

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

*ΣΥΝΘΕΣΗ  
ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ  
ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ  
ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ*

*7ο ΕΞΑΜΗΝΟ*

**ΕΡΓΑΣΙΑ #2**

*ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.*

Όνομα : ΘΑΝΑΣΗΣ ΧΑΡΙΣΟΥΔΗΣ  
Α.Ε.Μ. : 9026

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ, 4 Οκτωβρίου 2019

## Περιεχόμενα

1. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου.....	4
1.1. Προδιαγραφές Προβλήματος.....	4
1.2. Υπολογισμός παραμέτρων πρωτότυπου LPF.....	4
1.2.1. Υπολογισμός Τάξης & Συχνότητας Ημίσειας Ισχύος.....	5
1.2.2. Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	5
1.3. Μετασχηματισμός Συχνότητας LP → BP.....	8
1.3.1. Πόλοι και Μηδενικά Ζωνοδιαβατής ΣΜ.....	11
1.4. Υπολογισμός προδιαγραφών μονάδων.....	11
1.5. Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	13
1.5.1. Μονάδα 1 (I).....	13
1.5.2. Μονάδα 2 (II).....	15
1.5.3. Μονάδα 3 (III).....	17
1.5.4. Μονάδα 4 (IV).....	19
1.5.5. Ρύθμιση Κέρδους.....	21
2. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB.....	22
2.1. Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM .....	35

# ΖΩΝΟΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ INVERSE CHEBYSEV

*"Να σχεδιασθεί ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Inverse Chebysev το οποίο να πληρεί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης:*

$$f_1 = 1.55\text{KHz}, f_2 = 1.756\text{KHz}, f_3 = 1.412\text{KHz}, f_3 = 1.928\text{KHz}$$

$$a_{\max} = 0.5667 \text{ dB}, a_{\min} = 35.11 \text{ dB}"$$

# 1. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

## 1.1. Προδιαγραφές Προβλήματος

Βάσει του AEM = 9026 προέκυψαν οι παραπάνω προδιαγραφές σχεδίασης. Επίσης:

$$\omega_1 = 2\pi * f_1 = 27646.015 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = 2\pi * f_2 = 52527.429 \text{ rad/s}$$

$$\omega_3 = 2\pi * f_3 = 27646.015 \text{ rad/s}$$

$$\omega_4 = 2\pi * f_4 = 52527.429 \text{ rad/s}$$

και επίσης

$$bw = \omega_2 - \omega_1 = 1297.17 \text{ rad/s}$$

$$\omega_0 = \text{sqrt}(\omega_1 * \omega_2) = 10367.26 \text{ rad/s}$$

$$q_c = \omega_0 / bw = 7.99$$

ενώ επειδή  $a_2=0$ , το κέρδος στη ζώνη διέυλεσης (π.χ. στη συχνότητα  $\omega_0$ ) πρέπει να είναι **10dB**.

## 1.2. Υπολογισμός παραμέτρων πρωτότυπου LPF

Στους υπολογισμούς στα ζωνοδιαβατά φίλτρα, θεωρείται ότι  $\Omega_p=1$ . Για να γίνει αυτό, θέτουμε:

$$\Omega_p = 1$$

$$\Omega_s = (\omega_4 - \omega_3) / bw = 2.5$$

Όμως επειδή το πρωτότυπο κατωδιαβατό φίλτρο (LPF) θα προσεγγιστεί κατά Inverse Chebysev, πριν ξεκινήσουμε να

υπολογίσουμε την Συνάρτηση Μεταφοράς κανονικοποιούμε τις συχνότητες ώστε  $\Omega_s=1$ . Έτσι, θα είναι:

$$\Omega_p = \Omega_p / \Omega_s = 0.4$$

$$\Omega_s = 1$$

### 1.2.1. Υπολογισμός Τάξης & Συχνότητας Ημίσειας Ισχύος

Αρχικά θα υπολογίσουμε την τάξη  $n$  του φίλτρου και τη συχνότητα ημίσειας ισχύος προσεγγίζοντας το πρωτότυπο κατωδιαβατό φίλτρο κατά Inverse Chebysev:

$$n = \cosh^{-1}(\sqrt{(10^{(0.1 * a_{\min})} - 1) / (10^{(0.1 * a_{\max})} - 1)}) / \cosh^{-1}(1 / \Omega_p) = 3.651 \Rightarrow n = 4$$

Πρίν υπολογίσουμε την συχνότητα ημίσειας ισχύος, υπολογίζουμε την παράμετρο  $\epsilon$  για αντίστροφο Chebysev φίλτρο, ως εξής:

$$\epsilon = 1 / \sqrt{10^{(0.1 * a_{\min})} - 1} = 0.0176$$

Θα υπολογίσουμε τώρα την κανονικοποιημένη (ως προς τη συχνότητα αποκοπής) συχνότητα ημίσειας ισχύος από τη σχέση

$$\Omega_{hp} = 1 / \cosh((1 / n) * \cosh^{-1}(1 / \epsilon)) = 0.5598$$

όπου φαίνεται ότι  $\Omega_{hp} < 1$  (όπως πρέπει για αντίστροφο Chebysev φίλτρο).

### 1.2.2. Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Αρχικά θα υπολογίσουμε τους πόλους και στη συνέχεια τα μηδενικά της ΣΜ του πρωτότυπου κατωδιαβατού φίλτρου σύμφωνα

με τις προδιαγραφές σχεδίασης του πρωτότυπου και τη προσέγγιση κατά Inverse Chebysev.

### **Υπολογισμός Πόλων Συνάρτησης Μεταφοράς**

Για την εύρεση των πόλων της ΣΜ Inverse Chebysev LPF ακολουθούμε τα εξής βήματα:

- βρίσκουμε τις γωνίες Butterworth
- εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο του Guillemin για να πάρουμε τους πόλους της ΣΜ Chebysev LPF
- αντιστρέφουμε τους πόλους Chebysev για να πάρουμε τους πόλους της ΣΜ Inverse Chebysev LPF

Για  $n = 4$ , οι γωνίες Butterworth είναι:

$$\psi_{1,2} = \pm 22.5^\circ$$

$$\psi_{3,4} = \pm 67.5^\circ$$

Εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο Guillemin με παράμετρο  $\alpha$ :

$$\alpha = (1 / n) * \sinh^{-1}(1 / \epsilon) = 1.1838$$

σύμφωνα με τον οποίο οι πόλοι της ΣΜ Chebysev θα είναι:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_k = \sinh \alpha * \cos \psi_k \\ \pm \omega_k = \cosh \alpha * \sin \psi_k \end{array} \right\} p_k = \sigma_k \pm j \omega_k$$

και άρα παίρνουμε τους πόλους ΣΜ Chebysev LPF:

k	$Q_k$	$\Omega_k$	$p_k$
1,2	0.559	1.529	$-1.368 \pm j0.684$
3,4	1.540	1.745	$-0.567 \pm j1.651$

Πιν. 1: Πόλοι ΣΜ πρωτότυπου κατωδιαβατού φίλτρου  
με προσέγγιση κατά Chebysev

Αντιστρέφοντας τους παραπάνω πόλους ( $p_k=1/p_k$ ) παίρνουμε τους πόλους της ΣΜ Inverse Chebysev LPF:

k	$Q_k$	$\Omega_k$	$p_k$
1,2	0.559	0.654	$-0.585 \pm j0.292$
3,4	1.540	0.573	$-0.186 \pm j0.542$

Πιν. 2: Πόλοι ΣΜ πρωτότυπου κατωδιαβατού φίλτρου  
με προσέγγιση κατά Inverse Chebesev

### Υπολογισμός Μηδενικών Συνάρτησης Μεταφοράς

Ακολουθώντας, βρίσκουμε τα μηδενικά της ΣΜ του πρωτότυπου κατωδιαβατού φίλτρου με βάση τη ακόλουθη σχέση:

$$\Omega z_k = \sec( (k * \pi) / (2 * n) ), \text{ για } k \in \{1,3\}$$

Τα μηδενικά θα κείνται πάνω στον φανταστικό άξονα και έτσι θα είναι της μορφής  $\pm j\Omega z_k$ . Έτσι, τα μηδενικά της ΣΜ Inverse Chebysev LPF είναι:

k	$\Omega z_k$	$z_k$
1	1.082	$\pm j1.082$
3	2.613	$\pm j2.613$

Πιν. 3: Μηδενικά ΣΜ πρωτότυπου κατωδιαβατού φίλτρου  
με προσέγγιση κατά Inverse Chebesev

Ακολουθως, απο-κανονικοποιουμε στη συχνότητα ωστε να επανέλθουμε σε  $\Omega_p = 1$ . Για τον λόγο αυτό, κάνουμε scaling στο  $\Omega_0$  των πόλων και μηδενικών (τα  $Q$  δεν επηρεάζονται). Έτσι, οι πόλοι της ΣΜ του πρωτότυπου Inverse Chebysev LPF γίνονται:

<b>k</b>	<b><math>Q_k</math></b>	<b><math>\Omega_k</math></b>	<b><math>p_k</math></b>
<b>1,2</b>	0.559	1.635	<b><math>-1.462 \pm j0.731</math></b>
<b>3,4</b>	1.540	1.433	<b><math>-0.465 \pm j1.355</math></b>

*Πιν. 4: Πόλοι ΣΜ πρωτότυπου κατωδιαβατού φίλτρου με προσέγγιση κατά Inverse Chebesev (για  $\Omega_p = 1$ )*

ενώ τα μηδενικά αντίστοιχα γίνονται:

<b>k</b>	<b><math>\Omega z_k</math></b>	<b><math>z_k</math></b>
<b>1</b>	2.706	<b><math>\pm j2.706</math></b>
<b>3</b>	6.533	<b><math>\pm j6.533</math></b>

*Πιν. 5: Μηδενικά ΣΜ πρωτότυπου κατωδιαβατού φίλτρου με προσέγγιση κατά Inverse Chebesev (για  $\Omega_p = 1$ )*

### 1.3. Μετασχηματισμός Συχνότητας LP $\rightarrow$ BP

Ακολουθως, εφαρμόζουμε μετασχηματισμό συχνότητας LP  $\rightarrow$  BP ωστε να πάρουμε τους πόλους και τα μηδενικά της ζωνοδιαβατής ΣΜ Inverse Chebysev. Για να το πετύχουμε αυτό, ακολουθούμε τον αλγόριθμο του Geffe για τον μετασχηματισμό πόλων και μηδενικών. Σύμφωνα με αυτόν, για κάθε ζεύγος μιγαδικών πόλων της ΣΜ του πρωτότυπου LPF, θα προκύψουν δύο (2) ζεύγη μιγαδικών πόλων στην ζωνοδιαβατή ΣΜ (+2 μηδενικά @ origin). Αντίστοιχα για κάθε ζεύγος φανταστικών μηδενικών, θα προκύψουν 2 ζεύγη φανταστικών μηδενικών στην ζωνοδιαβατή ΣΜ (+2 πόλοι @ origin).



**Μετασχηματισμός ζεύγους:  $p_{1,2} = -1.462 \pm j0.731$**

$$\Sigma = 1.462 \quad \Omega = 0.731 \quad C = \Sigma^2 + \Omega^2 = 2.673$$

$$D = 2*\Sigma/q_c = 0.366 \quad E = 4 + C/q_c^2 = 4.042$$

$$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = 3.975 \quad Q = (1/D)*\sqrt{(E+G)/2} = 5.471$$

$$k = \Sigma*Q/q_c = 1.001 \quad W = k + \sqrt{k^2 - 1} = 1.047$$

$$f_{\theta 1} = f_{\theta} * W = 1727.52 \text{ Hz} \quad \underline{\omega_{\theta 1} = 10854.31 \text{ rad/s}}$$

$$f_{\theta 2} = f_{\theta} / W = 1575.96 \text{ Hz} \quad \underline{\omega_{\theta 2} = 9902.06 \text{ rad/s}}$$

Από τον μετασχηματισμό προκύπτουν δύο (2) ζεύγη μιγαδικών πόλων  $\omega_{\theta 1}$  και  $\omega_{\theta 2}$  και δύο (2) μηδενικά στο μηδέν. Οι πόλοι έχουν μεταξύ τους το ίδιο  $Q = 5.471$ .

