بسمه تعالی

تجزیه و تحلیل سیگنال‌ها و سیستم‌ها

خلاصه‌ای از مهم‌ترین نکات و فرمول‌ها

مهدی تقدسی

قسمت اول ـ نکات

نکته ۱:

$$\cos\omega_0 t\ ,\ \sin\omega_0 t\ ,\ e^{j\omega_0 t} \longrightarrow T=\frac{2\pi}{|\omega_0|}$$

$$\tan\omega_0 t\ ,\ \cot\omega_0 t\ ,\ |\cos\omega_0 t|\ ,\ |\sin\omega_0 t| \longrightarrow T=\frac{\pi}{|\omega_0|}$$

نکته ۲:

$$\cos\omega_0 n\ ,\ \sin\omega_0 n\ ,\ e^{j\omega_0 n} \longrightarrow \begin{cases} \frac{2\pi}{\omega_0}\ \text{گویا} \longrightarrow N \triangleq \left(\text{صورتِ کسرِ}\ \frac{2\pi}{\omega_0}\right) \\ \frac{2\pi}{\omega_0}\ \text{غیرگویا} \longrightarrow \text{نامتناوب} \end{cases}$$

نکته ۳:

$x(t)$ متناوب با T $\longrightarrow$ $x(\alpha t)$ متناوب با $\frac{T}{\alpha}$

نکته ٤:

$x[n]$ متناوب با N $\longrightarrow$ $x_{(m)}[n]$ متناوب با mN

نکته ۵:

$x[n]$ متناوب با N $\longrightarrow$ $x[mn]$ متناوب با صورت کسر $\frac{N}{m}$

نکته ۶:

$x(t)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty} z(t-mT)$ $\longleftrightarrow$ $x(t)$ متناوب با T

نکته ۷:

$x(t)$ فرد $\longrightarrow$ $x(0)=x_o(0)=0\ ,\ \int_{-a}^{a} x(t)\,dt=0$

$x[n]$ فرد $\longrightarrow$ $x[0]=x_o[0]=0\ ,\ \sum_{n=-m}^{m} x[n]=0$

نکته ۸:

زوج $x(t) \longrightarrow x(0) = x_e(0) \quad , \quad \int_{-a}^{a} x(t)\,dt = 2\int_{0}^{a} x(t)\,dt$

زوج $x[n] \longrightarrow x[0] = x_e[0] \quad , \quad \sum_{n=-m}^{m} x[n] = 2\sum_{n=0}^{m} x[n] - x[0]$

نکته ۹:

فرد = فرد × زوج ، زوج = فرد × فرد ، زوج = زوج × زوج

نکته ۱۰:

$$x(t) = 0\ ,\ t < 0 \longrightarrow x(t) = \begin{cases} 2x_e(t) & ,\ t > 0 \\ x_e(0) & ,\ t = 0 \\ 0 & ,\ t < 0 \end{cases} \quad , \quad x(t) = \begin{cases} 2x_o(t) & ,\ t > 0 \\ ? & ,\ t = 0 \\ 0 & ,\ t < 0 \end{cases}$$

نکته ۱۱:

زوج $x(t) \longleftrightarrow$ زوج $\mathrm{Re}[x(t)]\ ,\ \mathrm{Im}[x(t)]$

زوج $x(t) \longleftrightarrow$ زوج $|x(t)|\ ,\ \measuredangle x(t)$

نکته ۱۲:

فرد $x(t) \longleftrightarrow$ فرد $\mathrm{Re}[x(t)]\ ,\ \mathrm{Im}[x(t)]$

نکته ۱۳:

سیگنال دوره‌محدود و کراندار $\longrightarrow E_\infty < \infty \quad , \quad P_\infty = 0$

نکته ۱٤:

$E\{x(t)\} = \sum_i E_i \quad ,$ E_iها انرژی کل قسمت‌های جداگانه از سیگنال $x(t)$

$P\{x(t)\} = \sum_i P_i \quad ,$ P_iها توان کل قسمت‌های جداگانه از سیگنال $x(t)$

نکته ۱۵:

اگر سیگنال‌های $x(t)$ و $y(t)$ فقط در یک قسمت کراندار و دوره‌محدود، با هم تفاوت داشته باشند؛ $\longrightarrow P\{x(t)\} = P\{y(t)\}$

نکته ۱۶:

$$P_\infty = P_T = \frac{1}{T}\int_T |x(t)|^2 dt \quad , \quad P_\infty = P_N = \frac{1}{N}\sum_{n=\langle N\rangle} |x[n]|^2$$

نکته ۱۷:

$$A\cos at \ , \ A\sin at \longrightarrow P = \frac{A^2}{2}$$

$$A \ , \ Ae^{jat} \longrightarrow P = A^2$$

نکته ۱۸:

$$x(t) = \alpha x_1(t) + \beta x_2(t) + \cdots \xrightarrow{\text{سیستم خطی}} y(t) = \alpha y_1(t) + \beta y_2(t) + \cdots$$

نکته ۱۹:

$$x(t) = 0 \xrightarrow{\text{سیستم خطی}} y(t) = 0$$

نکته ۲۰:

$$x(t) = 0 \ , \ t < t_0 \xrightarrow{\text{سیستم خطی و علی}} y(t) = 0 \ , \ t < t_0$$

نکته ۲۱:

سیستم علی ⟵ سیستم خطی و دارای سکون اولیه

نکته ۲۲:

$$x_2(t) = x_1(t - t_0) \xrightarrow{\text{سیستم TI}} y_2(t) = y_1(t - t_0)$$

نکته ۲۳:

$$x(t) = \alpha x_1(t - t_1) + \beta x_2(t - t_2) + \cdots \xrightarrow{\text{سیستم LTI}} y(t) = \alpha y_1(t - t_1) + \beta y_2(t - t_2) + \cdots$$

نکته ۲۴:

سیستم زمانی:	پوشش همه زمان‌ها در شرط‌ها	⟷	وارون‌پذیر
سیستم دامنه‌ای:	شرط‌ها روی ورودی، مکمّل و روی خروجی، بدون تداخل	⟷	وارون‌پذیر

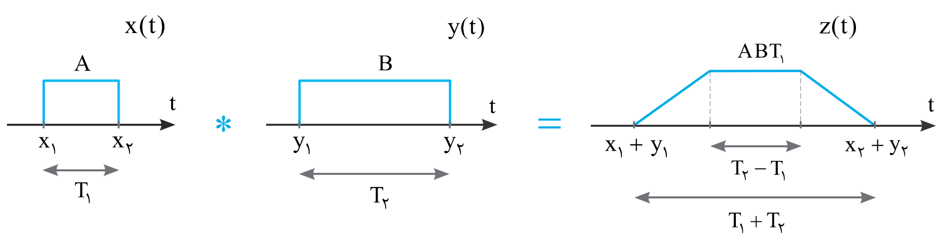
نکته ۲۵:

$y=f(x)$ یک‌به‌یک $\xleftrightarrow{\text{سیستم بدون‌حافظه و TI}}$ وارون‌پذیر

نکته ۲۶:

$\left(x(t)=0 \longleftrightarrow y(t)=0\right)$ $\xleftrightarrow{\text{سیستم خطی}}$ وارون‌پذیر

نکته ۲۷:



نکته ۲۸:

$$x(t)*y(t)=z(t) \longrightarrow x(at+t_1)*y(at+t_2)=\frac{1}{|a|}z(at+t_1+t_2)$$

$$x(t)*y(t)=z(t) \longrightarrow x(-t)*y(-t)=z(-t)$$

نکته ۲۹:

$$x(t)=z(t)*\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-kT) \longleftrightarrow x(t) \text{ متناوب با } T$$

نکته ۳۰:

$$s[n]=\sum_{k=0}^{+\infty}h[n-k] \quad , \quad s[n]=\sum_{k=-\infty}^{n}h[k] \quad , \quad h[n]=s[n]-s[n-1]$$

نکته ۳۱:

$$s[+\infty]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}h[k]$$

نکته ۳۲:

$$s(t)=\int_{0}^{+\infty}h(t-\tau)\,d\tau \quad , \quad s(t)=\int_{-\infty}^{t}h(\tau)\,d\tau \quad , \quad h(t)=\frac{ds(t)}{dt}=s'(t)$$

نکته ۳۳:

$$\boxed{s(+\infty)=\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)\,d\tau}$$

نکته ۳۴:

$y[n]=Ax[n]$ ⟷ $h[n]=0\ ,\ n\neq 0$ ⟷ سیستم LTI بدون‌حافظه زمان‌گسسته

$y(t)=Ax(t)$ ⟷ $h(t)=0\ ,\ t\neq 0$ ⟷ سیستم LTI بدون‌حافظه زمان‌پیوسته

نکته ۳۵:

$h[n]=0\ ,\ n<0$ ⟷ سیستم LTI علی زمان‌گسسته

$h(t)=0\ ,\ t<0$ ⟷ سیستم LTI علی زمان‌پیوسته

نکته ۳۶:

$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h[n]| < \infty$ ⟷ سیستم LTI پایدار زمان‌گسسته

$\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)|\,dt < \infty$ ⟷ سیستم LTI پایدار زمان‌پیوسته

نکته ۳۷:

$$\boxed{h(t)*h_i(t)=\delta(t)}$$

نکته ۳۸:

$$\boxed{\int_{t+a}^{t+b} x(\tau)\,d\tau = x(t)*\left[u(t+b)-u(t+a)\right]}$$

نکته ۳۹:

$$\boxed{s[n,k]=\sum_{m=k}^{+\infty} h[n,m] \quad , \quad h[n,k]=-\left(s[n,k+1]-s[n,k]\right)}$$

نکته ۴۰:

$$\boxed{s(t,\tau)=\int_{\tau}^{+\infty} h(t,\alpha)\,d\alpha \quad , \quad h(t,\tau)=-\frac{\partial s(t,\tau)}{\partial \tau}}$$

نکته ۴۱:

حول مضارب زوج π $(\omega=0\ ,\pm 2\pi\ ,\pm 4\pi\ ,\cdots)$ ⟷ فرکانس‌های پایین

حول مضارب فرد π $(\omega=\pm\pi\ ,\pm 3\pi\ ,\pm 5\pi\ ,\cdots)$ ⟷ فرکانس‌های بالا

نکته ۴۲:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}|x(t)|dt<\infty \longleftrightarrow X(\omega)$$ همگرا و پیوسته

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}|x[n]|<\infty \longleftrightarrow X(\omega)$$ همگرا و پیوسته

نکته ۴۳:

$X(\omega)$ فرد $\xleftrightarrow{F}$ $x(t)$ فرد ، $X(\omega)$ زوج $\xleftrightarrow{F}$ $x(t)$ زوج

$X_o(\omega) \xleftrightarrow{F} x_o(t)$ ، $X_e(\omega) \xleftrightarrow{F} x_e(t)$

نکته ۴۴:

$x(t)$ حقیقی $\longleftrightarrow$

$$X^*(\omega)=X(-\omega)$$

$\measuredangle X(\omega)$ فرد ، $|X(\omega)|$ زوج

$X_I(\omega)$ فرد ، $X_R(\omega)$ زوج

$$jX_I(\omega)=X_o(\omega) \quad , \quad X_R(\omega)=X_e(\omega)$$

$$F\{x_o(t)\}=jX_I(\omega) \quad , \quad F\{x_e(t)\}=X_R(\omega)$$

نکته ۴۵:

$x(t)$ حقیقی و زوج $\xleftrightarrow{F}$ $X(\omega)$ حقیقی و زوج

$x(t)$ حقیقی و فرد $\xleftrightarrow{F}$ $X(\omega)$ موهومی و فرد

نکته ۴۶:

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}z(t-kT) \xrightarrow{FS} a_k=\frac{۱}{T}Z(k\omega_\circ)=\frac{۱}{T}Z(\omega)\Big|_{\omega=k\omega_\circ}$$

نکته ۴۷:

a_k فرد $\xleftrightarrow{FS}$ $x(t)$ فرد ، a_k زوج $\xleftrightarrow{FS}$ $x(t)$ زوج

$od\{a_k\} \xleftrightarrow{FS} x_o(t)$ ، $ev\{a_k\} \xleftrightarrow{FS} x_e(t)$

نکته ۴۸:

حقیقی $x(t) \longleftrightarrow$

$a_k^* = a_{-k}$

زوج $|a_k|$ ، فرد $\measuredangle a_k$

زوج $\mathrm{Re}\{a_k\}$ ، فرد $\mathrm{Im}\{a_k\}$

$\mathrm{Re}\{a_k\} = \mathrm{ev}\{a_k\} \quad , \quad j\,\mathrm{Im}\{a_k\} = \mathrm{od}\{a_k\}$

$FS\{x_e(t)\} = \mathrm{Re}\{a_k\} \quad , \quad FS\{x_o(t)\} = j\,\mathrm{Im}\{a_k\}$

نکته ۴۹:

حقیقی و زوج $x(t) \xleftrightarrow{FS}$ حقیقی و زوج a_k

حقیقی و فرد $x(t) \xleftrightarrow{FS}$ موهومی و فرد a_k

نکته ۵۰:

مطلقاً انتگرال‌پذیر $x(t)e^{-\sigma t} \longleftrightarrow$ همگرا $F\left\{x(t)e^{-\sigma t}\right\}$

$\big(\mathrm{Re}[s] = \sigma\big) \in ROC\{X(s)\}$

و $x(t)$ شامل مشتقات ضربه نمی‌باشد.

