سؤالات کنکور سراسری ۱۳۹۵

۱. یک سیستم زمان گسسته با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ را در نظر بگیرید. رابطه تبدیل فوریه خروجی و ورودی این سیستم به صورت $Y(e^{j\omega})=\int_{\omega-\frac{\pi}{۴}}^{\omega+\frac{\pi}{۴}} X(e^{j\lambda})\,d\lambda$ به هم مرتبط هستند. $y[n]$ بر حسب $x[n]$، کدام است؟ فصل ۵

۱) $y[n]=۲n\cos(\frac{\pi}{۴}n)x[n]$

۲) $y[n]=\frac{۲}{n}\sin(\frac{\pi}{۴}n)x[n]$

۳) $y[n]=\frac{j۲}{n}\sin(\frac{\pi}{۴}n)x[n]$

۴) $y[n]=۲n\sin(\frac{\pi}{۴}n)x[n]$

۲. اگر $h[n]=\delta[n-۲]+\delta[n-۳]+\delta[n-۴]$ پاسخ ضربه سیستم و ورودی آن به شرح زیر بوده و خروجی را با $y[n]$ نشان دهیم، مقدار ماکزیمم $y[n]$، کدام است؟ فصل ۳

$$x[n]=\begin{cases}\frac{n}{۵} & ۰\le n\le ۵\\ ۲-\frac{n}{۵} & ۶\le n\le ۱۰\\ ۰ & \text{بقیه جاها}\end{cases}$$

۱) $\frac{۳}{۵}$

۲) $\frac{۸}{۵}$

۳) $\frac{۱۳}{۵}$

۴) ۴

۳. پاسخ سیستم LTI زمان گسسته با پاسخ فرکانسی $H(e^{j\omega})=\cos^{۵}(\omega)$ به ورودی $x[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta[n-۲k]$، چیست؟ فصل ۹

۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $x[n]$

۳) $\frac{۱}{۲}+x[n]$

۴) $x[n-۱]$

۴. یک سیستم LTI زمان گسسته علی با معادله‌ی تفاضلی زیر توصیف می‌شود. به ازای ورودی $x[n]$، توان متوسط خروجی این سیستم، $y[n]$ برابر کدام است؟ فصل ۹

$$y[n]+\frac{۱}{۲}y[n-۱]=x[n]-x[n-۱] \quad , \quad x[n]=\begin{cases}۳\ , & n \text{ زوج}\\ ۲\ , & n \text{ فرد}\end{cases}$$

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۸

۴) ۱۶

۵. فرض کنید $x[n]$ یک سیگنال متناوب گسسته با دوره‌ی تناوب N زوج باشد، اگر $x[۲n]=z[n]$؛ ضرایب سری فوریه $x[n]$ به صورت $a_k=a_{k+\frac{N}{۲}}$ باشند، $x[۲n+۱]$ کدام است؟ فصل ۶

۱) $x[۲n+۱]=-z[n]$

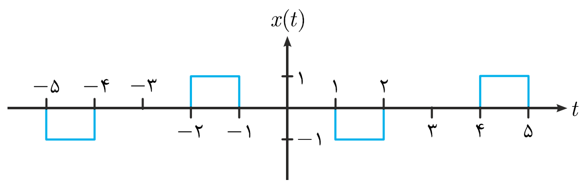
۲) $x[۲n+۱]=(-۱)^n z[n]$

۳) $x[۲n+۱]=۰$

۴) $x[۲n+۱]=(-۱)^n$

۶. سیگنال متناوب نشان داده شده در شکل زیر ($x(t)$) از سیستمی با پاسخ ضربه $h(t)=\frac{\sin(\frac{\pi}{۲}t)}{\pi t}$ عبور می‌کند. سیگنال خروجی برابر کدام است؟

