

فصل ۲

۳۶- رابطه ورودی  $x(n)$  یک سیستم با خروجی  $y[n]$  آن، به صورت زیر است.

$$y[n] = ny[n-1] + x(n)$$

گزینه صحیح در مورد این سیستم کدام است؟

- (۲) پایدار و معکوس ناپذیر است.  
(۴) ناپایدار و معکوس ناپذیر است.

- ✓ (۱) ناپایدار و معکوس پذیر است.  
(۳) پایدار و معکوس پذیر است.

برای وارد شدن به صفحه،  
 $x(n) = y(n) - ny(n-1)$  ✓

برای به کار آمدن،

$$x(n) = A \longrightarrow y(n) = ny(n-1) + A \xrightarrow{n \rightarrow \infty} y(\infty) \rightarrow \infty$$

البته اگر نخواهیم با معادله بسته برای  $n$  کنیم می توانیم به صورت زیر عمل کنیم:

$$y(0) = x(0) \text{ و } y(1) = x(0) + x(1) \text{ و } y(2) = 2(x(0) + x(1)) + x(2) \text{ و}$$

$$y(3) = 3[2(x(0) + x(1)) + x(2)] + x(3) \text{ و } \dots$$

مشخص است که با فرض ورودی محدود، خروجی در لحظه  $n \rightarrow \infty$  به سمت بی نهایت میل می کند.

فصل ۲

۳۷- فرض کنید  $S$  یک سیستم معکوس پذیر و  $T$  معکوس آن باشد. در مورد  $S$  و  $T$  گزینه صحیح کدام است؟

- (۱) اگر  $S$  علی باشد،  $T$  نیز علی است.  
(۲) اگر  $S$  پایدار باشد،  $T$  نیز پایدار است.

- ✓ (۳) اگر  $S$  بدون حافظه باشد،  $T$  نیز بدون حافظه است. (۴) همه موارد

برای گزینه ۱: اگر فرض کنیم ورودی لحظه  $t$  به شکل داشته باشد، ورودی به لحظه  $t+1$  به شکل  $x(t+1)$  در نظر بگیریم.

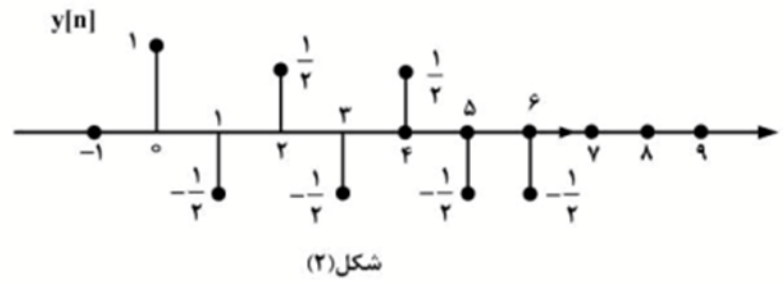
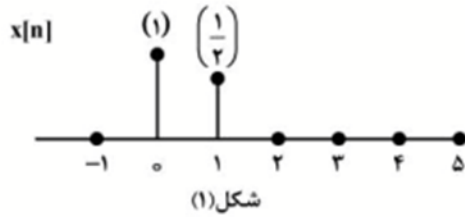
برای گزینه ۲: ممکن است سیستم پایدار منگور، به ورودی نامحدود، پاسخ محدود دهد. بنابراین به ازای خروجی محدود، ورودی نامحدود است. پس سیستم واردون لزوماً پایدار نیست. مثلاً سیستم  $y(t) = \frac{1}{t+1} x(t)$  را در نظر بگیریم.

برای گزینه ۳: در یک سیستم واردون غیر به دور حافظه، ورودی هر لحظه، خروجی همان لحظه منتقل می شود پس ورودی هر لحظه، خروجی همان لحظه است. پس سیستم واردون نیز به دور حافظه است.

۳۸- در یک سیستم خطی تغییر ناپذیر با زمان علی پاسخ سیستم به ورودی  $x(n)$  (شکل ۱)،  $y(n)$  است (شکل ۲).

فصل ۹

اگر  $h[n]$  پاسخ صریح این سیستم باشد، مقدار  $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |h(k)|^2$  ، کدام است؟



۶ (۲) ✓

$\frac{23}{2}$  (۴)

۳ (۱)

$\frac{19}{2}$  (۳)