نکته ۵۱:

مطلقاً انتگرال‌پذیر $x(t) \longleftrightarrow$ همگرا $F\{x(t)\} = X(\omega)$

محور $j\omega$

$\big(\mathrm{Re}[s] = 0\big) \in ROC\{X(s)\}$

و $x(t)$ شامل مشتقات ضربه نمی‌باشد.

نکته ۵۲:

$x(t)$ زوج یا فرد $\longrightarrow x(t) = \pm x(-t)$

$\downarrow$

$X(s) = \pm X(-s) \longrightarrow$

- قطب s_0 $\longleftrightarrow$ قطب $-s_0$
- صفر s_0 $\longleftrightarrow$ صفر $-s_0$

$\longrightarrow$ قطب‌ها و صفرهای $X(s)$ متقارن می‌باشند.

$\downarrow$

$R_x \equiv -R_x \longrightarrow -\alpha < Re[s] < \alpha$, محور $j\omega \in R_x$

نکته ۵۳:

$x(t)$ حقیقی $\longrightarrow x^*(t) = x(t)$

$\downarrow$

$X^*(s^*) = X(s) \Rightarrow X^*(s) = X(s^*) \longrightarrow$

- قطب s_0 $\longleftrightarrow$ قطب s_0^*
- صفر s_0 $\longleftrightarrow$ صفر s_0^*

نکته ۵۴:

قطب مرتبه اول $s = a$:

- $\xrightarrow{Re[s] > a} A\,e^{at}u(t)$
- $\xrightarrow{Re[s] < a} A\,e^{at}u(-t)$

قطب مرتبه اول $s = \sigma \pm j\omega_0$:

- $\xrightarrow{Re[s] > \sigma} e^{\sigma t}\left[A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t\right]u(t)$
- $\xrightarrow{Re[s] < \sigma} e^{\sigma t}\left[A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t\right]u(-t)$

نکته ۵۵:

$X(s) \longrightarrow$

- درجه مخرج $>$ درجه صورت $\longrightarrow$ $\left(\delta(t)\right.$ یا $\left.\delta^{(n)}(t)\right) \notin x(t)$
- درجه مخرج $=$ درجه صورت $\longrightarrow$ $\delta(t) \in x(t)$
- درجه مخرج $<$ درجه صورت مرتبه m $\longrightarrow$ $\delta^m(t) \in x(t)$

نکته ۵۶:

$x[n]r^{-n}$ مطلقاً جمع‌پذیر $\longleftrightarrow$ $F\{x[n]r^{-n}\}$ همگرا

$$\left(|z| = r\right) \in ROC\{X(z)\}$$

نکته ۵۷:

$x[n]$ مطلقاً جمع‌پذیر $\longleftrightarrow$ $F\{x[n]\}$ همگرا

دایره یکه

$$\left(|z| = 1\right) \in ROC\{X(z)\}$$

نکته ۵۸:

$x[n]$ زوج یا فرد $\longrightarrow$ $x[n] = \pm x[-n]$

$$X(z) = \pm X(z^{-1}) \longrightarrow \begin{cases} z_0 \text{ قطب} \longleftrightarrow z_0^{-1} \text{ قطب} \\ z_0 \text{ صفر} \longleftrightarrow z_0^{-1} \text{ صفر} \end{cases} \longrightarrow$$

قطب‌ها و صفرهای $X(z)$ عکس هم می‌باشند.

$$R_X \equiv (R_X)^{-1} \longrightarrow \frac{1}{\alpha} < |z| < \alpha \quad , \quad \text{دایره یکه} \in R_X$$

نکته ۵۹:

$x[n]$ حقیقی $\longrightarrow$ $x^*[n] = x[n]$

$$X^*(z^*) = X(z) \quad \Rightarrow \quad X^*(z) = X(z^*) \longrightarrow \begin{cases} z_0 \text{ قطب} \longleftrightarrow z_0^* \text{ قطب} \\ z_0 \text{ صفر} \longleftrightarrow z_0^* \text{ صفر} \end{cases}$$

نکته ۶۰:

قطب مرتبه اول $z=\alpha$

$$\begin{cases} \xrightarrow{|z|>\alpha} A\alpha^n u[n] \\ \xrightarrow{|z|<\alpha} A\alpha^n u[-n] \end{cases}$$

قطب مرتبه اول $z=re^{\pm j\omega_0}$

$$\begin{cases} \xrightarrow{|z|>r} r^n\left[A\cos\omega_0 n + B\sin\omega_0 n\right]u[n] \\ \xrightarrow{|z|<r} r^n\left[A\cos\omega_0 n + B\sin\omega_0 n\right]u[-n] \end{cases}$$

نکته ۶۱:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y(t)\,dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,dt \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)\,dt \quad , \quad \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y[n] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h[n]$$

نکته ۶۲:

$$\begin{cases} s(t) = \int_{-\infty}^{t} h(\tau)\,d\tau \\ h(t) = s'(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S(\omega) = H(\omega)\left[\frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)\right] \\ H(\omega) = j\omega\, S(\omega) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S(s) = \frac{1}{s}H(s) \quad , \quad R_s \geq \left(R_h \cap \mathrm{Re}[s] > 0\right) \\ H(s) = s\,S(s) \quad , \quad R_h \geq \left[R_s \cap \left(-\infty < \mathrm{Re}[s] < +\infty\right)\right] \end{cases}$$

نکته ۶۳:

$$\begin{cases} s[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} h[k] \\ h[n] = s[n] - s[n-1] \end{cases}$$

$$\begin{cases} S(\omega) = H(\omega)\left[\frac{1}{1-e^{-j\omega}} + \pi\tilde{\delta}(\omega)\right] \\ H(\omega) = (1-e^{-j\omega})S(\omega) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S(z) = \frac{1}{1-z^{-1}}H(z) \quad , \quad R_s \geq \left[R_h \cap \left(|z|>1\right)\right] \\ H(z) = (1-z^{-1})S(z) \quad , \quad R_h \geq \left[R_s \cap \left(|z|>0\right)\right] \end{cases}$$

نکته ۶۴:

$$\begin{array}{ccc} x(t) & \longrightarrow & [x_1\ ,\ x_2] \\ * & & +\quad + \\ h(t) & \longrightarrow & [h_1\ ,\ h_2] \\ \hline y(t)=x(t)*h(t) & \longrightarrow & [y_1=x_1+h_1\ ,\ y_2=x_2+h_2] \end{array}$$

نکته ۶۵:

$$x(t)=e^{at}\ \xrightarrow[\text{با تابع } H(s)]{\text{سیستم LTI}}\ y(t)=\begin{cases} H(a)e^{at} & ,\ a\in ROC[H(s)] \\ H(a)e^{at}=\infty & ,\ a\notin ROC[H(s)] \end{cases}$$

نکته ۶۶:

$$x[n]=\alpha^n\ \xrightarrow[\text{با تابع } H(z)]{\text{سیستم LTI}}\ y[n]=\begin{cases} H(\alpha)\alpha^n & ,\ \alpha\in ROC[H(z)] \\ H(\alpha)\alpha^n=\infty & ,\ \alpha\notin ROC[H(z)] \end{cases}$$

نکته ۶۷:

$$\begin{array}{ccc} x(t)=e^{j\omega_0 t} & \longrightarrow & y(t)=H(\omega_0)e^{j\omega_0 t} \\ & \text{سیستم LTI} & \\ & H(\omega) & \\ x[n]=e^{j\omega_0 n} & \longrightarrow & y[n]=H(\omega_0)e^{j\omega_0 n} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} x(t)=e^{j2\pi f_0 t} & \longrightarrow & y(t)=H(f_0)e^{j2\pi f_0 t} \\ & \text{سیستم LTI} & \\ & H(f) & \\ x[n]=e^{j2\pi f_0 n} & \longrightarrow & y[n]=H(f_0)e^{j2\pi f_0 n} \end{array}$$

نکته ۶۸:

$$z[n]=\begin{cases} A & ,\ n \text{ زوج} \\ B & ,\ n \text{ فرد} \end{cases}=\frac{A+B}{2}+\frac{A-B}{2}(-1)^n$$

نکته ۶۹:

$$\begin{array}{ccc} x(t)=\cos(\omega_0 t+\theta) & \longrightarrow & y(t)=|H(\omega_0)|\cos\left(\omega_0 t+\theta+\measuredangle H(\omega_0)\right) \\ & \text{سیستم LTI و حقیقی} & \\ x(t)=\sin(\omega_0 t+\theta) & \longrightarrow & y(t)=|H(\omega_0)|\sin\left(\omega_0 t+\theta+\measuredangle H(\omega_0)\right) \end{array}$$

نکته ۷۰:

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_\circ t} \xrightarrow[H(\omega)]{\text{سیستم LTI}} y(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k H(k\omega_\circ) e^{jk\omega_\circ t}$$

$$x[n]=\sum_{k=<N>} a_k e^{jk\omega_\circ n} \xrightarrow[H(\omega)]{\text{سیستم LTI}} y[n]=\sum_{k=<N>} a_k H(k\omega_\circ) e^{jk\omega_\circ n}$$

نکته ۷۱:

$$x(t)=e^{at} \longrightarrow y(t)=A\,e^{at}$$

سیستم LTI

$$x[n]=\alpha^n \longrightarrow y[n]=A\,\alpha^n$$

نکته ۷۲:

$$\text{سیستم LTI} \longleftrightarrow \begin{cases} y(t)=x(t)*\underbrace{h(t)}_{\text{تابعی از } t} \\ Y(\omega)=X(\omega)\underbrace{H(\omega)}_{\text{تابعی از } \omega} \\ Y(s)=X(s)\underbrace{H(s)}_{\text{تابعی از } s} \end{cases}$$

نکته ۷۳:

سیستم LTI وارون‌پذیر

$$\xleftrightarrow{C.T} \forall s\in ROC:\ H(s)\neq \circ$$

$$\xleftrightarrow{D.T} \forall (z\neq \circ)\in ROC:\ H(z)\neq \circ$$

نکته ۷۴:

$$\text{سیستم LTI وارون‌پذیر} \longrightarrow \forall\omega:\ H(\omega)\neq \circ$$

نکته ۷۵:

$$H_i(s)=\frac{۱}{H(s)}\quad,\quad ROC: R_i \quad,\quad R_i\cap R\neq\varnothing$$

نکته ۷۶:

سیستم LTI علی:
- C.T ⟵⟶ $h(t)$ علی $\longleftrightarrow h(t)=0\ ,\ t<0 \longleftrightarrow (s=+\infty)\in ROC[H(s)]$
- D.T ⟵⟶ $h[n]$ علی $\longleftrightarrow h[n]=0\ ,\ n<0 \longleftrightarrow (z=\infty)\in ROC[H(z)]$

نکته ۷۷:

سیستم LTI ضدعلی:
- C.T ⟵⟶ $h(t)$ ضدعلی $\longleftrightarrow h(t)=0\ ,\ t>0 \longleftrightarrow (s=-\infty)\in ROC[H(s)]$
- D.T ⟵⟶ $h[n]$ ضدعلی $\longleftrightarrow h[n]=0\ ,\ n>0 \longleftrightarrow (z=0)\in ROC[H(z)]$

نکته ۷۸:

سیستم LTI پایدار:
- C.T ⟵⟶ $h(t)$ پایدار $\longleftrightarrow \int_{-\infty}^{+\infty}|h(t)|dt<\infty \longleftrightarrow$ $\begin{cases} \overset{\text{محور } j\omega}{(s=0)\in ROC[H(s)]} \\ \text{شامل مشتقات ضربه نباشد } h(t) \end{cases}$
- D.T ⟵⟶ $h[n]$ پایدار $\longleftrightarrow \sum_{n=-\infty}^{+\infty}|h[n]|<\infty \longleftrightarrow \overset{\text{دایره یکه}}{(z=1)\in ROC[H(z)]}$

نکته ۷۹:

سیستم LTI پایدار $\longleftrightarrow$ $H(\omega)$ تابعی پیوسته و همگرا (کراندار)

نکته ۸۰:

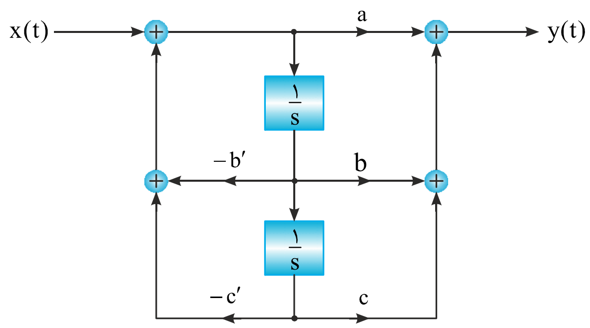
سیستم LTI علی و پایدار:
- C.T ⟵ همه قطبهای $H(s)$ در سمت چپ محور $j\omega$
- D.T ⟵ همه قطبهای $H(z)$ در داخل دایره یکه

نکته ۸۱:

هر دو ریشه در سمت چپ محور $j\omega$ $\xleftrightarrow{s^2+bs+c}$ $\begin{cases} \Delta>0 \longrightarrow b>0\ ,\ c>0 \\ \Delta\le 0 \longrightarrow b>0 \end{cases}$

هر دو ریشه در داخل دایره یکه $\xleftrightarrow{z^2+bz+c}$ $\begin{cases} \Delta>0 \longrightarrow |c|<1\ ,\ |b|<1+c \\ \Delta\le 0 \longrightarrow |c|<1 \end{cases}$

نکته ۸۲:



$$H(s)=\frac{as^{۲}+bs+c}{s^{۲}+b's+c'}$$

نکته ۸۳:

سیستم FIR $\longleftrightarrow$ عدم وجود قطب محدودِ غیرصفر

سیستم IIR $\longleftrightarrow$ قطب محدودِ غیرصفر

نکته ۸٤:

$x(t)$ متناوب با T $\longrightarrow$ $x(t+T)=x(t) \Rightarrow \begin{cases} x\big(f(t)+T\big)=x\big(f(t)\big) \\ x\big(f(t+T)\big)\overset{?}{=}x\big(f(t)\big) \end{cases}$

نکته ۸۵:

$f(t)$ متناوب با T $\longrightarrow$ $x\big(f(t)\big)$ متناوب با T

نکته ۸۶:

$\cos(\frac{a\pi}{b}n^{۲})\ ,\ \sin(\frac{a\pi}{b}n^{۲})\ ,\ e^{j\frac{a\pi}{b}n^{۲}}$ $\longrightarrow$ $\begin{cases} a,b \text{ هر دو فرد} \longrightarrow N=۲b \\ \text{در غیر این صورت} \longrightarrow N=b \end{cases}$

نکته ۸۷:

$x(t)=\sum\limits_{m=-\infty}^{+\infty} f(m)z(t-mT)$ $\longrightarrow$ $x(t)$ متناوب با $M\times T$

نکته ۸۸:

زوج $x(t) \longrightarrow x(-t)=x(t) \Rightarrow \begin{cases} x\big(-f(t)\big)=x\big(f(t)\big) \\ x\big(f(-t)\big)\overset{?}{=}x\big(f(t)\big) \end{cases}$

فرد $x(t) \longrightarrow x(-t)=-x(t) \Rightarrow \begin{cases} x\big(-f(t)\big)=-x\big(f(t)\big) \\ x\big(f(-t)\big)\overset{?}{=}-x\big(f(t)\big) \end{cases}$

نکته ۸۹:

زوج $f(t) \longrightarrow$ زوج $x\big(f(t)\big)$

نکته ۹۰:

$x(t)$ کراندار و $x(-\infty)=A$ و $x(+\infty)=B$ $\longrightarrow P_\infty=\dfrac{A^۲+B^۲}{۲}$

نکته ۹۱:

$x(t)\perp y(t) \longrightarrow \begin{cases} E\{x(t)+y(t)\}=E\{x(t)\}+E\{y(t)\} \\ P\{x(t)+y(t)\}=P\{x(t)\}+P\{y(t)\} \end{cases}$

نکته ۹۲:

t_iها ریشه‌های حقیقی $f(t)$, $\delta\big(f(t)\big)=\sum_i \dfrac{۱}{|f'(t_i)|}\delta(t-t_i)$

نکته ۹۳:

وارون‌پذیر $\xleftrightarrow{\text{سیستم خطی}}$ $\big(x(t)=\circ \longleftrightarrow y(t)=\circ\big)$

نکته ۹۴:

وارون‌پذیر $\xleftrightarrow{\text{سیستم بدون‌حافظه}}$ $\forall t:$ تابع y برحسب x یک‌به‌یک است.

نکته ۹۵:

وارون‌ناپذیر $\xrightarrow{\text{سیستم بدون زمان خارجی}}$ اگر تابع y برحسب x یک‌به‌یک نباشد.

نکته ۹۶:

$$y(t) = Ax(at+t_1)+Bx(bt+t_2) \xrightarrow{A\neq \pm B\ ,\ a=-b} \text{وارون‌پذیر}$$

$$y[n] = Ax[an+n_1]+Bx[bn+n_2] \xrightarrow{A\neq \pm B\ ,\ a=-b=\pm 1} \text{وارون‌پذیر}$$

نکته ۹۷:

$$y(t) = Ax(at+t_1)+Bx^*(bt+t_2) \xrightarrow[|A|\neq|B|\ ,\ a=-b]{|A|\neq|B|\ ,\ a=b\ ,\ t_1=t_2} \text{وارون‌پذیر}$$

$$y[n] = Ax[an+n_1]+Bx^*[bn+n_2] \xrightarrow[|A|\neq|B|\ ,\ a=-b=\pm 1]{|A|\neq|B|\ ,\ a=b=\pm 1\ ,\ n_1=n_2} \text{وارون‌پذیر}$$

نکته ۹۸:

$$y(t)=T\{x(t)\}+f(t) \longleftrightarrow y(t)=T\{x(t)\}$$

از لحاظ وارون‌پذیری

$$y(t)=T\{x(t)\}\cdot g(t) \underset{\forall t:\ g(t)\neq 0}{\longleftrightarrow} y(t)=T\{x(t)\}$$

نکته ۹۹:

سیستم خطی بدون‌حافظه زمان‌گسسته $\longleftrightarrow h[n,k]=0\ ,\ n\neq k \longleftrightarrow y[n]=f(n)x[n]$

سیستم خطی بدون‌حافظه زمان‌پیوسته $\longleftrightarrow h(t,\tau)=0\ ,\ t\neq \tau \longleftrightarrow y(t)=f(t)x(t)$

نکته ۱۰۰:

سیستم خطی علی زمان‌گسسته $\longleftrightarrow h[n,k]=0\ ,\ n<k$

سیستم خطی علی زمان‌پیوسته $\longleftrightarrow h(t,\tau)=0\ ,\ t<\tau$

نکته ۱۰۱:

سیستم خطی TI زمان‌گسسته $\longleftrightarrow h[n,k] \triangleq$ تابعی از "$n-k$"

سیستم خطی TI زمان‌پیوسته $\longleftrightarrow h(t,\tau) \triangleq$ تابعی از "$t-\tau$"

نکته ۱۰۲:

سیستم خطی پایدار زمان‌گسسته ⟷ $\forall n: \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |h[n,k]| < \infty$

سیستم خطی پایدار زمان‌پیوسته ⟷ $\forall t: \int_{-\infty}^{+\infty} |h(t,\tau)| d\tau < \infty$

نکته ۱۰۳:

سیستم خطی وارون‌پذیر زمان‌گسسته ⟷ $h[n,k]$ به‌ازای kهای مختلف، مستقل خطی

سیستم خطی وارون‌پذیر زمان‌پیوسته ⟷ $h(t,\tau)$ به‌ازای τهای مختلف، مستقل خطی

نکته ۱۰۴:

معادله دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت ⟷ شرط سکون اولیه ⟶ سیستم LTI و علی

معادله دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت ⟷ شرط کمکی غیرصفر ⟶ سیستم غیرخطی، TV و غیرعلی

معادله دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت ⟷ شرط کمکی صفر ⟶ سیستم خطی، TV و غیرعلی

نکته ۱۰۵:

معادله تفاضلی خطی با ضرایب ثابت ⟷ شرط سکون اولیه ⟶ سیستم LTI و علی

معادله تفاضلی خطی با ضرایب ثابت ⟷ شرط کمکی غیرصفر ⟶ سیستم غیرخطی، TV و غیرعلی

معادله تفاضلی خطی با ضرایب ثابت ⟷ شرط کمکی صفر ⟶ سیستم خطی، TV و غیرعلی

نکته ۱۰۶:

$\begin{cases} x(t) = 0 \ , \ t \neq 0, \pm\alpha, \pm 2\alpha, \cdots \\ x[n] = 0 \ , \ n \neq 0, \pm\alpha, \pm 2\alpha, \cdots \end{cases}$ ⟷ $X(\omega)$ متناوب با $\frac{2\pi}{\alpha}$

نکته ۱۰۷:

$x(t)$ موهومی

$$X^*(\omega) = -X(-\omega)$$

زوج $|X(\omega)|$ ، $\measuredangle X(\omega) = -\measuredangle X(-\omega) \pm \pi$

فرد $X_R(\omega)$ ، زوج $X_I(\omega)$

$$X_R(\omega) = X_o(\omega) \quad , \quad jX_I(\omega) = X_e(\omega)$$

$$F\{x_e(t)\} = jX_I(\omega) \quad , \quad F\{x_o(t)\} = X_R(\omega)$$

نکته ۱۰۸:

موهومی و زوج $x(t) \xleftrightarrow{F}$ موهومی و زوج $X(\omega)$

موهومی و فرد $x(t) \xleftrightarrow{F}$ حقیقی و فرد $X(\omega)$

نکته ۱۰۹:

$X(\omega)$ حقیقی

$$x^*(t) = x(-t)$$

زوج $|x(t)|$ ، فرد $\measuredangle x(t)$

زوج $x_R(t)$ ، فرد $x_I(t)$

$$x_R(t) = x_e(t) \quad , \quad jx_I(t) = x_o(t)$$

$$F^{-1}\{X_e(\omega)\} = x_R(t) \quad , \quad F^{-1}\{X_o(\omega)\} = jx_I(t)$$

نکته ۱۱۰:

$X(\omega)$ موهومی

$$x^*(t) = -x(-t)$$

زوج $|x(t)|$ ، $\measuredangle x(t) = -\measuredangle x(-t) \pm \pi$

فرد $x_R(t)$ ، زوج $x_I(t)$

$$x_R(t) = x_o(t) \quad , \quad jx_I(t) = x_e(t)$$

$$F^{-1}\{X_e(\omega)\} = jx_I(t) \quad , \quad F^{-1}\{X_o(\omega)\} = x_R(t)$$

نکته ۱۱۱:

$$T\,,\ x(t) \xleftrightarrow{FS} a[k] \quad \Rightarrow \quad mT\,,\ x(t) \xleftrightarrow{FS} a_{(m)}[k]$$

