ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

7ο ΕΞΑΜΗΝΟ

ΕΡΓΑΣΙΑ #4

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.

Όνομα : ΘΑΝΑΣΗΣ ΧΑΡΙΣΟΥΔΗΣ

Α.Ε.Μ. : 9026

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ, 29 Ιουλίου 2019

Περιεχόμενα

Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου........................3

- Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς.................3
- Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς...................4
- Ρύθμιση Κέρδους.......................................5

Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB...........7

Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM....11

ΑΝΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ BUTTERWORTH

“Να σχεδιασθεί ένα ανωδιαβατό φίλτρο Butterworth το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης:

f_s = 1538.46 Hz, f_p = 4000 Hz και

a_{max} = 0.707 dB, a_{min} = 25.33 dB.”

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

Βάσει του ΑΕΜ = 9026 προέκυψαν οι παραπάνω προδιαγραφές σχεδίασης. Επίσης:

$\omega_s = 2\pi * f_s = 9666.44$ rad/s

$\omega_p = 2\pi * f_p = 25132.74$ rad/s

• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

<u>Υπολογισμός παραμέτρων πρωτότυπου LPF</u>

Πριν ξεκινήσουμε να υπολογίσουμε την Συνάρτηση Μεταφοράς του πρωτότυπου Butterworth LPF, κανονικοποιούμε τις συχνότητες ώστε $\Omega_p = 1$. Έτσι, θα είναι:

$\mathbf{\Omega_p = 1}$

$\mathbf{\Omega_s = \omega_s / \omega_p = 2.6}$

Αρχικά θα υπολογίσουμε την τάξη n του φίλτρου και τη συχνότητα ημίσειας ισχύος προσεγγίζοντας το πρωτότυπο κατωδιαβατό φίλτρο κατά Butterworth:

$n = \log((10^{a\_min/10} - 1) / (10^{a\_max/10} - 1)) / (2 * \log(\Omega_s)) = 3.958 \Rightarrow$ **n = 4**

Θα υπολογίσουμε τώρα την κανονικοποιημένη (ως προς τη συχνότητα αποκοπής) συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο $\Omega_{hp} = \Omega_p / (10^{a\_max/10} - 1) \wedge (1 / (2 * n)) = 1.242$

όπου φαίνεται ότι $\Omega_{hp} > 1$ (όπως πρέπει για Butterworth LP φίλτρο) και από όπου προκύπτει (μετά την από-κανονικοποίηση) ότι:

$\boldsymbol{\omega_{hp} = \omega_p / \Omega_{hp} = 20236.96 rad/s \Rightarrow f_{hp} = 3220.81 Hz}$

Για την εύρεση των πόλων της ΣΜ Butterworth LPF αρχικά βρίσκουμε τις γωνίες Butterworth. Για n = 4, οι γωνίες Butterworth είναι:

$\psi_{1,2} = \pm 22.5^o$

$\psi_{3,4} = \pm 67.5^o$

Οι (κανονικοποιημένοι) πόλοι θα κείνται πάνω στον μοναδιαίο κύκλο ($\Omega_0 = 1$) και σε γωνίες ±ψ από τον πραγματικό άξονα. Έτσι, παίρνουμε τους πόλους της ΣΜ Butterworth LPF:

k	$\boldsymbol{Q_k}$	$\boldsymbol{\Omega_k}$	$\boldsymbol{p_k}$
1,2	0.541	1	**-0.924 ± j0.383**
3,4	1.307	1	**-0.383 ± j0.924**

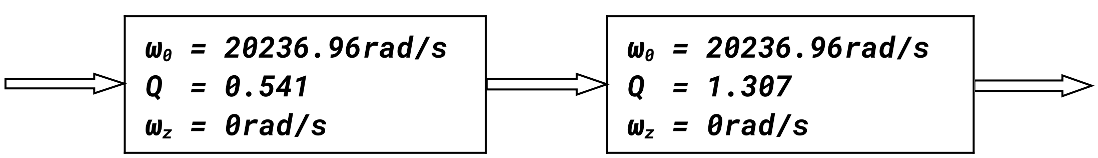
<u>Μετασχηματισμός Συχνότητας LP → HP</u>

Ακολούθως, εφαρμόζουμε μετασχηματισμό συχνότητας LP → HP. Ωστόσο, επειδή προσεγγίσαμε το πρωτότυπο κατά Butterworth, οι πόλοι του HPF θα είναι ίδιοι (αφού κείνται στο μοναδιαίο κύκλο και άρα δεν αλλάζει το μέτρο κατά την αντιστροφή). Ο μετασχηματισμός συχνότητας επομένως, απλώς προσθέτει 2 μηδενικά (όσα και τα ζεύγη πόλων) μηδενικά στην αρχή των αξόνων.

Ακολούθως, απο-κλιμακοποιούμε στη συχνότητα τους πόλους της ΣΜ Butterwoth HPF, πλέον, για να πάρουμε τους τελικούς πόλους που θα χρησιμοποιηθούν κατά την υλοποίηση της ΣΜ:

k	**Q_k**	**Ω_k**	**p_κ**
1,2	0.541	20236.96	**-18696.56 ± j7744.35**
3,4	1.307	20236.96	**-7744.35 ± j18696.56**

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από **2** μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή:



Μονάδα 1 (I)
HPF

Μονάδα 2 (II)
HPF

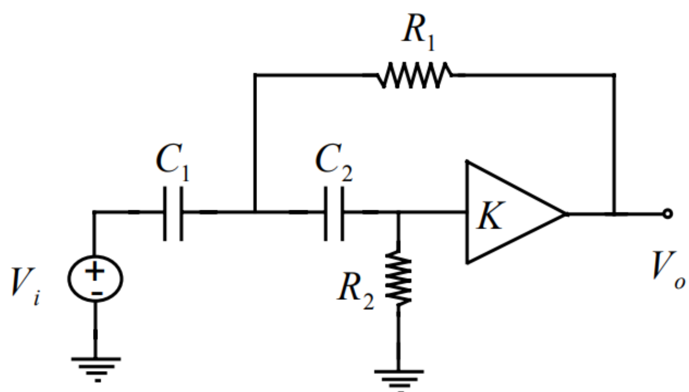
- **Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς**

Για την υλοποίηση της συνάρτησης μεταφοράς θα γίνει χρήση των ανωδιαβατών κυκλωμάτων (HPF) των Sallen-Key ακολουθώντας την στρατηγική σχεδίασης (1) (καθώς AEM(2) = 0).