**Μετασχηματισμός ζεύγους:  $p_{3,4} = -0.465 \pm j1.355$**

$$\Sigma = 0.465 \quad \Omega = 1.355 \quad C = \Sigma^2 + \Omega^2 = 2.052$$

$$D = 2*\Sigma/q_c = 0.116 \quad E = 4 + C/q_c^2 = 4.032$$

$$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = 4.025 \quad Q = (1/D)*\sqrt{(E+G)/2} = 17.245$$

$$k = \Sigma*Q/q_c = 1.004 \quad W = k + \sqrt{k^2 - 1} = 1.088$$

$$f_{\theta 3} = f_{\theta} * W = 1795.86 \text{ Hz} \quad \underline{\omega_{\theta 3} = 11283.70 \text{ rad/s}}$$

$$f_{\theta 4} = f_{\theta} / W = 1515.99 \text{ Hz} \quad \underline{\omega_{\theta 4} = 9525.25 \text{ rad/s}}$$

Από τον μετασχηματισμό προκύπτουν δύο (2) ζεύγη μιγαδικών πόλων  $\omega_{\theta 3}$  και  $\omega_{\theta 4}$  και δύο (2) μηδενικά στο μηδέν. Οι πόλοι έχουν μεταξύ τους το ίδιο  $Q = 17.245$ .

**Μετασχηματισμός Μηδενικού:  $\Omega_z = 2.706$**

$$K = 2 + ( \Omega_z / q_c )^2 = 2.115$$

$$x = 0.5 * ( K + \text{sqrt}( K^2 - 4 ) ) = 1.401$$

$$f_{z1} = f_{\theta} * \text{sqrt}(x) = 1952.80 \text{ Hz} \quad \underline{\omega_{z1} = 12269.83 \text{ rad/s}}$$

$$f_{z2} = f_{\theta} / \text{sqrt}(x) = 1394.15 \text{ Hz} \quad \underline{\omega_{z2} = 8759.70 \text{ rad/s}}$$

Από τον μετασχηματισμό προκύπτουν δύο (2) ζεύγη φανταστικών μηδενικών  $\omega_{z1}$  και  $\omega_{z2}$  και δύο (2) πόλοι στο μηδέν.

**Μετασχηματισμός Μηδενικού:  $\Omega_z = 6.533$**

$$K = 2 + ( \Omega_z / q_c )^2 = 2.668$$

$$x = 0.5 * ( K + \text{sqrt}( K^2 - 4 ) ) = 2.217$$

$$f_{z3} = f_{\theta} * \text{sqrt}(x) = 2456.84 \text{ Hz} \quad \underline{\omega_{z3} = 15436.79 \text{ rad/s}}$$

$$f_{z4} = f_{\theta} / \text{sqrt}(x) = 1108.13 \text{ Hz} \quad \underline{\omega_{z4} = 6962.59 \text{ rad/s}}$$

Από τον μετασχηματισμό προκύπτουν δύο (2) ζεύγη φανταστικών μηδενικών  $\omega_{z3}$  και  $\omega_{z3}$  και δύο (2) πόλοι στο μηδέν.

### 1.3.1. Πόλοι και Μηδενικά Ζωνοδιαβατής ΣΜ

Συγκεντρώνοντας τα παραπάνω αποτελέσματα που προέκυψαν από το μετασχηματισμό συχνότητας, οι πόλοι της προς υλοποίηση ζωνοδιαβατής ΣΜ Inverse Chebysen θα είναι:

k	$Q_k$	$\omega_k$	$p_k$
1,2	5.471	10854.31	$-992.04 \pm j10808.88$
3,4	5.471	9902.06	$-905.01 \pm j 9860.62$
5,6	17.245	11283.70	$-327.15 \pm j11278.95$
7,8	17.245	9525.25	$-276.17 \pm j 9521.24$

Πιν. 6: Πόλοι ΣΜ ζωνοδιαβατού φίλτρου  
με προσέγγιση κατά Inverse Chebesev

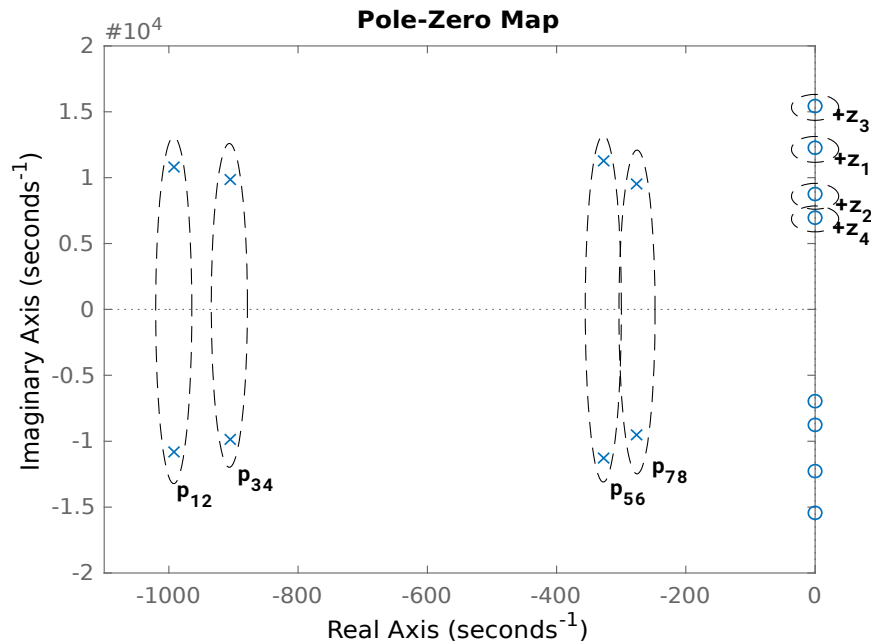
ενώ τα μηδενικά θα είναι (στο φανταστικό άξονα -  $\pm j\omega z_k$ ):

k	$\omega z_k$	$z_k$
1	12269.83	$\pm j12269.83$
2	8759.70	$\pm j 8759.70$
3	15436.79	$\pm j15436.79$
4	6962.59	$\pm j 6962.59$

Πιν. 7: Μηδενικά ΣΜ ζωνοδιαβατού φίλτρου  
με προσέγγιση κατά Inverse Chebesev

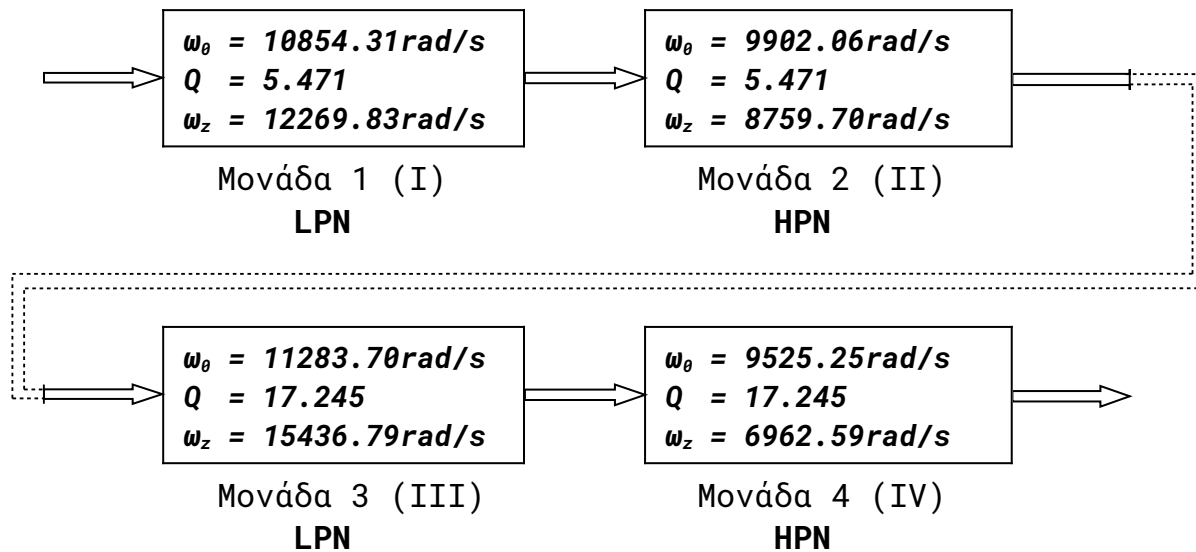
### 1.4. Υπολογισμός προδιαγραφών μονάδων

Με βάση τους Πιν. 2 και Πιν. 3 παραπάνω, προκύπτουν τα παρακάτω μηδενικά και πόλοι της ζωνοδιαβατής ΣΜ Inverse Chebysen που ζητείται να υλοποιηθεί:



Σχήμα 1: Μιγαδικό Επίπεδο όπου φαίνονται οι πόλοι και τα μηδενικά της ΣΜ BP Inverse Chebysev που θα υλοποιηθεί (άξονες σε rad/sec)

Κάθε ζεύγος μιγαδικών πόλων σε συνδυασμό με ένα ζεύγος φανταστικών μηδενικών δημιουργεί μία ζωνοφρακτική (notch) μονάδα. Επίσης τα μηδενικά και οι πόλοι που παράγονται στο origin (0) από τον Geffe αλληλοαναιρούνται. Έτσι, το κύκλωμα που θα υλοποιήσει τη παραπάνω συνάρτηση μεταφοράς θα αποτελείται από **τέσσερις (4)** μονάδες κάθε μία από τις οποίες θα αναλάβει την υλοποίηση ενός ζεύγους φανταστικών πόλων και ενός ζεύγους φανταστικών μηδενικών (άρα όλες θα είναι μονάδες notch). Επιλέγεται η πρώτη μονάδα να υλοποιήσει τους πόλους  $p_{1,2}$  και το μηδενικό  $z_1$  (ενν. ζεύγος μηδενικών), η δεύτερη τους πόλους  $p_{3,4}$  και το μηδενικό  $z_2$ , η τρίτη τους πόλους  $p_{5,6}$  και το μηδενικό  $z_3$  και η τέταρτη τους πόλους  $p_{7,8}$  και το μηδενικό  $z_4$ . Οι μονάδες φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή:



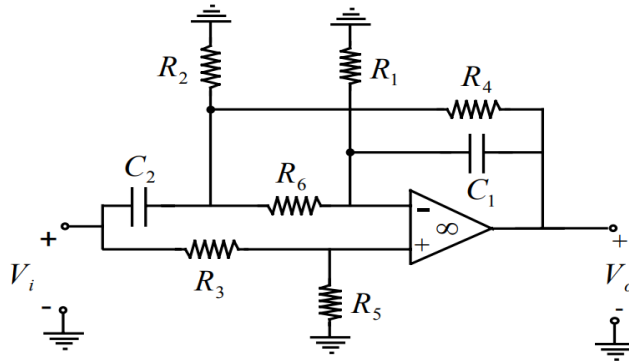
## 1.5. Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Για την υλοποίηση της συνάρτησης μεταφοράς θα γίνει χρήση των ζωνοφρακτικών φίλτρων του Fried (σχήματα 7.21 & 7.23 - Σημειώσεις) καθώς  $\alpha_3 = 2$ .

Θα θεωρήσουμε προσωρινά  $\Omega_{\theta} = 1 \text{ rad/s}$  για κάθε μονάδα, θα υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες και στην συνέχεια θα κάνουμε κλιμακοποίηση στην συχνότητα με  $k_f = \omega_{\theta}$ .

