

جلسه دهم - زبان‌های مستقل از متن

دکتر امیر حسین کاشفی | مدرسی حرفه‌ای کنکور ارشد کامپیوتر



زبانهای مستقل از متن (5, 6, 7, 8)

زبانهای مستقل از متن  $a^n b^n$

$a^n \rightarrow G: s \rightarrow aSa | \epsilon$

CFG

گرامر CF ماشین پشته PDA

DCFL

Linear

خانواده‌های داخلی زبانهای CF

همه پاب CF و خطی

استنتاج w با استفاده از گرامر

اجهتام در گرامر CF

اجهتام در زبان

LMD  
RMD  
Tree

الگوریتم‌های عضویت  
CYK  $\rightarrow O(|w|^3)$   
DP

ساده سازی گرامر  $G \rightarrow G'$  ،  $L(G') = L(G)$

فرم عی نرمال - تجزیه جاسکی

گرامر عی مستقل از متن - ابرار تولید رشته

Reg  $\subset$  CFG

قواعد آنها به فرم  $A \rightarrow \alpha$  بجز اینکه  $A \in V$  ،  $\alpha \in (V \cup T)^*$

\* گرامر مستقل از متن ابراریت جهت تشخیص مستقل از متن بودن یک زبان

ex: نشان دهید زبان  $L = \{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$  مستقل از متن است:

$ww^R \rightarrow \frac{a\alpha}{w} \frac{\alpha^R a}{w^R}$   
 $\rightarrow \frac{b\alpha}{w} \frac{\alpha^R b}{w^R}$

$S \rightarrow \frac{aSa}{1} \mid \frac{bSb}{2} \mid \frac{\epsilon}{3}$

$u = ww^R \rightarrow \frac{abb}{w} \frac{bba}{w^R} \rightarrow$   
 $w = abb$

ex: نشان دهید زبان  $L = \{w \mid |w|_a = |w|_b, w \in \{a,b\}^*\}$  مستقل از متن است:

\*  $S \rightarrow aSb \mid bSa \mid SS \mid \epsilon$

\*  $S \rightarrow aSbS \mid bSaS \mid \epsilon$

\* گرامر تولیدکننده جملات یک زبان یکتا نیست.

\* اگر  $G_2 = G_1$  ،  $L(G_2) = L(G_1)$



ex: نشان دهید زبان  $L = \{w \mid w \in \{a,b\}^*, |w|_a = |w|_b\}$  متقل از متن است:

\* هر زیر رشته از  $w$  تعداد  $a$  عیش از طیش بیشتر است

$S \rightarrow aSb \mid SS \mid bSa \mid \epsilon$

$bbaa \times$ ,  $\overline{ab}ba \times$ ,  $\overline{abab} \checkmark$

$L_1: S \rightarrow aSb \mid SS \mid \epsilon$

$L_1$  در هشتونی  $a$  عیش بیشتر است  $\equiv$   
در هشتونی  $b$  عیش بیشتر است  $\equiv$

$L_2: S \rightarrow bSa \mid SS \mid \epsilon$

$a \notin L_1$ ,  $a \notin L_2$ ,  $\underline{w = \epsilon}$ ,  $a \in \Sigma^*$

$? = L_1 \cap L_2$  ← در هشتونی  $a$  عیش برابر است

$L_3 = \{w \mid |w|_a = |w|_b\} = L_1 \cup L_2$

ex: نشان دهید زبان  $L = \{a^n b^m c^k \mid m = n + k\}$  متقل از متن است:

$a^n b^{m=n+k} c^k = \underbrace{a^n b^n}_A \underbrace{b^k c^k}_B = \underbrace{a^n b^k b^n c^k}_X$

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow aAb \mid \epsilon$

$B \rightarrow bBc \mid \epsilon$

$\bullet \times$

ex: نشان دهید زبان  $L = \{a^n b^m \mid \underbrace{n \neq m}_{\substack{n > m \\ n < m}}\}$  متقل از متن است:

$S \rightarrow S_{n > m} \mid S_{n < m}$

$\cup \times$

$S_{n > m} \rightarrow aS_{n > m}b \mid aS_{n > m} \mid a$

$S_{n < m} \rightarrow aS_{n < m}b \mid S_{n < m}b \mid b$

$n = m + k \leftarrow n - m = k$   
 $m = n + k \leftarrow n - m = -k$   
 $\left. \begin{array}{l} n - m = k \\ n - m = -k \end{array} \right\} n - m = \pm k \leftarrow |n - m| = k \times$

$S \rightarrow S_1 \cdot S_2$   
 $L_1 = L_1 \cdot L_2$

\* شیخ کرار  
 $S \rightarrow S_1 \mid S_2$   
 $L = L_1 \cup L_2$



**استنتاج** به جایگزینی  $A$  با  $\alpha$  و استفاده از قاعده  $A \rightarrow \alpha$  در ردال تولید رشته استنتاج گویند.