Θα θεωρήσουμε προσωρινά $\Omega_0 = 1$ rad/s για κάθε μονάδα, θα υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες και στην συνέχεια θα κάνουμε κλιμακοποίηση στην συχνότητα με $k_f = \omega_0$.

<u>ΜΟΝΑΔΑ (I)</u>

Η πρώτη αυτή μονάδα υλοποιείται από ένα Sallen-Key HPF, ένα διτετράγωνης ΣΜ κύκλωμα που φαίνεται παρακάτω:



Σχήμα 1: Sallen-Key HPF

όπου το κέρδος K υλοποιείται με έναν Τ.Ε. σε μη-αναστρέφουσα συνδεσμολογία.

Στη σελίδα 6-27 των σημειώσεων δίνονται οι τιμές των στοιχείων του παραπάνω κυκλώματος βάσει των προδιαγραφών σχεδίασης και τη στρατηγική (1).

Έτσι, τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος θα είναι:

$R_1 = R_2 = 1$

$C_1 = C_2 = 1$

$r_1 = 1$

$r_2 = 2 - 1/Q = 0.1522$

ενώ το κέρδος στις HF του κυκλώματος είναι:

$k = 1.1522$

<u>Κλιμακοποίηση</u>

Υπάρχει η απαίτηση οι πυκνωτές να είναι 1.0μF.

Έτσι προκύπτει ο συντελεστής κλιμακοποίησης πλάτους, ως εξής:

$k_f = \omega_0 = 20236.96$

$k_m = C_1 / (C_{1n} * k_f) = 49.41$

Τα πραγματικά στοιχεία επομένως του κυκλώματος θα είναι ($R_i = R_{in} * k_m$, $C_i = C_{in} / k_m * k_f$):

$R_1 = R_2 = 49.414$ Ohm

$C_1 = C_2 = 1.0$ μF

$r_1 = 49.414$ Ohm

$r_2 = 7.523$ Ohm

Η ΣΜ της μονάδας που προκύπτει είναι:

$$T_1(s) = \frac{1.152\, s^2}{s^2 + 3.739e04\, s + 4.095e08}$$

με το κέρδος στις HF να είναι

$k_{HF} = 1.152$ (= 1.23dB)

<u>ΜΟΝΑΔΑ (II)</u>

Η δεύτερη μονάδα υλοποιείται επίσης από ένα Sallen-Key HPF, ένα διτετράγωνης ΣΜ κύκλωμα που φαίνεται στο Σχήμα 1 παραπάνω.

Στη σελίδα 6-27 των σημειώσεων δίνονται οι τιμές των στοιχείων του παραπάνω κυκλώματος βάσει των προδιαγραφών σχεδίασης και τη στρατηγική (1).

Έτσι, τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος θα είναι:

$R_1 = R_2 = 1$

$C_1 = C_2 = 1$

$r_1 = 1$

$r_2 = 2 - 1/Q = 1.2346$

ενώ το κέρδος στις HF του κυκλώματος είναι:

$k = 2.2346$

Κλιμακοποίηση

Υπάρχει η απαίτηση οι πυκνωτές να είναι 1.0μF.

Έτσι προκύπτει ο συντελεστής κλιμακοποίησης πλάτους, ως εξής:

$k_f = \omega_0 = 20236.96$

$k_m = C_1 / (C_{1n} * k_f) = 49.41$

Τα πραγματικά στοιχεία επομένως του κυκλώματος θα είναι ($R_i = R_{in} * k_m$, $C_i = C_{in} / k_m * k_f$):

$R_1 = R_2 = 49.414$ Ohm

$C_1 = C_2 = 1.0$ μF

$r_1 = 49.414$ Ohm

$r_2 = 61.009$ Ohm

Η ΣΜ της μονάδας που προκύπτει είναι:

$$T_2(s) = \frac{2.235\ s^2}{s^2 + 1.549e04\ s + 4.095e08}$$

με το κέρδος στις HF να είναι

k_{HF} = 2.235 (= 6.98dB)

- **Ρύθμιση Κέρδους**

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στις HF να είναι 1.7783 (5dB). Το τρέχων (συνολικό) κέρδος στις HF είναι 2.575 (8.215 dB).
Επομένως πρέπει να γίνει απόσβεση (είτε ενεργητική είτε παθητική) με συντελεστή απόσβεσης α = 1.7783 / 2.575 = 0.6906.

Επιλέγουμε να γίνει παθητική εξασθένηση της εισόδου μέσω ενός διαιρέτη τάσης (στο τέλος – δεν θα χρειαστεί ακολουθητής τάσης για απομόνωση) με αντιστάσεις:

R_1 = 1/α = 1447.937 Ohm

R_2 = 1/(1-α) = 3232.459 Ohm

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του κατωδιαβατού φίλτρου θα είναι:

$T_{HP}(s) = 0.6906 * T_1(s) * T_2(s) \Rightarrow$

$$T_{HP}(s) = \frac{1.7783\ s^4}{s^4 + 5.288e04s^3 + 1.398e09s^2 + 2.166e13s + 1.677e17}$$