روش اول (تقلید از روش دومین):

$$x(n) = \delta(n) + \frac{1}{2}\delta(n-1)$$

$$\Rightarrow y(n) = x(n) * h(n) = h(n) + \frac{1}{2}h(n-1)$$

$$n=0: \underbrace{y(0)}_1 = \underbrace{h(0)}_{p=1} + \frac{1}{2}\underbrace{h(-1)}_0$$

$$n=1: \underbrace{y(1)}_{\frac{1}{2}} = \underbrace{h(1)}_{p=-1} + \frac{1}{2}\underbrace{h(0)}_1$$

$$n=2: \underbrace{y(2)}_{\frac{1}{2}} = \underbrace{h(2)}_{p=1} + \frac{1}{2}\underbrace{h(1)}_{-1}$$

$$n=3: \underbrace{y(3)}_{-\frac{1}{2}} = \underbrace{h(3)}_{p=-1} + \frac{1}{2}\underbrace{h(2)}_1$$

$$n=4: \underbrace{y(4)}_{\frac{1}{2}} = \underbrace{h(4)}_{p=1} + \frac{1}{2}\underbrace{h(3)}_{-1}$$

$$n=5: \underbrace{y(5)}_{-\frac{1}{2}} = \underbrace{h(5)}_{p=-1} + \frac{1}{2}\underbrace{h(4)}_1$$

$$n=6: \underbrace{y(6)}_{\frac{1}{2}} = \underbrace{h(6)}_{p=0} + \frac{1}{2}\underbrace{h(5)}_{-1}$$

، با بقیه از  $n$  ها نیز مشخص است که  $h(n)$  منظم شود حال داریم،

$$\sum_n |h(n)|^2 = 6$$

روش دوم (مدیریت سیمت): ؛ بگویم دست مشخص است که :

$$y(n) = x(n) - x(n-1) + x(n-2) - x(n-3) + x(n-4) - x(n-5)$$

$$\Rightarrow h(n) = \delta(n) - \delta(n-1) + \delta(n-2) - \delta(n-3) + \delta(n-4) - \delta(n-5)$$

$$\Rightarrow \sum_n |h(n)|^2 = 6$$

۳۹- مقدار  $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - 2n\pi)$  برابر با کدام است؟

فصل ۶

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn2\pi t} \quad (۱)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn2\pi t} \quad (۲)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jnt} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jnt} \quad (۴) \checkmark$$

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - 2\pi n) \xrightarrow{FS} a_k = \frac{1}{2\pi} \Rightarrow x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} e^{jk t}$$

$T = 2\pi \rightarrow \omega_0 = 1$

۴۰-  $x(t)$  سیگنال زمان پیوسته متناوب با پریود  $T$  و ضرایب فوریه  $a_k$  است. اگر ضرایب سیگنال

$y(t) = x(t) - x(2t)$  را،  $b_k$  بنامیم، در مورد آن گزینه صحیح کدام است؟

فصل ۱۳

$$b_3 = a_3 - a_2, \quad b_2 = a_2 - a_1 \quad (۲)$$

$$b_3 = a_3 - a_1, \quad b_2 = a_2 \quad (۱) \checkmark$$

$$b_3 = a_3 - a_2, \quad b_2 = a_2 \quad (۴)$$

$$b_3 = a_3, \quad b_2 = a_2 - a_1 \quad (۳)$$

معادله نسبت از عبارت جمله دوم (فصل ۶ جزوه ۲ فصل ۱۲ کتاب) آمده است.

$$y(t) = x(t) - x(2t)$$

$\begin{matrix} a(k), T & a(k), \frac{T}{2} \\ \uparrow & \uparrow \\ y(t) = x(t) - x(2t) \\ \downarrow & \downarrow \\ a(k), T & a_{(2)}(k), T \end{matrix}$

$$T_y = \text{lcm}(T, \frac{T}{2}) = T$$

$$\Rightarrow b[k] = a[k] - a_{(2)}[k] \Rightarrow \begin{cases} b[1] = a[1] - a_{(2)}[1] \\ b[2] = a[2] - \frac{a_{(2)}[2]}{a[1]} \end{cases}$$

۴۱- پاسخ فرکانس یک سیستم LTI زمان گسسته به صورت  $H(e^{j\omega}) = \frac{6 - 10e^{-j\omega}}{6\cos(\omega) - 10}$  است. کدام گزینه در مورد

فصل ۹

سیستم صادق است؟

(۲) غیرعلی و وارون پذیر

(۱) علی و وارون پذیر

(۴) علی و وارون ناپذیر

(۳) غیرعلی و وارون ناپذیر  $\checkmark$

نیز تبدیل فوریه آن  $\rightarrow |z| < \frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{2} < |z| < 2$  هر دو ناحیه را به یک  $ROC$  با هم.

$$e^{\omega} = z \rightarrow H(z) = \frac{z - 10z^{-1}}{z^2 - \frac{10}{6}z + 1} = \frac{z(z - \frac{10}{z})}{(z - \frac{1}{2})(z - 2)} = \frac{z(z - \frac{10}{z})}{(z - \frac{1}{2})(z - 2)}$$

چون  $\sigma = \infty$  در ROC قرار ندارد پس سیستم ناپایدار است همچنین چون  $\sigma = \frac{0}{1}$  (صفر تابع) در ROC قرار دارد پس سیستم پایدار است.