### 1.5.1. Μονάδα 1 (I)

Η πρώτη αυτή μονάδα υλοποιείται από ένα Fried LPN, ένα διτετράγωνης (biquad) ΣΜ κύκλωμα που φαίνεται παρακάτω:



Εικ. 1: Fried LPN (σχ. 7.23 - Σημειώσεις)

Στη σελίδα 7-36 των σημειώσεων δίνονται οι τιμές των στοιχείων του παραπάνω κυκλώματος βάσει των προδιαγραφών σχεδίασης  $\Omega_0=1$ ,  $\Omega_z=\omega_z/\omega_0$  και  $Q$ .

Έτσι, τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος θα είναι:

$$R_1 = 1 \text{ Ohm}$$

$$R_2 = 119.71 \text{ Ohm}$$

$$R_3 = 0.02 \text{ Ohm}$$

$$R_4 = 1 \text{ Ohm}$$

$$R_5 = 430.89 \text{ Ohm}$$

$$C = 0.091 \text{ F}$$

### Κλιμακοποίηση

Υπάρχει η απαίτηση ένας πυκνωτής να είναι  $1.0\mu\text{F}$ , έστω ο  $C$ .

Έτσι προκύπτει ο συντελεστής κλιμακοποίησης πλάτους, ως εξής:

$$k_f = \omega_0 = 10854.31$$

$$k_m = C_1 / (C_{1n} * k_f) = 8.42$$

Τα πραγματικά στοιχεία επομένως του κυκλώματος θα είναι (  $R_i = R_{in} * k_m$ ,  $C_i = C_{in} / (k_m * k_f)$  ):

$$R_1 = 8.420 \text{ Ohm}$$

$$R_2 = 1008.020 \text{ Ohm}$$

$$R_3 = 0.180 \text{ Ohm}$$

$$R_4 = 8.420 \text{ Ohm}$$

$$R_5 = 3628.205 \text{ Ohm}$$

$$C = 1.0 \text{ } \mu\text{F}$$

Η ΣΜ της μονάδας LPN που προκύπτει από τα παραπάνω στοιχεία είναι (σχέση 7.146 έως 7.148 - σημειώσεις):

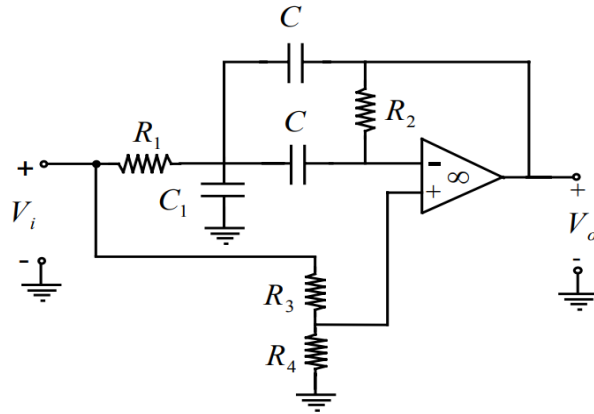
$$T_1(s) = \frac{0.9791s^2 + 5.677e-12s + 1.474e08}{s^2 + 1984s + 1.178e08}$$

με το κέρδος στη ζώνη διέλευσης να είναι

$$k_{\omega 0} = 1.832 \text{ (= 5.26dB)}$$

### 1.5.2. Μονάδα 2 (II)

Η δεύτερη μονάδα υλοποιείται από ένα Fried HPN, ένα διτετράγωνης ΣΜ κύκλωμα που φαίνεται στο Σχήμα 2 παρακάτω:



Εικ. 2: Fried HPN (σχ. 7.21 - Σημειώσεις)

Στη σελίδα 7-33 έως 7-34 των σημειώσεων δίνονται οι τιμές των στοιχείων του παραπάνω κυκλώματος βάσει των προδιαγραφών σχεδίασης  $\Omega_0=1$ ,  $\Omega_z=\omega_z/\omega_0$  και  $Q$ .

Αρχικά επιλέγεται ένας αριθμός  $k_1$  τ.ω.:

$$k_1 = ( \omega_0 / \omega_z )^2 - 1 = \mathbf{0.278}$$

Ακολούθως, υπολογίζουμε τα εξής:

$$k_2 = 0.985$$

$$k = 1.259$$

Έτσι, τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος θα είναι:

$$R_1 = 1 \text{ Ohm}$$

$$R_2 = 155.28 \text{ Ohm}$$

$$R_3 = 1 \text{ Ohm}$$

$$R_4 = 68.17 \text{ Ohm}$$

$$C_1 = 0.022 \text{ F}$$

$$C_2 = 0.080 \text{ F}$$

$$C_3 = 0.080 \text{ F}$$



### Κλιμακοποίηση

Υπάρχει η απαίτηση ένας πυκνωτής να είναι 1.0μF, έστω ο C.

Έτσι προκύπτει ο συντελεστής κλιμακοποίησης πλάτους, ως εξής:

$$k_f = \omega_0 = 9902.060$$

$$k_m = C / (C_n * k_f) = 8.104$$

Τα πραγματικά στοιχεία επομένως του κυκλώματος θα είναι (  $R_i = R_{in} * k_m$ ,  $C_i = C_{in} / (k_m * k_f)$  ):

$$R_1 = 8.104 \text{ Ohm}$$

$$R_2 = 1258.45 \text{ Ohm}$$

$$R_3 = 8.104 \text{ Ohm}$$

$$R_4 = 552.48 \text{ Ohm}$$

$$C_1 = 277.83 \text{ nF}$$

$$C_2 = 1.0 \text{ μF}$$

$$C_2 = 1.0 \text{ μF}$$

Η ΣΜ της μονάδας HPN που προκύπτει από τα παραπάνω στοιχεία είναι (σχέση 7.134 - σημειώσεις):

$$T_2(s) = \frac{1.259s^2 - 3.722e-12s + 9.663e07}{s^2 + 1810s + 9.805e07}$$

με το κέρδος στη ζώνη διέλευσης να είναι

$$k_{\omega 0} = 1.843 (= 5.31\text{dB})$$

### **1.5.3. Μονάδα 3 (III)**

Η τρίτη μονάδα υλοποιείται από ένα Fried LPN, ένα διτετράγωνης ΣΜ κύκλωμα που φαίνεται στην Εικ. 1 παραπάνω.

Στη σελίδα 7-36 των σημειώσεων δίνονται οι τιμές των στοιχείων του παραπάνω κυκλώματος βάσει των προδιαγραφών σχεδίασης.

Έτσι, τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος θα είναι:

$$R_1 = 1 \text{ Ohm}$$

$$R_2 = 1189.60 \text{ Ohm}$$

$$R_3 = 0.003 \text{ Ohm}$$

$$R_4 = 1 \text{ Ohm}$$

$$R_5 = 1364.86 \text{ Ohm}$$

$$C = 0.029 \text{ F}$$

### **Κλιμακοποίηση**

Υπάρχει η απαίτηση ένας πυκνωτής να είναι 1.0μF, έστω ο C.

Έτσι προκύπτει ο συντελεστής κλιμακοποίησης πλάτους, ως εξής:

$$k_f = \omega_0 = 11283.697$$

$$k_m = C_1 / (C_{1n} * k_f) = 2.57$$

Τα πραγματικά στοιχεία επομένως του κυκλώματος θα είναι (  $R_i = R_{in} * k_m$ ,  $C_i = C_{in} / (k_m * k_f)$  ):

$$R_1 = 2.57 \text{ Ohm}$$

$$R_2 = 3056.68 \text{ Ohm}$$

$$R_3 = 0.01 \text{ Ohm}$$

$$R_4 = 2.57 \text{ Ohm}$$

$$R_5 = 3507.01 \text{ Ohm}$$

$$C = 1.0 \mu F$$

Η ΣΜ της μονάδας LPN που προκύπτει από τα παραπάνω στοιχεία είναι (σχέση 7.146 έως 7.148 - σημειώσεις):

$$T_3(s) = \frac{0.9969s^2 - 5.667e-11s + 2.375e08}{s^2 + 654.3s + 1.273e08}$$

με το κέρδος στη ζώνη διέλευσης να είναι

$$k_{\omega 0} = 6.219 (= 15.87dB)$$

#### 1.5.4. Μονάδα 4 (IV)

Η τέταρτη μονάδα υλοποιείται από ένα Fried HPN, ένα διτετράγωνης ΣΜ κύκλωμα που φαίνεται στην Εικ. 2 παραπάνω.

Στη σελίδα 7-34 των σημειώσεων δίνονται οι τιμές των στοιχείων του παραπάνω κυκλώματος βάσει των προδιαγραφών σχεδίασης.

Αρχικά επιλέγεται ένας αριθμός  $k_1$  τ.ω.:

$$k_1 = (\omega_0 / \omega_z)^2 - 1 = 0.872$$

Ακολουθως, υπολογίζουμε τα εξής:

$$k_2 = 0.999$$

$$k = 1.869$$

Έτσι, τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος θα είναι:

$$R_1 = 1 \text{ Ohm}$$

$$R_2 = 2452.38 \text{ Ohm}$$

$$R_3 = 1 \text{ Ohm}$$

$$R_4 = 854.01 \text{ Ohm}$$

$$C_1 = 0.018 \text{ F}$$

$$C_2 = 0.020 \text{ F}$$

$$C_3 = 0.020 \text{ F}$$

### **Κλιμακοποίηση**

Υπάρχει η απαίτηση ένας πυκνωτής να είναι 1.0μF, έστω ο C.

Έτσι προκύπτει ο συντελεστής κλιμακοποίησης πλάτους, ως εξής:

$$k_f = \omega_0 = 9525.25$$

$$k_m = C / (C_n * k_f) = 2.12$$

Τα πραγματικά στοιχεία επομένως του κυκλώματος θα είναι (  $R_i = R_{in} * k_m$ ,  $C_i = C_{in} / (k_m * k_f)$  ):

$$R_1 = 2.12 \text{ Ohm}$$

$$R_2 = 5198.97 \text{ Ohm}$$

$$R_3 = 2.12 \text{ Ohm}$$

$$R_4 = 1810.48 \text{ Ohm}$$

$$C_1 = 871.59 \text{ nF}$$

$$C_2 = 1.0 \text{ μF}$$

$$C_2 = 1.0 \text{ μF}$$

Η ΣΜ της μονάδας HPN που προκύπτει από τα παραπάνω στοιχεία είναι (σχέση 7.134 - σημειώσεις):

$$T_4(s) = \frac{1.869s^2 - 4.357e-12s + 9.062e07}{s^2 + 552.3s + 9.073e07}$$

με το κέρδος στη ζώνη διέλευσης να είναι

$$k_{\omega 0} = 6.231 (= 15.89\text{dB})$$

### 1.5.5. Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στη ζώνη διόδου να είναι  $\sqrt{10} = 3.162$  (10dB). Το τρέχων (συνολικό) κέρδος στη συχνότητα  $\omega_0$  (που είναι μέσα στο bw) είναι 130.88 (42.337 dB). Επομένως πρέπει να γίνει απόσβεση (είτε ενεργητική είτε παθητική) με συντελεστή απόσβεσης  $\alpha = 3.16/130.88 = 0.024$ .