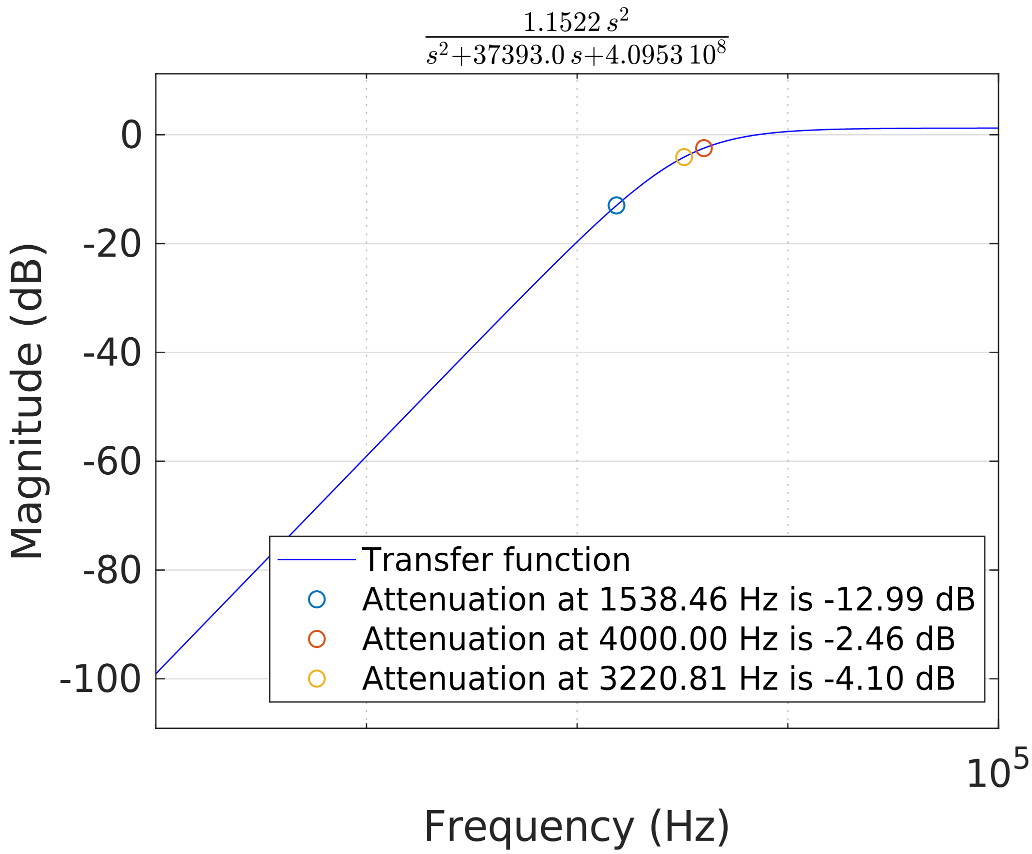
Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις μονάδες αλλά και η απομόνωση μεταξύ $1^{ης}$ και $2^{ης}$ μονάδας προκειμένου να μην αλληλοεπιδρούν η μια στην άλλη. Τέλος, φαίνεται και η μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους.

Στην επόμενη σελίδα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή κατωδιαβατό φίλτρο Butterworth με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.

Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

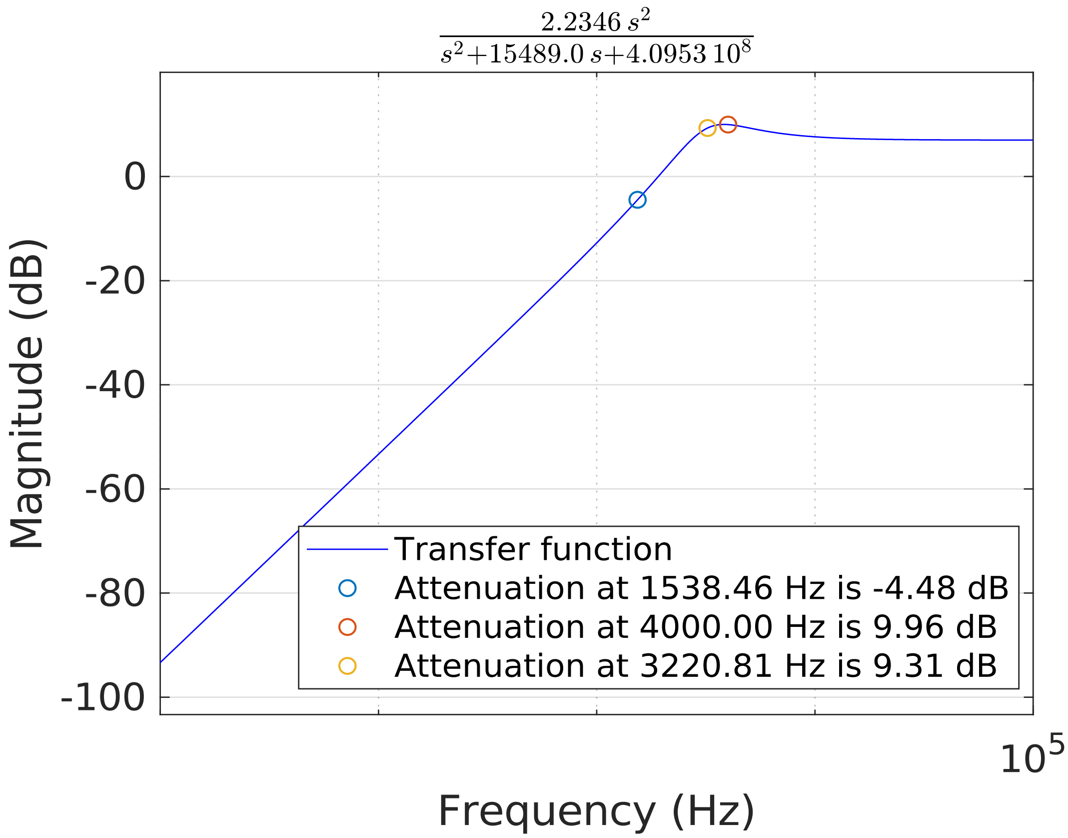
Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των 2 biquad HPFs αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη και την δεύτερη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση plot_transfer_function.m με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

1η Μονάδα : Sallen-Key HPF (I)



