



جلسه یازدهم - حل تست زبان منظم و تبدیلات گرامرهای CF

دکتر امیر حسین کاشفی | مدرسی حرفه‌ای کنکور ارشد کامپیوتر

★ ۲- فرض کنید L_1 زبان عبارت منظم a^* و L_2 زبان عبارت منظم b^* و $L_3 = \{a^n b^n | n > 0\}$ و زبان L از الحاق سه زبان فوق

بدست می‌آید. $(L = L_1.L_2.L_3)$ کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟ (کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر- دولتی ۷۹)

(۱) L یک زبان منظم است. (۲) L یک زبان مستقل از متن است و منظم نیست.

۳) L یک زبان حساس به متن است و مستقل از متن نیست. (۴) هر سه مورد درست است.

$$L_1 = a^* \rightarrow \text{Reg}$$

$$L_2 = b^* \rightarrow \text{Reg}$$

$$L_3 = \{a^n b^n \mid n \geq 1\} \rightarrow \text{not reg} \rightarrow \text{CF}$$

$$L = L_1 \cdot L_2 \cdot L_3 = \underbrace{\{a^* b^* a^n b^n\}}_{+1+} |n \geq 0\} \quad \begin{matrix} \text{نظم} \\ \text{نس} \end{matrix}$$

$a^* a^n b^n b^*$ $|n| \geq 1 \equiv \underline{a^+ b^+}$
 $b^* a^n b^n a^*$ $|n| \geq 0 \equiv a^* b^* \underline{a a b b b b}$
 \rightarrow not regular $a^2 b^2 b^3$

not Key $a^n b^n a^+ b^+$

not Reg $a^n b^n a^+ b^*$

$$* a^+ b^+ = a^+ a^- b^- b^+ \quad n \geq 1$$

$$* a^* b^* = a^* a^n b^n b^* \quad n \geq 0.$$

$$\begin{cases} S \rightarrow AB \\ A \rightarrow aA \mid C \\ C \rightarrow bC \mid \varepsilon \\ B \rightarrow aBb \mid ab \end{cases} \rightarrow L(G) = L$$

$\underbrace{a a a}_{3} \underbrace{b b b b}_{3}$
 $a^3 b^3$

★ ۶- زبان $\{a^{2n}b^{2n} | n \leq 2^{100}\}$ از چه نوعی است؟ (کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر- دولتی ۸۰)

(۲) مستقل از متن ولی منظم نیست.

* ← امتناعی

(1) منظم

(۴) بدون محدودیت ولی حساس به متن نیست.

(۳) حساس به متن ولی مستقل از متن نیست.

*** ۷- فرض کنید w^R معکوس رشته‌ی w و L_4 و L_5 دو زبان منظم دلخواه باشند، زبان‌های L_1 ، L_2 و L_3 به شرح زیر مفروضند:

✓ $L_1 = \{ww^Rv \mid v, w \in \{a, b\}^*\} \rightarrow \omega = \varepsilon, \quad v = \Sigma^* \rightarrow L_1 = \Sigma^* \rightarrow$ مقبول

$$L_2 = \{w_1cw_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^*, w_1 \neq w_2\}$$

$$\checkmark L_3 = \{w | w \in L_4, w^R \in L_5\}$$

Diagram illustrating the transformation of a function f from a domain ω_1 to a codomain ω_2 . The function f is represented by a mapping from ω_1 to ω_2 , with the image of f denoted as $\text{Im } f$.

کدام گزینه درست است؟ (کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر - دولتی (۸۱))

(۲) L_1, L_2 و L_3 هر سه منظم اند.

(۱) L_1 , L_2 و L_3 نامنظم اند.

(۴) L_1 و L_2 نامنظم اند اما L_3 منظم است.

✓ (۳) L_1 و L_3 منظم ولی L_2 نامنظم است.

$$\{ \underbrace{\omega_1}_{\Sigma^-} \underbrace{\omega_2}_{\Sigma^+} \mid \omega_1, \omega_2 \in \Sigma^*, \omega_1 \neq \omega_2 \}_{\Sigma} \rightarrow \text{مقل}$$

$$L_3 = L_4 \cap (L_5)^R \Rightarrow L_3 \text{ per}$$



★ ★ ۱۲- کدام یک از زبان‌های زیر منظم است؟ (کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر - دولتی ۸۴)

✓ $L_1 = \{x^n y^n | x \in (0+1)^*, y \in (0+1)^*, n \geq 0\} = \Sigma^*$ $\begin{cases} x = \Sigma^* \\ y = \Sigma^* \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow L_1 = (\Sigma^*) \cup \dots = \Sigma^*$

✓ $L_2 = \{w \in L(A) | \text{در مسیری پذیرش } w \text{ از چند حالت معین } A \text{ عبور نمی‌شود}\}$

✓ $L_3 = \{w \in (0+1)^* | \text{تعداد 0ها و 1ها برابر مقدار ثابت } n \geq 0 \text{ باشد}\}$

(۴) هیچ کدام منظم نیستند.