فصل ۹



۱) $\frac{-۲}{\pi}\sin(\frac{\pi}{۳}t)$ ۲) $۲\pi\cos(\frac{\pi}{۳}t)$ ۳) $\frac{۲}{\pi}\sin(\frac{\pi}{۶}t)$ ۴) $\frac{۳}{۲\pi}\cos(\frac{\pi}{۳}t)$

۷. سیگنال $x(t)$، یک سیگنال متناوب با ضرایب سری فوریه زیر می‌باشد. کدام گزینه در مورد این سیگنال درست است؟

فصل ۶

$$c_k=\begin{cases} ۱ & k=۰ \\ -j(\frac{۱}{۳})^{|k|} & k\neq ۰ \end{cases}$$

۱) سیگنال $x(t)$ حقیقی است. ۲) سیگنال $x(t)$ فرد است.

۳) مشتق سیگنال $x(t)$ زوج است. ۴) مشتق سیگنال $x(t)$ فرد است.

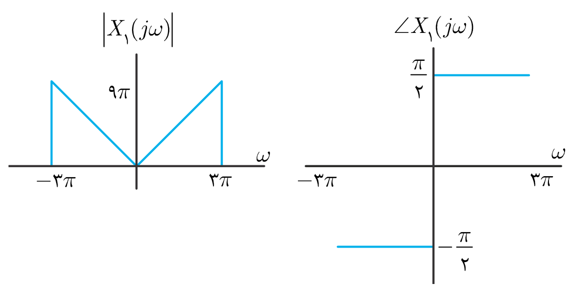
۸. ورودی یک سیستم LTI، $x(t)=\cos(۱۰۰\pi t)[u(t)-u(t-۵)]$ و پاسخ ضربه آن $h(t)=x(۵-t)$ می‌باشد. مقدار خروجی در لحظه $t=۶$، ($y(۶)$) برابر کدام است؟

فصل ۳

۱) ۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۴/۵ ۴) ۵

۹. $x_۱(t)$ که اندازه و زاویه تبدیل فوریه آن به شکل زیر است، کدام یک از گزینه‌های زیر خواهد بود؟

فصل ۵

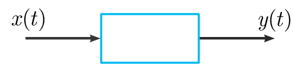


۱) $\frac{۳}{\pi t^۲}(۳\pi t\cos(۳\pi t)-\sin(۳\pi t))$ ۲) $\frac{۳}{\pi t}(۳\pi t\sin(۳\pi t)-\cos(۳\pi t))$

۳) $\frac{۳\sin(۳\pi t)}{\pi t^۲}$ ۴) $\frac{۳\cos(۳\pi t+\frac{\pi}{۴})}{\pi t^۲}$

۱۰. در شکل زیر، تبدیل فوریه‌ی سیگنال $x(t)$ را $X(\omega)$ می‌نـامیم. رابطــه ورودی و خروجــی ایــن سیستم به صورت زیر است. در مورد این سیستم، کدام گزینه، نادرست است؟

فصل ۵

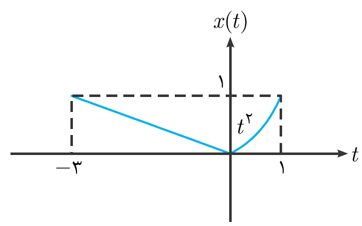


$$y(t) = X(t-۳)$$

۱) حافظه‌دار است.
۲) خطی است.
۳) غیرسببی است.
۴) تغییرناپذیر با زمان است.