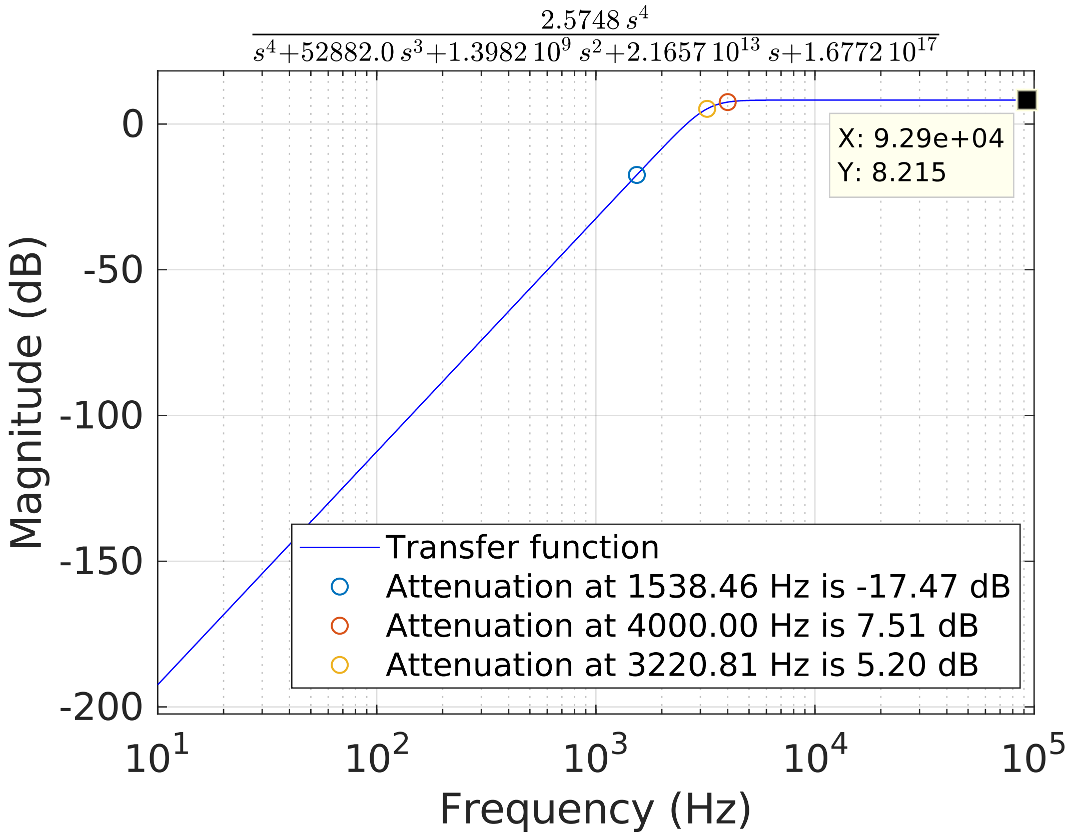
Σχήμα 2: Απόκριση Πλάτους της 1ης Μονάδας (φαίνονται οι f_p, f_s και f_{hp})

2η Μονάδα : Sallen-Key HPF (II)

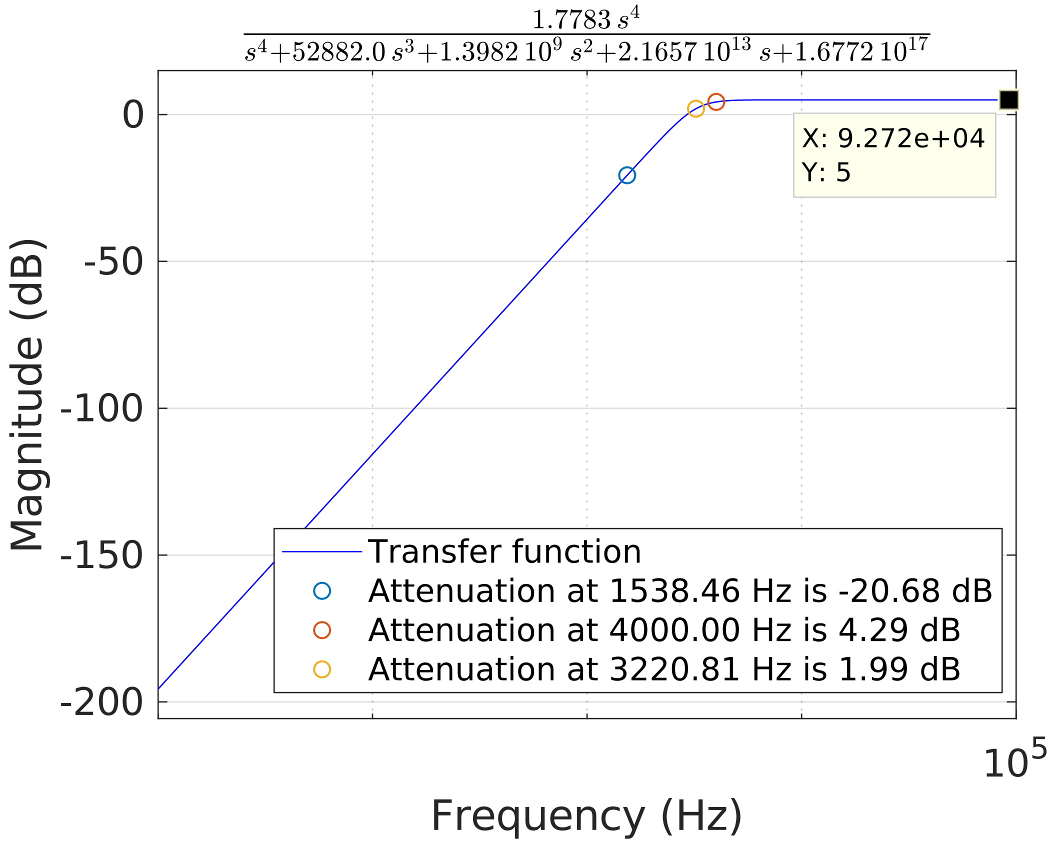


Σχήμα 3: Απόκριση Πλάτους της 2ης Μονάδας (φαίνονται οι f_p, f_s και f_{hp})

Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.

