

# اصول طراحی کامپایلرها به سبک حرفه‌ای



## جلسه ششم - تبدیل NFA به DFA و کمینه سازی DFA

دکتر امیرحسین کاشفی | مدرس حرفه‌ای کنکور ارشد کامپیوتر

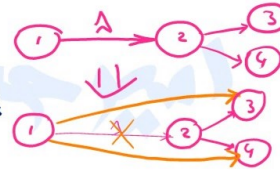


دکتر امیرحسین کاشفی | مدرس حرفه‌ای کنکور ارشد کامپیوتر

نظریه زبان‌ها و اتوماتا

NFA with  $\lambda$   $\rightarrow$  NFA  $\lambda$ -free  
 $M \rightarrow \hat{M}$   
 $L(M) = L(\hat{M})$

$\delta(q_i, \lambda) = q_j$   $\textcircled{q_i} \xrightarrow{\lambda} \textcircled{q_j}$   
 $\forall a \in \Sigma \text{ if } (q_j, a) = q_k \Rightarrow (q_i, a) = q_k$   
تقلید  
سبب  $\lambda$  از سبب  $\lambda$  تشکیل می‌کند  
 $\ast \text{ if } q_j \in F \Rightarrow F = F \cup \{q_i\}$   
تغییر جبهه  
 $\ast$  اگر سبب  $\lambda$  خالی بود، سبب  $\lambda$  نیز خالی خواهد شد

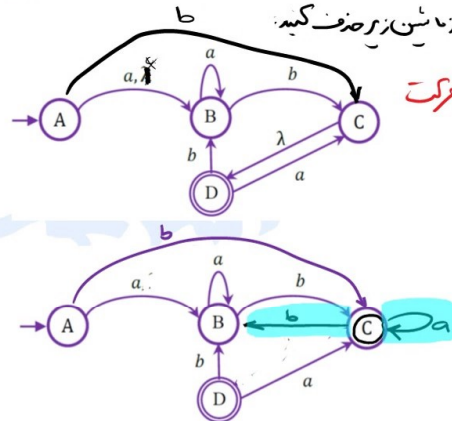
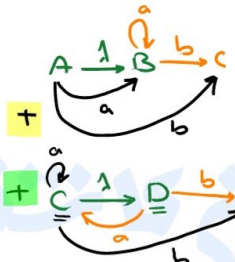
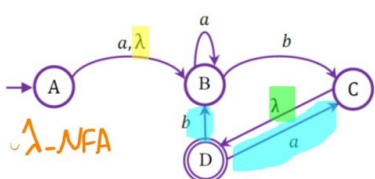


DFA  $\leftarrow$  NFA  $(\lambda)$  ✓  
 $\nwarrow$  NFA  $(\lambda)x$   
حذف حرکت  $\lambda$   
 $\downarrow$   
در حذف حرکت  $\lambda$  تعداد حالات ثابت است تعداد حرکت ثابت یا افزایش خواهد یافت.

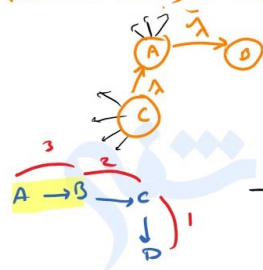


حرکت  $\lambda$  را از ماشین حذف کنید:

پس از حذف حرکت  
 $A \xrightarrow{\lambda} B$

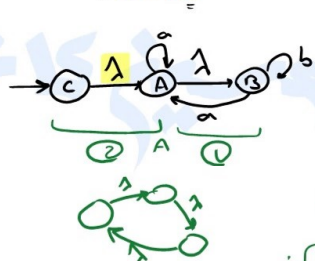


① اگر صحنی حرکت  $\lambda$  بود حذف حرکت  $\lambda$  را از حرکتی شروع می‌کنیم که معده آنها به حرکت  $\lambda$  دیگر مناسه (سادگی)