۱۱. یک سیستم $CT-LTI$ دارای پاسخ فرکانسی $H(j\omega)=\dfrac{\sin(۲\omega)}{\omega}$ است. خروجی این سیستم به ازای ورودی متناوب نشان داده شده در شکل زیر، کدام است؟

فصل ۹



یک دوره‌ی تناوب از ورودی

۱) $\frac{۱۱}{۳}$
۲) $\frac{۱۱}{۶}$
۳) $\frac{۱۱}{۱۲}$
۴) $\frac{۱۱}{۲۴}$

۱۲. رابطه‌ی بین ورودی و خروجی در یک سیستم زمان گسسته به صورت زیر است؟

فصل ۲

$$y[n]=\begin{cases} Re\{x[n-۱]\} & n \text{ زوج} \\ Re\{x[n-۱]+x[n-۲]\} & n \text{ فرد} \end{cases}$$

کدام گزینه در مورد این سیستم درست است؟

۱) خطی و تغییرناپذیر با زمان
۲) خطی و تغییرپذیر با زمان
۳) غیرخطی و تغییرناپذیر با زمان
۴) غیرخطی و تغییرپذیر با زمان

پاسخ تشریحی سؤالات کنکور سراسری ۱۳۹۵

۱) گزینه ۲ صحیح است.

با استفاده از نکته ۳۸ داریم:

$$Y(\omega)=\int_{\omega-\frac{\pi}{۴}}^{\omega+\frac{\pi}{۴}} X(\lambda)\,d\lambda = X(\omega)*\left(u(\omega+\frac{\pi}{۴})-u(\omega-\frac{\pi}{۴})\right)=X(\omega)*\prod(\frac{\omega}{\pi/۲})$$

کانولوشن معمولی فوق را باید به کانولوشن متناوب تبدیل کنیم، زیرا در تبدیل فوریه زمان‌گسسته، طبق خاصیت ضرب در جدول خواص، کانولوشن متناوب داریم. با توجه به اینکه $\prod(\frac{\omega}{\pi/۲})$ در خارج بازه $[-\frac{\pi}{۴},\frac{\pi}{۴}]$ برابر صفر است، پس می‌توان کانولوشن معمولی $X(\omega)*\prod(\frac{\omega}{\pi/۲})$ را با توجه به مطالب بیان شده در فصل سوم، به کانولوشن متناوب $X(\omega)\circledast\widetilde{\prod}(\frac{\omega}{\pi/۲})$ تبدیل کرد که منظور از $\widetilde{\prod}(\frac{\omega}{\pi/۲})$ یک پالس از $-\frac{\pi}{۴}$ تا $\frac{\pi}{۴}$ می‌باشد که با دوره تناوب ۲π نیز تکرار می‌گردد. یعنی داریم:

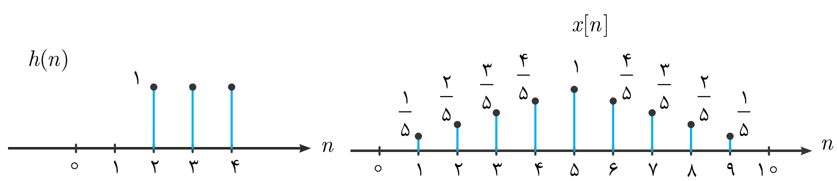
$$Y(\omega)=X(\omega)*\prod(\frac{\omega}{\pi/۲})=X(\omega)\circledast\widetilde{\prod}(\frac{\omega}{\pi/۲})$$

حال با استفاده از خاصیت ضرب از جدول خواص داریم:

$$Y(\omega)=X(\omega)\circledast\widetilde{\prod}(\frac{\omega}{\pi/۲}) \xrightarrow{F^{-1}} y[n]=۲\pi\, x[n]\cdot\frac{\sin\frac{\pi}{۴}n}{\pi n}=۲x[n]\cdot\frac{\sin\frac{\pi}{۴}n}{n}$$

از آنجا که حدود انتگرال، متغیر است، از روش مشتق‌گیری نیز می‌توانستیم استفاده کنیم که به عنوان تمرین به خواننده واگذار می‌گردد. ابتدا از انتگرال داده شده مشتق بگیرید و ... (شبیه مثال ۱۹ فصل پنجم).

۲) گزینه ۳ صحیح است.