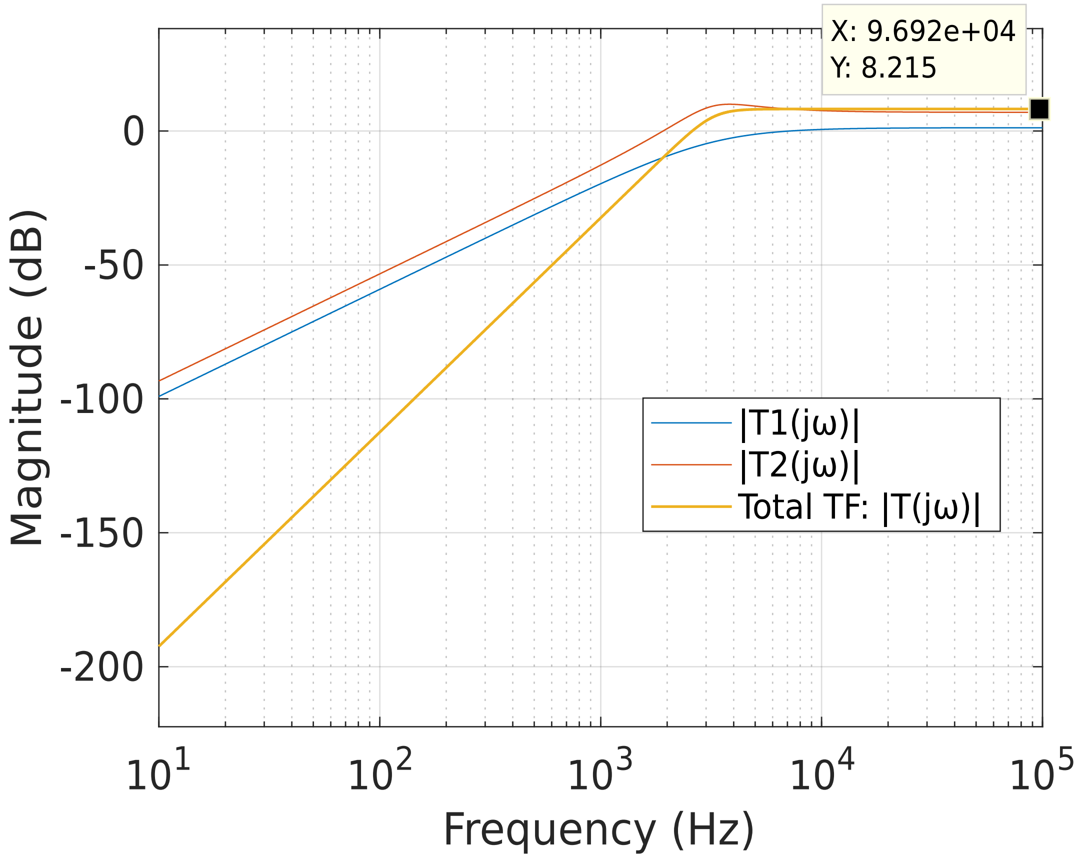


Σχήμα 4: Απόκριση Πλάτους της Συνολικής Μονάδας (φαίνονται οι f_p, f_s και f_{hp}) - δεν έχει γίνει ρύθμιση κέρδους

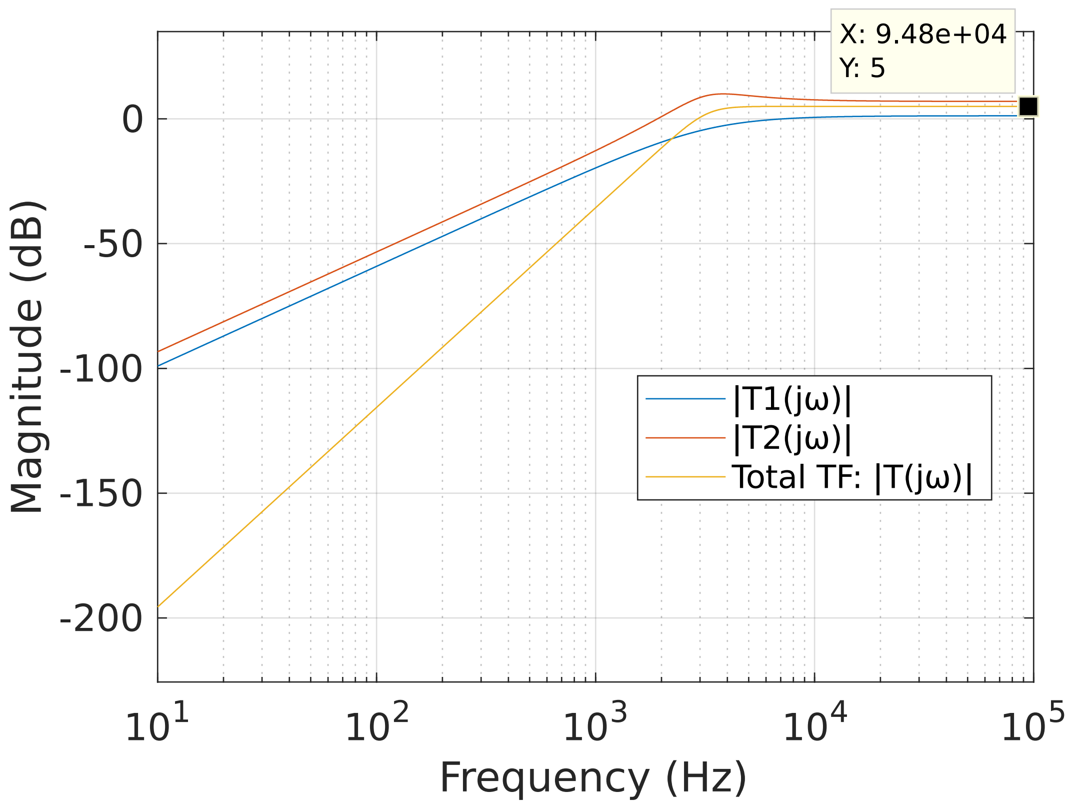


Σχήμα 5: Απόκριση Πλάτους της Συνολικής Μονάδας (φαίνονται οι f_p, f_s και f_{hp}) - το κέρδος στις HF έχει ρυθμιστεί στα 5dB

Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.

