

نظریہ محاسبات، زبان ہا و آ تو ماتا دکتر امیر حسین کاشفی



Apprendre De Manière Professionnelle

حل تست ہائی گنکور مہندی کامپیوتر و علوم کامپیوتر سال 1400





۵۱- کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟
 $\mathbb{N} \supset \{0, 1, 2, \dots\}$

(۱) مجموعه تمام ماشین‌های تورینگ روی یک الفبا ناشمارا است. \times

(۲) \checkmark مجموعه تمام زبان‌های تصمیم‌ناپذیر روی یک الفبا ناشمارا است.

(۳) مجموعه همه رشته‌های تعریف شده روی یک الفبا ناشمارا است. \times

(۴) مجموعه تمام زبان‌های نامنظم روی یک الفبا شمارا است. \times

Rec
 Σ^*

مجموعه‌های شمارا

هر مجموعه متناهی، هر زیرمجموعه از یک مجموعه شمارا

اعداد طبیعی، صحیح، گویا Σ^+ ، تعداد اعضای هر زبان (منظم، متناهی، CF، CS، Rec، UN) ماشین‌های تورینگ پذیرنده زبان‌های UN مجموعه تمام ماشین‌های تورینگ مجموعه تمامی زبان‌های (منظم، متناهی، CF، CS، Rec، UN)

$$|A| = n \rightarrow |P(A)| = 2^n$$

مجموعه‌های ناشمارا

اعداد حقیقی، گنگ و مختلط، تمامی زبان‌های موجود روی یک الفبا،

مجموعه تمامی زبان‌های نا (منظم، متناهی، CF، CS، Rec، UN)

ابر مجموعه یک مجموعه ناشمارا

حاصل تفريق یک مجموعه شمارا از یک مجموعه ناشمارا

حاصل اجتماع یک مجموعه ناشمارا با هر مجموعه دلخواه

حاصل ضرب دکارتی یک مجموعه ناشمارا با هر مجموعه دلخواه

مجموعه توانی هر مجموعه نامتناهی

$$|A| = \infty \rightarrow |P(A)| = \text{ناشمار}$$

$$\begin{array}{c} \text{شمار} \\ \hline \{0, 1, 2, \dots\} \\ \text{ناشمار} \\ \hline \{a, b, c, \dots\} \end{array} \cup \begin{array}{c} \text{شمار} \\ \hline \{0, 1, 2, \dots\} \\ \text{ناشمار} \\ \hline \{a, b, c, \dots\} \end{array} = \text{ناشمار}$$

$$\begin{array}{c} \text{مجموعه‌های زبان‌های نامنظم} \\ \hline \text{مجموعه‌های زبان‌های منظم} \\ \hline \text{شمار} \end{array} - \begin{array}{c} \text{مجموعه‌های زبان‌های نامنظم} \\ \hline \text{مجموعه‌های زبان‌های منظم} \\ \hline \text{شمار} \end{array} = \text{شمار}$$



۵۲- سه زبان L_1, L_2, L_3 با تعاریف زیر مفروضند. کدام گزاره صحیح است؟

W_0^n
 $\hookrightarrow |w|_a = |w|_b = n, |w| = 2n$

$L_1 = \{w_0^n \mid w \in \{a,b\}^*, n_a(w) = n_b(w) = n, |w| = 2n\}$ X CF \rightarrow CS

$L_2 = \{w_0^n \mid w \in \{a,b\}^*, |w| = n\}$ $\rightarrow S \rightarrow AS \mid \epsilon \rightarrow CFV$ DCFV
 $A \rightarrow a \mid b$

$L_3 = \{w_0^n \mid w \in \{a,b\}^*, n_a(w) = n \text{ یا } |w| = n\}$ $\rightarrow CFV$ DCFV X

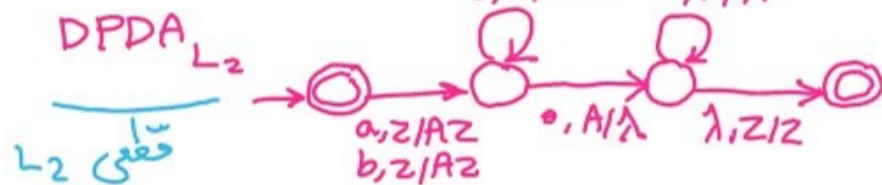
(۱) L_1 و L_2 هر دو از نوع مستقل از متن قطعی هستند ولی L_3 از این نوع نیست. X