مشخص است که اگر $h[n]$ را قرینه کرده و ۸ واحد به سمت راست انتقال دهیم، ماکزیمم دامنه‌ها روی هم افتاده و در نتیجه ماکزیمم کانولوشن را خواهیم داشت. بنابراین باید کانولوشن ورودی و پاسخ ضربه را در لحظه $n=۸$ حساب نماییم. برای این کار، $h[n]$ را قرینه کرده و ۸ واحد به سمت راست انتقال داده و سپس شکل حاصل را در شکل $x[n]$ ضرب نموده و در نهایت مجموع مقادیر شکل حاصل را محاسبه می‌کنیم که برابر خواهد شد با:

$$y_{max}=y[۸]=\frac{۴}{۵}+۱+\frac{۴}{۵}=\frac{۱۳}{۵}$$

۳) گزینه ۴ صحیح است.

ورودی یک قطار ضربه با دوره متناوب $N=2$ و فرکانس اصلی $\omega_0 = \frac{2\pi}{2} = \pi$ و ضرایب فوریه $a_k = \frac{1}{2}$ است. طبق نکته ۷۰، پاسخ سیستم با پاسخ فرکانسی $H(\omega) = \cos^5\omega$ به این ورودی برابر می‌شود با:

$$x[n] = \sum_{k=<N>} a_k e^{jk\omega_0 n} \longrightarrow y[n] = \sum_{k=<N>} a_k H(k\omega_0) e^{jk\omega_0 n}$$

بازه سیگما در یک دوره تناوب $N=2$ می‌باشد. در نتیجه خروجی برابر است با:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{1} \frac{1}{2} H(k\pi) e^{jk\pi n} = \frac{1}{2}H(0) + \frac{1}{2}H(\pi)e^{j\pi n}$$

حال با توجه به $H(\omega) = \cos^5\omega$ داریم:

$$y[n] = \frac{1}{2}H(0) + \frac{1}{2}H(\pi)e^{j\pi n} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(-1)^n$$

که می‌توان خروجی فوق را به صورت زیر نیز نمایش داد:

$$y[n] = \begin{cases} 0 & , \ n \text{ زوج} \\ 1 & , \ n \text{ فرد} \end{cases}$$

از طرف دیگر ورودی را که یک قطار ضربه است نیز می‌توان به شکل زیر نشان داد:

$$x[n] = \begin{cases} 1 & , \ n \text{ زوج} \\ 0 & , \ n \text{ فرد} \end{cases}$$

با مقایسه خروجی با ورودی، مشخص است که $y[n] = x[n-1]$ می‌باشد.

۴) گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا با استفاده از فرمول نکته ۶۸، $x[n]$ را به‌صورت نمایی می‌نویسیم:

$$x[n] = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}(-1)^n = \frac{5}{2}e^{j0n} + \frac{1}{2}e^{j\pi n}$$

با توجه به معادله تفاضلی داده شده داریم:

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 + \frac{1}{2}z^{-1}}, \ |z| > \frac{1}{2} \xrightarrow{z = e^{j\omega}} H(\omega) = \frac{1 - e^{-j\omega}}{1 + \frac{1}{2}e^{-j\omega}}$$

حال با توجه به نکته ۶۷، پاسخ سیستم به ورودی $x[n]$ برابر می‌شود با:

$$y[n] = \frac{5}{2}H(0)e^{j0n} + \frac{1}{2}H(\pi)e^{j\pi n} = 0 + \frac{1}{2} \times 4 \times e^{j\pi n} = 2e^{j\pi n}$$

حال با توجه به نکته ۱۷، توان سیگنال فوق برابر $P_\infty = A^2 = 4$ خواهد بود.

۵) گزینه ۳ صحیح است.

روش اول: از آنجا که ضرایب فوریه سیگنال $x[n]$ با دوره تناوب $\frac{N}{۲}$ متناوب است، طبق نکته ۱۱۳، سیگنال $x[n]$ فقط حداکثر در لحظات مضرب $\alpha = ۲$ مقدار دارد؛ یعنی $x[n]$ در لحظات فرد برابر صفر است و به عبارت دیگر $x[۲n+۱]$ برابر صفر خواهد بود.

