



جلسه دوم - عملیات روی رشته‌ها و زبان‌ها

دکتر امیرحسین کاشفی | مدرس حرفه‌ای کنکور ارشد کامپیوتر



نظریه زبان‌ها و اتوماتا

زبان ← مجموعه‌ای رسته ← عنوان تجزیه‌پذیر → کلماتی نام

$L = \{aa, ba\}$

$$L_1 \Delta L_2 = (L_1 - L_2) \cup (L_2 - L_1) = (L_1 \cup L_2) - (L_1 \cap L_2) \quad \Sigma = \{a, b\}$$

$\cup, \cap, -, \Delta$

عملیات مجموعه‌ای زبان

$$L_1 = \{aa, ba, b, \lambda\}$$

$$L_1 \cup L_2 = \{aa, ba, b, \lambda, bbb, a\} \checkmark$$

$$L_2 = \{bbb, ba, a, \lambda\}$$

$$L_1 \cup L_2 = L_1 \cup (L_2 - L_1)$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$L_1 \cap L_2 = \{ba, \lambda\} \times$$

$$L_1 \Delta L_2 = \{aa, b, bbb, a\}$$

$$L_1 - L_2 = \{aa, b\}$$

$$L_1 = \Sigma^* - L_1 = \{a, ab, abb, \dots\}$$



رشته کف = رشته ای از زبان با کلمات برین طول اکوئید. (مثال: بگرامشال تفسیر) $\Sigma = \{a, b\}$

$L_2 = \{w \mid |w| = 3k+1, k \geq 0\} \rightsquigarrow L_2 \text{ کن } = a, b$

$$L_3 = \{aa, bbb, a, bbbba\} \rightsquigarrow L_3 \text{ کن } = a$$

عملکردی مشترک رشته و زبان $\Sigma = \{a, b\}$

① Reverse مکوس L^R / W^R رشته $W^R =$ نادره از راست به چپ $\{w^R \mid w \in L\}$

$w = aab \rightsquigarrow w^R = baa$ $L = \{aa, ba\} \rightsquigarrow L^R = \{aa, ab\}$
 $w = w^R$ $L = L^R$ $|w| = |w^R|$ $|L| = |L^R|$
 Blindrom 2 nli 1 nli
 $w = abba$ $w^R = abba$

apararat.com/turing

yon.ir/turing




نکته: این الیگومر ← زنجاری است که دارای رسته های ω و ω_1 الیگومر باشند.

$$L = \{aa, ba, bbb\} \quad L = (L^R)^R \quad L = W = (W^R)^R$$

Concat • ضمّ الكاف

اگر u, v دو دسته باشند $u \cdot v = uv =$ برابر حاصله خواهد گشتند v عدد از دسته u

$$\left. \begin{array}{l} u = ab \\ v = bbb \end{array} \right\} u \cdot v = uv = abbbb$$

$$u \cdot v \neq v \cdot u \quad \text{نك 3}$$

$u = aa$
 $v = bb$

$uv = aabbb$
 $vu = bbaaa$

$u \neq v$

$u \cdot 1 = u$

$u = aa$ $v = a \rightarrow uv = va$

apararat.com/turing کانال تخصصی تدریس در آپارات: yon.ir/turing گروه تخصصی تدریس در تلگرام: 



$$(u.v).w = u(v.w)$$

5/

$$(u.v)^R = v^R.u^R \quad 4/$$

$$L_1 = \{a, b\} \quad L_2 = \{aa, ba\}$$

اگر در زبان

$$L_1, L_2 = \{aaa, aba, baa, bba\}$$

$$L_1.L_2 = L_2.L_1 ?$$

در هم می‌آمیزد برقرار نیست! $L_1.L_2 \neq L_2.L_1$

$$\textcircled{1} L_1 = L_2 \quad \textcircled{3} L_1 = \lambda$$

$$\textcircled{2} L_1 = \emptyset \quad \textcircled{4} L_1 = \{a\}$$

$$*5) L_1 = \{a\}, L_2 = \{ba, b\} \rightarrow (L_1.L_2)^R = \{ab, ab\} = L_2^R.L_1^R \quad (5)$$