$$\begin{cases} A \xrightarrow{a} B \\ C \xrightarrow{a} A \end{cases}$$

$$C \xrightarrow{a} A \xrightarrow{a} B$$

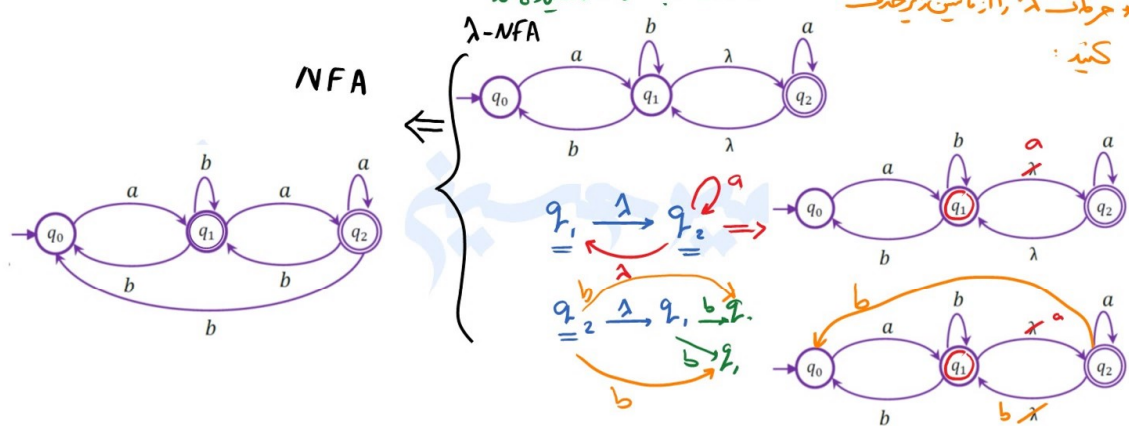


\* رنجیره  $\lambda$  را رسم کنید از آخر شروع به حذف کنید

② اگر با  $\lambda$  شروع می‌کنیم از اول شروع به حذف کنید

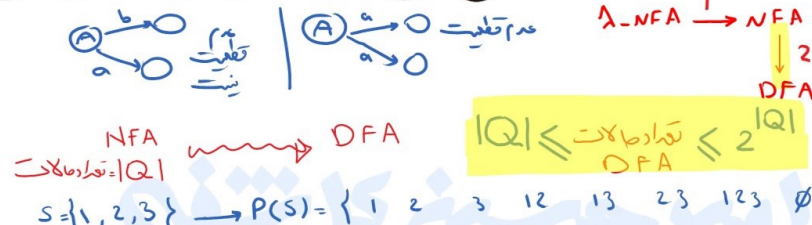


\* حرکت  $\lambda$  را از ماشین برچسب کنید:



کلاس دوم - حذف عدم قطعیت

DFA  
Q  
NFA  
2



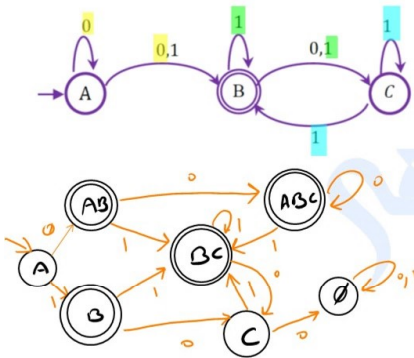
مراحل رفع عدم قطعیت: (مبدل انتقال درست کنیم)

- به ازای مقادیر درایه‌هایی از این جدول که بیش از یک عضو دارند و سطری برای آنها در این جدول در نظر گرفته نشده است، یک سطر جدید به جدول انتقال اضافه می‌نماییم.
- مقادیر درایه‌های سطر جدید در هر ستون برابر است با اجتماع مقادیر درایه‌های هر یک از اجزای تشکیل دهنده مجموعه سطر ایجاد شده.
- مرحله ۱ و ۲ را تا جایی تکرار می‌کنیم که به ازای تمامی درایه‌های جدول انتقال جدید، یک سطر وجود داشته باشد.





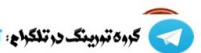
NFA زیر را به DFA تبدیل کنید:  
یا جدول انتقال رسم کنید



جدول انتقال

	0	1
A	[A, B]	[B]
B	[A, B, C]	[B, C]
C	[C]	[C]
AB	ABC	BC
BC	C	BC
ABC	ABC	BC
∅	∅	∅

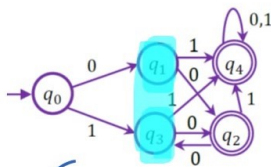
\* ∅ همیشه حالت Trap است.



گام سطر کاهش حالات DFA → DFA (کینه)

1. حالت اولیه حذف

حالت اولیه صیرری با شروع از آن یک حالت خاص وجود ندارد.