نکته ۱۱۲:

$$x(t \pm \frac{T}{2}) = -x(t) \longleftrightarrow a_{2k} = 0$$

نکته ۱۱۳:

$$\begin{cases} x(t) = 0 \ , \ t \neq 0, \pm\alpha, \pm 2\alpha, \cdots \\ x[n] = 0 \ , \ n \neq 0, \pm\alpha, \pm 2\alpha, \cdots \end{cases} \longleftrightarrow$$ a_k متناوب با $\frac{T}{\alpha}$ یا $\frac{N}{\alpha}$

نکته ۱۱۴:

$x(t)$ موهومی $\longleftrightarrow$

- $a_k^* = -a_{-k}$
- $|a_k|$ زوج ، $\measuredangle a_k = -\measuredangle a_{-k} \pm \pi$
- $Re\{a_k\}$ فرد ، $Im\{a_k\}$ زوج
- $Re\{a_k\} = od\{a_k\}$ ، $jIm\{a_k\} = ev\{a_k\}$
- $FS\{x_e(t)\} = jIm\{a_k\}$ ، $FS\{x_o(t)\} = Re\{a_k\}$

نکته ۱۱۵:

$x(t)$ موهومی و زوج $\xleftrightarrow{F}$ a_k موهومی و زوج

$x(t)$ موهومی و فرد $\xleftrightarrow{F}$ a_k حقیقی و فرد

نکته ۱۱۶:

a_k حقیقی $\longleftrightarrow$

- $x^*(t) = x(-t)$
- $|x(t)|$ زوج ، $\measuredangle x(t)$ فرد
- $x_R(t)$ زوج ، $x_I(t)$ فرد
- $x_R(t) = x_e(t)$ ، $jx_I(t) = x_o(t)$
- $FS^{-1}\{ev[a_k]\} = x_R(t)$ ، $FS^{-1}\{od[a_k]\} = jx_I(t)$

نکته ۱۱۷:

موهومی a_k $\longleftrightarrow$

$$x^*(t) = -x(-t)$$

زوج $|x(t)|$, $\measuredangle x(t) = -\measuredangle x(-t) \pm \pi$

فرد $x_R(t)$, زوج $x_I(t)$

$$x_R(t) = x_o(t) \quad , \quad jx_I(t) = x_e(t)$$

$$FS^{-1}\{ev[a_k]\} = jx_I(t) \quad , \quad FS^{-1}\{od[a_k]\} = x_R(t)$$

نکته ۱۱۸:

$$\begin{cases} x(t+T) = x(t) \ , \ t \geq 0 \\ x(t) = 0 \ , \ t < 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} X(s) = \dfrac{F(s)}{1-e^{-sT}} \ , \ Re[s] > 0 \\ f(t) = x(t) \ , \ 0 \leq t < T \end{cases}$$

نکته ۱۱۹:

$$\begin{cases} x[n+N] = x[n] \ , \ n \geq 0 \\ x[n] = 0 \ , \ n < 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} X(z) = \dfrac{F(z)}{1-z^{-N}} \ , \ |z| > 1 \\ f[n] = x[n] \ , \ 0 \leq n < N \end{cases}$$

نکته ۱۲۰:

$$(Re[s]=0) \in ROC \longrightarrow X(\omega) \equiv X(s)\Big|_{s=j\omega} < \infty$$

$(Re[s]=0)$ لب مرز ROC
و قطب مرتبه اول $s = s_i$ روی محور $j\omega$ $\longrightarrow$ $X(\omega) \equiv X(s)\Big|_{s=j\omega} + \sum_i a_i \delta(\omega - \omega_i)$

$(Re[s]=0) \notin ROC$
یا
قطب مرتبه دوم و بیشتر روی محور $j\omega$ $\longrightarrow$ $X(\omega)$ وجود ندارد.

نکته ۱۲۱:

$X(\omega)\equiv X(z)\Big\|_{z=e^{j\omega}}<\infty$	$\longleftarrow$	$(\|z\|=1)\in ROC$
$X(\omega)\equiv X(z)\Big\|_{z=e^{j\omega}}+\sum_i a_i\tilde{\delta}(\omega-\omega_i)$	$\longleftarrow$	$(\|z\|=1)$ لب مرز ROC و قطب مرتبه اول $z=z_i$ روی دایره یکه
$X(\omega)$ وجود ندارد.	$\longleftarrow$	$(\|z\|=1)\notin ROC$ یا قطب مرتبه دوم و بیشتر روی دایره یکه

نکته ۱۲۲:

$$x[n]=0\ ,\ n\neq 0,\pm m,\pm 2m,\cdots \longleftrightarrow X(z)\ \text{تابعی از}\ z^m$$

نکته ۱۲۳:

$$x_2(t)=x_1(t)*f(t)\xrightarrow{\text{سیستم LTI}}y_2(t)=y_1(t)*f(t)$$

$$X_2(s)=X_1(s)\cdot F(s)\xrightarrow{\text{سیستم LTI}}Y_2(s)=Y_1(s)\cdot F(s)$$

نکته ۱۲۴:

$$x'(t)\xrightarrow{\text{سیستم LTI}}y'(t)\quad,\quad\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau\xrightarrow{\text{سیستم LTI}}\int_{-\infty}^{t}y(\tau)d\tau$$

نکته ۱۲۵:

$$x(t)=e^{j\omega_0 t}u(t)\xrightarrow[H(\omega)]{\text{سیستم LTI}}y_{ss}(t)=H(\omega_0)e^{j\omega_0 t}$$

نکته ۱۲۶:

صفرها عکس قطب‌ها هستند.	$\longleftrightarrow$	فیلتر تمام‌گذر حقیقی زمان‌گسسته
صفرها قرینه قطب‌ها هستند.	$\longleftrightarrow$	فیلتر تمام‌گذر حقیقی زمان‌پیوسته

نکته ۱۲۷:

$$h[n]=h[M-n]\longleftrightarrow \measuredangle H(\omega)=\alpha\omega+\beta\ ,\ \alpha=-\frac{M}{2}\ ,\ \beta=0\ \text{or}\ \pi$$

$$h[n]=-h[M-n]\longleftrightarrow \measuredangle H(\omega)=\alpha\omega+\beta\ ,\ \alpha=-\frac{M}{2}\ ,\ \beta=\frac{\pi}{2}\ \text{or}\ -\frac{\pi}{2}$$

نکته ۱۲۸:

صفرهای $H(z)$ عکس هم هستند. $\xleftrightarrow{\text{FIR فیلتر}}$ فاز خطی

نکته ۱۲۹:

$\forall\omega:\ X(\omega)\neq 0 \longrightarrow$ شرط لازم و کافی برای شناسایی یک سیستم LTI با ورودی $x(t)$

نکته ۱۳۰:

می‌توان هر سیگنال دلخواه را بر حسب ترکیب خطی و انتقالی از $g(t)$ نوشت. $\longleftrightarrow$ $\forall\omega:\ G(\omega)\neq 0$

نکته ۱۳۱:

$y(t)=f(t)\cdot x(t) \longleftrightarrow$ سیستم خطی بدون‌حافظه

نکته ۱۳۲:

$\forall t:\ x(t)\neq 0 \longrightarrow$ شرط لازم و کافی برای شناسایی یک سیستم خطی بدون‌حافظه با ورودی $x(t)$

نکته ۱۳۳:

$y(t)=Ax(t) \longleftrightarrow$ سیستم LTI و بدون‌حافظه

نکته ۱۳۴:

$\forall t=t_0:\ x(t_0)\neq 0 \longrightarrow$ شرط لازم و کافی برای شناسایی یک سیستم LTI و بدون‌حافظه با ورودی $x(t)$

نکته ۱۳۵:

$y(t)=f\left(x(t)\right) \longleftrightarrow$ سیستم بدون‌حافظه و TI

نکته ۱۳۶:

$x(t)$ پوشا در گستره اعداد حقیقی	$\longrightarrow$	شرط لازم و کافی برای شناسایی یک سیستم بدون‌حافظه و TI با ورودی $x(t)$

نکته ۱۳۷:

هر ورودی دلخواه را بتوان بر حسب ترکیب خطی از $a_i(t)$ها یا $B_i(\omega)$ها نوشت.	$\longrightarrow$	شرط لازم و کافی برای شناسایی یک سیستم خطی با ورودی‌های $a_i(t)$ یا $B_i(\omega)$

نکته ۱۳۸:

$\forall\omega:\ A(\omega)\neq 0$	$\longrightarrow$	شرط لازم و کافی برای شناسایی یک سیستم خطی با دسته‌ورودی $a_i(t)=\{a(t-\tau)\ ,\ \tau\in\mathbb{R}\}$
$\forall t:\ b(t)\neq 0$	$\longrightarrow$	شرط لازم و کافی برای شناسایی یک سیستم خطی با دسته‌ورودی $B_i(\omega)=\{B(\omega-\omega_0)\ ,\ \omega_0\in\mathbb{R}\}$

نکته ۱۳۹:

$$x(t)=\alpha x_1(t)+\beta x_2(t)+\cdots \xrightarrow{\text{سیستم خطی}} y(t)=\alpha y_1(t)+\beta y_2(t)+\cdots$$

نکته ۱۴۰:

$$x(t)=0 \xrightarrow{\text{سیستم خطی}} y(t)=0$$

نکته ۱۴۱:

$$x_2(t_0)=x_1(t_0) \xrightarrow{\text{سیستم بدون‌حافظه}} y_2(t_0)=y_1(t_0)$$

نکته ۱۴۲:

$$x_2(t_0)=\alpha x_1(t_0) \xrightarrow{\text{سیستم خطی بدون‌حافظه}} y_2(t_0)=\alpha y_1(t_0)$$

نکته ۱۴۳:

$$x(t_0)=0 \xrightarrow{\text{سیستم خطی بدون‌حافظه}} y(t_0)=0$$

نکته ۱۴۴:

$$x_۲(t)=x_۱(t)\ ,\ t<t_\circ \xrightarrow{\text{سیستم علی}} y_۲(t)=y_۱(t)\ ,\ t<t_\circ$$

نکته ۱۴۵:

$$x(t)=\alpha x_۱(t)+\beta x_۲(t)+\cdots\ ,\ t<t_\circ \xrightarrow{\text{سیستم خطی و علی}} y(t)=\alpha y_۱(t)+\beta y_۲(t)+\cdots\ ,\ t<t_\circ$$

نکته ۱۴۶:

$$x(t)=\circ\ ,\ t<t_\circ \xrightarrow{\text{سیستم خطی و علی}} y(t)=\circ\ ,\ t<t_\circ$$

نکته ۱۴۷:

$$x_۲(t)=x_۱(t-t_\circ) \xrightarrow{\text{سیستم TI}} y_۲(t)=y_۱(t-t_\circ)$$

نکته ۱۴۸:

$$x(t)=x(t-T) \longrightarrow y(t)=y(t-T)$$

سیستم TI

$$x(t)=C_۱ \longrightarrow y(t)=C_۲$$

نکته ۱۴۹:

$$x(t)=\alpha x_۱(t-t_۱)+\beta x_۲(t-t_۲)+\cdots \longrightarrow y(t)=\alpha y_۱(t-t_۱)+\beta y_۲(t-t_۲)+\cdots$$

سیستم LTI

$$x(t)=f_۱(t)*x_۱(t)+f_۲(t)*x_۲(t)+\cdots \longrightarrow y(t)=f_۱(t)*y_۱(t)+f_۲(t)*y_۲(t)+\cdots$$

نکته ۱۵۰:

$$x(t)=e^{at} \longrightarrow y(t)=A\,e^{at}$$

سیستم LTI

$$x[n]=\alpha^n \longrightarrow y[n]=A\,\alpha^n$$

نکته ۱۵۱:

$$\text{سیستم LTI} \xrightarrow{Y(s)=X(s)H(s)} \left[R_x\cap R_y\cap R_h\right]\neq\varnothing$$

نکته ۱۵۲:

$$X(\omega)=\circ\ ,\ \omega_۱<\omega<\omega_۲ \xrightarrow{\text{سیستم LTI}} Y(\omega)=\circ\ ,\ \omega_۱<\omega<\omega_۲$$