۴۲- ناحیه همگرایی تبدیل لاپلاس سیگنال  $x(t) = \left[ \frac{d^2}{dt^2} (te^{-2t} u(t)) \right] * e^{-2|2t-1|}$  کدام است؟ (\* نماد کانولوشن

است)

(۱)  $-4 < \text{Re}[s] < 4$

(۲)  $-3 < \text{Re}[s] < 2$

(۳)  $-3 < \text{Re}[s] < 4$  ✓

(۴)  $-2 < \text{Re}[s] < 2$

فصل ۷

قطب  $s = -2$  سیگنال  $\xrightarrow{\text{سیگنال در کسب}} \text{Re}(s) > -2$   
 $\left[ te^{-2t} u(t) \right]$

قطب  $s = \pm 4$  سیگنال در کسب  $\xrightarrow{\text{سیگنال در کسب}} -4 < \text{Re}(s) < 4$   
 $e^{-4(t-\frac{1}{2})}$

این سیگنال برای استراک دو ناحیه فوق هر یک که حاصل می‌شود ۳ است.

۴۳- تابع تبدیل یک سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان و علی به صورت  $H(s) = \frac{s^2 + 5s + 6}{(s+1)^2}$  است. اگر  $y(t)$  پاسخ

فصل ۹

این سیستم به ورودی  $x(t) = e^t u(t)$  باشد، مقدار  $y(0^+)$  کدام است؟

(۱) ۰

(۲) ۱ ✓

(۳)  $\frac{3}{2}$

(۴) ۲

$Y(s) = H(s) \cdot X(s) = \frac{s^2 + 5s + 6}{(s+1)^2(s-1)} \Rightarrow y(0^+) = \lim_{s \rightarrow +\infty} sY(s) = 1$

۴۴- تابع تبدیل یک سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان و علی به صورت  $H(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}$  است. اگر ورودی این

سیستم سیگنال  $x(n) = n3^{-n} u(n)$  باشد و خروجی آن را با  $y[n]$  نمایش دهیم، مقدار  $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^{n+1} y[n]$

فصل ۹

کدام است؟

(۱)  $-\frac{3}{2}$

(۲)  $-\frac{1}{8}$

(۳)  $\frac{1}{8}$  ✓

(۴)  $\frac{3}{2}$

$A = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^{n+1} y[n] = - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y[n] (-1)^{-n} = -Y(z) \Big|_{z=-1}$

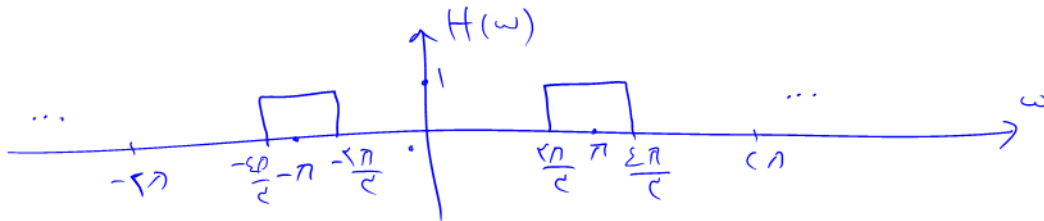
$Y(z) = X(z) \cdot H(z) = \frac{\frac{1}{2}z^{-1}}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})^2 (1 - \frac{1}{2}z^{-1})} , |z| > \frac{1}{2} \Rightarrow A = \frac{1}{8}$

۴۵- سیستم LTI زمان گسسته با پاسخ ضربه  $h(n) = \delta[n] - \frac{\sin(\frac{\Delta\pi}{3}n)}{\pi n}$ ، فیلتر ایدئال با کدام مشخصات است؟

فصل ۹

- (۱) میان‌گذر ایدئال با فرکانس‌های قطع  $\frac{6\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}$   
 (۲) میان‌گذر ایدئال با فرکانس‌های قطع  $\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}$   
 (۳) بالاگذر ایدئال با فرکانس‌های قطع  $\frac{\pi}{3}$   
 (۴) بالاگذر ایدئال با فرکانس‌های قطع  $\frac{2\pi}{3}$  ✓

$$h(n) = \delta(n) - \frac{\sin(\frac{\Delta\pi}{2}n - 2\pi n)}{\pi n} = \delta(n) - \frac{\sin \frac{\Delta\pi}{2}n}{\pi n} \Rightarrow H(\omega) = 1 - \text{rect}\left(\frac{\omega}{\frac{\Delta\pi}{2}}\right)$$



البته اسم سوال یک ایراد ظریف دارد که بعضی طراح ها آن فکر کرده باشه. مقدار  $\frac{\sin \frac{\Delta\pi}{2}n}{\pi n}$  در  $n=0$  برابر قرار داد نوشته شده،  
 برابر چه آه یعنی  $\frac{\Delta}{2}$  مه باشه، اما طراح آن را برابر چه  $\frac{\sin \frac{\Delta\pi}{2}n}{\pi n}$  یعنی  $\frac{1}{2}$  در نظر گرفته است. در واقع  
 $h(n) = \delta(n) - \frac{\sin \frac{\Delta\pi}{2}n}{\pi n} - \frac{1}{2}\delta(n) = -\frac{1}{2}\delta(n) - \frac{\sin \frac{\Delta\pi}{2}n}{\pi n}$  که در این صورت پاسخ در کتب ما نیست.