$$\beta A \gamma \xRightarrow{i} \beta \alpha \gamma$$

- 1)  $S \rightarrow AB$
- 2)  $A \rightarrow aaA$
- 3)  $A \rightarrow \epsilon$
- 4)  $B \rightarrow Bb$
- 5)  $B \rightarrow \epsilon$

$$w = aab$$

$$S \xRightarrow{1} AB \xRightarrow{2} aaAB \xRightarrow{4} aaABb \xRightarrow{5} aaAb \xRightarrow{3} aab$$

LMD Left Most Derivation

RMD Right Most Derivation

نظم ← سلسله

LMD ← سمت چپ‌ترین مسیر در فرم جمله باید جایگزین شود

RMD ← سمت راست‌ترین مسیر در فرم جمله باید جایگزین شود



$$w = aab$$

$$\text{LMD: } S \xRightarrow{1} AB \xRightarrow{2} aaAB \xRightarrow{3} aaB \xRightarrow{4} aaBb \xRightarrow{5} aab$$

$$w = aab$$

$$\text{RMD: } S \xRightarrow{1} AB \xRightarrow{4} ABb \xRightarrow{5} Ab \xRightarrow{2} aaAb \xRightarrow{3} aab$$

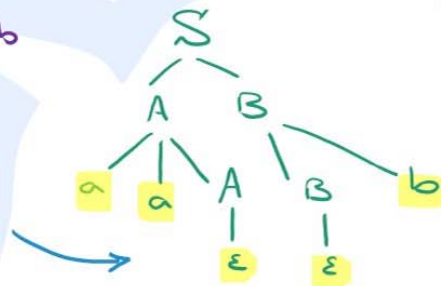
درخت استنتاج ← ترتیب هم‌بستگی

را ریشه که است به فرزندان هر گره درخت می‌تواند به ترتیب  $T$  یا  $V$  بکیر از سمت راست می‌آن گره باشند

3 برگه‌های درخت از چپ به راست همان  $w$  را تشکیل خواهند داد

- 1)  $S \rightarrow AB$
- 2)  $A \rightarrow aaA$
- 3)  $A \rightarrow \epsilon$
- 4)  $B \rightarrow Bb$
- 5)  $B \rightarrow \epsilon$

$$W = aab$$



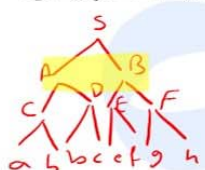
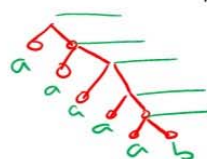
$$aa\epsilon\epsilon b = aab$$

\* ارتفاع درخت استنتاج

اگر در گره  $G$  تمامی قواعد به فرم  $A \rightarrow v$  که  $|v| \geq 1$  آنگاه درخت استنتاج جمله  $w$ ، دارای ارتفاع

$h$  است بطوریکه:

$$S \rightarrow aS \mid ab$$



$$\log_{|v|} |w| \leq h \leq \frac{|w| - 1}{|v| - 1}$$

صالح ارتفاع درخت  $k$  است

محدوده ارتفاع درخت  $k$  است





### مسئله عضویت

← تعلق یا عدم تعلق رشته  $w$  به گرامر  $G$  است. خروجی Yes / No عضویت

### تجزیه

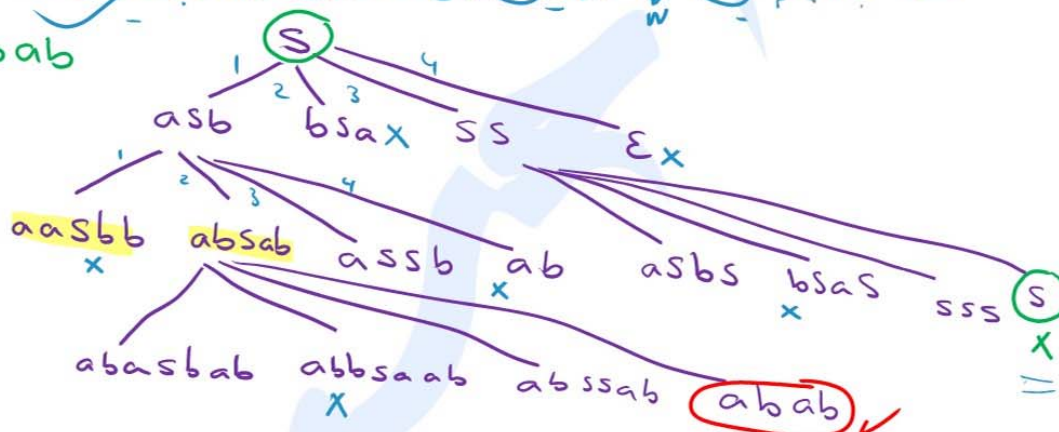
← فرایند ایجاد دنباله‌ای از قواعد گرامر که سخره تولید رشته  $w \in L(G)$  است.  
برابر تجزیه ← یکی از اشتقاق‌های  $w$

### تجزیه جستجوی کامل

← با لایه پایینی  $S$  از میان تمامی اشتقاق‌های موجود یک انتخاب می‌کنیم  $w$  را تولید کنند