(۲) L_1 مستقل از متن قطعی است ولی L_3 مستقل از متن غیرقطعی است. X

(۳) L_1 مستقل از متن قطعی و L_3 مستقل از متن غیرقطعی است. ✓

(۴) هر سه زبان از نوع مستقل از متن هستند. X

$C_1 \wedge C_2 \rightarrow CFX$
 \downarrow X \downarrow X



$G(L_3) = S \rightarrow S_1 \mid S_2$

$\times S_1 \rightarrow aS_1 \mid bS_1 \mid \epsilon$

$\times S_2 \rightarrow BaS_2 \mid B$

$B \rightarrow bB \mid \epsilon$

عدم قطعیت



$a^n b^m c^n d^m$ X CFX

$A^n B^m$

$a^n b^m b^n d^m = a^n \underbrace{b^m b^n}_{b^{m+n}} d^m$
 CFV



۵۳- گرامر زیر چه زبانی را تولید می‌کند؟ (ε بیانگر رشته تهی است.)

$$S \Rightarrow S_1 B \Rightarrow a S_1 b B \Rightarrow a a B \Rightarrow a a$$

$$\Rightarrow a S_1 b b b B \Rightarrow a a b b b B \Rightarrow a a b b b$$

$$a a b b b b b \leftarrow a a b b b b b B \quad \nwarrow \quad a a b b b$$

(۱) ✓ $L(G) = \{ a^{n+1} b^{n+k} \mid n \geq 1, k = -1, 1, 3, 5, \dots \}$

✗ (۲) $L(G) = \{ a^n b^{n+2k} \mid n \geq 2, k = 0, 1, 2, \dots \}$

✗ (۳) $L(G) = \{ a^{n+1} b^{n+k} \mid n \geq 1, k \geq 0 \}$

(۴) $L(G) = \{ a^n b^m \mid n \geq 2, m \geq 0 \}$

$a^2 b^1$
✗

(I)

(II)

$G: S \rightarrow S_1 B$
 $S_1 \rightarrow a S_1 b$
 $b B \rightarrow b b b B$
 $a S_1 b \rightarrow a a$
 $B \rightarrow \epsilon$

$L(G) = \{ a a, a^2 b^2, a^2 b^4, \dots \}$

L_1	✓	✓	✓
L_2	x		
L_3	x		
L_4	✓	✓	✓

رشته‌های متعلق به گرامر استخراج
در زیر به دست می‌دهیم



۵۴- از میان چهار جمله زیر، چه تعداد از آن‌ها صحیح است؟

الف- اشتراک دو زبان بازگشتی، لزوماً یک زبان بازگشتی است. ✓

ب- اگر $h(L)$ (تصویر همومورفیک L) منظم باشد می‌توان نتیجه گرفت خود L نیز منظم است. ✗

ج- اجتماع دو زبان مستقل از متن قطعی، خود یک زبان مستقل از متن قطعی است. ✗

د- زبان‌های شمارش‌پذیر بازگشتی تحت عملیات مکمل‌گیری بسته هستند. ✗

۱ (۱) ✓
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)

$$L = a^n b^n \Rightarrow h(L) = a^{2n}$$

$h(a) \rightarrow a$
 $h(b) \rightarrow a$

تقسیم چهار منظم	تقسیم دو منظم	تقسیم دو منظم	تقسیم دو منظم	تقسیم دو منظم	تقسیم دو منظم	تقسیم دو منظم	تقسیم دو منظم	تقسیم دو منظم	تقسیم دو منظم	تقسیم دو منظم	تقسیم دو منظم	تقسیم دو منظم	تقسیم دو منظم	تقسیم دو منظم
✓	✓	✗	✓	✓	✗	✗	✓	✓	✗	✓	✓	✗	✓	✓
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✓	✓
✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✓
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✗	✓	✓