Επιλέγουμε να γίνει παθητική εξασθένηση της εξόδου (έτσι ώστε να μην χρειάζεται απομόνωση) μέσω ενός διαιρέτη τάσης με αντιστάσεις:

$$R_1 = 1/\alpha \text{ (k}\Omega\text{)} = 41387 \text{ Ohm}$$

$$R_2 = 1/(1-\alpha) \text{ (k}\Omega\text{)} = 1024.76 \text{ Ohm}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοδιαβατού φίλτρου θα είναι:

$$T_{BP}(s) = 0.024 * T_1(s) * T_2(s) * T_3(s) * T_4(s) \Rightarrow$$

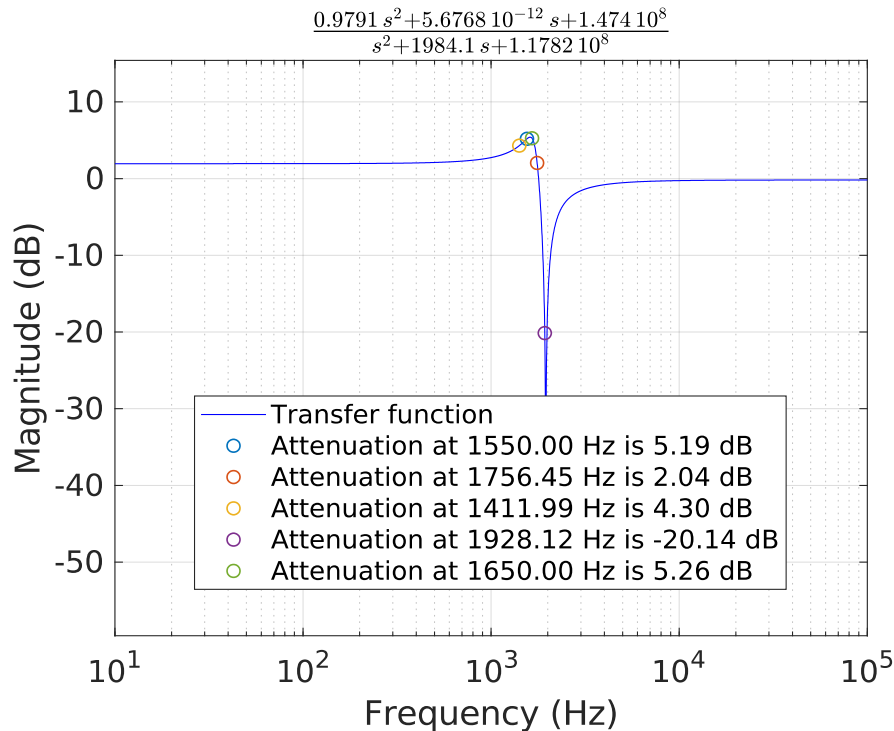
$$T_{BP}(s) = \frac{0.02s^8 - 9.89e-13s^7 + 9.03e06s^6 + 1.55e15s^4 - 2.46e04s^3 + 1.04e23s^2 - 6.71e11s + 2.34e30}{s^8 + 5001s^7 + 4.42e8s^6 + 1.63e12s^5 + 7.2e16s^4 + 1.75e20s^3 + 5.11e24s^2 + 6.21e27s + 1.334e32}$$

## 2. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Για την μελέτη με MATLAB της 1ης εργασίας, δηλαδή της σχεδίασης του ζωνοδιαβατού φίλτρου, αναπτύχθηκε το script *p2.m*. Σε αυτό περιέχονται όλα τα βήματα θεωρητικής ανάλυσης που προηγήθηκαν συμπ. και των βημάτων για εξαγωγή των στοιχείων των κυκλωμάτων από τις παραμέτρους σχεδίασης ( $\omega_0$ ,  $Q$ ,  $\omega_z$ ). Να τονισθεί ότι για λόγους πληρότητας αναπτύχθηκαν τα παραπάνω βήματα τόσο για τα Fried Notch (σχήματα 7.21 και 7.23) όσο και για τα Boctor Notch κυκλώματα που δίνονται στο κεφ. 7 των σημειώσεων (σχήματα 7.24α και 7.24β), αλλά και για τα Sallen-Key στη ζητούμενη στρατηγική σχεδίασης στην εργασία 4 (σχεδίαση ανωδιαβατού φίλτρου). Η εξαγωγή των στοιχείων των κυκλωμάτων γίνεται από συναρτήσεις που βρίσκονται στο μονοπάτι: */MatLAB Helpers/Circuits/*. Γενικά στον φάκελο *MatLAB Helpers/* βρίσκονται όλες οι dependencies για την υλοποίηση της κάθε εργασίας, έτσι ώστε στο φάκελο *matlab/* της κάθε εργασίας να βρίσκεται μόνο το βασικό script που υλοποιεί την λογική της αντίστοιχης εργασίας. Μεταξύ άλλων βρίσκονται και οι πολύ βασικές κλάσεις για τη διαχείριση των στοιχείων αλλά και των πόλων των ΣΜ, *FilterUnit* και *Pole*. Ακολουθώς, παραθέτονται παράθυρα που δείχνουν διαγράμματα Bode κέρδους ή/και απόσβεσης των επιμέρους μονάδων καθώς και της συνολικής μονάδας με και χωρίς ρύθμιση κέρδους.

## 2.1. Μονάδα 1 (I): Fried LPN

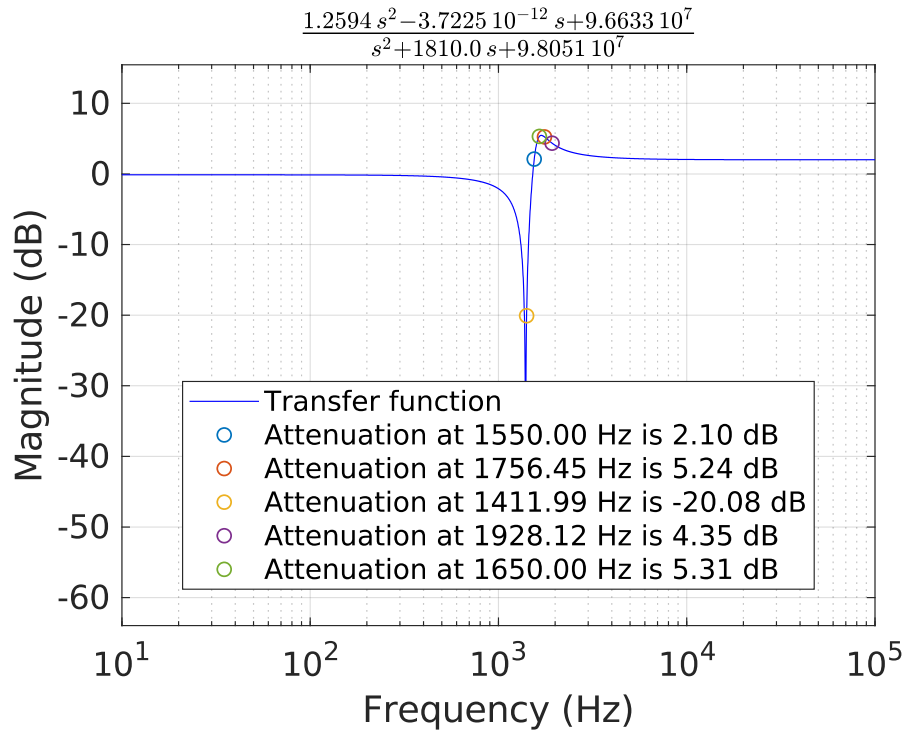
Παρακάτω, φαίνεται η απόκριση πλάτους (κατά Bode) της πρώτης μονάδας. Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι κρίσιμες συχνότητες καθώς και η συχνότητα  $\omega_0$ .



Σχήμα 2: Απόκριση Πλάτους της 1ης Μονάδας  
( φαίνονται οι  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ ,  $f_4$ , και  $f_0$  )

## 2.2. Μονάδα 2 (II): Fried HPN

Παρακάτω, φαίνεται η απόκριση πλάτους (κατά Bode) της δεύτερης μονάδας. Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι κρίσιμες συχνότητες καθώς και η συχνότητα  $\omega_0$ .

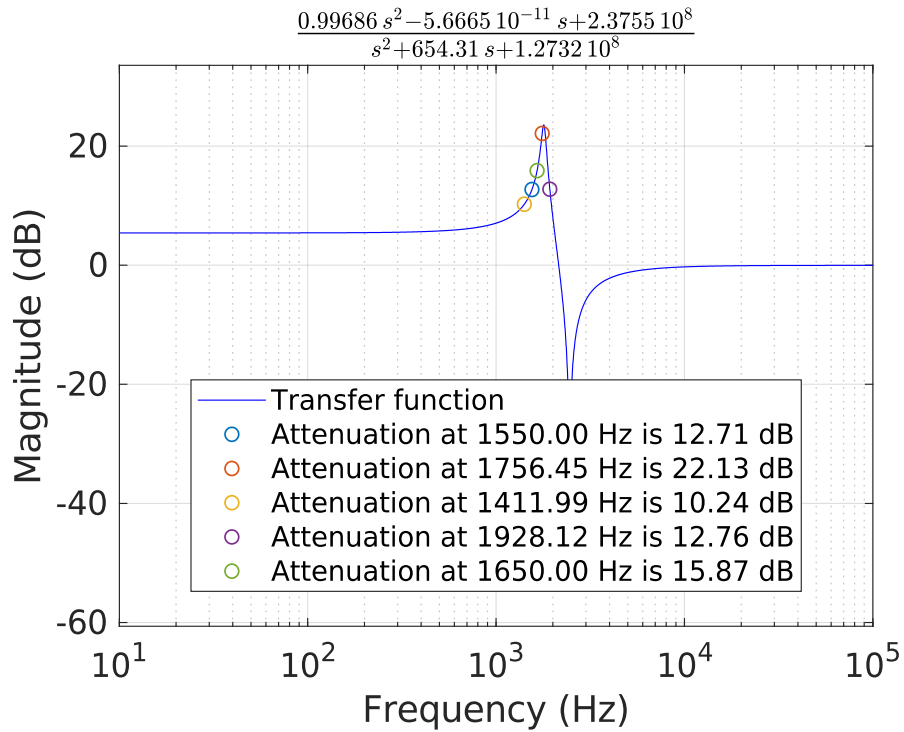


Σχήμα 3: Απόκριση Πλάτους της 2ης Μονάδας  
( φαίνονται οι  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ ,  $f_4$ , και  $f_\theta$  )

### 2.3. Μονάδα 3 (III): Fried LPN

Παρακάτω, φαίνεται η απόκριση πλάτους (κατά Bode) της τρίτης μονάδας. Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι κρίσιμες συχνότητες καθώς και η συχνότητα  $\omega_\theta$ .

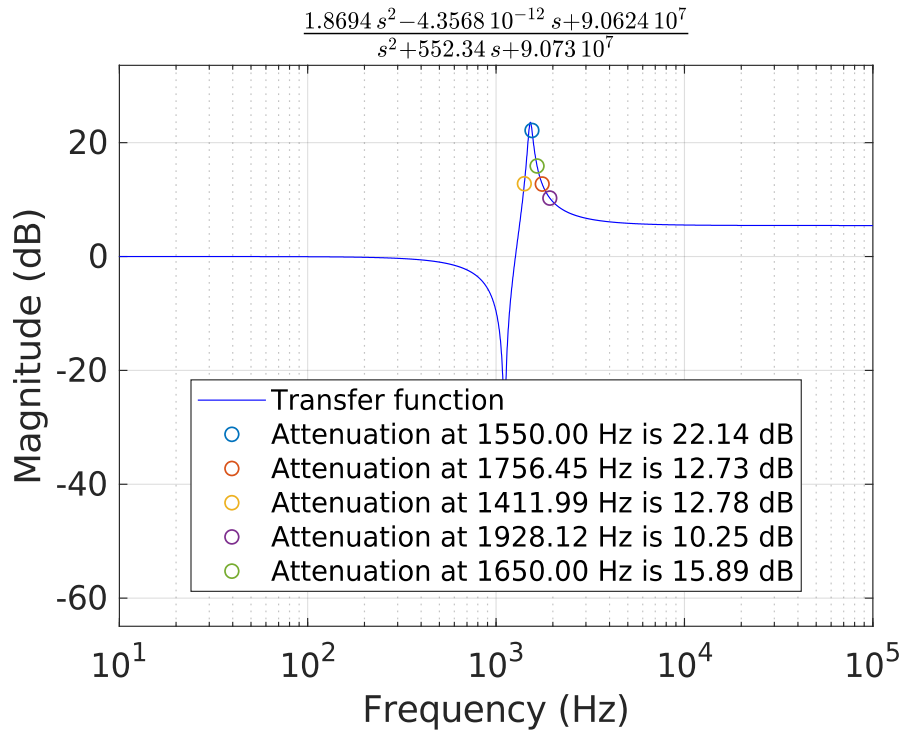




Σχήμα 4: Απόκριση Πλάτους της 3ης Μονάδας  
( φαίνονται οι  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ ,  $f_4$ , και  $f_\theta$  )

## 2.4. Μονάδα 4 (III): Fried HPN

Παρακάτω, φαίνεται η απόκριση πλάτους (κατά Bode) της τέταρτης μονάδας. Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι κρίσιμες συχνότητες καθώς και η συχνότητα  $\omega_\theta$ .