$$\max(|L_1|, |L_2|) \leq |L_1.L_2| \leq |L_1| \times |L_2| \quad (6)$$

اپارات: aparat.com/turing کانال تخصصی تورینگ در آپارات: yon.ir/turing گروه تخصصی تورینگ در تلگرام: yon.ir/turing



$$L_1 = \lambda \quad L_2 = \{ab, bbb, a\} \Rightarrow |L_1.L_2| = |L_2| = 3 = \max(|L_1|, |L_2|)$$

$$L_1 = \{a\} \quad L_2 = \{a, aa\} \Rightarrow |L_1.L_2| = |L_1.L_2 = \{aa, aaa\}| = 2$$

ممکنه سوال:

اگر رشته‌ای زبان L را n بار اگر بگیریم، L^n تولید می‌شوند

$$w = ab, \quad w^n = \underbrace{(ab).(ab).(ab) \dots (ab)}_{n \text{ بار}} = (ab)^n \neq a^n b^n$$

$$L = \{a, ba\} \rightarrow L^n = \{\underline{a}, \underline{ba}\} \cdot \{\underline{a}, \underline{ba}\} \cdot \{\underline{a}, \underline{ba}\} \dots \{\underline{a}, \underline{ba}\}$$

$$L^n = \{a^n, ab(a)^{n-1}, a^2b(a)^{n-2}, \dots, (ba)^n\}$$

اپارات: aparat.com/turing کانال تخصصی تورینگ در آپارات: yon.ir/turing گروه تخصصی تورینگ در تلگرام: yon.ir/turing



$$L = \{a, ab\} \rightarrow L^3 = \{a, ab\} \cdot \{a, ab\} \cdot \{a, ab\}$$

$$L^3 = \{aaa, aaba, abaa, \dots\}$$

$$w^n = \begin{cases} \lambda & n=0 \\ w \cdot w^{n-1} & n>0 \end{cases} \quad 2/ \quad (u \cdot v)^n \neq u^n \cdot v^n$$

$$(a \cdot b)^n \neq a^n b^n$$

$$3/ \quad (w^n)^m = (w^m)^n \quad \text{توان و عکس‌رسانی مرتبه ندارند}$$

$$4/ \quad |w^n| = n \times |w| \quad 5/ \quad |L^n| = |L|^n \quad \text{برابر است؟}$$

$$L = \{a, \lambda\} \rightarrow |L| = 2$$

$$L^n = \{a^i \mid i \geq 0\} = \{\lambda, a, aa, \dots, a^n\} = n+1 \neq 2^n$$



$$w = u \mid v \quad \begin{cases} w = u \\ w = v \end{cases}$$

عملگر انتخاب: \mid , \cup , $+$

$$L = L_1 \cup L_2 \rightarrow \text{همای اجتماع}$$

بستار *

$$w^* = w^0 + w^1 + w^2 + \dots + w^n + \dots$$



$$w^+ = w^1 + w^2 + \dots + w^n + \dots$$



$$w^+ = w^* - \lambda$$



Σ^* پتانیل تولید رشته‌ای به شکل ϵ از حروف زیر را دارد

$\omega^0, \omega^1, \omega^2, \dots$

$$L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup \dots$$

$$L = \{a, ab\} \quad L^* = ? \quad \{a, ab\}^0, \{a, ab\}^1, \{a, ab\}^2, \dots$$

$$L^* = \{a, ab\}^0 \cup \{a, ab\}^1 \cup \{a, ab\}^2 \cup \dots$$

$$L^* = \{\epsilon\} \cup \{a, ab\} \cup \{aa, aab, aba, abab\} \cup \dots$$

$$= \{\epsilon, a, ab, aa, aab, aba, abab, \dots\}$$

$$\Sigma^* = \{a, b\}^* = \{a, b\}^0 \cup \{a, b\}^1 \cup \{a, b\}^2 \cup \dots$$