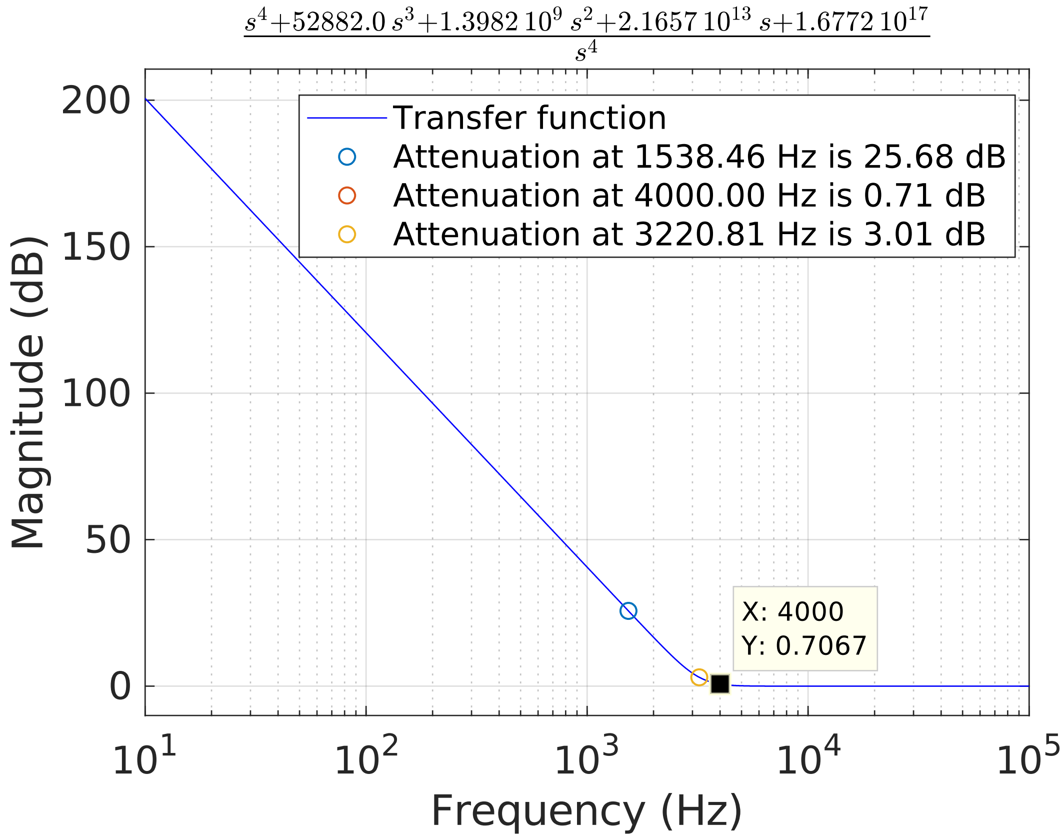


Σχήμα 6: Όλες οι αποκρίσεις πλατους σε ένα κοινό διάγραμμα Bode – δέν έχει γίνει ρύθμιση κέρδους στο τέλος

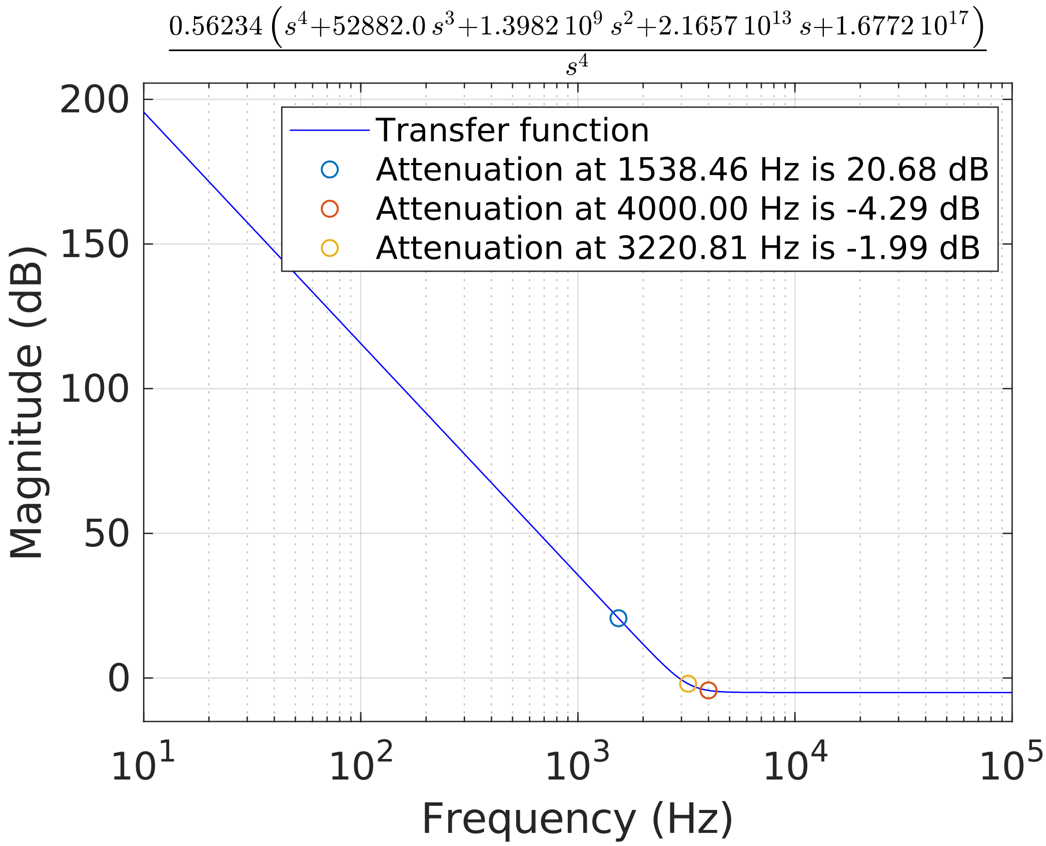


Σχήμα 7: Όλες οι αποκρίσεις πλατους σε ένα κοινό διάγραμμα Bode – το κέρδος στις HF έχει ρυθμιστεί στα 5dB

Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



Σχήμα 8: Συνάρτηση Απόσβεσης Πλάτους της Συνολικής Μονάδας (φαίνονται οι f_p, f_s και f_{hp}) - το κέρδος στις HF έχει ρυθμιστεί στα 0dB



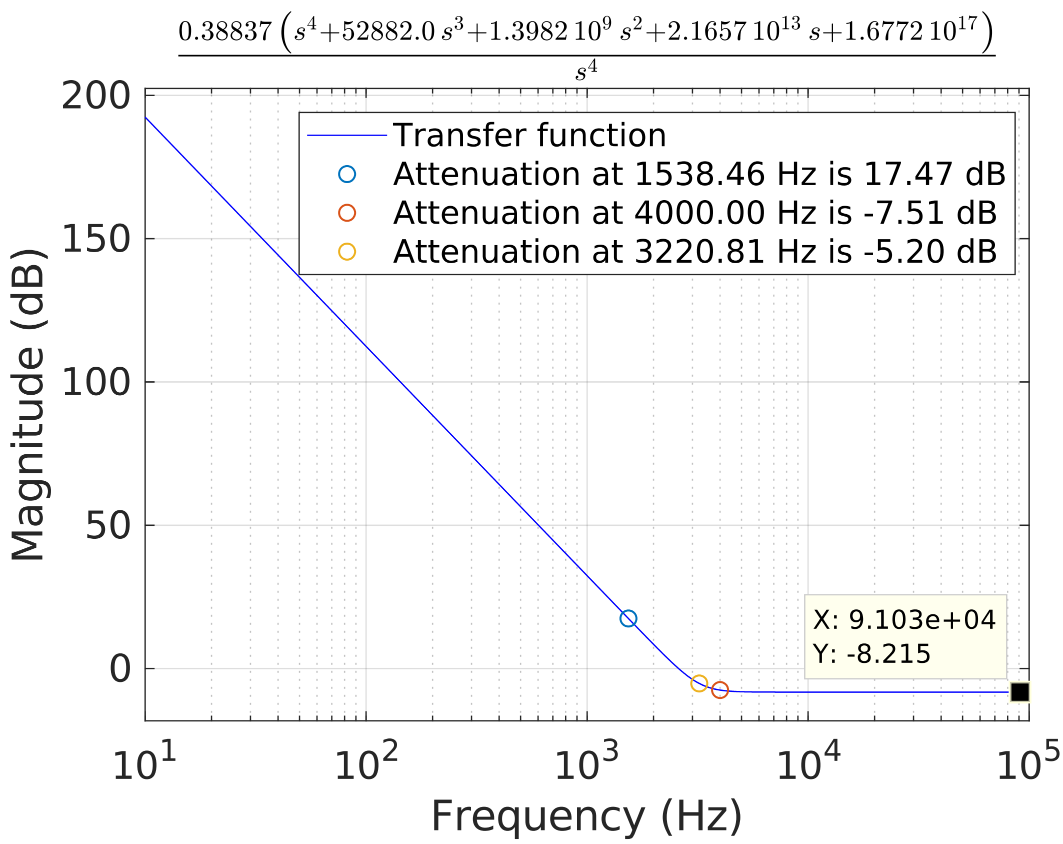
Σχήμα 9: Συνάρτηση Απόσβεσης Πλάτους της Συνολικής Μονάδας (φαίνονται οι f_p, f_s και f_{hp}) - το κέρδος στις HF έχει ρυθμιστεί στα 5dB

Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής , δηλαδή την f_p=4000Hz και την f_s=1538.4Hz, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Από το σχήμα 8 (το κέρδος έχει ρυθμιστεί έτσι ώστε στις HF να είναι μονάδα), παρατηρούμε ότι η απόκριση ικανοποιεί τις προδιαγραφές σχεδίασης, καθώς:

- για την συχνότητα f_s = 1538Hz η απόσβεση είναι 25.68dB μεγαλύτερη της a_{min} = 25.33dB

- για την συχνότητα f_p = 4000Hz η απόσβεση είναι 0.7067dB ιση με τη a_{max} = 0.7067dB (όπως αναμένουμε από την επιλογή του ω_0)
- επίσης φαίνεται η συχνότητα ημίσειας ισχύος, f_{hp} = 3320.81 Hz, πράγματι $|T(j\omega_{hp})|$ = 1/sqrt(2) = -3dB

Πριν τη ρύθμιση κέρδους η συνάρτηση απόσβεσης δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα (αν και στο σχ. 8, με 0dB κέρδος στις HF, φαίνεται καλύτερα ότι καλύπτονται οι προδιαγραφές σχεδίασης):



Σχήμα 10: Συνάρτηση Απόσβεσης Πλάτους της Συνολικής Μονάδας (φαίνονται οι f_p, f_{hp} και f_s) - το κέρδος στις HF δεν έχει ρυθμιστεί (= 8.21dB)

Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

Εισάγουμε λοιπόν όπως ......διάφορες μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.

.

Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :

Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.

Από αυτά τα διαγράμματα λοιπόν γίνεται φανερό ότι .....

Πιο συγκεκριμένα, ελέγχοντας κατάλληλα τις κλίμακες συχνότητας και απόσβεσης διαπιστώνουμε ότι το φίλτρο .....το οποίο συμφωνεί με τη θεωρητική ανάλυση καθώς …

- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα με μια πηγή διέγερσης που αποτελείται από άθροισμα συνιμητόνων (στο αρχείο MatLAB φαίνεται αναλυτικά). Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα.

