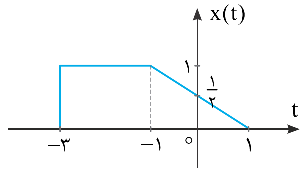
پاسخ تشریحی آزمون فصل اول

۱) گزینه ۱ صحیح است.

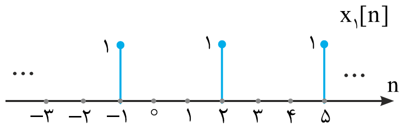
ابتدا $x(t)$ را از روی $x(-2t+1)$ به‌دست می‌آوریم که طبق مثال ۵ متن درس به‌شکل زیر خواهد بود:

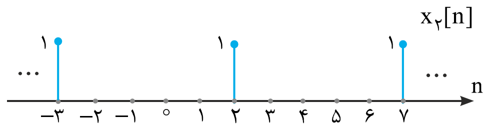


مشخص است که مساحت شکل $x(t)$ از ۱− تا ۰ برابر $\frac{3}{4}$ می‌باشد.

۲) گزینه ۳ صحیح است.

شکل سیگنال‌های $x_1[n]$ و $x_2[n]$ به‌صورت زیر می‌باشد:





دوره تناوب اصلی سیگنال $x_1[n]$ برابر $N_1 = 3$ و دوره تناوب اصلی سیگنال $x_2[n]$ برابر $N_2 = 5$ می‌باشد. برای محاسبه دوره تناوب سیگنال $x_1[3n]$ طبق نکته ۵ داریم:

$$x_1[3n] \longrightarrow \frac{N_1}{m} = \frac{3}{3} = \frac{1}{1} \Rightarrow \text{دوره تناوب} = 1$$

همچنین برای محاسبه دوره تناوب سیگنال $x_2[3n]$ طبق نکته ۵ داریم:

$$x_2[3n] \longrightarrow \frac{N_2}{m} = \frac{5}{3} \Rightarrow \text{دوره تناوب} = 5$$

در نتیجه دوره تناوب $x[n] = x_1[3n] + x_2[3n]$ برابر ک.م.مِ ۱ و ۵ یعنی ۵ می‌باشد.

۳) گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به اینکه $x_e(t) = \frac{1}{2}[x(t) + x(-t)]$ می‌باشد، داریم:

$$I = \int_0^{+\infty} x_e(t)\,dt = \int_0^{+\infty} \frac{1}{2}[x(t) + x(-t)]\,dt = \frac{1}{2}\int_0^{+\infty} x(t)\,dt + \frac{1}{2}\int_0^{+\infty} x(-t)\,dt$$

با تغییر متغیر $-t = \alpha$ در انتگرال دوم داریم:

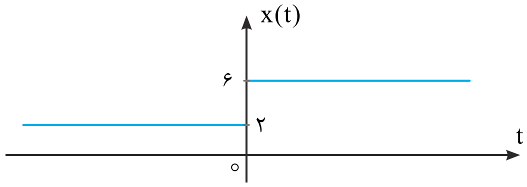
$$I = \frac{1}{2}\int_0^{+\infty} x(t)\,dt + \frac{1}{2}\int_0^{-\infty} x(\alpha)(-d\alpha) = \frac{1}{2}\int_0^{+\infty} x(t)\,dt + \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{0} x(\alpha)\,d\alpha = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,dt$$

البته می‌توانستیم از همان ابتدا نیز مستقیماً به انتگرال فوق برسیم (چگونه؟). در نتیجه داریم:

$$I = \int_0^{+\infty} x_e(t)\,dt = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,dt = 0/5$$

۴) گزینه ۴ صحیح است.

توان کل این سیگنال طبق نکته ۱۵، برابر توان سیگنال $x(t)$ در شکل زیر می‌باشد. زیرا $h(t)$ و $x(t)$ فقط در یک قسمت کراندار و دوره‌محدود (از $t = -۷$ تا $t = ۵$) با هم تفاوت دارند و در واقع توان کل این قسمت کراندار و دوره‌محدود برابر صفر است.



پس کافی است توان $x(t)$ را محاسبه کنیم که برابر مجموع توان سمت چپ محور و توان سمت راست محور می‌باشد (نکته ۱۴)، که با توجه به مثال ۱۹ در متن درس، برابر $۲۰ = \frac{۶^۲}{۲} + \frac{۲^۲}{۲}$ خواهد بود.

۵) گزینه ۳ صحیح است.

طبق فرمول کلی $u[f(n)]$ داریم:

$$u[f(n)] = \begin{cases} ۱ \, , & f(n) \geq ۰ \\ ۰ \, , & o.w \end{cases} \quad \Rightarrow \quad u[-n^۲ + ۴] = \begin{cases} ۱ \, , & -n^۲ + ۴ \geq ۰ \\ ۰ \, , & o.w \end{cases} = \begin{cases} ۱ \, , & -۲ \leq n \leq ۲ \\ ۰ \, , & o.w \end{cases}$$