid w \in \Sigma^+, x \in \Sigma^*\}$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^+, u \text{ is prefix } v\}$
منظم	$L = \Sigma^+$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^*, u \text{ is not prefix } v\}$
منظم	$L = \{ab, ba\} \cup \Sigma\Sigma\Sigma^+$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^+, u \text{ is not prefix } v\}$
منظم	$L = \Sigma^*$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^*, u \text{ is substring } v\}$
منظم	$L = \{a\Sigma^*a\Sigma^*\} \cup \{b\Sigma^*b\Sigma^*\}$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^+, u \text{ is substring } v\}$
منظم	$L = \Sigma^+$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^*, u \text{ is not substring } v\}$
منظم	$L = \{ab, ba\} \cup \Sigma\Sigma\Sigma^+$	$L = \{uv \mid u, v \in \Sigma^+, u \text{ is not substring } v\}$

استادریان توسط مولف در کانال آکادمی تورینگ استاد کاشفی

کانال تورینگ در آپارات aparat.com/turing

@Dr_kashefi

ارتباط با استاد در تلگرام

@TuringAcademy

@TuringGroup

آکادمی تورینگ در تلگرام
گروه تورینگ در تلگرام



زبان‌های که منظم نیستند

$$\{a^n b^m \mid n \neq m\}$$

$$\{w \mid |w|_a \neq |w|_b\}$$

$$\{w_1 w_2 \mid w_1 = w_2^R\} \quad \{w \mid w \text{ آینه‌ای}\} \quad w w^R \quad w(a+b)w^R \quad w \in \{a,b\}^*$$

$$a^n b^n c^n, \quad w w, \quad \{w \mid |w|_a = |w|_b = |w|_c\} \quad a^{f(n)} \rightarrow \text{غیرخطی}$$

زبان‌های که مستقل از متن نیستند

$$L = \{a^n b^n c^n : n \geq 0\}, \quad L = \{ww : w \in \{a, b\}^*\}, \quad L = \{ww^R w : w \in \{a, b\}^*\}$$

$$L = \{a^n b^m c^k : n = mk\}, \quad L = \{w : |w|_a = |w|_b = |w|_c\}, \quad L = \{a^n b^m c^n d^m : n \geq 0\}$$

$$L = \{a^{n^2} : n \geq 0\}, \quad L = \{a^{n!} : n \geq 0\}, \quad L = \{a^n : n \text{ is prime}\}, \quad L = \{a^{f(n)} : f \text{ is non linear}\}$$

زبان‌های که مستقل از متن قطعی نیستند

$$L = \{ww^{\sim} \mid w \in \{a, b\}^*, w^{\sim} = w_{a \leftrightarrow b}\}$$

زبان‌های مستقل از متن ذاتاً مبهم و زبان‌های حساس به متن

$$Pal = L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$$

$$L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

$$L = \{w(a+b)w^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

$$L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\} \cup \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$$

$$L = \{x \in \{a, b\}^* \mid n_b(x) = n_a(x) \text{ or } n_b(x) = 2n_a(x)\}$$

$$L = \{x \in \{a, b\}^* \mid n_b(x) < n_a(x) \text{ or } n_b(x) > 2n_a(x)\}$$

زبانی که حساس به متن نیست

اگر G_1, G_2, \dots مجموعه شمارش‌پذیر همه‌ی گرامرهای حساس به متن باشد، و نیز x_1, x_2, \dots رشته‌های

متعلق به Σ^* روی الفبای 0 و 1 به ترتیب الفبایی باشد $x_1 = \epsilon, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 00, \dots$

زبان $L = \{x_i \mid x_i \notin L(G_i)\}$ یک زبان بازگشتی است که حساس به متن نیست.

- L تصمیم‌پذیر است زیرا بررسی عضویت یک رشته به یک گرامر حساس به متن تصمیم‌پذیر است.

- L حساس به متن نیست زیرا اگر حساس به متن بود، گرامر G_j ای وجود داشت که آن را تولید کند اما برای

رشته $x_j \in L, x_j \notin G_j$

انتشار ایمان توسط مولف در کانال آکادمی تورینگ استاد کاشفی

aparat.com/turing

@Dr_kashefi

کانال تورینگ در آپارات

ارتباط با استاد در تلگرام

@TuringAcademy

@TuringGroup

آکادمی تورینگ در تلگرام

گروه تورینگ در تلگرام



خواص بستاری زبان‌ها

تقسیم چپ منظم	تقسیم راست منظم	الحاق منظم	تفاضل منظم	اشتراک منظم	اجتماع منظم	وارون همریختی	همریختی	وارون	بستار ستاره یا جمع	الحاق	تفاضل	مکمل	اشتراک	اجتماع	
✓	✓	✗	✓	✓	✗	✗	✓	✓	✗	✓	✓	✗	✓	✓	زبان‌های متناهی def
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	زبان‌های منظم reg
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✗	✗	✓	زبان‌های مستقل از متن CFL
✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✗	✗	زبان‌های مستقل از متن قطعی DCFL
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✓	زبان‌های مستقل از متن خطی LCFL
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	زبان‌های حساس به متن CSL
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	زبان‌های بازگشتی rec
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✗	✓	✓	زبان‌های بازگشتی شمارش پذیر RE