۵۵- اگر M یک ماشین حالت متناهی قطعی (DFA) باشد می‌گوییم دو رشته x و y نسبت به M با هم معادلند، هرگاه

$$(s, y) \xrightarrow{*}_M q \Leftrightarrow (s, x) \xrightarrow{*}_M q$$

هم‌ارزی رشته‌ها نسبت به ماشین روبه‌رو کدام است؟

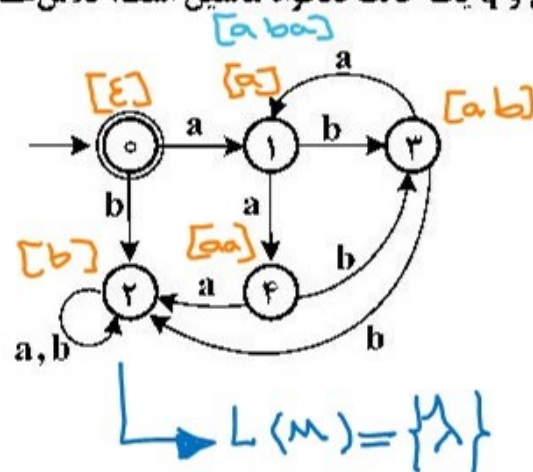
(۱) $\{ \epsilon, [ab], [aa] \}$

(۲) $\{ \epsilon, [a], [ab], [bb] \}$

(۳) $\{ \epsilon, [a], [ab], [aab], [b] \}$

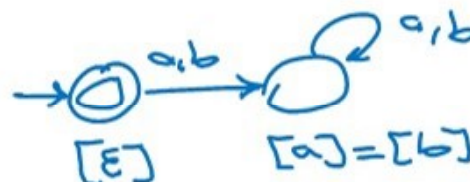
(۴) $\{ \epsilon, [a], [ab], [aa], [b] \}$ ✓

DFA کنید کلاس هم‌ارزی تعیین کنید



$$L(M) = \{ \lambda \}$$

$$DFA(\lambda) =$$



$$[\epsilon] = \{ \epsilon \}$$

$$[a] = [b] = \{ a, b, aa, bb, \dots \}$$

عادل
 $\{ ab, abab \}$

- $\rightsquigarrow ab \rightsquigarrow 3$
 ||
- $\rightsquigarrow abab \rightsquigarrow 3$



۸۶- فرض کنید:

$$L_1 = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\} \rightarrow \text{Reg} \quad \text{CF} \checkmark$$

$$L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i + j = k\} \rightarrow \text{Reg} \quad \text{CF} \checkmark$$

کدام گزینه در مورد این دو زبان درست است؟

(۱) L_1 و L_2 هیچ کدام منظم نیستند. ☒

(۳) L_2 منظم است ولی L_1 منظم نیست.

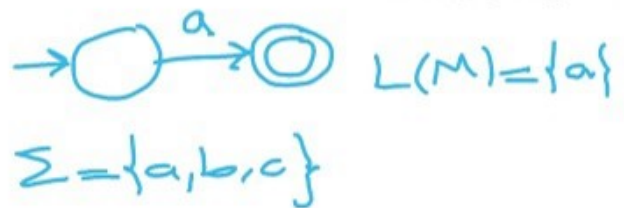
(۲) L_1 منظم است ولی L_2 منظم نیست.

(۴) L_1 و L_2 هر دو منظم هستند.



۸۷- موارد زیر را در نظر بگیرید:

- (I) کلاس زبان هایی که توسط NFA ها تشخیص داده می شوند تحت مکمل بسته اند. ✓ *Reg*
- (II) فرض کنیم D یک DFA باشد و $C = L(D)$. در این صورت یک DFA دیگر مانند \bar{D} وجود دارد که زبان $\bar{L}(D)$ را تشخیص می دهد. ✓ *کلاس زبان های سطح سبک مکمل بسته هستند*
- (III) فرض کنیم M یک NFA باشد که زبان C را تشخیص می دهد. هرگاه حالت های پذیرش و غیر پذیرش را در M به یکدیگر تبدیل کنیم به یک NFA می رسیم که زبان \bar{C} را تشخیص می دهد. X