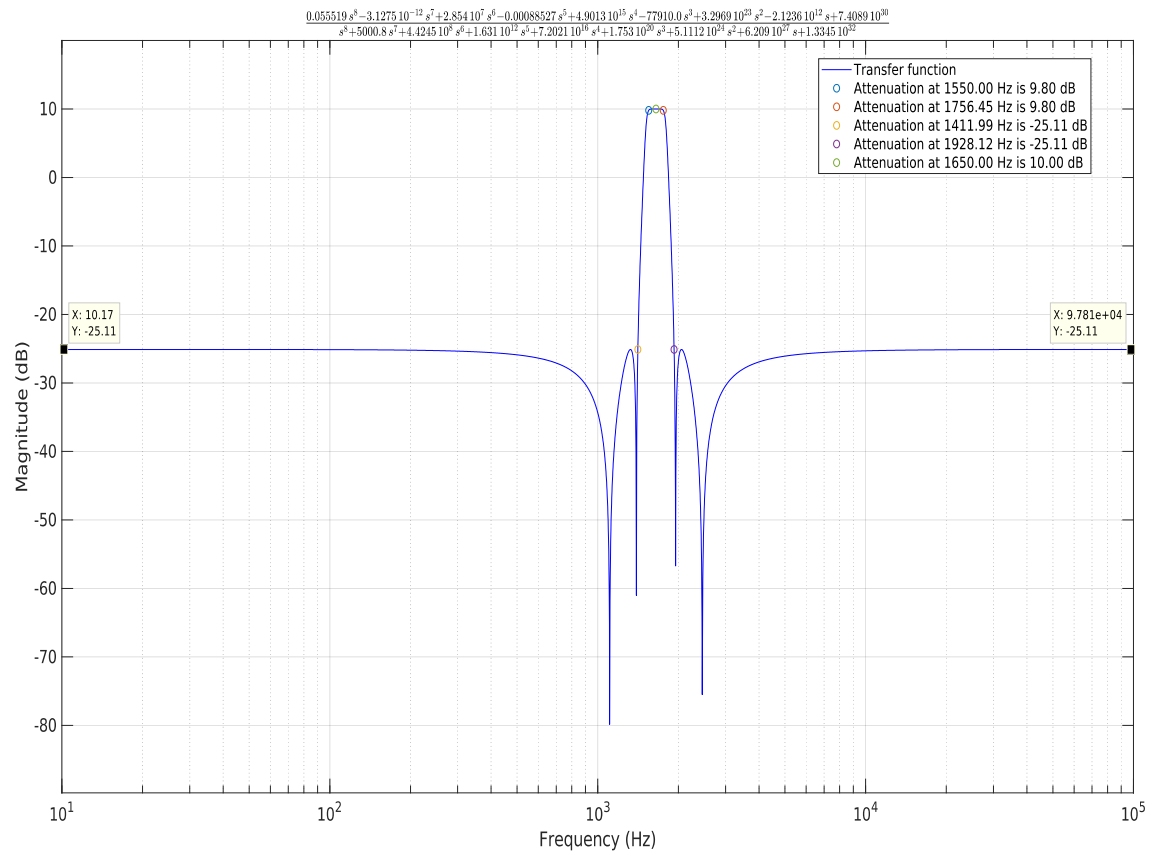


Σχήμα 5: Απόκριση Πλάτους της 4ης Μονάδας  
( φαίνονται οι  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ ,  $f_4$ , και  $f_\theta$  )

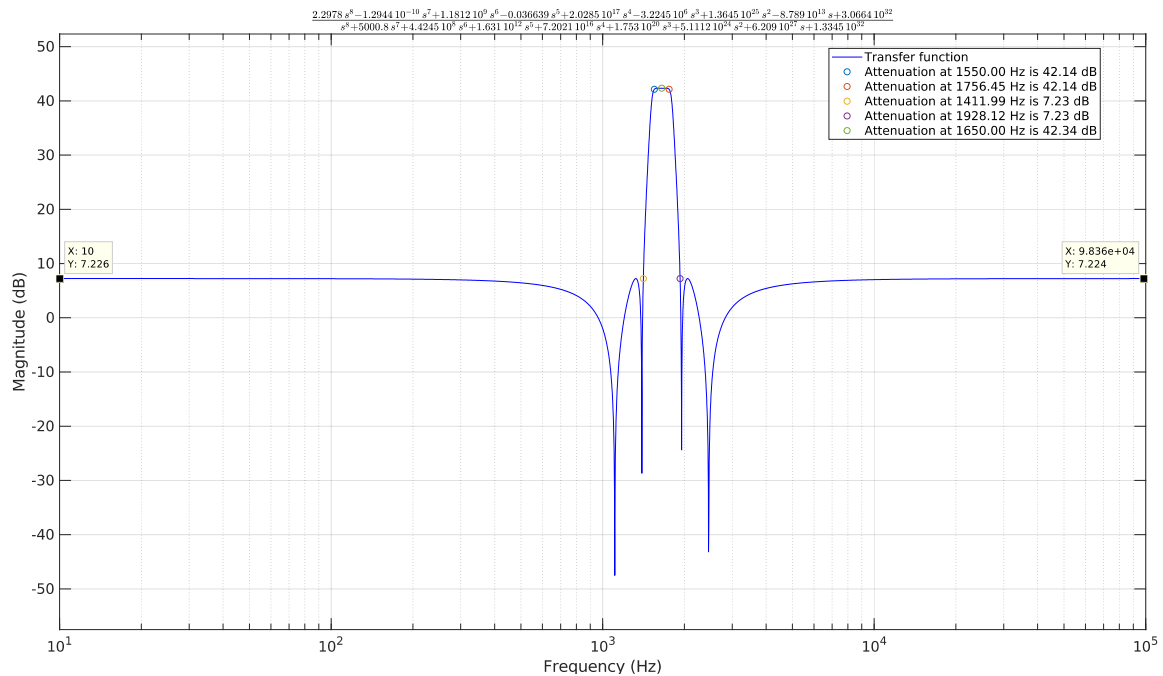
Από τα παραπάνω φαίνεται ότι πράγματι οι μονάδες I και III είναι LPN ενώ οι μονάδες II και IV είναι HPN.

## 2.5. Συνολική ΣΜ

Παρακάτω, φαίνεται η απόκριση πλάτους (κατά Bode) της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας. Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι κρίσιμες συχνότητες και η συχνότητα ημίσειας  $\omega_\theta$ .

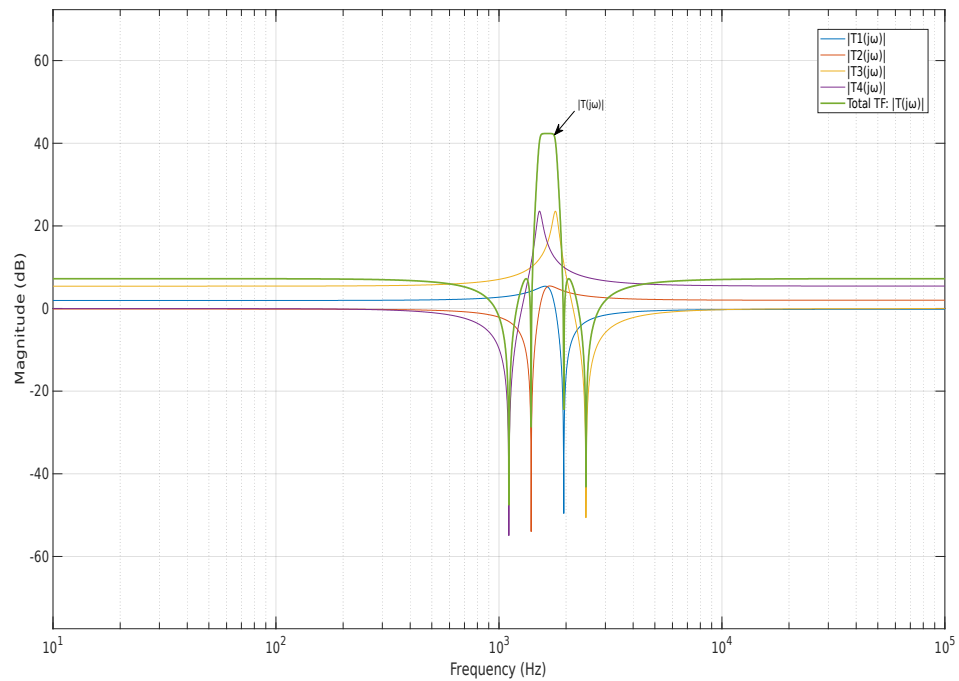


Σχήμα 6: Απόκριση Πλάτους της Συνολικής Μονάδας ( φαίνονται οι  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ ,  $f_4$ , και  $f_\theta$  ) - το κέρδος στη ζώνη διέλευσης έχει ρυθμιστεί στα **10dB**

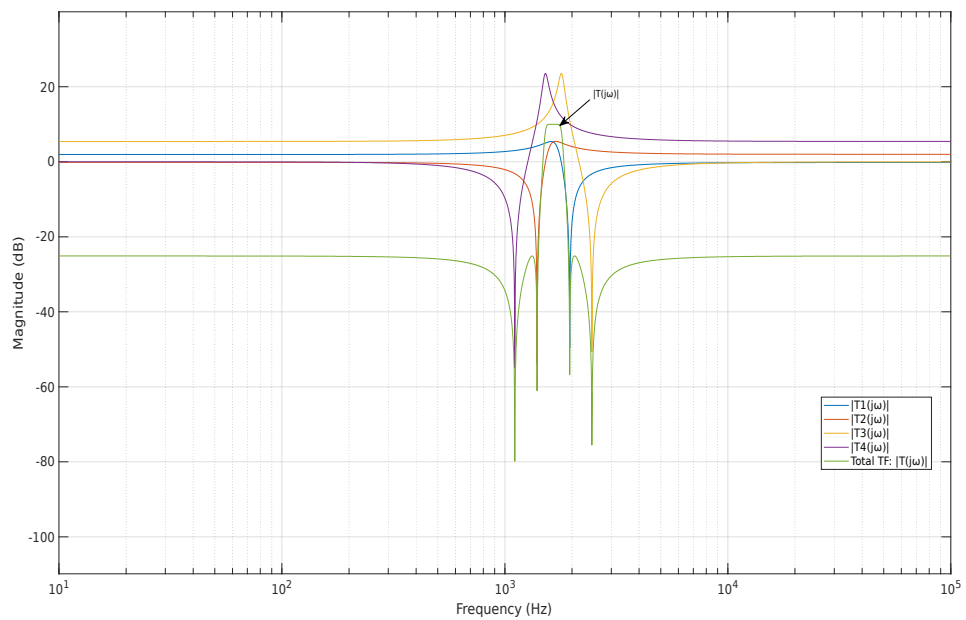


Σχήμα 7: Απόκριση Πλάτους της Συνολικής Μονάδας ( φαίνονται οι  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ ,  $f_4$ , και  $f_\theta$  ) - χωρίς ρύθμιση κέρδους

Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.Ενώ, τέλος, παρατίθενται όλες οι παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode πλάτους:



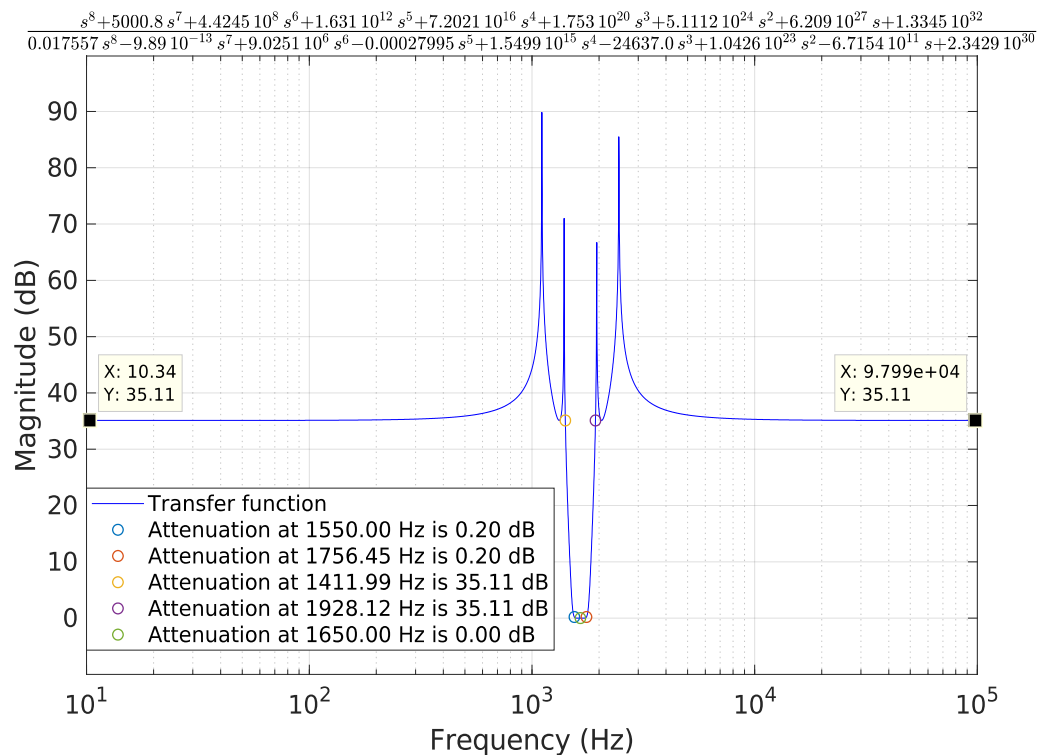
Σχήμα 8: Όλες οι αποκρίσεις πλάτους σε ένα κοινό διάγραμμα Bode – χωρίς ρύθμιση κέρδους της συνολικής ΣΜ



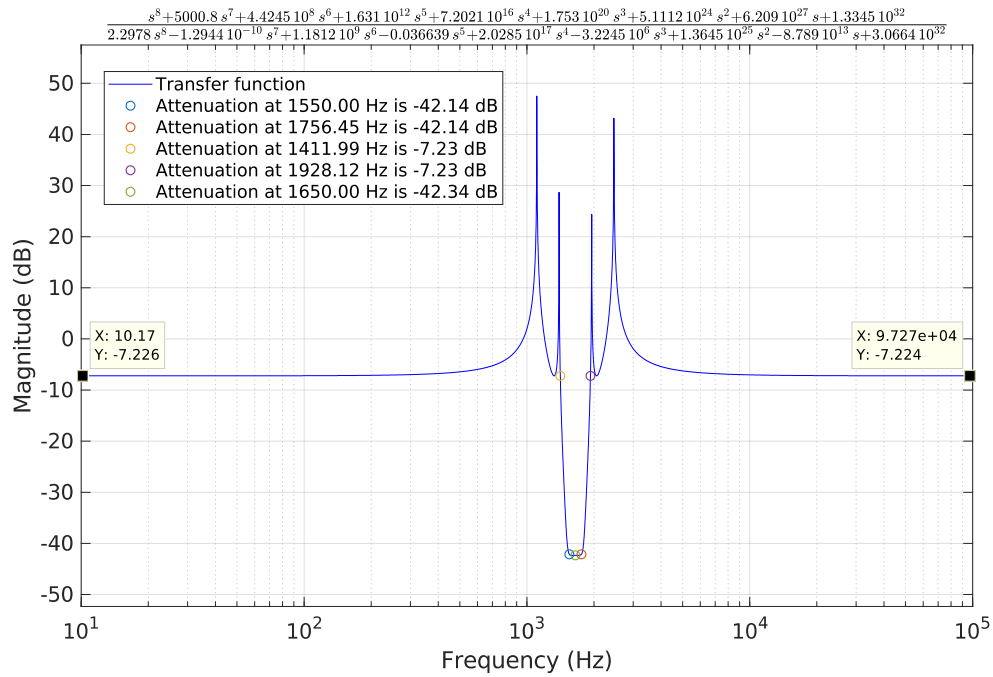
Σχήμα 9: Όλες οι αποκρίσεις πλάτους σε ένα κοινό διάγραμμα Bode – το κέρδος στη ζώνη διέλευσης της συνολικής ΣΜ έχει ρυθμιστεί στα **10dB**

## 2.6. Συνολική Συνάρτηση Απόσβεσης

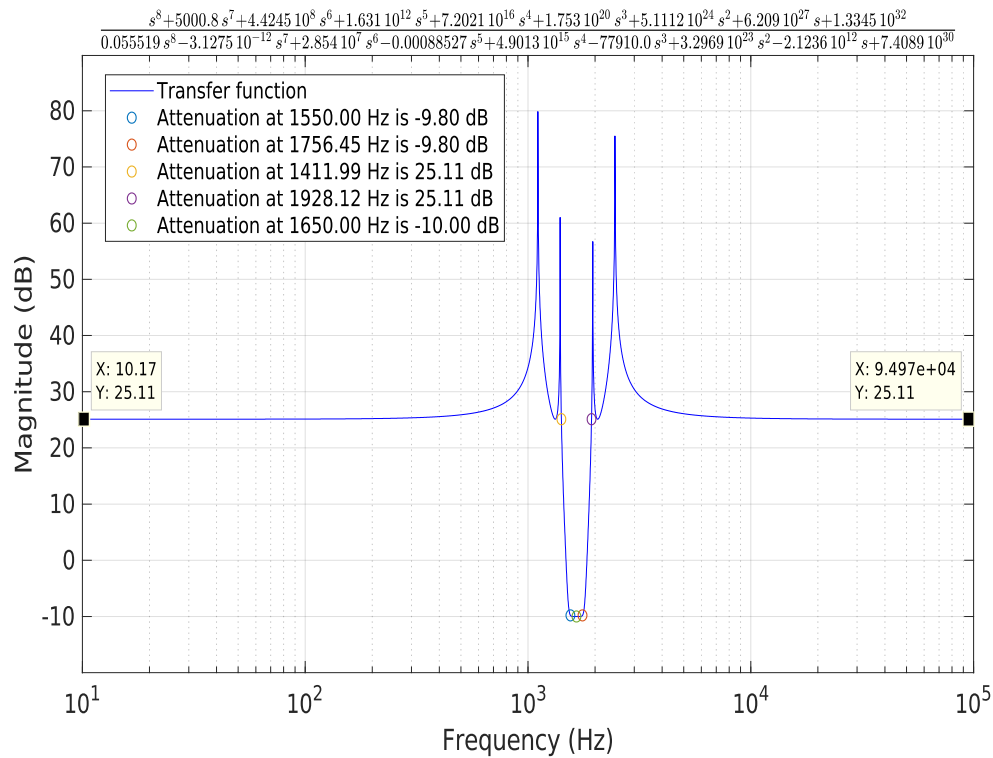
Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB του συνολικού κυκλώματος συναρτήσει της συχνότητας. Αρχικά θέτουμε σαν επιθυμητό κέρδος στη ζώνη διέλευσης τα **0dB**, ώστε να μπορούμε να δούμε ότι τηρούνται οι προδιαγραφές σχεδίασης. Κατόπιν, δίνουμε την συνάρτηση απόσβεσης χωρίς ρύθμιση κέρδους και τέλος τη συνάρτηση απόσβεσης με ρύθμιση κέρδους 10dB στη ζώνη διέλευσης.



Σχήμα 10: Συνάρτηση Απόσβεσης Πλάτους της Συνολικής Μονάδας ( φαίνονται οι  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ ,  $f_4$ , και  $f_0$  ) - το κέρδος στη ζώνη διέλευσης έχει ρυθμιστεί στα **0dB**



Σχήμα 11: Συνάρτηση Απόσβεσης Πλάτους της Συνολικής Μονάδας ( φαίνονται οι  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ ,  $f_4$ , και  $f_\theta$  ) - το κέρδος στη ζώνη διέλευσης **ΔΕΝ** έχει ρυθμιστεί



Σχήμα 12: Συνάρτηση Απόσβεσης Πλάτους της Συνολικής Μονάδας ( φαίνονται οι  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ ,  $f_4$ , και  $f_\theta$  ) - το κέρδος στη ζώνη διέλευσης έχει ρυθμιστεί στα **10dB**

Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και τις ζώνες αποκοπής , δηλαδή τις  $f_1=1550\text{Hz}$ ,  $f_2=1765\text{Hz}$ , τις  $f_3=1411\text{Hz}$ ,  $f_4=1928\text{Hz}$  και  $f_0=1650\text{Hz}$  καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Παρατηρούμε, από τη συνάρτηση απόσβεσης που έχει ρυθμιστεί ώστε να έχει κέρδος  $0\text{dB}$  στη ζώνη διέλευσης, ότι η απόκριση ικανοποιεί τις προδιαγραφές σχεδίασης, καθώς:

- για τις συχνότητες  $f_1$ ,  $f_2$  η απόσβεση είναι  **$0.20\text{dB}$  μικρότερη της  $a_{\max} = 0.567\text{dB}$**
- για τις συχνότητες  $f_3$ ,  $f_4$  η απόσβεση είναι  **$35.11\text{dB}$  ιση με τη  $a_{\min} = 35.11\text{dB}$**  ( όπως αναμένουμε σε Inverse Chebysev ΣΜ )
- επίσης φαίνεται στο **σχήμα 12** στη συχνότητα  $f_0 = 1650\text{Hz}$ , περίπου στο μέσο της ζώνης διέλευσης, ότι η συνάρτηση απόσβεσης / κέρδους ακουμπάει τη ζητούμενη απόσβεση / κέρδος της ΣΜ, δηλ τα  **$10\text{dB}$**