روش دوم: با توجه به خاصیت انتقال فرکانسی در سری فوریه داریم:

$$a_k = a_{k+\frac{N}{۲}} \xrightarrow{Fs^{-۱}} x[n] = x[n]e^{j(-\frac{N}{۲})(\frac{۲\pi}{N})n}$$

$$\Rightarrow \quad x[n] = x[n](-۱)^n \quad \Rightarrow \quad x[n]\left(۱-(-۱)^n\right) = ۰$$

تساوی فوق به ازای n های فرد، $۲\times x[n] = ۰$ و به تبع آن $x[n] = ۰$ را نتیجه می‌دهد؛ یعنی $x[۲n+۱] = ۰$ می‌باشد.

۶) گزینه ۱ صحیح است.

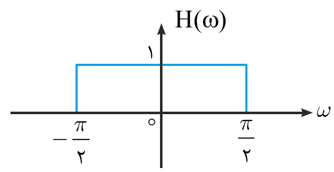
$x(t)$ یک سیگنال متناوب با دوره تناوب $T = ۶$ و فرکانس اصلی $\omega_۰ = \frac{\pi}{۳}$ می‌باشد، پس برای محاسبه پاسخ آن از نکته ۷۰ استفاده می‌کنیم. با فرض اینکه ضرایب فوریه $x(t)$ برابر a_k باشد، داریم:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_۰ t} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\frac{\pi}{۳}t}$$

پس پاسخ به ورودی فوق برابر خواهد بود با:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k H(k\omega_۰) e^{jk\omega_۰ t} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k H(k\frac{\pi}{۳}) e^{jk\frac{\pi}{۳}t} \qquad (۱)$$

برای تعیین دقیق خروجی در رابطه فوق، نیاز به محاسبه $H(k\frac{\pi}{۳})$ و a_k داریم. ابتدا $H(k\frac{\pi}{۳})$ را محاسبه می‌کنیم. با توجه به اینکه $h(t) = \frac{\sin\frac{\pi}{۲}t}{\pi t}$ می‌باشد، $H(\omega)$ طبق جدول تبدیل فوریه برابر $\Pi(\frac{\omega}{\pi})$ می‌باشد:



با توجه به شکل فوق، $H(k\frac{\pi}{۳})$ فقط به‌ازای $k = -۱, ۰, ۱$ مقدار دارد و برابر ۱ است:

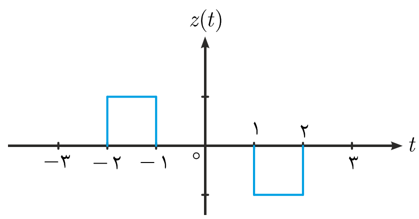
$$H(-\frac{\pi}{۳}) = ۱ \quad , \quad H(۰) = ۱ \quad , \quad H(\frac{\pi}{۳}) = ۱$$

در نتیجه با باز کردن سیگمای $y(t)$ در رابطه (۱) به‌ازای $k = -1, 0, 1$ داریم:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k H(k\frac{\pi}{3}) e^{jk\frac{\pi}{3}t} = \underbrace{a_{-1} H(-\frac{\pi}{3}) e^{j(-1)\frac{\pi}{3}t}}_{k=-1} + \underbrace{a_0 H(0) e^{j(0)\frac{\pi}{3}t}}_{k=0} + \underbrace{a_1 H(\frac{\pi}{3}) e^{j(1)\frac{\pi}{3}t}}_{k=1}$$

$$\Rightarrow \qquad y(t) = a_{-1} e^{-j\frac{\pi}{3}t} + a_0 + a_1 e^{j\frac{\pi}{3}t} \qquad (2)$$

حال باید a_k را محاسبه و در رابطه فوق جایگذاری نماییم.[1] برای محاسبه a_k از فرمول $a_k = \frac{1}{T} Z(k\omega_0)$ (نکته ۴۶ فصل پنجم) استفاده می‌کنیم که $Z(\omega)$ تبدیل فوریه $z(t)$ (یک دوره تناوب از $x(t)$) می‌باشد.