نکته ۱۵۳:

$$x(t_{۲}) = x(t_{۱}) \xrightarrow{\text{سیستم بدون‌حافظه و TI}} y(t_{۲}) = y(t_{۱})$$

نکته ۱۵۴:

$$x_{۲}(t_{۲}) = x_{۱}(t_{۱}) \xrightarrow{\text{سیستم بدون‌حافظه و TI}} y_{۲}(t_{۲}) = y_{۱}(t_{۱})$$

نکته ۱۵۵:

$$x_{۲}(t) = x_{۱}(t-t_{\circ})\ ,\ t<t_{\circ} \xrightarrow{\text{سیستم علی و TI}} y_{۲}(t) = y_{۱}(t-t_{\circ})\ ,\ t<t_{\circ}$$

نکته ۱۵۶:

سیستم علی و TI

$$x(t) = x(t-T)\ ,\ t<t_{\circ} \longrightarrow y(t) = y(t-T)\ ,\ t<t_{\circ}$$

$$x(t) = C_{۱}\ ,\ t<t_{\circ} \longrightarrow y(t) = C_{۲}\ ,\ t<t_{\circ}$$

نکته ۱۵۷:

سیستم LTI و بدون‌حافظه $\longleftrightarrow$ $y(t) = Ax(t)$

نکته ۱۵۸:

سیستم LTI و علی

$$x(t)=\alpha x_{۱}(t-t_{۱})+\beta x_{۲}(t-t_{۲})+\cdots\ ,\ t<t_{\circ} \longrightarrow y(t)=\alpha y_{۱}(t-t_{۱})+\beta y_{۲}(t-t_{۲})+\cdots\ ,\ t<t_{\circ}$$

$$x(t)=f_{۱}(t)*x_{۱}(t)+f_{۲}(t)*x_{۲}(t)+\cdots\ ,\ t<t_{\circ} \longrightarrow y(t)=f_{۱}(t)*y_{۱}(t)+f_{۲}(t)*y_{۲}(t)+\cdots\ ,\ t<t_{\circ}$$

نکته ۱۵۹:

سیستم LTI و علی

$$x(t) = e^{at}\ ,\ t<t_{\circ} \longrightarrow y(t) = A e^{at}\ ,\ t<t_{\circ}$$

$$x[n] = \alpha^{n}\ ,\ n<n_{\circ} \longrightarrow y[n] = A\alpha^{n}\ ,\ n<n_{\circ}$$

نکته ۱۶۰:

$$\forall t:\ |x(t)|<\infty \xrightarrow{\text{سیستم پایدار}} \forall t:\ |y(t)|<\infty$$

نکته ۱۶۱:

$$\forall t:\ |\alpha x_{۱}(t)+\beta x_{۲}(t)+\cdots|<\infty \xleftrightarrow{\text{سیستم خطی و پایدار}} \forall t:\ |\alpha y_{۱}(t)+\beta y_{۲}(t)+\cdots|<\infty$$

نکته ۱۶۲:

$$x(t)=\alpha x_1(t)+\beta x_2(t)+\cdots \xrightarrow{\text{سیستم خطی و پایدار}} y(t)=\alpha y_1(t)+\beta y_2(t)+\cdots$$

نکته ۱۶۳:

$$|x(t_0)|<\infty \xrightarrow{\text{سیستم بدون‌حافظه و پایدار}} |y(t_0)|<\infty$$

نکته ۱۶۴:

$$x_2(t_0)=x_1(t_0) \xrightarrow{\text{سیستم بدون‌حافظه و پایدار}} y_2(t_0)=y_1(t_0)$$

نکته ۱۶۵:

$$|x(t)|<\infty\ ,\ t<t_0 \xrightarrow{\text{سیستم علی و پایدار}} |y(t)|<\infty\ ,\ t<t_0$$

نکته ۱۶۶:

$$x_2(t)=x_1(t)\ ,\ t<t_0 \xrightarrow{\text{سیستم علی و پایدار}} y_2(t)=y_1(t)\ ,\ t<t_0$$

نکته ۱۶۷:

سیستم خطی و بدون‌حافظه و پایدار $\longleftrightarrow$ $y(t)=f(t)\cdot x(t)\quad ,\quad \forall t:\ |f(t)|<\infty$

نکته ۱۶۸:

سیستم LTI و بدون‌حافظه و پایدار $\longleftrightarrow$ $y(t)=Ax(t)\ ,\ |A|<\infty$

نکته ۱۶۹:

$$x_1(t)=x_2(t) \xleftrightarrow{\text{سیستم وارون‌پذیر}} y_1(t)=y_2(t)$$

نکته ۱۷۰:

$$x(t)=\alpha x_1(t)+\beta x_2(t)+\cdots \xleftrightarrow{\text{سیستم خطی و وارون‌پذیر}} y(t)=\alpha y_1(t)+\beta y_2(t)+\cdots$$

نکته ۱۷۱:

$$x(t)=0 \xleftrightarrow{\text{سیستم خطی و وارون‌پذیر}} y(t)=0$$

نکته ۱۷۲:

$$x_2(t_0)=x_1(t_0) \xleftrightarrow{\text{سیستم بدون‌حافظه و وارون‌پذیر}} y_2(t_0)=y_1(t_0)$$

نکته ۱۷۳:

$$x_2(t)=x_1(t-t_0) \xleftrightarrow{\text{سیستم TI و وارون‌پذیر}} y_2(t)=y_1(t-t_0)$$

نکته ۱۷۴:

$$x(t)=x(t-T) \longleftrightarrow y(t)=y(t-T)$$

سیستم TI و وارون‌پذیر

$$x(t)=C_1 \longleftrightarrow y(t)=C_2$$

نکته ۱۷۵:

$$x_2(t_0)=\alpha x_1(t_0) \xleftrightarrow{\text{سیستم خطی و بدون‌حافظه و وارون‌پذیر}} y_2(t_0)=\alpha y_1(t_0)$$

نکته ۱۷۶:

$$x(t_0)=0 \xleftrightarrow{\text{سیستم خطی و بدون‌حافظه و وارون‌پذیر}} y(t_0)=0$$

نکته ۱۷۷:

سیستم خطی و بدون‌حافظه و وارون‌پذیر $\longleftrightarrow$ $y(t)=f(t)\cdot x(t) \quad , \quad \forall t:\ f(t)\neq 0$

نکته ۱۷۸:

$$x(t)=\alpha x_1(t-t_1)+\beta x_2(t-t_2)+\cdots \longleftrightarrow y(t)=\alpha y_1(t-t_1)+\beta y_2(t-t_2)+\cdots$$

سیستم LTI و وارون‌پذیر

$$x(t)=f_1(t)*x_1(t)+f_2(t)*x_2(t)+\cdots \longleftrightarrow y(t)=f_1(t)*y_1(t)+f_2(t)*y_2(t)+\cdots$$

نکته ۱۷۹:

$$x(t_2)=x(t_1) \xleftrightarrow{\text{سیستم بدون‌حافظه و TI و وارون‌پذیر}} y(t_2)=y(t_1)$$

نکته ۱۸۰:

$$x_2(t_2)=x_1(t_1) \xleftrightarrow{\text{سیستم بدون‌حافظه و TI و وارون‌پذیر}} y_2(t_2)=y_1(t_1)$$

نکته ۱۸۱:

سیستم LTI و بدون‌حافظه و وارون‌پذیر $\longleftrightarrow$ $y(t)=Ax(t)\ ,\ A\neq 0$

نکته ۱۸۲:

سیستم LTI و بدون‌حافظه و پایدار و وارون‌پذیر $\longleftrightarrow$ $y(t)=Ax(t)\ ,\ A\neq 0,\infty$

نکته ۱۸۳:

$$x_p(t)=x_c(t)\cdot\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)\xrightarrow{F}X_p(\omega)=\frac{1}{T}X_c(\omega)*\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-n\omega_s)\ ,\ \omega_s=\frac{2\pi}{T}$$

نکته ۱۸۴:

$$x_p(t)=x_c(t)\cdot\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)\xrightarrow{F}X_p(f)=\frac{1}{T}X_c(f)*\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(f-nf_s)\ ,\ f_s=\frac{1}{T}$$

نکته ۱۸۵:

$$X(\omega)=0\ ,\ |\omega|<\omega_1\ ,\ |\omega|>\omega_2\longrightarrow\omega_s=\frac{2\omega_2}{\left\lfloor\frac{\omega_2}{B}\right\rfloor}\ ,\ B=\omega_2-\omega_1$$

نکته ۱۸۶:

$$x_d[n]\equiv x_c(nT)\xleftrightarrow{F}X_d(\omega)=\frac{1}{T}X_c\left(\frac{\omega}{T}\right)\ ,\ |\omega|<\pi$$

قضایای مقدار اولیه و نهایی در لاپلاس:

$x(t)=0\ ,\ t<0$ و $\left(\delta(t)\right.$ یا $\left.\delta^{(n)}(t)\right)\notin x(t)\longrightarrow x(0^+)=\lim_{s\to\infty}sX(s)$

$x(t)=0\ ,\ t<t_0\longrightarrow$
- $x(+\infty)=\lim_{s\to 0}sX(s)$, همه قطب‌های محدود $sX(s)$ سمت چپ محور $j\omega$
- $x(+\infty)\equiv$ واگرا , در غیر این صورت

قضایای مقدار اولیه و نهایی در $\mathcal{Z}$:

$$x[n]=0\ ,\ n<0\longrightarrow x[0]=\lim_{z\to\infty}X(z)$$

$x[n]=0\ ,\ n<n_0\longrightarrow$
- $x[+\infty]=\lim_{z\to 1}(1-z^{-1})X(z)$, همه قطب‌های محدود $(1-z^{-1})X(z)$ در داخل دایره یکه
- $x[+\infty]\equiv$ واگرا , در غیر این صورت

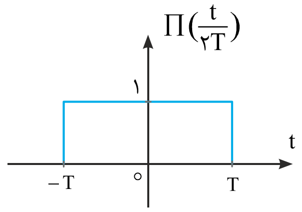
قسمت دوم ــ فرمول‌ها

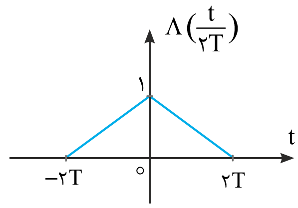
ک.م.مِ دو عدد کسری

$$\boxed{\operatorname{lcm}\left(\frac{a}{b},\frac{c}{d}\right)=\frac{\operatorname{lcm}(a,c)}{\gcd(b,d)}}$$

سیگنال‌های پالس و مثلث

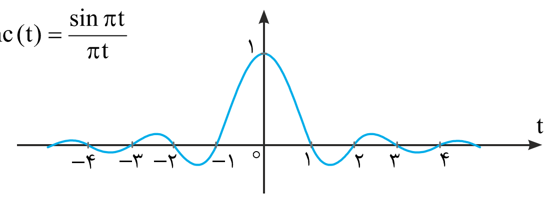
$$\operatorname{rect}\left(\frac{t}{۲T}\right)=\Pi\left(\frac{t}{۲T}\right)=\begin{cases}۱ & , \quad |t|<T\\ ۰ & , \quad o.w\end{cases} \quad , \quad \operatorname{tri}\left(\frac{t}{۲T}\right)=\Lambda\left(\frac{t}{۲T}\right)=\begin{cases}۱-\dfrac{|t|}{۲T} & , \quad |t|<۲T\\ ۰ & , \quad o.w\end{cases}$$





سیگنال سینک

$$\operatorname{sinc}(t)=\frac{\sin \pi t}{\pi t}$$



$$\int_{-\infty}^{+\infty}\operatorname{sinc}(t)\,dt=۱ \quad , \quad \int_{-\infty}^{+\infty}\left|\operatorname{sinc}(t)\right|dt=\infty \quad , \quad \int_{-\infty}^{+\infty}\left|\operatorname{sinc}(t)\right|^{۲}dt=۱$$