چند مورد از گزاره های فوق درست هستند؟

- (۱) ۰
- (۲) ۱
- (۳) ۲ ✓
- (۴) ۳

بسیار مهم $\bar{L}(DFA) = DFA$ *بسیار مهم* $L(DFA) = \bar{L}(DFA)$ *بسیار مهم*



۸۸ گرامر G با قوانین زیر را در نظر بگیرید که در آن S متغیر شروع است:

$$S \rightarrow 0S0 \mid 0S1 \mid 1S0 \mid 1S1 \mid 0$$

کدام رشته در زبان این گرامر قرار ندارد؟

(۱) 010101111

(۲) 101010101 ✓

(۳) 1100110110011

(۴) 1011110001000

↓
 $L(G) = \{ \text{رشته‌هایی به طول فرد که وسط آنها ۰ است} \}$

X 01010000101010001000000



۸۹- فرض کنید:

CF ✓ $L_1 = \{a^n w w^R a^n : n \geq 0, w \in \{0,1\}^*\}$

CF X $L_2 = \{a^n b^j a^n b^j : n, j \geq 0\}$

$S \rightarrow aSa \mid A$

$A \rightarrow aAa \mid bAb \mid \epsilon$

کدام یک در مورد این دو زبان درست است؟

(۱) L_1 و L_2 هر دو مستقل از متن هستند.

(۲) L_2 مستقل از متن است ولی L_1 مستقل از متن نیست.

(۳) L_1 و L_2 هیچ کدام مستقل از متن نیستند.

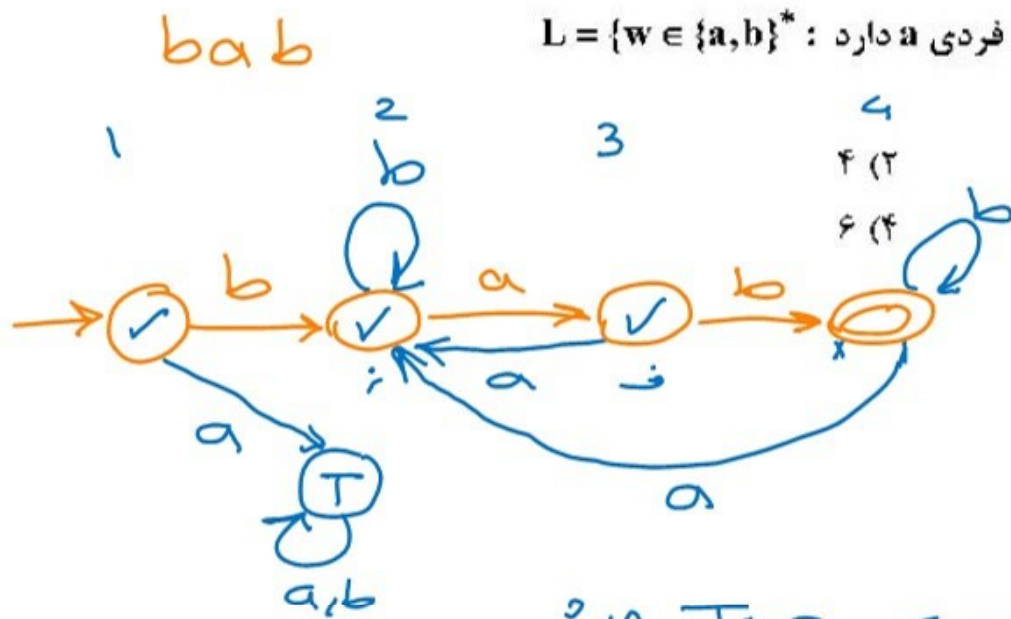
(۴) ✓ L_1 مستقل از متن است ولی L_2 مستقل از متن نیست.