✓ L_3, L_2, L_1 (۳)

(۲) L_3 و L_2

(۱) L_3 و L_1

$$L_2 \begin{cases} q_0 \text{ عبور کند} = \emptyset \\ F \text{ عبور کند} = \emptyset \\ q_i \text{ عبور کند یا نه} = L(A) \end{cases}$$



کلمه فلس‌بی ورودی به حالتی می‌خواهم حذف کنم به حالت \odot انتقال بدهم
 L_2 همان DFA منظم

L_3 مثال $2n$ که n زوج و n فرد $\leftarrow |L_3| = \binom{2n}{n} = \frac{(2n)!}{n!n!} \leftarrow L_3$ ستاهی \leftarrow منظم

★ ۱۴- برای کدام تابع $L_f = \{0^n 1^{f(n)} | n \in \mathbb{N}\} \subseteq \{0,1\}^*$ منظم نیست؟ (even یعنی زوج و odd یعنی فرد)

$f(n) = \begin{cases} 2m+1 & \text{odd} \\ 2m & \text{even} \end{cases} \rightarrow (00)^+ 1(11)^+ + 0(00)^+ (11)^+ \rightarrow L_2 = f(n) = \begin{cases} 2n & n \text{ is even} \\ 2n+1 & n \text{ is odd} \end{cases}$ (کارشناسی ارشد علوم کامپیوتر - دولتی ۸۴)

$L_4 = f(n) = 16$ (۴)

$L_3 = f(n) = 15$ (۳)

۱) $L_1 = \{(00)^n 1\} \cup \{0(00)^n 11\} = (00)^+ 1 + 0(00)^+ 11$ ✓

۲) $L_2 = \{(00)^n 1^{2n}\} \cup \{0(00)^n 1^{2n+1}\} \rightarrow$ نامنظم

۳) $L_3 = 0^+ 1^{15} \rightarrow \text{Reg}$ ۴) $L_4 = 0^+ 1^{16} \rightarrow \text{Reg}$

★ ۲۰- اگر $L \subseteq \{0,1\}^*$ زبان گرامر زیر باشد، کدام گزاره نادرست است؟ (کارشناسی ارشد علوم کامپیوتر - دولتی ۸۶)

$\begin{cases} S \rightarrow 00S | X \\ X \rightarrow 11X | \lambda \end{cases} \rightarrow$ است خفی \rightarrow منظم

✓ L^c منظم است.

✓ L منظم است.

$L = \{0^n 1^m | n+m \text{ زوج است}\}$ (۴) X

✓ L مستقل از متن است.

منظم ستاهی

$(00)^*(11)^*$

$\begin{cases} n \text{ فرد} \\ m \text{ فرد} \end{cases} \rightarrow \text{زوج}$

$L(6) = \{0^n 1^m | m, n \text{ زوج}\}$



*** ۲۳- زبان‌های زیر با $a, \gamma \in \Sigma^*$ و $\beta \in \Sigma^+$ مفروضند. کدام گزینه صحیح است؟

$$(\Sigma^*)^* = \Sigma^*$$

$$\Sigma^n \neq \Sigma$$

(کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر - دولتی ۸۷)

$$\checkmark L_1 = \{a^i (a\beta)^j (\gamma a)^i \mid j \geq 0, i \geq 0\} \quad j=0, i=1 \quad \Sigma^* (\Sigma^* \Sigma^*) = \Sigma^*$$

$$\checkmark L_2 = \{a^i (a\beta)^j (\gamma a)^{i+j} \mid j \geq 0, i \geq 1\} \quad j=0, i=1 \quad \Sigma^* (\Sigma^* \Sigma^*)^{(0+1)} = \Sigma^*$$

$$\checkmark L_3 = \{a^i (a\beta)^j (\gamma a)^i \mid j \geq 1, i \geq 1\} \quad i=j=1 \quad \Sigma^* \Sigma^* \Sigma^+ \Sigma^* \Sigma^* = \Sigma^+$$

$$(\Sigma^*)^1 (\Sigma^* \Sigma^+)^1 (\Sigma^* \Sigma^*)^1$$

$$\Sigma^* \Sigma^+ \Sigma^* = \Sigma^+$$

(۲) L_1 منظم و L_3 نامنظم است.