هر رشته‌ای قابل تولید است

بجای درج Σ^*



$$L^* - \{\epsilon\} = L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$$

نکته: Σ^+ اگر $\Sigma = \{a, b\}$ همه رشته‌های تشکیل شده از a, b به جز ϵ

نکته: تمام عباراتی قابل تعریف روی البای Σ به $|\Sigma^*|$

$$|\Sigma^*| = \text{set}(\Sigma^*) = \{a, aa, aab, \dots\}$$

مثال اگر $\Sigma = \{a, b\}$ در ستادی زیر چه مربع برقرار است؟

$$L = \emptyset \rightarrow L^+ = \emptyset \rightarrow (L^+)^+ = \emptyset^+ = \emptyset \rightarrow L^+ = \emptyset$$

$$L = \{a\} \rightarrow L^+ = \{a\} \rightarrow (L^+)^+ = \{a\}^+ = \{a\} \rightarrow L^+ = \{a\}$$

$$L = \{a^*\} \rightarrow L^+ = \{a^*\} \rightarrow (L^+)^+ = \{a^*\}^+ = \{a^*\} \rightarrow L^+ = \{a^*\}$$

$$L = \Sigma^* \rightarrow L^+ = \Sigma^* \rightarrow (L^+)^+ = \Sigma^{*+} = \Sigma^* \rightarrow L^+ = \Sigma^*$$



دکتر امیرحسین کاشفی مدرس حرفه‌ای کنکور ارشد کامپیوتر

نظریه زبان‌ها و اتوماتا

$\overline{L^+}$ vs \overline{L}^+

$$L = \lambda \rightarrow \overline{\lambda^+} = \overline{\lambda} = \Sigma^+ \\ \overline{L} = \overline{\lambda^+} = \Sigma^{++} = \Sigma^+ \\ L = a^* \rightarrow \overline{a^{*+}} = \overline{a^*} = \Sigma^* - a^* \\ \overline{\Sigma^* - a^*} = \Sigma^* - a^*$$

$\overline{L^*}$ vs \overline{L}^*

$$L = \emptyset \rightarrow \overline{\emptyset^*} = \overline{\emptyset} = \Sigma^* \\ L = \lambda \rightarrow \overline{\lambda^*} = \overline{\lambda} = \Sigma^* \\ L = a^* \rightarrow \overline{a^{*+}} = \overline{a^*} = \Sigma^* - a^*$$

هیچ‌کدام

$$\overline{L} = \lambda \rightarrow \overline{\lambda^*} = \overline{\lambda} = \Sigma^* \\ L^* = \lambda \rightarrow \overline{\lambda^*} = \overline{\lambda} = \Sigma^*$$

اپارات: aparat.com/turing کانال تخصصی تورینگ در آپارات: yon.ir/turing گروه تخصصی تورینگ در تلگرام: t.me/yon_ir



دکتر امیرحسین کاشفی مدرس حرفه‌ای کنکور ارشد کامپیوتر

نظریه زبان‌ها و اتوماتا

* اگر زبان L شامل λ یا ϵ باشد، $L^+ = L^*$

	$(^R)$	$(^-)$	$(^{n \neq 0})$	$(^*)$	$(^+)$	\emptyset	λ	L	L^*	L^+
L	L^R	\overline{L}	L^n	L^*	L^+	\emptyset	λ	L^2	L^+	$L \cdot L^+$
L^R	$(L^R)^R = L$	$\overline{L^R}$	$(L^R)^n = (L^n)^R$	$(L^R)^* = (L^*)^R$	$(L^R)^+ = (L^+)^R$	\emptyset	λ	$L^R \cdot L$	$L^R \cdot L^*$	$L^R \cdot L^+$
\overline{L}	$\overline{L^R}$	$\overline{\overline{L}} = L$	$\overline{L^n}$	$\overline{L^*}$	$\overline{L^+}$	\emptyset	λ	$\overline{L} \cdot L$	$\overline{L} \cdot L^*$	$\overline{L} \cdot L^+$
L^*	$(L^*)^R = (L^R)^*$	$\overline{L^*}$	L^*	L^*	L^*	\emptyset	λ	L^*	L^*	L^*
L^+	$(L^+)^R = (L^R)^+$	$\overline{L^+}$	$(L^+)^n$	L^+	L^+	\emptyset	λ	$L^+ \cdot L$	L^+	$L^+ \cdot L^+$
Σ^*	$(\Sigma^*)^R = \Sigma^*$	\emptyset	Σ^*	Σ^*	Σ^*	\emptyset	Σ^*	$\Sigma^* \cdot L$	$\Sigma^* \cdot L^*$	$\Sigma^* \cdot L^+$
Σ^+	$(\Sigma^+)^R = \Sigma^*$	λ	$(\Sigma^+)^n$	Σ^*	Σ^+	\emptyset	Σ^+	$\Sigma^+ \cdot L$	$\Sigma^+ \cdot L^*$	$\Sigma^+ \cdot L^+$
λ	λ	Σ^+	λ	λ	λ	\emptyset	λ	L	L^*	L^+
\emptyset	\emptyset	Σ^*	\emptyset	λ	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset

$$L^+ = L^* \cdot L^+ \neq L^* \\ L^+ = L^* \cdot L^+ \neq L^* \\ L^+ = L^* \cdot L^+ \neq L^* \\ L^+ = L^* \cdot L^+ \neq L^*$$

اپارات: aparat.com/turing کانال تخصصی تورینگ در آپارات: yon.ir/turing گروه تخصصی تورینگ در تلگرام: t.me/yon_ir



۷- زبان زیر که روی $\Sigma = \{a, b\}$ تعریف شده است را در نظر بگیرید:

palindrome = $\{\lambda \text{ and all strings } x \text{ such that } \text{reverse}(x) = x\}$

کدام یک از عبارات زیر در مورد این زبان صادق نیست؟ (کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر - آزاد ۸۴)

۲ باطل = $\{aa, bb\}$

۳ باطل = $\{a^3, b^3, bab, aba\}$



زوج P ✓
فرد P ✓

۱) تعداد رشته‌های با طول ۲ برابر است با تعداد رشته‌های با طول ۳ ✓

۲) اگر $x \in \text{palindrome}$ در این صورت $x^n \in \text{palindrome}$ درست

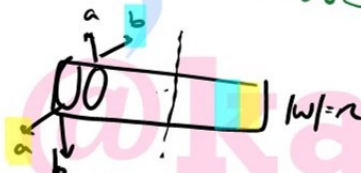
۳) اگر $x^n \in \text{palindrome}$ در این صورت $x \in \text{palindrome}$ درست

۴) تعداد رشته‌های با طول ۳ برابر است با تعداد رشته‌های با طول ۴

۴ باطل = $\{aaaa, b^4, a^4, b^4, a^2b^2, b^2a^2, abba, baab\}$
۵ باطل = $\{a^5, b^5, a^3b^2, b^3a^2, a^2b^3, b^2a^3, aba^3, ba^3ba, abab, babab\}$



۵ باطل $P = \{a^5, ab^3a, a^2b^2a^2, ababab, b^5, ba^3b, b^2a^2b^2, babab, b\}$



$2^2 = 4 \Rightarrow 3, 4$ طول

$2^3 = 8 \Rightarrow 5, 6$ طول

$2^{3/2} \Rightarrow 1, 1, n$ طول

* اگر $|\Sigma| = 2$ باشد تعداد رشته‌ها

این رشته‌ها باطل $2^k = 2n$ برابر 2^k

می باشد.



★ ۱۳- اگر L یک زبان روی مجموعه الفبای Σ باشد، کدام یک نمایشی برای $((L^R)^n)^R$ است؟

(کارشناسی ارشد علوم کامپیوتر - دولتی ۹۰)

$$w_1^R w_2^R w_3^R \dots w_n^R \mid w_i \in L = \{(w^R)^n : w \in L\} \quad (۲) \quad (w^n)^R = \{(w^n)^R : w \in L\} \quad (۱)$$

$$\{(w_1 w_2 \dots w_n : w_i \in L)\} \quad (۴) \quad \{w_n^R w_{n-1}^R \dots w_1^R : w_i \in L\} \quad (۳)$$

$$((L^R)^n)^R = ((L^R)^R)^n = L^n \quad 1=2=3$$

@kashefism



★ ۲۰- کدام گزینه زبان $L_1 = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, |w| \bmod 3 \geq 1\}$ را برحسب زبان‌های زیر بیان می‌کند؟