- 1  $S \rightarrow aSb$
- 2  $S \rightarrow bSa$
- 3  $S \rightarrow ss$
- 4  $S \rightarrow \epsilon$

$w = abab$



همه تجزیه‌ها ممکنه قابل استفاده نیست. برای  $L(G)$  یک  $w$  گاهی است بایلی پذیر باشند

← فرم قواعد گرامر مستقل از متن محدود داریم. قواعد  $A \rightarrow \alpha$  حذف کنیم ← تمام قواعد گرامر افزایش خواهند شد

\* در مرحله از اشتقاق طول  $SF$ ، افزایش هر بید یا کادگی بایلی

$|w|$  به  $|w| + 2$  مرحله اشتقاق  $|w|$  مرحله بزرگ اشتقاق،  $w \in L(G)$

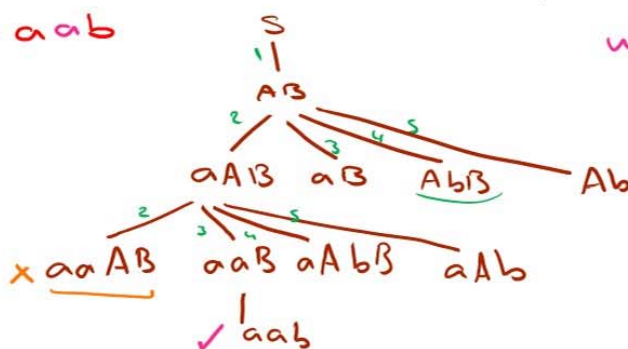
\* اگر در گرامر قواعد  $\frac{A \rightarrow \alpha}{A \rightarrow \beta}$  نباشد ← در روش تجزیه کامل بزرگ  $w \in \Sigma^*$  پس از مدتی  $|w|$  مرحله‌ای طول تقسیم‌هایی (تعلق یا عدم تعلق) اعلام شود

- 1  $S \rightarrow AB$
- 2,3  $A \rightarrow aA|a$
- 4,5  $B \rightarrow bB|b$

$$2 \times 3 = 6$$

$w = aab$

$w' = bba$





\* اگر در گزاره قواعد  $\frac{A \rightarrow \alpha}{A \rightarrow \beta}$  باشد  $\leftarrow$  در روش تجزیه کامل بر سر  $w \in \Sigma^*$  اگر تعداد قواعد کمتر برابر  $|P|$

باشد تعداد کل SF برابر است با  $M = |P| + |P|^2 + |P|^3 + \dots + |P|^{2|w|}$

$\rightarrow \epsilon O(|P|^{2|w|+1})$

تقلیب رشته به گزاره‌های رزق، الگوریتم CYK  $\leftarrow DP \leftarrow O(|w|^3)$

اگر رایج در متن نهال جاسکی باشد که در جمله آینه طرح خواهد شد.

آیا با تغییر قواعد گزاره‌های متن و صبرت حقیقی شخص داد؟  $\epsilon \epsilon$

S-Grammer  $\leftarrow A \rightarrow \alpha \epsilon$  +  $(A, \alpha)$  تنوع یکبار در قواعد موجود باشد

در این صورت عضویت  $O(|w|)$  خواهد شد.

$S \rightarrow \alpha SA$   
 $S \rightarrow b$   
 $A \rightarrow bB$   
 $B \rightarrow d$

$w = \underline{\alpha} \underline{\alpha} \underline{b} \underline{d} \underline{b} \underline{d}$

$S \Rightarrow \underline{\alpha} SA \Rightarrow \alpha \underline{\alpha} \underline{S} AA \Rightarrow \alpha \alpha b AA \times$

$w = \underline{\alpha} \underline{\alpha} \underline{b} \underline{b} \underline{d} \underline{b} \underline{d}$

$S \Rightarrow \underline{\alpha} SA \Rightarrow \alpha \underline{\alpha} \underline{S} AA \Rightarrow \alpha \alpha b AA \Rightarrow \alpha \alpha b b BA \Rightarrow \alpha \alpha b b d A \Rightarrow \alpha \alpha b b d b B \Rightarrow \alpha \alpha b b d b d$

\* اگر گزاره ساده باشد (S-Grammer) در  $O(|w|)$  می‌توان تصمیم گرفت.

\* تعداد قواعد گزاره ساده برابر است با:  $|P| \leq |V| \times |T|$

$\leftarrow$  بر اساس  $\max(|V|, |T|) \leq$

$S \rightarrow \underline{\alpha} A$      $S \rightarrow \alpha A$   
 $A \rightarrow \underline{b} B$      $A \rightarrow \alpha$   
 $B \rightarrow \underline{c} \underline{d}$





ارتباط با من

کانال فرهیختگی اندیشه

@kashefism

آیدی من در تلگرام

@MrSpecialOne

کانال تورینگ در تلگرام

@Turingism

گروه رفع اشکال تورینگ در تلگرام

yon.ir/turing

کانال تورینگ در آپارات

aparat.com/turing