(۴) L_1, L_2, L_3 همگی نامنظم هستند.

(۱) L_1 و L_3 هر دو منظم هستند.

(۳) L_1 منظم و L_2 نامنظم است.

*** ۲۸- به ازای دو عدد صحیح و ثابت $q > 0$ و $r > 0$ کدام یک از زبان‌های زیر مستقل از متن است ولی منظم نیست؟

ثابت

$$r, q, m$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$2 \quad 5$$

(کارشناسی ارشد علوم کامپیوتر - دولتی ۹۰)

$$L_2 = \{1^m q^{r+0} 0^r : m \geq 0\} \quad (۲)$$

$$L_1 = \{1^{mq+r} 0^{qr} : m \geq 0\} \quad (۱)$$

$$L_4 = \{1^{mq^2+rm} : m \geq 0\} \quad (۴)$$

$$L_3 = \{1^{mq^2+r} 0^{q^2} : m \geq 0\} \quad (۳)$$

$$r=q=1 \rightarrow L_1 = (1^2)^* 1^r (0^1)^r$$

$$\rightarrow L_2 = (1^{q^2})^* 1^r 0^{q^2}$$

$$\rightarrow L_4 = 1^{m(r+q^2)} = (1^{r+q^2})^*$$

$$L = \{1^p \mid p \text{ is prime}\}$$

$$L = \{1^{n!} \mid n \geq 0\}$$

$$L = \{1^{fib(n)}\} = \{1, 11, 111, 1111, \dots\} \rightarrow \text{Reg} \rightarrow \text{CF}$$

نیست

$$L^* = ? \rightarrow \text{منظم}$$

زبان مشخص یا definite

$$L \subseteq \Sigma^* \text{ مشخصی تولید اگر } L = E \cup \Sigma^* H \text{ باشد که در آن } E, H \subseteq \Sigma^* \text{ دو زبان متناهی باشند}$$

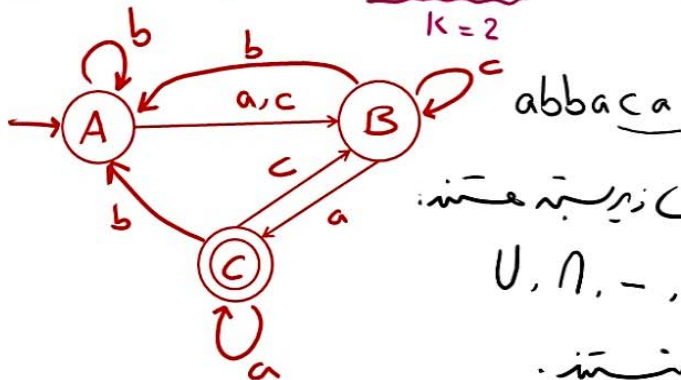
$$L \begin{cases} \text{طول} > k \rightarrow E \\ \text{طول} \leq k \rightarrow \Sigma^* H \end{cases}$$

طول کمتر طول k
طول کمتر از k



اگر $\Sigma = \{a, b, c\}$ آیا زبان $(a+b+c)^*(aa+ca)$ یک زبان $definite$ است؟ پاسخ: **بله**

$$L = E \cup \Sigma^* H = \emptyset \cup \Sigma^* (aa+ca) \xrightarrow{k=2} \text{یا } aa \text{ یا } ca \text{ جفتی شمرده}$$



خانواده زبان‌های $definite$ نسبت به اعمال زیر بسته هستند:

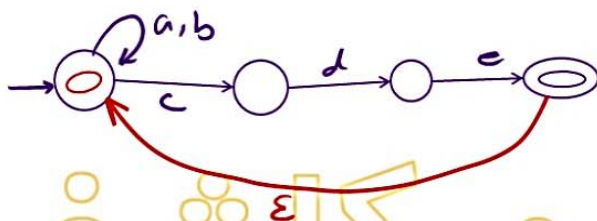
$\cup, \cap, -, \dots$

وکت $*$ و وارون و الحاق بسته نیستند.

۱۷- می‌گوییم زبان L $Definite$ است اگر عدد k وجود داشته باشد که برای هر رشته‌ی w ، تعلق آن به زبان تنها

وابسته به آخرین k نماد، w باشد. کدام گزینه نادرست است؟ مثال از زبان $Definite$: $(a+b)^*cde$ که در آن $k=3$ است.

(کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر - دولتی ۸۵)



(۱) زبان‌های $Definite$ تحت عمل اجتماع بسته هستند.

(۲) زبان‌های $Definite$ تحت عمل مکمل‌گیری بسته هستند.

(۳) هر زبان $Definite$ با یک ماشین متناهی پذیرفته می‌شود.

(۴) زبان‌های $Definite$ تحت عمل $(Kleene\ star)^*$ بسته هستند. ✓

$acdecb$

$$\underbrace{E \cup \Sigma^* H}_{<3} \underbrace{\quad}_{>k}$$

تبدیل‌کننده

$$L(G) = L(\hat{G}) \quad \hat{G} \rightsquigarrow G$$

$$\underbrace{L-1} \quad \boxed{\begin{matrix} S' \rightarrow s_1 \mid 1 \\ S \rightarrow \square \\ \vdots \end{matrix}} \quad \leftarrow \lambda \in L(G)^*$$

① $A \rightarrow x, Bx_2$

② $A \rightarrow x_1 y, x_2 / x_1 y_2 x_2 \mid \dots \mid x_1 y_n x_2$ جایگزینی ساده

$$B \rightarrow \underline{y_1} \mid \underline{y_2} \mid \dots \mid \underline{y_n} \quad x_i, y_i \in (V \cup T)^+$$

$$G \rightsquigarrow \hat{G} \Rightarrow L(G) = L(\hat{G})$$

I حذف
II اضافه



سوال - قاعده $A \rightarrow abBc$ را حذف کنید

6: $G: \left. \begin{array}{l} A \rightarrow \overbrace{ab8c}^x | aaA | a \\ B \rightarrow abbA | b \end{array} \right\} \hat{G} \quad \left. \begin{array}{l} A \rightarrow aaA | a | ababbAc | abbc \\ B \rightarrow abbA | b \end{array} \right\}$

Complexity (پیچیدگی)

$$Complexity(G) = \sum_{A \rightarrow V \in P} (V+1)$$

گرامر G ساده‌تر از گرامر G ← کمی

در مثال بالا با حذف قاعده داده شده پیچیدگی چه تغیی می‌کند.

$$Complexity(G) = \underbrace{5}_{\text{تعداد قواعد}} + 4 + 3 + 1 + 4 + 1 = 18$$

$$Complexity(\hat{G}) = 6 + 3 + 1 + 7 + 4 + 4 + 1 = 26$$

قوانین نرمالسازی گرامر

برخی تبدیلات در نرمالسازی گرامر معیاری است این تبدیلات عبارتند از:

1. حذف قواعد غیر مفید (Useless) 2. حذف قواعد لا انداز (λ-Production) 3. حذف توليدات واحد

(لغو) ← دفع
لا انداز ← واحد
غیر مفید

حذف قواعد غیر مفید (Useless)

قواعد غیر مفید ← نقشی در استنتاج ندارند ← غیر ضروری قابل حذف

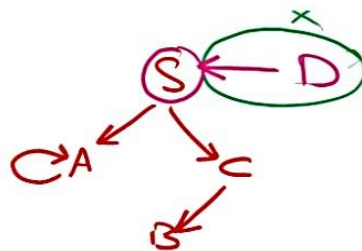
$A \rightarrow \alpha B \beta$ کراف $S \xrightarrow{*} A \xrightarrow{*} \square$

$A \rightarrow B$ قواعد غیر مفید خود ایزوله خواهند شد.

unreachable غیر قابل دسترسی
ختم نشدن به ترمینال

$A \rightarrow Ab$

$A \rightarrow bK$
K غیر مفید



$S \rightarrow aSb | aB | bC$

$A \rightarrow aA$

$B \rightarrow a | aB | bC$

$C \rightarrow aB | b | bA | \epsilon$

$D \rightarrow aS | b$

$$\Rightarrow \begin{cases} S \rightarrow aSb | aB | bC \\ B \rightarrow a | aB | bC \\ C \rightarrow aB | b | \epsilon \end{cases}$$

D غیر قابل دسترسی
 A به ترمینال ختم نمی‌شود

با حذف قواعد غیر مفید پیچیدگی بدون تغییر یا کم می‌شود.



ارتباط با من

کانال فرهیختگی اندیشه

@kashefism

آیدی من در تلگرام

@MrSpecialOne

کانال تورینگ در تلگرام

@Turingism

گروه رفع اشکال تورینگ در تلگرام

yon.ir/turing

کانال تورینگ در آپارات

aparat.com/turing