$$L_2 = \{a, b\}, L_3 = \{aa, ab, ba, bb\}$$

$$L_4 = \{aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb\}$$

$$|w| \neq 3k$$

(کارشناسی ارشد علوم کامپیوتر - دولتی ۹۶)

$$L_1 = L_4^* L_2 \cup L_3 \quad (۱) \quad L_1 = L_4^* L_2 L_3 \quad (۲) \quad L_1 = L_4^* L_2 \cup L_4^* L_3 \quad (۳) \quad L_1 = L_4^* L_2 L_3^* \quad (۴)$$

$$|w| = 1, 2, 4, 5, 7, 8$$

$$\frac{3k+1+2}{3k'}$$

$$\begin{array}{l} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \end{array} \quad \begin{array}{l} a, b \\ a, b \\ aa, ba, ab, bb \\ \text{همه طول ۳} \end{array}$$

$$L_1 = L_4^* \cdot L_2 \cup L_3$$



	$(^R)$	$(^-)$	$(^{n \neq 0})$	$(^*)$	$(^+)$	\emptyset	λ	L	L^*	L^+
L	L^R	\bar{L}	L^n	L^*	L^+	\emptyset	L	L^2	L^+	$L \cdot L^+$
L^R	$(L^R)^R = L$	$\overline{\bar{L}}^R$	$(L^R)^n = (L^n)^R$	$(L^R)^* = (L^*)^R$	$(L^R)^+ = (L^+)^R$	\emptyset	L^R	$L^R \cdot L$	$L^R \cdot L^*$	$L^R \cdot L^+$
\bar{L}	\bar{L}^R	$\bar{\bar{L}} = L$	\bar{L}^n	\bar{L}^*	\bar{L}^+	\emptyset	\bar{L}	$\bar{L} \cdot L$	$\bar{L} \cdot L^*$	$\bar{L} \cdot L^+$
L^*	$(L^*)^R = (L^R)^*$	\bar{L}^*	L^*	L^*	L^*	\emptyset	L^*	$L^+ \cdot L$	L^*	L^+
L^+	$(L^+)^R = (L^R)^+$	\bar{L}^+	$(L^+)^n$	L^+	L^+	\emptyset	L^+	$L^+ \cdot L$	L^+	$L^+ \cdot L^+$
Σ^*	$(\Sigma^*)^R$	\emptyset	Σ^*	Σ^*	Σ^*	\emptyset	Σ^*	$\Sigma^* \cdot L$	$\Sigma^* \cdot L^*$	$\Sigma^* \cdot L^+$
Σ^+	$(\Sigma^+)^R$	λ	$(\Sigma^+)^n$	Σ^*	Σ^+	\emptyset	Σ^+	$\Sigma^+ \cdot L$	$\Sigma^+ \cdot L^*$	$\Sigma^+ \cdot L^+$
λ	λ	Σ^+	λ	λ	λ	\emptyset	λ	L	L^*	L^+
\emptyset	\emptyset	Σ^*	\emptyset	λ	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset

۱! هرکس با \emptyset ، Concat کنه نابوده! (خوبی شه)
 ۲! هرکس با λ Concat کنه شخصیت خودش شلخته می‌ره! (خودش لاشه)
 ۳! هرکس با R با کسی تعارف نداره! (با n و $+$ و $*$ جای پای شه)

@kashefism

گروه تخصصی تورینگ در تلگرام: [yon.ir/turing](https://t.me/yon_ir_turing) کانال تخصصی تورینگ در آپارات: [aparat.com/turing](https://www.aparat.com/turing)



ارتباط با من

کانال فرهیختگی اندیشه @kashefism

آیدی من در تلگرام @MrSpecialOne

گروه رفع اشکال تورینگ در تلگرام [yon.ir/turing](https://t.me/yon_ir_turing)

کانال تورینگ در آپارات [aparat.com/turing](https://www.aparat.com/turing)

گروه تخصصی تورینگ در تلگرام: [yon.ir/turing](https://t.me/yon_ir_turing) کانال تخصصی تورینگ در آپارات: [aparat.com/turing](https://www.aparat.com/turing)