سیگنال‌های مختلط

$$\operatorname{Re}\left[x(t)\right]=\frac{x(t)+x^{*}(t)}{۲} \quad , \quad \operatorname{Im}\left[x(t)\right]=\frac{x(t)-x^{*}(t)}{۲j}$$

$$\boxed{\left|x(t)\right|^{۲}=x(t)\cdot x^{*}(t)}$$

انرژی و توان

$$E_\infty = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^۲ \, dt = \lim_{T\to\infty} \int_{-T}^{T} |x(t)|^۲ \, dt \quad , \quad P_\infty = \lim_{T\to\infty} \frac{E_\infty}{۲T} = \lim_{T\to\infty} \frac{۱}{۲T} \int_{-T}^{T} |x(t)|^۲ \, dt$$

$$E_\infty = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^۲ = \lim_{N\to\infty} \sum_{n=-N}^{N} |x[n]|^۲ \quad , \quad P_\infty = \lim_{N\to\infty} \frac{E_\infty}{۲N+۱} = \lim_{N\to\infty} \frac{۱}{۲N+۱} \sum_{n=-N}^{N} |x[n]|^۲$$

فرمول تصاعد هندسی

$$\sum_{n=m_۱}^{m_۲} \alpha^n = \alpha^{m_۱} + \alpha^{m_۱+۱} + \cdots + \alpha^{m_۲} = \begin{cases} \dfrac{\alpha^{m_۱} - \alpha^{m_۲+۱}}{۱-\alpha} & , \ \alpha \neq ۱ \\ m_۲ - m_۱ + ۱ & , \ \alpha = ۱ \end{cases}$$

فرمول‌های اویلر

$$\begin{cases} e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta \\ e^{-j\theta} = \cos\theta - j\sin\theta \end{cases} \quad , \quad \cos\theta = \mathrm{Re}\left[e^{j\theta}\right] = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{۲} \quad , \quad \sin\theta = \mathrm{Im}\left[e^{j\theta}\right] = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{۲j}$$

$$e^{\pm j۲\pi} = ۱ \quad , \quad e^{\pm j\pi} = -۱ \quad , \quad e^{j\frac{\pi}{۲}} = e^{-j\frac{۳\pi}{۲}} = j \quad , \quad e^{-j\frac{\pi}{۲}} = e^{j\frac{۳\pi}{۲}} = -j$$

$$e^{\pm j۲\pi n} = ۱^n = ۱ \quad , \quad e^{\pm j\pi n} = (-۱)^n \quad , \quad e^{j\frac{\pi}{۲}n} = e^{-j\frac{۳\pi}{۲}n} = j^n \quad , \quad e^{-j\frac{\pi}{۲}n} = e^{j\frac{۳\pi}{۲}n} = (-j)^n$$

$$e^{j(\theta \pm ۲\pi n)} = e^{j\theta} \quad , \quad \cos(\theta \pm ۲\pi n) = \cos\theta \quad , \quad \sin(\theta \pm ۲\pi n) = \sin\theta$$

ضربه، پله و شیب زمان‌گسسته

$$\delta[f(n)] = \begin{cases} ۱ \ , \ f(n) = ۰ \\ ۰ \ , \ f(n) \neq ۰ \end{cases} \quad , \quad u[f(n)] = \begin{cases} ۱ \ , \ f(n) \geq ۰ \\ ۰ \ , \ f(n) < ۰ \end{cases}$$

$$r[n] = \begin{cases} n & , \ n \geq ۰ \\ ۰ & , \ n < ۰ \end{cases} = nu[n] \quad , \quad r[f(n)] = \begin{cases} f(n) & , \ f(n) \geq ۰ \\ ۰ & , \ f(n) < ۰ \end{cases} = f(n) \cdot u[f(n)]$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta[n - n_۰] = ۱$$

$$x[n]\cdot\delta[n-n_\circ]=x[n_\circ]\cdot\delta[n-n_\circ]=\begin{cases}x[n_\circ] & , \ n=n_\circ\\ \circ & , \ n\neq n_\circ\end{cases}$$

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta[n-k]=۱$$

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x[k]\delta[n-k]=x[n]$$

$$\delta[an]=\delta[n] \quad , \quad \delta[af(n)]=\delta[f(n)] \quad , \quad a\neq\circ$$

$$u[mn]=u[n] \quad , \quad u[mf(n)]=u[f(n)] \quad , \quad m>\circ$$

$$u[n]-u[n-۱]=\delta[n]$$

$$\sum_{k=\circ}^{+\infty}\delta[n-k]=u[n] \quad , \quad \sum_{m=-\infty}^{n}\delta[m]=u[n]$$

$$\sum_{k=m_۱}^{m_۲}\delta[k-n_\circ]=u[m_۲-n_\circ]-u[m_۱-۱-n_\circ] \quad , \quad m_۲\geq m_۱$$

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta[n-kN]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta[n+kN]=\begin{cases}۱ & , \ \text{n مضرب N}\\ \circ & , \ \text{O.W}\end{cases}$$

ضربه، پله و شیب زمان‌پیوسته

$$u(t-t_\circ)=\int_{-\infty}^{t-t_\circ}\delta(\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau-t_\circ)d\tau$$

$$u\big(f(t)\big)=\begin{cases}۱ & , \ f(t)>\circ\\ \circ & , \ f(t)<\circ\end{cases} \quad , \quad \delta\big(f(t)\big)=u'\big(f(t)\big)=\frac{[u\big(f(t)\big)]'}{f'(t)}$$

$$r\big(f(t)\big)=f(t)\cdot u\big(f(t)\big)=\begin{cases}f(t) & , \ f(t)>\circ\\ \circ & , \ f(t)<\circ\end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t-t_\circ)dt=۱$$

$$x(t)\delta(t-t_\circ)=x(t_\circ)\delta(t-t_\circ)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t-\tau)d\tau=۱$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau=x(t)$$

$$\boxed{\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t) \quad , \quad \delta\big(af(t)\big)=\frac{1}{|a|}\delta\big(f(t)\big) \quad , \quad a\neq 0}$$

$$\boxed{u(at)=u(t) \quad , \quad u\big(af(t)\big)=u\big(f(t)\big) \quad , \quad a>0}$$

$$\boxed{\delta(t)=\frac{du(t)}{dt}}$$

$$\boxed{\int_{0}^{+\infty}\delta(t-\tau)\,d\tau=u(t) \quad , \quad \int_{-\infty}^{t}\delta(\alpha)\,d\alpha=u(t)}$$

$$\boxed{\int_{\alpha}^{\beta}\delta(\tau-t_0)\,d\tau=u(\beta-t_0)-u(\alpha-t_0)}$$

$$\boxed{\int_{\alpha}^{\beta}u(\tau-t_0)\,d\tau=r(\beta-t_0)-r(\alpha-t_0)=(\beta-t_0)u(\beta-t_0)-(\alpha-t_0)u(\alpha-t_0)}$$

فرمول پادمشتق

$$\boxed{\frac{d\left[\int_{g(t)}^{f(t)}h(\tau)\,d\tau\right]}{dt}=f'(t)\cdot h\big(f(t)\big)-g'(t)\cdot h\big(g(t)\big)}$$

رابطه مثلث و پالس

$$\boxed{\Lambda\left(\frac{t}{2T}\right)=\frac{1}{2T}\Pi\left(\frac{t}{2T}\right)*\Pi\left(\frac{t}{2T}\right)}$$

خاصیت انتقال‌دهندگی ضربه

$$\boxed{x(t)*\delta(t-t_0)=x(t-t_0)}$$

محاسبه کانولوشن متناوب

$$\boxed{z(t)=x(t)\circledast y(t)=\hat{x}(t)*y(t)}$$

رابطه کلی سیستم‌های خطی در حوزه زمان

$$\text{CT}: \quad y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t,\tau)\,d\tau$$

$$\text{DT}: \quad y[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n,k]$$

رابطه کلی سیستم‌های خطی در حوزه فرکانس

$$\text{CT}: \quad Y(\omega)=\frac{۱}{۲\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega_\circ)H(\omega,\omega_\circ)\,d\omega_\circ$$

$$\text{DT}: \quad \hat{Y}(\omega)=\frac{۱}{۲\pi}\int_{۲\pi} \hat{X}(\omega_\circ)H(\omega,\omega_\circ)\,d\omega_\circ$$

توابع ویژه (مشتقات و انتگرال‌های ضربه)

$$\boxed{x(t)*\delta^{(n)}(t-t_\circ)=x^{(n)}(t-t_\circ)}$$

$$\boxed{x(t)*u(t-t_\circ)=\int_{-\infty}^{t-t_\circ} x(\tau)\,d\tau=\int_{-\infty}^{t} x(\tau-t_\circ)\,d\tau \quad , \quad x[n]*u[n-n_\circ]=\sum_{k=-\infty}^{n-n_\circ} x[k]=\sum_{k=-\infty}^{n} x[k-n_\circ]}$$

$$\boxed{x(t)*u_{-n}(t)=\underbrace{\iiint\cdots\int}_{n} x(\tau)\,d\tau}$$

$$\boxed{\int_{-\infty}^{+\infty}\delta^{(n)}(t-t_\circ)\,dt=\circ}$$

$$\boxed{\int_{-\infty}^{+\infty}\left|\delta^{(n)}(t-t_\circ)\right|dt=+\infty}$$

$$\boxed{\delta'\big(af(t)\big)=\frac{۱}{a|a|f'(t)}\delta'\big(f(t)\big)}$$

$$\boxed{x(t)\delta'(t-t_\circ)=x(t_\circ)\delta'(t-t_\circ)-x'(t_\circ)\delta(t-t_\circ)}$$

$$\boxed{\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta^{(n)}(t-t_\circ)\,dt=(-۱)^n x^{(n)}(t_\circ)}$$

بسط تیلور

$$e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^4}{4!} + \cdots = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!} \quad , \quad |z| < \infty$$

$$\cos z = 1 - \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} - \cdots = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n z^{2n}}{(2n)!} \quad , \quad |z| < \infty$$

$$\sin z = z - \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} - \cdots = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n z^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad , \quad |z| < \infty$$

$$\frac{1}{1-z} = 1 + z + z^2 + z^3 + \cdots = \sum_{n=0}^{+\infty} z^n \quad , \quad |z| < 1$$

$$\ln(1-z) = -z - \frac{z^2}{2} - \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} - \cdots = \sum_{n=1}^{+\infty} -\frac{z^n}{n} \quad , \quad |z| < 1$$

نمونه‌برداری

ماکزیمم فرکانس $x_c(t)$ → $\omega_M \ (\text{rad/s})$ ، $f_M \ (\text{Hz})$ $\quad , \quad \omega_M = 2\pi f_M$

نرخ نایکوئیست → $2\omega_M \ (\text{rad/s})$ ، $2f_M \ (\text{Hz})$ $\quad , \quad \omega_M = 2\pi f_M$

فرکانس نمونه‌برداری → $\omega_s = \frac{2\pi}{T} \ (\text{rad/s})$ ، $f_s = \frac{1}{T} \ (\text{Hz})$ $\quad , \quad \omega_s = 2\pi f_s$

$$\boxed{X_d(\omega) = \frac{1}{T} X_c\left(\frac{\omega}{T}\right) \quad , \quad |\omega| < \pi}$$

$$\boxed{H_d(\omega) = H_c\left(\frac{\omega}{T}\right) \quad , \quad |\omega| < \pi}$$

$$\boxed{h_d[n] = T\, h_c(nT)}$$

قسمت سوم ـ جداول

جدول تبدیل فوریه زمان‌پیوسته

حوزه فرکانس	حوزه زمان
$\frac{1}{j\omega - a}$	$e^{at}u(t)$, $Re[a] < 0$
$\frac{1}{(j\omega - a)^2}$	$te^{at}u(t)$, $Re[a] < 0$
$e^{j\omega t_0}$, 1	$\delta(t + t_0)$, $\delta(t)$
$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$, $2\pi\delta(\omega)$	$e^{j\omega_0 t}$, 1
$\frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$	$u(t)$
$\Pi(\frac{\omega}{2w})$	$\frac{\sin wt}{\pi t}$, $w > 0$
$\frac{2\sin T\omega}{\omega}$	$\Pi(\frac{t}{2T})$
$\frac{1}{2T}\left(\frac{2\sin T\omega}{\omega}\right)^2$	$\Lambda(\frac{t}{2T})$
$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2\pi a_k \delta(\omega - k\omega_0)$	$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$
$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \omega_0 \delta(\omega - k\omega_0)$, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$	$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$
$\frac{-2a}{\omega^2 + a^2}$	$e^{a\lvert t\rvert}$, $a < 0$
$(j\omega)^n$	$\delta^{(n)}(t)$
$\frac{2}{j\omega}$	$\operatorname{sgn} t$