$Z(\omega)$ با استفاده از جدول تبدیل فوریه و خاصیت انتقال زمانی برابر می‌شود با:

$$Z(\omega) = \frac{2\sin\frac{\omega}{2}}{\omega} e^{j\frac{3}{2}\omega} - \frac{2\sin\frac{\omega}{2}}{\omega} e^{-j\frac{3}{2}\omega} = \frac{2\sin\frac{\omega}{2}}{\omega} 2j\sin(\frac{3}{2}\omega)$$

بنابراین با توجه به مقدار $T = 6$ و $\omega_0 = \frac{\pi}{3}$ داریم:

$$a_k = \frac{1}{T} Z(k\omega_0) = \frac{1}{6} \frac{2\sin\frac{k\pi}{6}}{k\frac{\pi}{3}} 2j\sin(\frac{3}{2}k\frac{\pi}{3}) = \frac{\sin\frac{k\pi}{6}}{k\pi} 2j\sin(k\frac{\pi}{2})$$

در نتیجه $a_{-1} = -\frac{j}{\pi}$، $a_0 = 0$ و $a_{-1} = \frac{j}{\pi}$ خواهد بود. با جایگذاری این مقادیر در رابطه (۲) خواهیم داشت:

$$y(t) = a_{-1} e^{-j\frac{\pi}{3}t} + a_0 + a_1 e^{j\frac{\pi}{3}t} = -\frac{j}{\pi} e^{-j\frac{\pi}{3}t} + 0 + \frac{j}{\pi} e^{j\frac{\pi}{3}t} = -\frac{2}{\pi}\sin\frac{\pi}{3}t$$

---

[1] اگرچه تا همین‌جا و حتی قبل‌تر نیز گزینه صحیح قابل تشخیص می‌باشد. زیرا اولاً گزینه ۳ به دلیل وجود فرکانس $\frac{\pi}{6}$ حذف می‌شود. ثانیاً از آنجا که ورودی $x(t)$، سیگنالی فرد و پاسخ ضربه آن یعنی $h(t)$، سیگنالی زوج است، خروجی سیستم یعنی $y(t) = x(t) * h(t)$، سیگنالی فرد خواهد بود (دلیل این موضوع در تست تألیفی ۵ فصل یازدهم بیان شده است) و در نتیجه گزینه‌های ۲ و ۴ نیز حذف می‌شوند.

۷) گزینه ۴ صحیح است.

c_k تابعی زوج است، پس طبق نکته ۴۷، $x(t)$ نیز سیگنالی زوج خواهد بود و در نتیجه مشتق آن سیگنالی فرد می‌باشد. همچنین از آنجا که $c_k^* \neq c_{-k}$ می‌باشد، طبق نکته ۴۸، سیگنال $x(t)$ حقیقی نیست.

۸) گزینه ۱ صحیح است.

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)x(5-t+\tau)d\tau$$

$$\Rightarrow \quad y(6) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)x(5-6+\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)x(\tau-1)d\tau$$

$$\Rightarrow \quad y(6) = \int_{1}^{5} \cos(100\pi\tau)\cos(100\pi\tau - 100\pi)d\tau = \int_{1}^{5} \cos^2(100\pi\tau)d\tau$$

$$\Rightarrow \quad y(6) = \int_{1}^{5} \frac{1}{2}d\tau + \int_{1}^{5} \frac{1}{2}\cos(200\pi\tau)d\tau = 2$$

۹) گزینه ۱ صحیح است.