	0	1
q0	q1	q3
q1	q2	q4
q2	q3	q4
q3	q2	q4
q4	q4	q4

$$F = \{q_2, q_4\}$$

$$F' = \{q_1, q_3, q_4\}$$

$$F \cup F' = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$$

$$q_2, q_4 (q_3, q_4) \rightarrow x$$

$$q_1, q_3 (q_1, q_2) \rightarrow x$$

$$q_1, q_3 (q_3, q_4) \rightarrow x$$

$$q_1, q_3 \rightarrow x$$

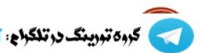
$$P \approx Q$$

$$\forall w \in \Sigma^*, S^*(q, w) \in F \Leftrightarrow S^*(p, w) \in F$$

$$P \not\approx Q$$

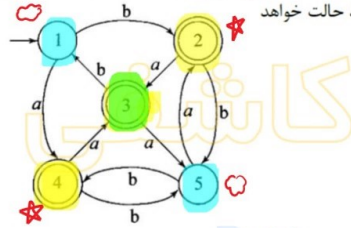
$$\exists w \in \Sigma^*, S^*(q, w) \in F \Leftrightarrow S^*(p, w) \notin F$$

مجموعه حالات خاصی  
مجموعه حالات غیرخاصی





★ ★ ۸- اتومات متناهی شکل روبرو را در نظر بگیرید. اتومات کمینه مربوطه دارای چند حالت خواهد بود؟ (کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر - دولتی ۸۵)



۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

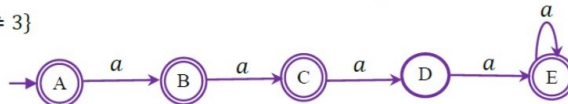
$$[5] \xrightarrow{a} (4, 2) \xrightarrow{b} (4, 2)$$

$$\begin{cases} 2, 3 \rightarrow (3, 5) \times \\ 3, 4 \rightarrow (3, 5) \times \\ 2, 4 \rightarrow \checkmark \end{cases}$$



مثال ۲۰- مثال زبان در حالت کمینه چند حالت خواهد داشت:

$$L = \{a^n | n \geq 0, n \neq 3\}$$



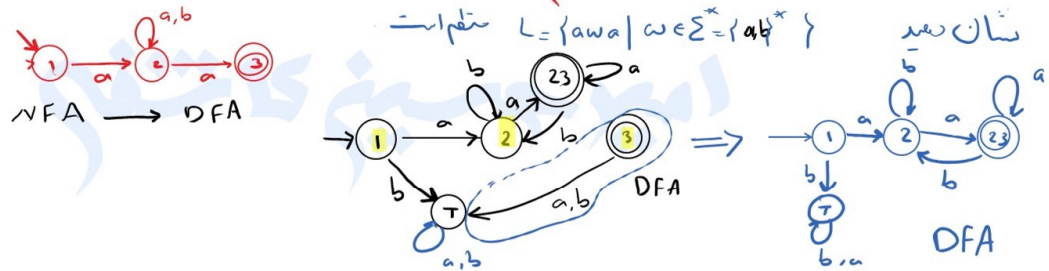
A				
B	B,C			
C	B,D	C,D		
D	x	x	x	
E	E,B	E,C	D,E	x
	A	B	C	D

A				
B	B,C			
C	x	x		
D	x	x	x	
E	E,B	E,C	x	x
	A	B	C	D

A				
B	x			
C	x	x		
D	x	x	x	
E	x	x	x	x
	A	B	C	D

اگر  $k$  یک عدد طبیعی باشد، می‌توان نشان داد زبان  $L = \{a^n | n \geq 0, n \neq k\}$  (۱) (۲) (۳)

زبان منظم - زبان  $L$  منظم خوانده می‌شود اگر و تنها اگر یک پذیرنده متناهی NFA یا DFA به نام  $M$  وجود داشته باشد. به طوریکه  $L = L(M)$  ← یکبار روی این تعریف منظم بودن زبان رسم ماشین ستایم برای آن است.