۹۰- فرض کنیم M یک DFA برای زبان زیر باشد:

$L = \{w \in \{a, b\}^* : w \text{ با } b \text{ شروع می شود با } b \text{ تمام می شود و تعداد فردی } a \text{ دارد}\}$

M حداقل چند حالت دارد؟



I ۵ (۳) ✓
کف پذیرش
کف عدم پذیرش

II Total

DFA کینه ← Trap ۵ بے
FSA کینه ← ۳ بے
NFA

رِسْتَه خُشْ، صَنْدَب-3

$R = (\circ + 1)^* \circ ((\circ + 1)(\circ + 1)(\circ + 1))^* \circ (\circ + 1)^*$

ε ↓ ۱ ۵ ۶ ۱ ۱ ۱

L قرار می گیرد؟

به ازای کدام مقدار برای x عبارت $w = 0101111 \times 0$ در L قرار می گیرد؟

$$R = (\circ + 1)^* \underbrace{((\circ + 1)(\circ + 1)(\circ + 1))^*}_{3k} \circ (\circ + 1)^*$$

X I

X II

X VII



۹۲- فرض کنیم Q یک اتوماتای شبیه به PDA باشد با این تفاوت که به جای پشته مجهز به یک صف باشد. به عبارت دیگر، Q ماشینی متناهی‌الحالت است که با توجه به نماد ورودی حالت فعلی و نماد جلویی صف حرکت می‌کند. تابع انتقال این ماشین اجازه می‌دهد که حالت خود را تغییر دهد، نماد جلویی را از صف حذف کند و نمادی به آخر صف اضافه کند. قدرت ماشین Q در تشخیص زبان‌ها:

- (۱) کمتر از PDA ها است.
- (۲) به اندازه PDA ها است.
- (۳) به اندازه یک ماشین تورینگ است. ✓
- (۴) کمتر از ماشین تورینگ و بیشتر از PDA ها است.

WW^R
 طویانی برابر
 نویسه

نویسه ← صف
 —————
 abba
 —————
 ↑ ↑
 به صف به صف

WW
 —————
 abbaaba



$$\begin{aligned} A &\rightarrow \underline{xyBztp} \\ A &\rightarrow \alpha Np \\ N &\rightarrow yDt \\ D &\rightarrow Bz \end{aligned}$$

۹۳- گوئیم زبان L عضو کلاس C است هرگاه گرامر مستقل از متن برای آن وجود داشته باشد که همه قوانین آن به صورت $A \rightarrow xBy$ یا $A \rightarrow x$ باشد که x و y رشته‌های پایانی (احتمالاً تهی) هستند. این گزاره‌ها را در نظر بگیرید.

گرامر به‌تصور رینی از گرامر خطی

زبان خطی

(I) اگر $L_1, L_2 \in C$ آن‌گاه $L_1 \cup L_2 \in C$ ✓

(II) اگر $L_1, L_2 \in C$ آن‌گاه $L_1 \cap L_2 \in C$ ✗

(III) اگر $L \in C$ آن‌گاه $\bar{L} \in C$ ✗

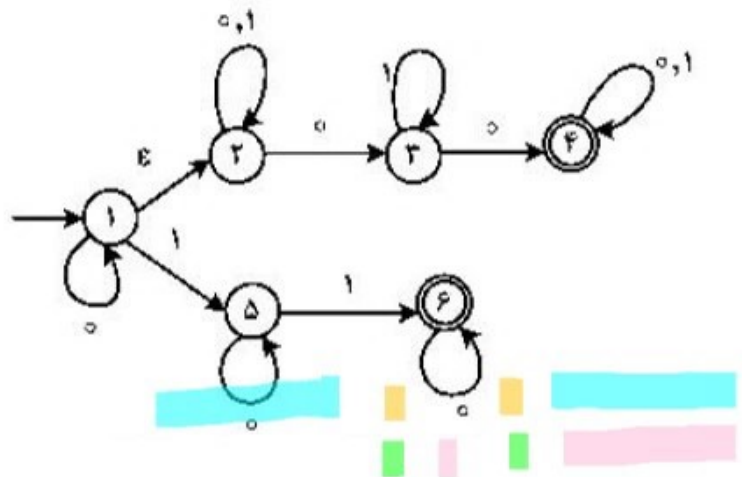
چند تا از این گزاره‌ها درست هستند؟

(۱) صفر ✓ (۲) یک (۳) دو (۴) سه



۹۴- کدام رشته در زبان اتوماتای زیر نیست؟

- (۱) 1010101000001
- (۲) 0101010101010
- (۳) 1000111000111
- (۴) 0111111111111 ✓