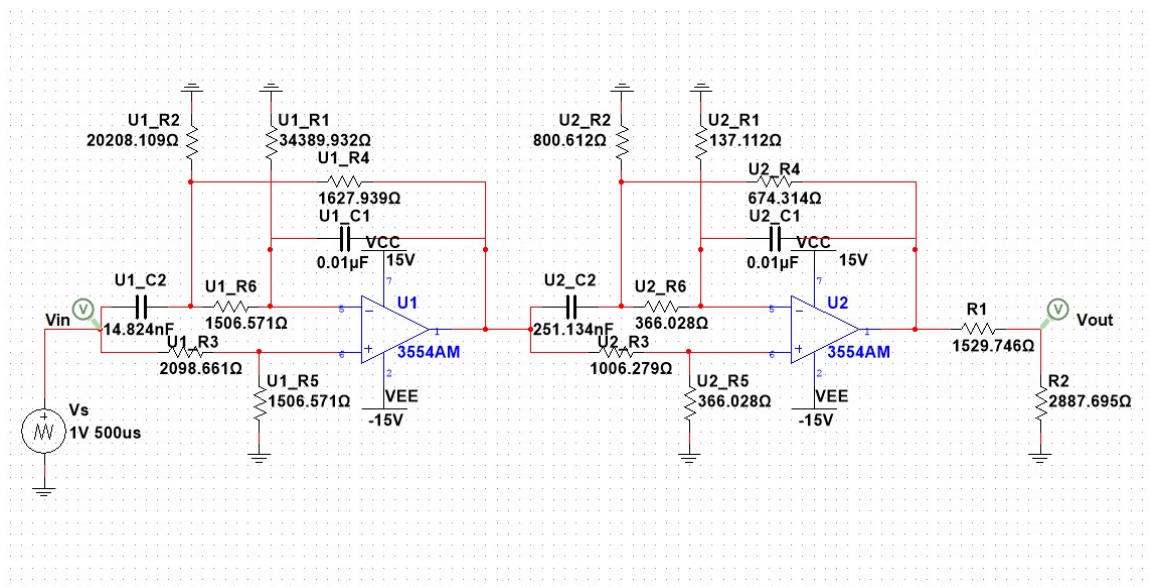


### 3. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

#### 3.1. Ανάπτυξη μονάδων στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο Electronics WorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

Εισάγουμε λοιπόν τις δύο (2) μονάδες Boctor LPN του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα:



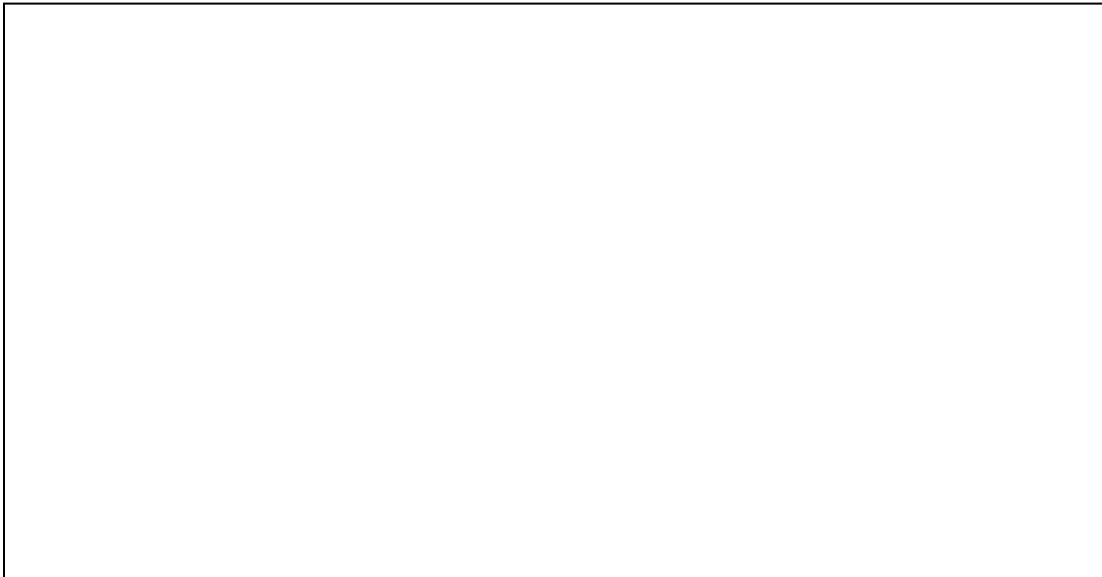
Εικ. 3: Κύκλωμα Φίλτρου στο Mutlisisim

Στο παραπάνω κύκλωμα φαίνεται η AC πηγή δοκιμής, η πρώτη μονάδα τύπου Fried LPN, η δεύτερη μονάδα τύπου Fried HPN, η

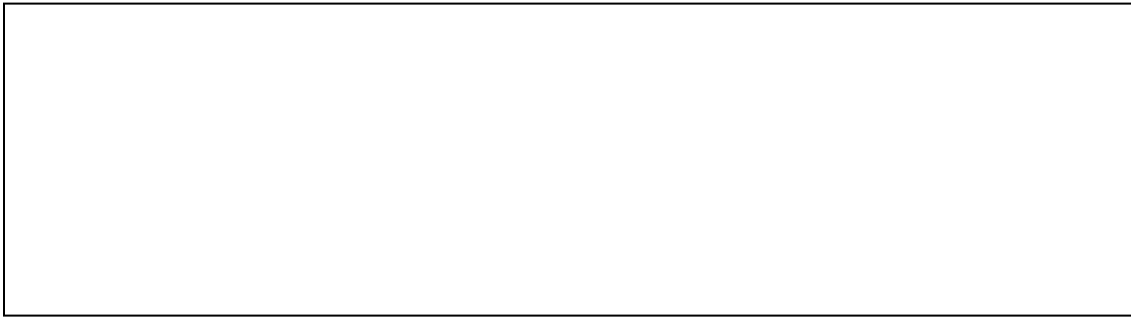
τρίτη και η τέταρτη, αντίστοιχα με τις δύο προηγούμενες και η παθητική εξασθένηση κέρδους στην έξοδο του φίλτρου.

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

Εισάγουμε λοιπόν όπως .....διάφορες μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



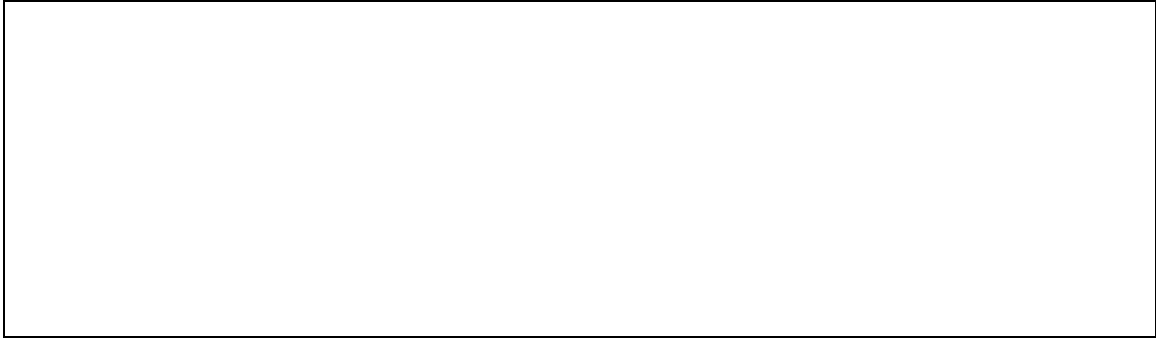
Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



Από αυτά τα διαγράμματα λοιπόν γίνεται φανερό ότι .....

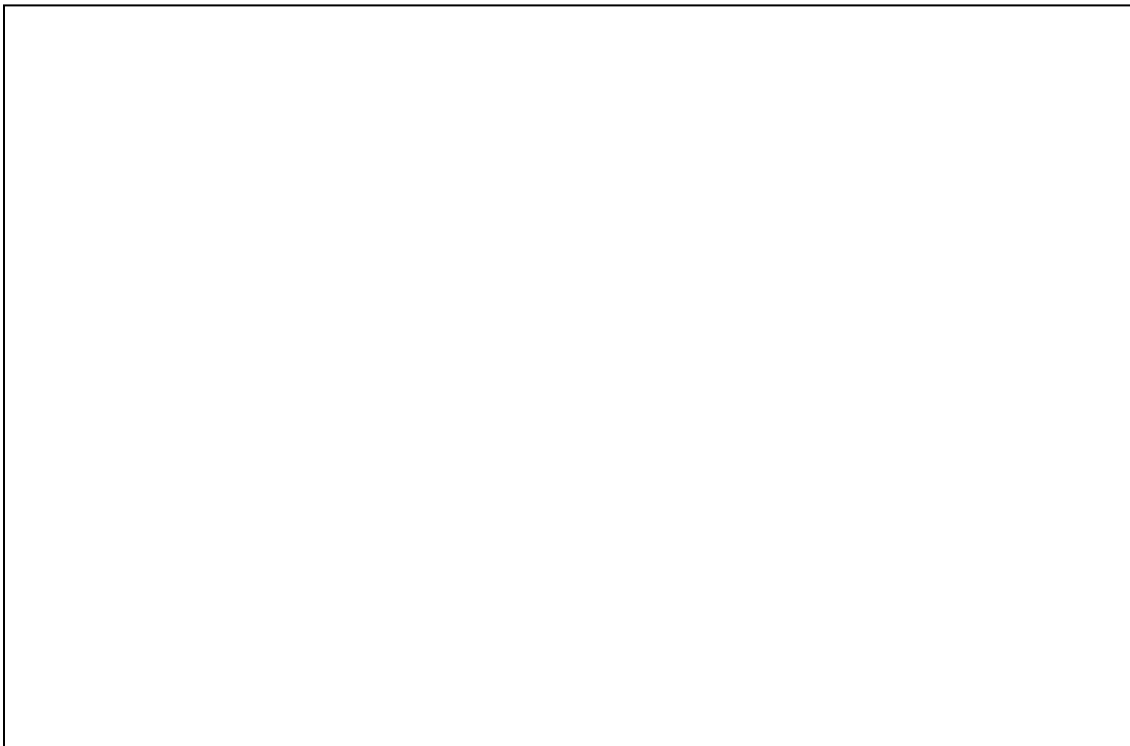


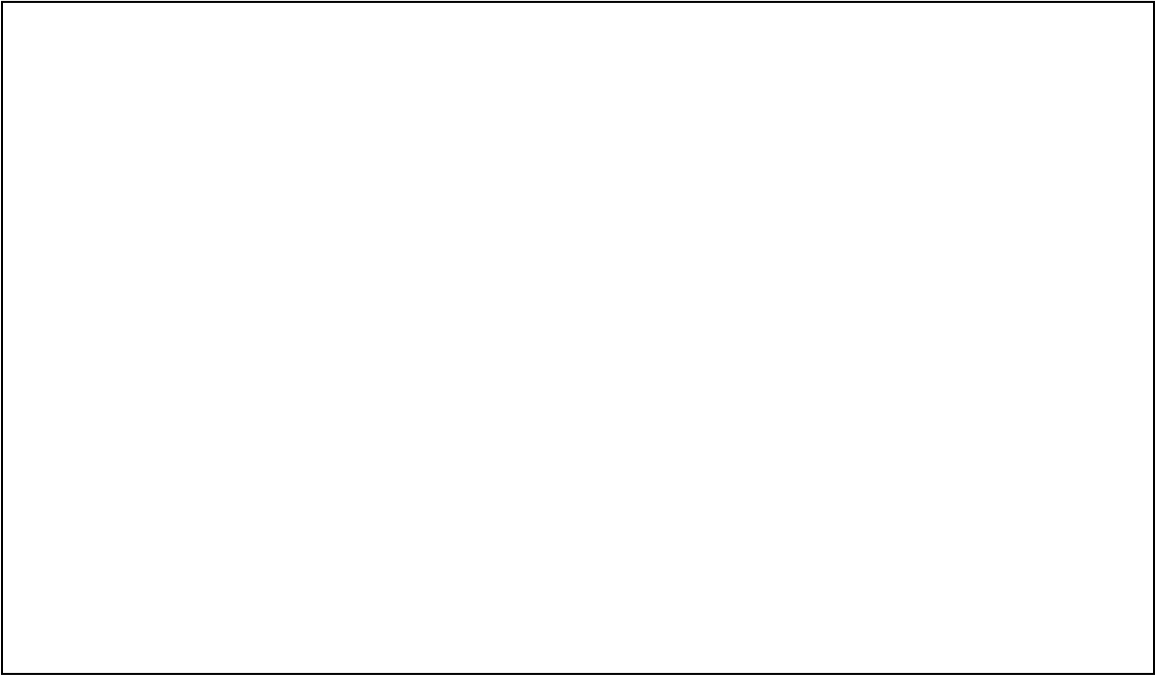
Πιο συγκεκριμένα, ελέγχοντας κατάλληλα τις κλίμακες συχνότητας και απόσβεσης διαπιστώνουμε ότι το φίλτρο .....το οποίο συμφωνεί με τη θεωρητική ανάλυση καθώς ...