جدول تبدیل فوریه زمان‌گسسته

حوزه فرکانس	حوزه زمان
$\frac{۱}{۱-\alpha e^{-j\omega}}$	$\alpha^n u[n] \quad , \quad \lvert\alpha\rvert < ۱$
$\frac{۱}{(۱-\alpha e^{-j\omega})^۲}$	$(n+۱)\alpha^n u[n] \quad , \quad \lvert\alpha\rvert < ۱$
$e^{j\omega n_\circ} \quad , \quad ۱$	$\delta[n+n_\circ] \quad , \quad \delta[n]$
$۲\pi\tilde{\delta}(\omega-\omega_\circ) \quad , \quad ۲\pi\tilde{\delta}(\omega)$	$e^{j\omega_\circ n} \quad , \quad ۱$
$\frac{۱}{۱-e^{-j\omega}}+\pi\tilde{\delta}(\omega)$	$u[n]$
$\tilde{\Pi}(\frac{\omega}{۲w})$	$\frac{\sin wn}{\pi n} \quad , \quad \circ < w < \pi$
$\sin\left((۲N+۱)\frac{\omega}{۲}\right)\Big/\sin\frac{\omega}{۲}$	$\Pi(\frac{n}{۲N})$
$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} ۲\pi a_k \delta(\omega-k\omega_\circ)$	$\sum_{k=<N>} a_k e^{jk\omega_\circ n}$
$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \omega_\circ \delta(\omega-k\omega_\circ) \quad , \quad \omega_\circ = \frac{۲\pi}{N}$	$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[n-kN]$
$\frac{۱-\alpha^۲}{۱-۲\alpha\cos\omega+\alpha^۲}$	$\alpha^{\lvert n\rvert} \quad , \quad \lvert\alpha\rvert < ۱$

جدول خواص تبدیل فوریه در حوزه ω

خاصیت	حوزه زمان	حوزه فرکانس
خطی بودن	$Ax(t)+By(t)$ $Ax[n]+By[n]$	$AX(\omega)+BY(\omega)$
انتقال زمانی	$x(t+t_0)$ $x[n+n_0]$	$X(\omega)e^{j\omega t_0}$ $X(\omega)e^{j\omega n_0}$
انتقال فرکانسی	$x(t)e^{j\omega_0 t}$ $x[n]e^{j\omega_0 n}$	$X(\omega-\omega_0)$
وارونگی	$x(-t)$ $x[-n]$	$X(-\omega)$
مزدوجی	$x^*(t) \quad , \quad x^*(-t)$ $x^*[n] \quad , \quad x^*[-n]$	$X^*(-\omega) \quad , \quad X^*(\omega)$
مقیاس‌دهی	$x(\alpha t) \quad , \quad \frac{1}{\lvert\alpha\rvert}x\left(\frac{t}{\alpha}\right)$ $x_{(m)}[n]$ $x[mn]$	$\frac{1}{\lvert\alpha\rvert}X\left(\frac{\omega}{\alpha}\right) \quad , \quad X(\alpha\omega)$ $X(m\omega)$ $\frac{1}{m}\sum_{i=0}^{m-1}X\left(\frac{\omega}{m}-\frac{2\pi}{m}i\right)$
کانولوشن در زمان	$x(t)*y(t)$ $x[n]*y[n]$	$X(\omega)Y(\omega)$
ضرب در حوزه زمان	$x(t)y(t)$ $x[n]y[n]$	$\frac{1}{2\pi}X(\omega)*Y(\omega)$ $\frac{1}{2\pi}X(\omega)\circledast Y(\omega)$
مشتق‌گیری (تفاضل‌گیری) در زمان	$x'(t)$ $x[n]-x[n-1]$	$j\omega X(\omega)$ $(1-e^{-j\omega})X(\omega)$
انتگرال‌گیری (انباشتگی) در زمان	$\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau$ $\sum_{k=-\infty}^{n}x[k]$	$\frac{X(\omega)}{j\omega}+\pi X(0)\delta(\omega)$ $\frac{X(\omega)}{1-e^{-j\omega}}+\pi X(0)\tilde{\delta}(\omega)$
مشتق‌گیری در حوزه فرکانس	$tx(t)$ $nx[n]$	$jX'(\omega)$
دوگانی تبدیل فوریه زمان‌پیوسته با خودش (تبدیل ـ تبدیل)	$x(t) \xleftrightarrow{F} X(\omega)$ $X(t) \xleftrightarrow{F} 2\pi x(-\omega)$	

جدول خواص تبدیل فوریه در حوزه f

خاصیت	حوزه زمان	حوزه فرکانس
خطی بودن	$Ax(t)+By(t)$ $Ax[n]+By[n]$	$AX(f)+BY(f)$
انتقال زمانی	$x(t+t_۰)$ $x[n+n_۰]$	$X(f)e^{j۲\pi f t_۰}$ $X(f)e^{j۲\pi f n_۰}$
انتقال فرکانسی	$x(t)e^{j۲\pi f_۰ t}$ $x[n]e^{j۲\pi f_۰ n}$	$X(f-f_۰)$
وارونگی	$x(-t)$ $x[-n]$	$X(-f)$
مزدوجی	$x^*(t) \quad , \quad x^*(-t)$ $x^*[n] \quad , \quad x^*[-n]$	$X^*(-f) \quad , \quad X^*(f)$
مقیاس‌دهی	$x(\alpha t) \quad , \quad \frac{۱}{\lvert\alpha\rvert}x(\frac{t}{\alpha})$ $x_{(m)}[n]$ $x[mn]$	$\frac{۱}{\lvert\alpha\rvert}X(\frac{f}{\alpha}) \quad , \quad X(\alpha f)$ $X(mf)$ $\frac{۱}{m}\sum_{i=۰}^{m-۱}X(\frac{f}{m}-\frac{۱}{m}i)$
کانولوشن در زمان	$x(t)*y(t)$ $x[n]*y[n]$	$X(f)Y(f)$
ضرب در حوزه زمان	$x(t)y(t)$ $x[n]y[n]$	$X(f)*Y(f)$ $X(f)\circledast Y(f)$
مشتق‌گیری (تفاضل‌گیری) در زمان	$x'(t)$ $x[n]-x[n-۱]$	$j۲\pi f X(f)$ $(۱-e^{-j۲\pi f})X(f)$
انتگرال‌گیری (انباشتگی) در زمان	$\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau$ $\sum_{k=-\infty}^{n}x[k]$	$\frac{X(f)}{j۲\pi f}+\frac{۱}{۲}X(۰)\delta(f)$ $\frac{X(f)}{۱-e^{-j۲\pi f}}+\frac{۱}{۲}X(۰)\tilde{\delta}(f)$
مشتق‌گیری در حوزه فرکانس	$tx(t)$ $nx[n]$	$\frac{j}{۲\pi}X'(f)$
دوگانی تبدیل فوریه زمان‌پیوسته با خودش (تبدیل ـ تبدیل)	$x(t) \xleftrightarrow{F} X(f)$ $X(t) \xleftrightarrow{F} x(-f)$	

روابط پارسوال در تبدیل فوریه

حالت زمان‌پیوسته	حالت زمان‌گسسته
$\int_{-\infty}^{+\infty}\lvert x(t)\rvert^{2}\,dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\lvert X(\omega)\rvert^{2}\,d\omega$	$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\lvert x[n]\rvert^{2}=\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi}\lvert X(\omega)\rvert^{2}\,d\omega$
$\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\,y(t)\,dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}X(\omega)\,Y(-\omega)\,d\omega$	$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x[n]\,y[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi}X(\omega)\,Y(-\omega)\,d\omega$
$\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\,y(-t)\,dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}X(\omega)\,Y(\omega)\,d\omega$	$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x[n]\,y[-n]=\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi}X(\omega)\,Y(\omega)\,d\omega$
$\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\,y^{*}(t)\,dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}X(\omega)\,Y^{*}(\omega)\,d\omega$	$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x[n]\,y^{*}[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi}X(\omega)\,Y^{*}(\omega)\,d\omega$
$\int_{-\infty}^{+\infty}\lvert x(t)\rvert^{2}\,dt=\int_{-\infty}^{+\infty}\lvert X(f)\rvert^{2}\,df$	$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\lvert x[n]\rvert^{2}=\int_{1}\lvert X(f)\rvert^{2}\,df$
$\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\,y(t)\,dt=\int_{-\infty}^{+\infty}X(f)\,Y(-f)\,df$	$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x[n]\,y[n]=\int_{1}X(f)\,Y(-f)\,df$
$\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\,y(-t)\,dt=\int_{-\infty}^{+\infty}X(f)\,Y(f)\,df$	$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x[n]\,y[-n]=\int_{1}X(f)\,Y(f)\,df$
$\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\,y^{*}(t)\,dt=\int_{-\infty}^{+\infty}X(f)\,Y^{*}(f)\,df$	$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x[n]\,y^{*}[n]=\int_{1}X(f)\,Y^{*}(f)\,df$

روابط پارسوال در سری فوریه

حالت زمان‌پیوسته	حالت زمان‌گسسته
$\frac{1}{T}\int_{T}\lvert x(t)\rvert^{2}\,dt=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\lvert a_k\rvert^{2}$	$\frac{1}{N}\sum_{n=<N>}\lvert x[n]\rvert^{2}=\sum_{k=<N>}\lvert a_k\rvert^{2}$
$\frac{1}{T}\int_{T}x(t)\,y(t)\,dt=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}a_k b_{-k}$	$\frac{1}{N}\sum_{n=<N>}x[n]\,y[n]=\sum_{k=<N>}a_k b_{-k}$
$\frac{1}{T}\int_{T}x(t)\,y(-t)\,dt=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}a_k b_k$	$\frac{1}{N}\sum_{n=<N>}x[n]\,y[-n]=\sum_{k=<N>}a_k b_k$
$\frac{1}{T}\int_{T}x(t)\,y^{*}(t)\,dt=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}a_k b_k^{*}$	$\frac{1}{N}\sum_{n=<N>}x[n]\,y^{*}[n]=\sum_{k=<N>}a_k b_k^{*}$

جدول خواص سری فوریه

خاصیت	حوزه زمان	ضرایب فوریه
خطی بودن به شرط $T_x = T_y$	$Ax(t)+By(t)$ $Ax[n]+By[n]$	$Aa_k + Bb_k$
انتقال زمانی	$x(t+t_0)$ $x[n+n_0]$	$a_k e^{jk\omega_0 t_0}$ $a_k e^{jk\omega_0 n_0}$
انتقال فرکانسی به شرط $m \in \mathbb{Z}$	$x(t)e^{jm\omega_0 t}$ $x[n]e^{jm\omega_0 n}$	a_{k-m}
وارونگی	$x(-t)$ $x[-n]$	a_{-k}
مزدوجی	$x^*(t) \quad , \quad x^*(-t)$ $x^*[n] \quad , \quad x^*[-n]$	$a^*_{-k} \quad , \quad a^*_k$
مقیاس‌دهی زمانی	$x(\alpha t) \ , \ \alpha > 0$ $x_{(m)}[n]$ $x[mn]$	a_k $\frac{1}{m}a_k$ $\sum_{i=0}^{m-1} a_{(\frac{M}{N})}[k-\frac{M}{m}i] \ , \ M=\mathrm{lcm}(N,m)$
کانولوشن متناوب به شرط $T_x = T_y$	$x(t) \circledast y(t)$ $x[n] \circledast y[n]$	$T a_k b_k$ $N a_k b_k$
ضرب به شرط $T_x = T_y$	$x(t)\,y(t)$ $x[n]\,y[n]$	$a_k * b_k$ $a_k \circledast b_k$
مشتق‌گیری (تفاضل) در زمان	$x'(t)$ $x[n]-x[n-1]$	$jk\omega_0 a_k$ $(1-e^{-jk\omega_0})a_k$
انتگرال‌گیری (انباشتگی) در زمان به شرط $a_0 = 0$	$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)\,d\tau$ $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$	$b_k = \begin{cases} \frac{a_k}{jk\omega_0} & , \quad k \neq 0 \\ \frac{1}{T}\int_T y(t)\,dt & , \quad k = 0 \end{cases}$ $b_k = \begin{cases} \frac{a_k}{1-e^{-jk\omega_0}} & , \quad k \neq 0 \\ \frac{1}{N}\sum_{n=\langle N\rangle} y[n] & , \quad k = 0 \end{cases}$
دوگانی سری ـ سری به شرط $N_a = N$	$x[n] \xleftrightarrow{FS} a[k]$ $a[n] \xleftrightarrow{FS} \frac{1}{N}x[-k]$	
دوگانی تبدیل ـ سری	نوع اول؛ به شرط $T_X = 2\pi$ $x[n] \xleftrightarrow{F} X(\omega)$ $X(t) \xleftrightarrow{FS} x[-k]$	نوع دوم $x(t) \xleftrightarrow{FS} a_k$ $a_n \xleftrightarrow{F} x(-\frac{T}{2\pi}\omega)$