$(0+1)^* 0 (0+1)^* 1 (0+1)^*$

$0^* 1 0^* 1 0^*$

x گزینه ۱

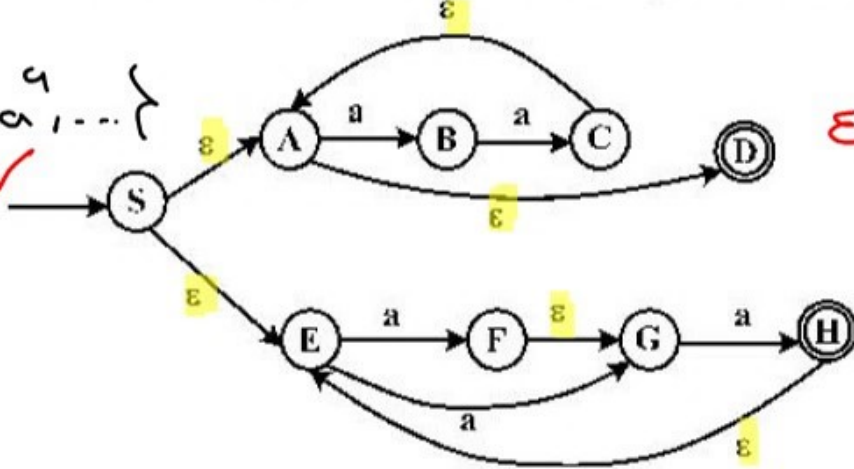
x گزینه ۲



DFA کینه

۹۵- NFA زیر را در الفبای $\Sigma = \{a\}$ به DFA معادل تبدیل می کنیم DFA حاصل حداقل چند حالت دارد؟

$$a^* = \{ \underset{\checkmark}{1}, \underset{\checkmark}{a}, \underset{\checkmark}{a^2}, a^3, a^4, \dots \}$$



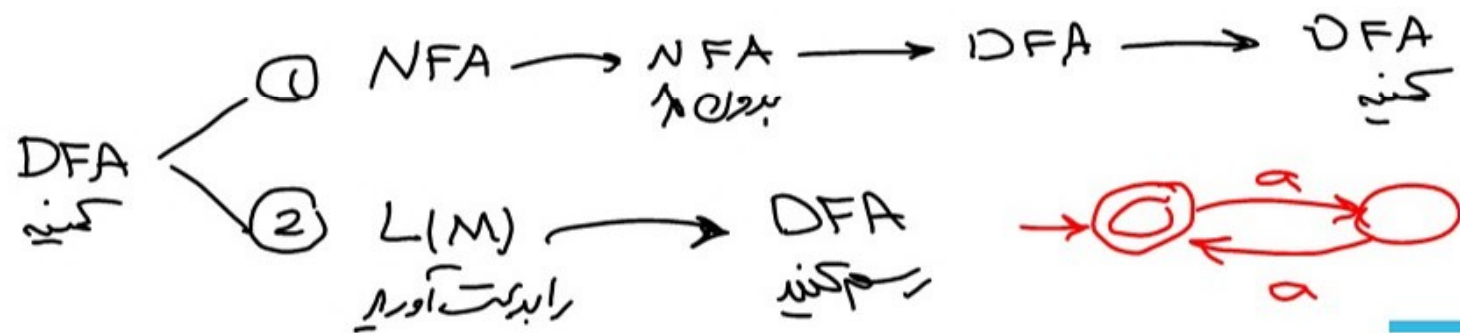
$$\epsilon, a^2, a^4, a^6, \dots$$

$$a^{2k} \mid k \geq 0$$

$$a^2, a^4, \dots = a^{2k} \mid k \geq 0$$

$$a^{2k} \mid k \geq 1$$

- ۵ (۱)
- ۲ (۲) ✓
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)





$$\boxed{1, 2, 4, 5} + \boxed{8, 7, 3} + \boxed{9, 10, 6}$$

*** ** *

- * تقسیم پذیری
- * بستاری
- * DFA کینه
- * تخصیص CF

تمارین ؟ تست درس

کندی لینز + سیسر ✓ ✓

علمی مارتن + سیسر

* تمرین لینز و دیگر کتب جمع ← مجموعه کلین شیت 30 ساعت

← صورت تمرین

مطالب حققی فراوس نشود