Σήμα Εισόδου :

Σήμα Εξόδου :

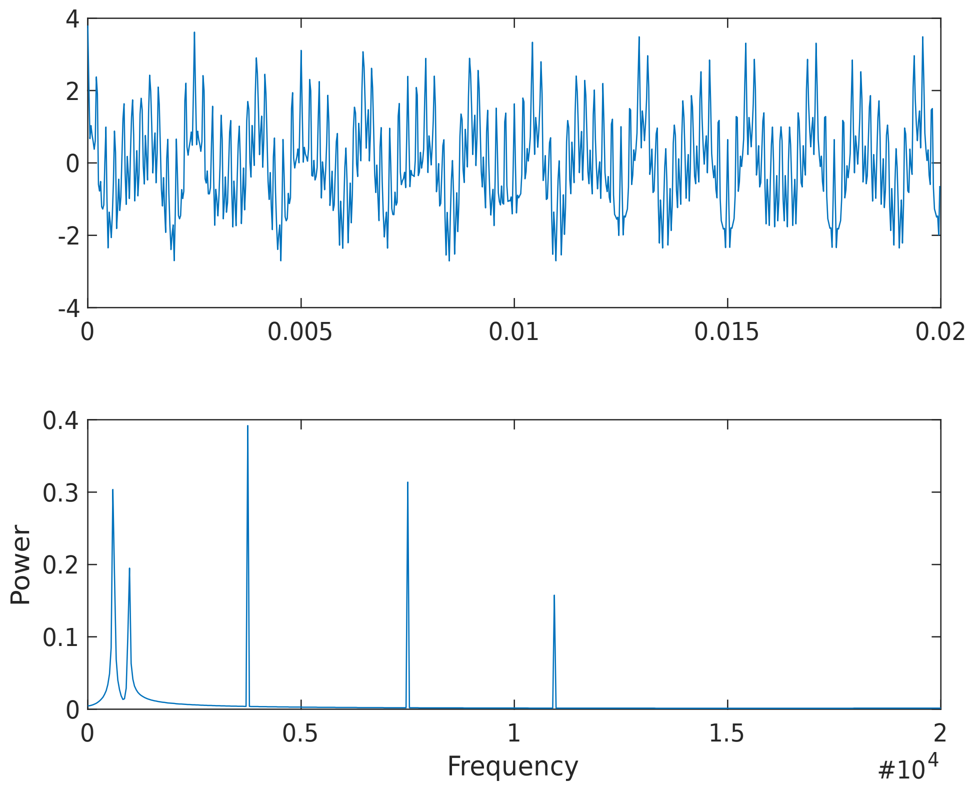
Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου .... σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: V/Div , sec/Div κτλ.).
Πιο αναλυτικά, παρατηρούμε ότι το σήμα εξόδου είναι .... σε σχέση με το σήμα εισόδου. Το φίλτρο όπως φαίνεται δ**εν εισάγει κανένα κέρδος** στη ζώνη διόδου του.

- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια. Το υπό-εξέταση σήμα είναι ένα πριονωτό σήμα όπως φαίνεται παρακάτω.

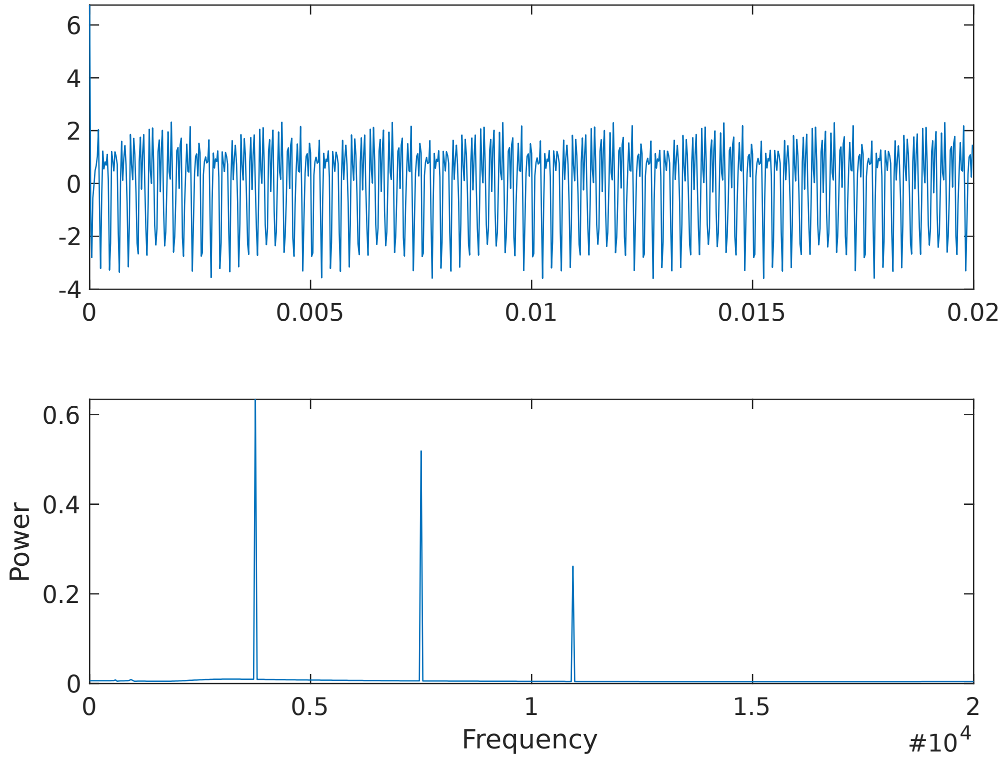
<u>Τεστάρισμα με MatLAB</u>

Σήμα & Φάσμα Εισόδου:



Σχήμα 11: Ανάλυση MatLAB: Σήμα εισόδου & φάσμα αυτού

Σήμα & Φάσμα Εξόδου :



Σχήμα 12: Ανάλυση MatLAB: Σήμα εξόδου & φάσμα αυτού (φαίνεται η απόσβεση για συχνότητες μικρότερες από f_s = 1538Hz)

Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:

Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:

Xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx xxxxxxxxx, κάτι το οποίο είναι απολύτως λογικό εφόσον το κύκλωμα μας είναι ένα .... Οι κρίσιμες συχνότητες για το συγκεκριμένο φίλτρο είναι f_p=xkHz και f_s=xxxkHz . xxxxxxxxxxxxxxxxxx. Για παράδειγμα, αξίζει να παρατηρήσουμε ότι στην συχνότητα των xkHz .... Έτσι συνάγεται το συμπέρασμα ότι το φίλτρο λειτουργεί σωστά, καθώς ....