جدول تبدیل لاپلاس

حوزه زمان	حوزه لاپلاس	ناحیه همگرایی
$e^{at}u(t)$ $-e^{at}u(-t)$	$\frac{1}{s-a}$	$Re[s] > Re[a]$ $Re[s] < Re[a]$
$t^n e^{at}\, u(t)$ $-t^n e^{at}\, u(-t)$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$	$Re[s] > Re[a]$ $Re[s] < Re[a]$
$u(t)$ $-u(-t)$	$\frac{1}{s}$	$Re[s] > 0$ $Re[s] < 0$
$t^n u(t)$ $-t^n u(-t)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$Re[s] > 0$ $Re[s] < 0$
$\delta(t)$ $\delta(t+t_0)$	1 e^{st_0}	کل صفحه S $Re[s] > -\infty$ یا $Re[s] < +\infty$
$\cos\omega_0 t\, u(t)$ $-\cos\omega_0 t\, u(-t)$	$\frac{s}{s^2+\omega_0^2}$	$Re[s] > 0$ $Re[s] < 0$
$\sin\omega_0 t\, u(t)$ $-\sin\omega_0 t\, u(-t)$	$\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$	$Re[s] > 0$ $Re[s] < 0$
$[A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t]u(t)$ $-[A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t]u(-t)$	$\frac{As+B\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$	$Re[s] > 0$ $Re[s] < 0$
$e^{a\|t\|}$, $Re[a] < 0$	$\frac{2a}{s^2-a^2}$	$Re[a] < Re[s] < -Re[a]$
$\delta^{(n)}(t)$	s^n	$-\infty < Re[s] < +\infty$
$\sum_{k=0}^{+\infty} \delta(t-kT)$	$\frac{1}{1-e^{-sT}}$	$Re[s] > 0$

جدول خواص تبدیل لاپلاس

خاصیت	حوزه زمان	حوزه لاپلاس	ناحیه همگرایی
خطی بودن	$Ax(t)+By(t)$	$AX(s)+BY(s)$	$\geq \left(R_x \cap R_y\right)$
انتقال زمانی	$x(t+t_0)$	$X(s)e^{st_0}$	$R_x \overset{?}{\pm} \{s=+\infty \text{ or } s=-\infty\}$
انتقال فرکانسی	$x(t)e^{s_0 t}$	$X(s-s_0)$	$R_x + \mathrm{Re}[s_0]$
وارونگی	$x(-t)$	$X(-s)$	$-R_x$
مزدوجی	$x^*(t)$	$X^*(s^*)$	R_x
مقیاس‌دهی	$x(at)$ $\frac{1}{\lvert a\rvert}x(\frac{t}{a})$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}X(\frac{s}{a})$ $X(as)$	aR_x $\frac{R_x}{a}$
کانولوشن	$x(t)*y(t)$	$X(s)Y(s)$	$\geq \left(R_x \cap R_y\right)$
مشتق‌گیری در زمان	$x'(t)$	$sX(s)$	$\geq \left[R_x \cap \left(-\infty < \mathrm{Re}[s] < +\infty\right)\right]$
انتگرال‌گیری در زمان	$\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\,d\tau$	$\frac{1}{s}X(s)$	$\geq \left[R_x \cap \left(\mathrm{Re}[s] > 0\right)\right]$
مشتق‌گیری در فرکانس	$t\,x(t)$	$-X'(s)$	R_x

جدول تبدیل $\mathscr{Z}$

حوزه زمان	حوزه $\mathscr{Z}$	ناحیه همگرایی
$\alpha^n u[n]$ $-\alpha^n u[-n-1]$	$\frac{1}{1-\alpha z^{-1}}$	$\lvert z\rvert > \lvert\alpha\rvert$ $\lvert z\rvert < \lvert\alpha\rvert$
$(n+1)\alpha^n u[n]$ $-(n+1)\alpha^n u[-n-1]$	$\frac{1}{(1-\alpha z^{-1})^2}$	$\lvert z\rvert > \lvert\alpha\rvert$ $\lvert z\rvert < \lvert\alpha\rvert$
$u[n]$ $-u[-n-1]$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$\lvert z\rvert > 1$ $\lvert z\rvert < 1$
$(n+1)u[n]$ $-(n+1)u[-n-1]$	$\frac{1}{(1-z^{-1})^2}$	$\lvert z\rvert > 1$ $\lvert z\rvert < 1$
$\delta[n]$ $\delta[n+n_0]$	1 z^{n_0}	کل صفحه $\lvert z\rvert > 0$ یا $\lvert z\rvert < \infty$
$\cos\omega_0 n\, u[n]$ $-\cos\omega_0 n\, u[-n-1]$	$\frac{1-(\cos\omega_0)z^{-1}}{1-2(\cos\omega_0)z^{-1}+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert > 1$ $\lvert z\rvert < 1$
$\sin\omega_0 n\, u[n]$ $-\sin\omega_0 n\, u[-n-1]$	$\frac{(\sin\omega_0)z^{-1}}{1-2(\cos\omega_0)z^{-1}+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert > 1$ $\lvert z\rvert < 1$
$[A\cos\omega_0 n + B\sin\omega_0 n]u[n]$ $-[A\cos\omega_0 n + B\sin\omega_0 n]u[-n-1]$	$\frac{A-(A\cos\omega_0 - B\sin\omega_0)z^{-1}}{1-2(\cos\omega_0)z^{-1}+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert > 1$ $\lvert z\rvert < 1$
$\sum_{k=0}^{+\infty}\delta[n-kN]$	$\frac{1}{1-z^{-N}}$	$\lvert z\rvert > 1$

جدول خواص تبدیل $\mathscr{Z}$

خاصیت	حوزه زمان	حوزه $\mathscr{Z}$	ناحیه همگرایی
خطی بودن	$Ax[n]+By[n]$	$AX(z)+BY(z)$	$\geq\left(R_x \cap R_y\right)$
انتقال زمانی	$x[n+n_۰]$	$X(z)\,z^{n_۰}$	$R_x \overset{?}{\pm} \left\{\lvert z\rvert=\infty \ \text{or} \ z=۰\right\}$
مقیاس‌دهی در حوزه $\mathscr{Z}$	$x[n]z_۰^n$	$X(\frac{z}{z_۰})$	$\lvert z_۰\rvert \cdot R_x$
وارونگی زمانی	$x[-n]$	$X(z^{-۱})$	$(R_x)^{-۱}$
مزدوجی	$x^*[n]$	$X^*(z^*)$	R_x
مقیاس‌دهی در زمان	$x_{(m)}[n]$ $x[mn]$	$X(z^m)$ $\frac{۱}{m}\sum_{i=۰}^{m-۱} X\left(z^{\frac{۱}{m}}\, e^{-j\frac{۲\pi}{m}i}\right)$	$(R_x)^{\frac{۱}{m}}$ $(R_x)^m$
کانولوشن	$x[n]*y[n]$	$X(z)\,Y(z)$	$\geq\left(R_x \cap R_y\right)$
تفاضل‌گیری در زمان	$x[n]-x[n-۱]$	$(۱-z^{-۱})\,X(z)$	$\geq\left[R_x \cap \left(\lvert z\rvert>۰\right)\right]$
انباشتگی در زمان	$\sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$	$\frac{۱}{۱-z^{-۱}}X(z)$	$\geq\left[R_x \cap \left(\lvert z\rvert>۱\right)\right]$
مشتق‌گیری در حوزه $\mathscr{Z}$	$nx[n]$	$-z\frac{dX(z)}{dz}=z^{-۱}\frac{dX(z)}{dz^{-۱}}$	R_x

جدول خواص تبدیل لاپلاس و $\mathscr{Z}$ یک‌طرفه

خاصیت	حوزه زمان	حوزه لاپلاس و $\mathscr{Z}$
خطی بودن	$Ax(t)+By(t)$ $Ax[n]+By[n]$	$AX_u(s)+BY_u(s)$ $AX_u(z)+BY_u(z)$
انتقال زمانی	$x(t+t_0)$ $x[n+1]$ $x[n-1]$	$e^{st_0}X_u(s)-e^{st_0}\int_0^{t_0}x(t)e^{-st}dt$ $zX_u(z)-zx[0]$ $z^{-1}X_u(z)+x[-1]$
انتقال فرکانسی مقیاس‌دهی در حوزه $\mathscr{Z}$	$x(t)e^{s_0 t}$ $x[n]z_0^n$	$X_u(s-s_0)$ $X_u(\frac{z}{z_0})$
مزدوجی	$x^*(t)$ $x^*[n]$	$X_u^*(s^*)$ $X_u^*(z^*)$
مقیاس‌دهی در زمان	$x(at)$ $x_{(m)}[n]$ $x[mn]$	$\frac{1}{a}X_u(\frac{s}{a})$ $X_u(z^m)$ $\frac{1}{m}\sum_{i=0}^{m-1}X_u\left(z^{\frac{1}{m}}e^{-j\frac{2\pi}{m}i}\right)$
کانولوشن	$x(t)*y(t)$ $x[n]*y[n]$	$X_u(s)Y_u(s)$ $X_u(z)Y_u(z)$
مشتق‌گیری در زمان تفاضل‌گیری در زمان	$x'(t)$ $x[n]-x[n-1]$	$sX_u(s)-x(0)$ $(1-z^{-1})X_u(z)-x[-1]$
انتگرال‌گیری در زمان انباشتگی در زمان	$\int_0^t x(\tau)d\tau$ $\sum_{k=0}^{n}x[k]$	$\frac{1}{s}X_u(s)$ $\frac{1}{1-z^{-1}}X_u(z)$
مشتق‌گیری در فرکانس	$tx(t)$ $nx[n]$	$-X_u'(s)$ $-z\frac{dX_u(z)}{dz}=z^{-1}\frac{dX_u(z)}{dz^{-1}}$

جدول خواص ناحیه همگرایی در تبدیل لاپلاس و $\mathcal{Z}$

نوع سیگنال	ناحیه همگرایی در تبدیل لاپلاس	ناحیه همگرایی در تبدیل $\mathcal{Z}$
سیگنال علی	ROC شامل $\mathrm{Re}[s]=+\infty$	ROC شامل $\lvert z\rvert=\infty$
سیگنال ضدعلی	ROC شامل $\mathrm{Re}[s]=-\infty$	ROC شامل $\lvert z\rvert=0$
سیگنال سمت راستی	ROC تا $\mathrm{Re}[s]=+\infty$	ROC تا $\lvert z\rvert=\infty$
سیگنال سمت چپی	ROC تا $\mathrm{Re}[s]=-\infty$	ROC تا $\lvert z\rvert=0$
سیگنال دوره‌محدود	ROC تا $\mathrm{Re}[s]=-\infty,+\infty$ (کل صفحه به‌جز احتمالاً $\mathrm{Re}[s]=\pm\infty$)	ROC تا $\lvert z\rvert=0,\infty$ (کل صفحه به‌جز احتمالاً $\lvert z\rvert=0,\infty$)
سیگنال دو سمتی	ROC یک نوار عمودی	ROC یک حلقه