۸۹- فرض کنید یک زبان روی الفبای  $\Sigma = \{a, b\}$  تعریف شده باشد به طوری که بین هر جفت  $a$  در رشته بتوان تعدادی فرد  $b$  یافت. DFA مینیمم روی این زبان شامل چند state است؟

۴ (۱)

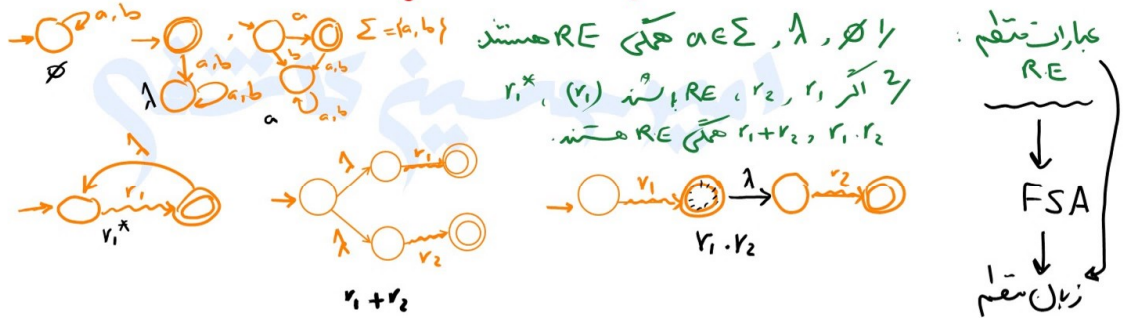
۵ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)



$FSA \leftrightarrow \text{زبان } R \leftrightarrow \text{عبارت منظم } RE \leftrightarrow \text{Regular Expression } (RE) \leftrightarrow \text{زبان } R \leftrightarrow \text{تکرار منظم}$



آیا RE است؟  $(a+b)^* + b^*c + \lambda$

اگر  $\Sigma = \{a, b\}$  رشته‌های ترکیبی آن را بنویسید.

عبارت منظم حاصل زبان زیر چیست؟

$$r_1 = (aa)^* (bb)^* b$$

$$L(r_1) = \{b, aab, b^3, a^2b^3, a^4b^3, \dots\} = \{a^{2n}b^{m+1} \mid n, m \geq 0\}$$

$$L = \{w \mid |w|_a = 2k, k \geq 0\}$$

$$r_1 = (ab^*a + b)^*$$

$$r_2 = b^*ab^*ab^* \rightarrow w = \lambda \times$$

$$r_3 = (b^*ab^*ab^*)^* \rightarrow w = b^+ \times$$



عبارت منظم حاصل یک زبان مشخصه چیست؟

$$r_4 = (b^*ab^*ab^* + b)^*$$

$$r_5 = (b^*ab^*ab^*)^*b^*$$




$$L = \{ \omega \in \Sigma^* \mid \omega \text{ دارای } k \text{ حرف } a \text{ است} \} \rightarrow (a+b)^* b^k (a+b)^*$$

$$L = \{w \in \Sigma^+ \mid w \text{ دارای یک ایزوله باشد}\} \rightarrow (ba+a)^*(b+\lambda) \\ \rightarrow (b+\lambda)(ab+a)^*$$

اگر  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ شامل } aaa \text{ نباشد}\}$  آنگاه  $L$  با کدام عبارت منظم معادل است؟

$$\times r_1 = (a + \underline{aa} + \lambda)(\underline{ab} + b + aab)^*$$

$$r_2 = (baa + b + ab)(a + aa + \lambda)$$

$$r_3 = (b + ab + aab)^*(a + aa)^{+1}$$

مشوک!

$r_1 \quad \checkmark \frac{w=aaaa}{x} \quad L \quad \checkmark \frac{w=b}{x} \quad r_3$

$x$   
 $w=baaa$   
 $\checkmark$

مشکوٰۃ !