$$X_1(\omega) = |X_1(\omega)|e^{j\measuredangle X_1(\omega)} = \begin{cases} 3\omega e^{j\frac{\pi}{2}} & , \quad 0 < \omega < 3\pi \\ -3\omega e^{-j\frac{\pi}{2}} & , \quad -3\pi < \omega < 3\pi \\ 0 & , \quad \text{o.w} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad X_1(\omega) = \begin{cases} 3j\omega & , \quad 0 < \omega < 3\pi \\ 3j\omega & , \quad -3\pi < \omega < 3\pi = 3j\omega\prod(\frac{\omega}{6\pi}) \\ 0 & , \quad \text{o.w} \end{cases}$$

حال با استفاده از جدول و همچنین خاصیت مشتق‌گیری در زمان داریم:

$$x_1(t) = 3\left(\frac{\sin 3\pi t}{\pi t}\right)' = 3\,\frac{3\pi^2 t\cos(3\pi t) - \pi\sin(3\pi t)}{\pi^2 t^2} = 3\,\frac{3\pi t\cos(3\pi t) - \sin(3\pi t)}{\pi t^2}$$

۱۰) گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا با توجه به اینکه $X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau$ می‌باشد،[2] رابطه سیستم را به‌صورت واضح‌تر می‌نویسیم:

$$y(t) = X(t-3) = X(\omega)\Big|_{\omega=t-3} \longrightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau\Big|_{\omega=t-3}$$

$$\Rightarrow \quad y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)e^{-j(t-3)\tau}d\tau$$

[2] توجه کنید که در اینجا متغیر انتگرال را به جای t، τ گرفتیم که از متغیر t در بیرون انتگرال متمایز شود.

حـــال بـــا اطلاعـــات فصـــل دوم، بـــه راحتـــی اثبـــات مـــی‌شـــود کـــه ایـــن سیســـتم TV اســـت، زیرا $T\{x(t-t_\circ)\} \neq y(t-t_\circ)$ می‌باشد. همچنین حافظه‌دار بودن، خطی بودن و غیرعلی بودن سیســتم نیز محرز است.

۱۱) گزینه ۳ صحیح است.

$x(t)$ یک سیگنال متناوب با دوره تناوب $T = ۴$ و فرکـانس اصـلی $\omega_\circ = \frac{\pi}{۲}$ مـی‌باشـد. بـا فـرض اینکـه ضرایب فوریه $x(t)$ برابر a_k باشد، خروجی طبق نکته ۷۰ برابر می‌شود با:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k H(k\omega_\circ) e^{jk\omega_\circ t} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k H(k\frac{\pi}{۲}) e^{jk\frac{\pi}{۲}t} \qquad (۱)$$

ابتدا $H(k\frac{\pi}{۲})$ را حساب می‌کنیم:

$$H(k\frac{\pi}{۲}) = \frac{۲\sin(k\pi)}{k\pi} = \begin{cases} ۲ \ , \ k = \circ \\ \circ \ , \ k \neq \circ \end{cases}$$

در نتیجه از رابطه (۱) داریم:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k H(k\frac{\pi}{۲}) e^{jk\frac{\pi}{۲}t} = a_\circ H(\circ) = ۲ \times a_\circ = ۲ \times \frac{۱}{۴}\int_۴ x(t)\,dt = \frac{۱}{۲}\left(\frac{۳}{۲} + \frac{۱}{۳}\right) = \frac{۱۱}{۱۲}$$

۱۲) گزینه ۴ صحیح است.

از آنجا که $\mathrm{Re}\{\alpha x[n]\} \neq \alpha\,\mathrm{Re}\{x[n]\}$ می‌باشد، سیستم غیرخطی است (دلیل این موضوع در مثال ۱۵ قسمت «و» فصل دوم بیان شده است)؛ و به دلیل اینکه شرط‌ها روی زمان اسـت، سیسـتم تغییرپـذیر بـا زمان است.