چگونگی به خاطر سپاری:

اجتماع **ا** مکمل **م** الحاق **ل** بستار **+**/***** **ب** همریختی **ه**

اشتراک **ش** تفاضل **ت** وارون **ر** وارون همریختی **و**

- زبان‌های متناهی از **پشت بوم باز افتاد**. جز **(بوم)** بر باقی اعمال بسته است.
- زبان‌های منظم **آدم منظم** برای **سفر همه وسایلیشو بسته!** بر **(همه)** اعمال بسته است.
- زبان‌های مستقل از متن **مشت شان باز است!** جز **(مشت)** بر باقی اعمال بسته است.
- زبان‌های مستقل از متن قطعی **فقط به مو ای بسته است!** فقط به **(مو)** بسته است.
- زبان‌های خطی **راهو بسته است**. فقط بر **(راهو)** بسته است.
- زبان‌های حساس به متن و بازگشتی جز **(ه)** بر همه اعمال بسته است.
- زبان‌های RE **تم بازه!** جز **(تم)** بر باقی اعمال بسته است.

زیرمجموعه، ابرمجموعه، اجتماع و اشتراک نامتناهی برای زبان‌های منظم بسته نیست

استادریگان توسط مولف در کانال آکادمی تورینگ استاد کاشفی

کانال تورینگ در آپارات aparat.com/turing

@Dr_kashefi

آکادمی تورینگ در تلگرام [@TuringAcademy](https://t.me/TuringAcademy)

گروه تورینگ در تلگرام [@TuringGroup](https://t.me/TuringGroup)

ارتباط با استاد در تلگرام



تصمیم پذیری در زبان ها

منظم بودن	متناهی بودن L	اشتراک تهی بودن $L_1 \cap L_2 = \phi$	زیر مجموعه بودن $L_1 \subseteq L_2$	معادل بودن $L_1 = L_2$	کامل بودن $L = \Sigma^*$	تهی بودن $L = \phi$	عضویت $w \in L$	
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	زبان های منظم reg
✗	✓	✗	✗	✗	✗	✓	✓	زبان های مستقل از متن CFL
✓	✓	✗	✗	✓	✓	✓	✓	زبان های مستقل از متن قطعی DCFL
✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓	زبان های حساس به متن CSL
✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓	زبان های بازگشتی rec
✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	زبان های بازگشتی شمارش پذیر RE

مجموعه های شمارا

هر مجموعه متناهی، هر زیر مجموعه از یک مجموعه شمارا اعداد طبیعی، صحیح، گویا، Σ^+ ، Σ^* ، تعداد اعضای هر زبان (منظم، متناهی، CF، CS، Rec، UN) ماشین های تورینگ پذیرنده زبان های UN، مجموعه تمام ماشین های تورینگ، مجموعه تمامی زبان های (منظم، متناهی، CF، CS، Rec، UN)

مجموعه های ناشمارا

اعداد حقیقی، گنگ و مختلط، تمامی زبان های موجود روی یک الفبا، مجموعه تمامی زبان های نا (منظم، متناهی، CF، CS، Rec، UN) ابر مجموعه یک مجموعه ناشمارا حاصل تفريق یک مجموعه شمارا از یک مجموعه ناشمارا حاصل اجتماع یک مجموعه ناشمارا با هر مجموعه دلخواه حاصل ضرب دکارتی یک مجموعه ناشمارا با هر مجموعه دلخواه مجموعه توانی هر مجموعه نامتناهی

@TuringAcademy

تورینگ معادل زبان منظم

- هد فقط به چپ یا راست برود.
- هد فقط قابلیت خواندن داشته باشد.
- تنها روی بخشی از نوار بنویسد.
- در محدوده w امکان نوشتن نداشته باشد.
- تعداد خانه های نوار عددی ثابت باشد.

استاد رایگان توسط مولف در کانال اکادمی تورینگ استاد کاشفی

کانال تورینگ در آپارات [aparat.com/turing](https://www.aparat.com/turing)

@Dr_kashefi

اکادمی تورینگ در تلگرام @TuringAcademy

@TuringGroup

گروه تورینگ در تلگرام

ارتباط با استاد در تلگرام