کروہ توہینک و تلکام:



## خواص عبارت متقم

1- خواص \* و ترکیبی:

$$(\alpha^*)^* = (\alpha^+)^* = (\alpha^*)^+ = \alpha^* \cdot \alpha^* = \alpha^* \quad \checkmark, \quad (\alpha^+)^+ = \alpha^+ \cdot \alpha^* = \alpha^* \cdot \alpha^+ = \alpha^+$$

2- توان در عبارت منظم:

$$\begin{array}{l} n \geq 0 \rightarrow \alpha^n = \alpha^* \quad , \quad (\alpha^n)^* = (\alpha^*)^n \neq \alpha^* \quad , \quad \alpha^n \cdot \alpha^* = \alpha^* \cdot \alpha^n \neq \alpha^* \\ n \geq 1 \rightarrow \alpha^n = \alpha^+ \quad , \quad (\alpha^n)^+ = (\alpha^+)^n \neq \alpha^+ \quad , \quad \alpha^n \cdot \alpha^+ = \alpha^+ \cdot \alpha^n \neq \alpha^+ \end{array}$$

### 3- خواص الحاق الفباى توان دار:

$$\begin{array}{ll} n, m \geq 0 \rightarrow x^n \cdot y^m = x^* \cdot y^* & , \quad x^n \cdot y^n \neq x^* \cdot y^* \\ n, m \geq 1 \rightarrow x^n \cdot y^m = x^+ \cdot y^+ & , \quad x^n \cdot y^n \neq x^+ \cdot y^+ \end{array}$$

#### 4- عبارات یکی در میان:

$$(\alpha.\beta)^*.\alpha = \alpha.(\beta.\alpha)^* = \alpha\beta\alpha\beta\alpha\beta\dots\alpha\beta\alpha$$

کروہ توہینک ورتلکرام:



6- کلیه رشته‌های تولید شده با عبارات منظم:

$$\begin{aligned}(\alpha + \beta)^* &= (\alpha^* + \beta^*)^* = (\alpha^* + \beta^*)^* = (\alpha + \beta^*)^* = \\&= (\alpha^* \cdot \beta^*)^* = (\beta^* \cdot \alpha^*)^* = (\alpha^* \cdot \beta^*)^* + (\alpha \cdot \beta^*)^* = \\&= \alpha^* \cdot (\beta \cdot \alpha^*)^* = (\alpha^* \cdot \beta)^* \cdot \alpha^* = \\&= \alpha^* \cdot (\alpha + \beta)^* = (\alpha + \beta)^* \cdot \beta^* = \alpha^* \cdot (\alpha + \beta)^* \cdot \beta^* = \alpha^* \cdot \beta^* \cdot (\alpha + \beta)^* \cdot \beta^* \cdot \alpha^*\end{aligned}$$

7- خواص معکوس روی عبارات منظم

$$(\alpha + \beta)^R = \alpha^R + \beta^R, \quad (\alpha^*)^R = (\alpha^R)^*, \quad (\alpha \cdot \beta)^R = \beta^R \cdot \alpha^R$$

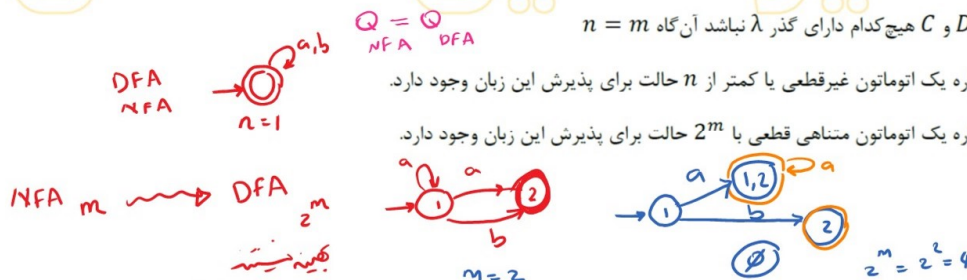
می‌شود کدام گزینه درست است؟ (کارشناسی ارشد علوم کامپیوتر - دولتی ۹۵)

۱×) همواره  $n > m$  است.

۲X اگر  $D$  و  $C$  هیچ کدام دارای گذر  $\lambda$  نباشد آن گاه  $n = m$

۳X) همواره یک اتوماتون غیرقطعی یا کمتر از  $n$  حالت برای پذیرش این زبان وجود دارد.

(۴) همواره یک اتوماتون متناهی قطعی با  $2^m$  حالت برای پذیرش این زبان وجود دارد.





## ارتباط با من

کانال فرهیختگی اندیشه @kashefism

آیدی من در تلگرام @MrSpecialOne

گروه رفع اشکال تورینگ در تلگرام yon.ir/turing

کانال تورینگ در آپارات aparat.com/turing

گروه تورینگ در تلگرام: yon.ir/turing کانال تورینگ در آپارات: aparat.com/turing کانال تورینگ در تلگرام: @turingism