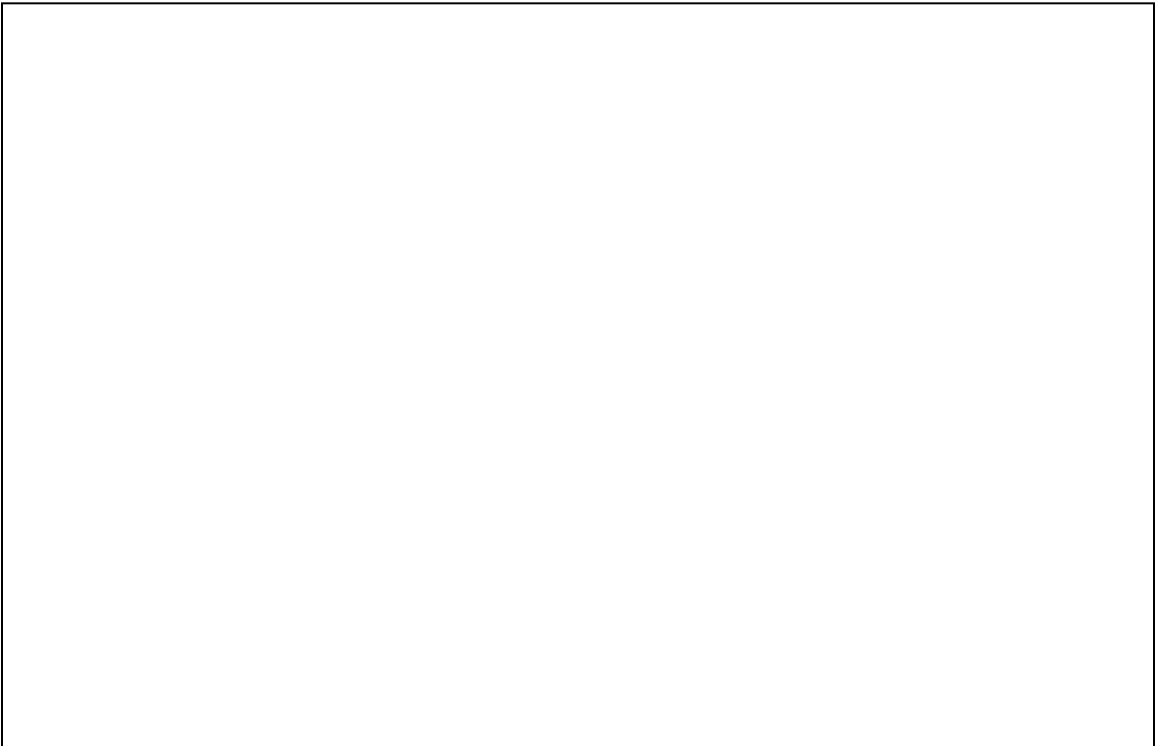
- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα με μια πηγή διέγερσης *όπως αυτή που ζητείται στην εκφώνηση της εργασίας*. Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα.

Σήμα Εισόδου :





Σήμα Εξόδου :





Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου .... σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: V/Div , sec/Div κτλ.).

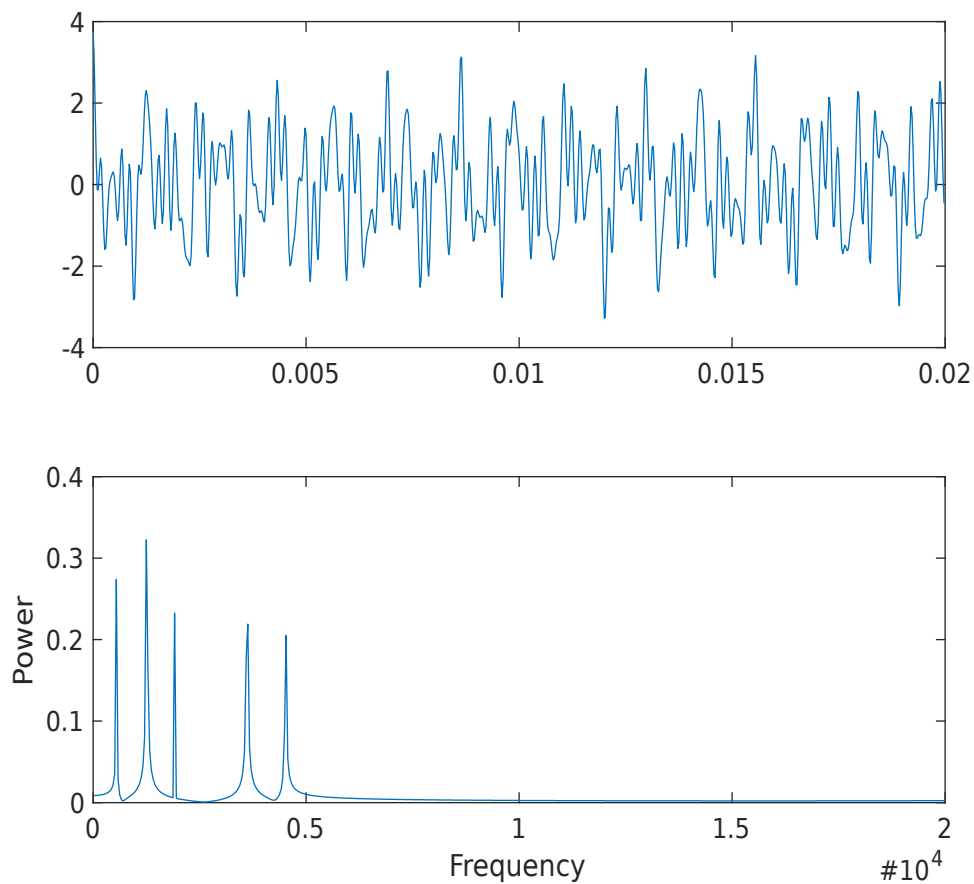
Πιο αναλυτικά, παρατηρούμε ότι το σήμα εξόδου είναι .... σε σχέση με το σήμα εισόδου. Το φίλτρο όπως φαίνεται **εισάγει κέρδος ~10dB** στη ζώνη διόδου του.

- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια. Το υπό-εξέταση σήμα είναι ένα ημιτονειδές σήμα όπως φαίνεται παρακάτω.

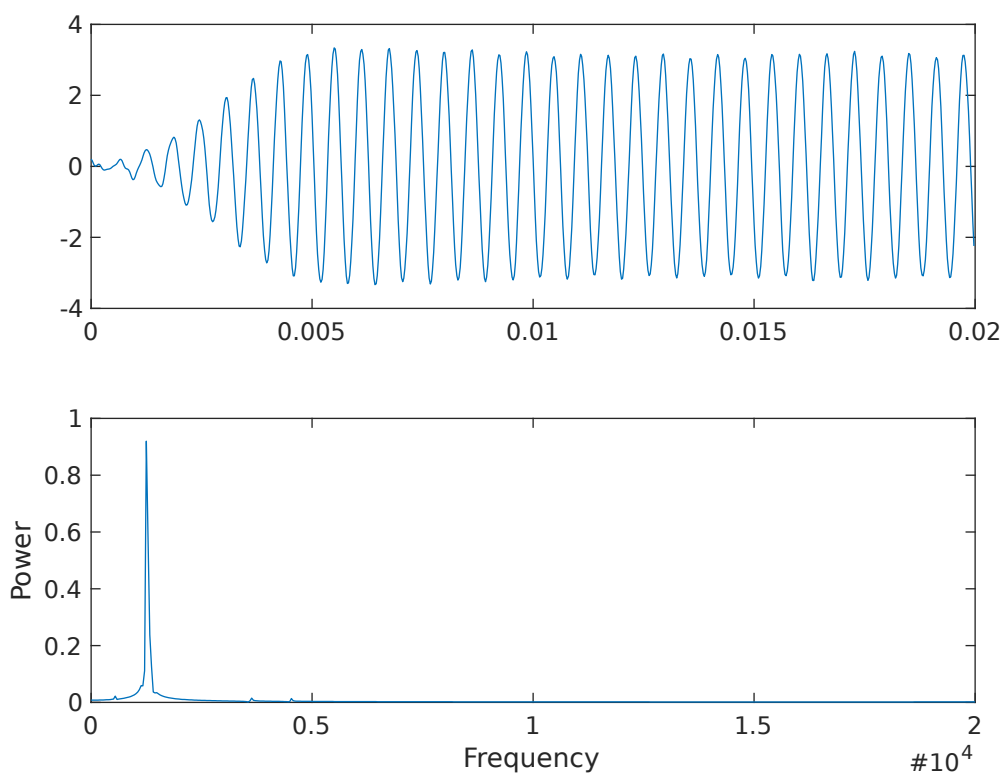
### Τεστάρισμα με MatLAB

Σήμα & Φάσμα Εισόδου:



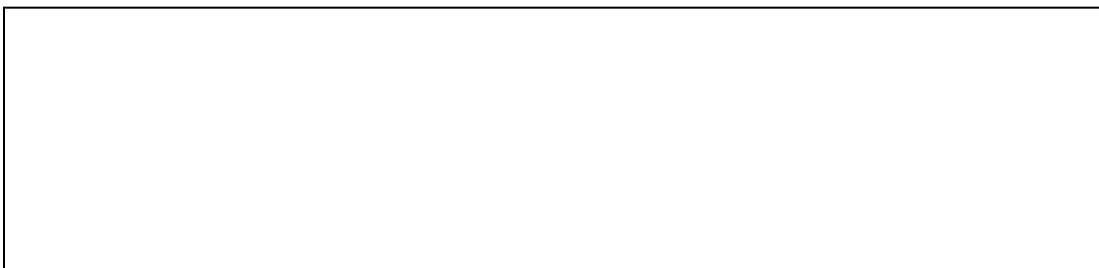
Σχήμα 13: Ανάλυση MatLAB: Σήμα εισόδου & φάσμα αυτού

Σήμα & Φάσμα Εξόδου :



Σχήμα 14: Ανάλυση MatLAB: Σήμα εξόδου & φάσμα αυτού ( φαίνεται η απόσβεση για συχνότητες  $f \in [\theta, f_3] \cup [f_4, \infty]$  ) - φαίνεται επίσης η ενίσχυση που εισάγει το φίλτρο

Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:



Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:





XX  
XX  
XX  
xxxxxxx, κάτι το οποίο είναι απολύτως λογικό εφόσον το  
κύκλωμα μας είναι ένα .... Οι κρίσιμες συχνότητες για το  
συγκεκριμένο φίλτρο είναι  $f_p = x \text{ kHz}$  και  $f_s = xxx \text{ kHz}$  .  
xxxxxxxxxxxxxxxxxxxx. Για παράδειγμα, αξίζει να παρατηρήσουμε  
ότι στην συχνότητα των  $x \text{ kHz}$  .... Έτσι συνάγεται το  
συμπέρασμα ότι το φίλτρο λειτουργεί σωστά, καθώς ....