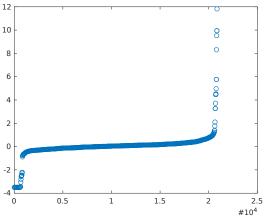
1. Εφαρμογή σε απλό dataset

1.1. Φόρτωση & Προ-επεξεργασία dataset

Το dataset του ερωτήματος, avila, αποδείχθηκε αρκετά "δύσκολο" dataset από την άποψη ότι έχει αρκετά σημεία τα οποία θα μπορούσαν να θεωρηθούν outliers. Για ισχυροποίηση του παραπάνω, παραθέτονται τα plots κάποιων features του dataset:



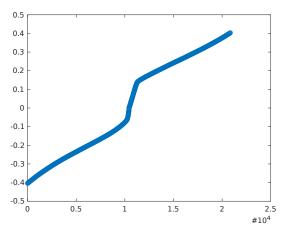
Εικ. 1: Feature 1 (αρχικό)

400

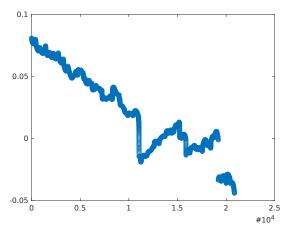


Εικ. 3: Feature 2 (αρχικό)

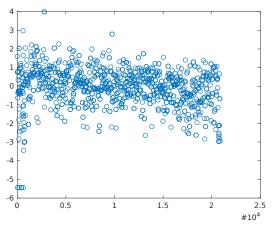
1.5

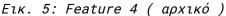


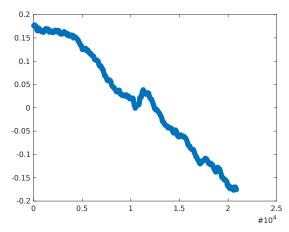
Eiκ. 2: Feature 1 (smoothed, Smoothing Factor = 0.5)



Eiκ. 4: Feature 2 (smoothed, Smoothing Factor = 0.75)







Eiκ. 6: Feature 4 (smoothed, Smoothing Factor = 0.5)

Στη δεξιά στήλη του παραπάνω πίνακα φαίνεται η βασική μέθοδος προεπεξεργασίας του dataset, το **smoothing**. Στην αρχή του matlab script που συνοδεύει το πρώτο μέρος της εργασίας (main_4a.m) δίνονται οι smoothing factors που χρήσιμοποίηκαν για κάθε feature του dataset. Αυτοί είναι αποτέλεσμα trial-and-error μεθοδολογίας και πιθανότατα δεν είναι βέλτιστοι. Αξίζει να σημειωθεί, ωστόσο, ότι χωρίς smoothing στο dataset δεν θα ήταν δυνατή η εκτέλεση του πρώτου μέρους της εργασίας καθώς κατά την ομαδοποίηση των training data points (clustering) προέκυπταν συνεχώς clusters με ένα στοιχείο, κάτι που απαγόρευε την εκπαίδευση του αντίστοιχου κανόνα του αρχικού FIS. Δοκιμάστηκε επίσης και **normalization** στο dataset ωστόσο δεν απέφερε καμία βελτίωση της απόδοσης του εκάστοτε μοντέλου (από τα πέντε που δοκιμάστηκαν).

1.2. Διαχωρισμός του dataset

Για το διαχωρισμό (splitting) του dataset ακολουθήθηκε παρόμοια διαδικασία με την εργασία 3, με μία μικρή διαφοροποίηση. Επειδή έχουμε classification task καλό θα ήταν τα sub-sets που θα προκύψουν από το splitting να έχουν παρόμοιες συχνότητες εμφάνισης για κάθε κλάση του dataset. Για την επίτευξη του παραπάνω, πριν την κλήση της AnfisWrapper.partition() το dataset ταξινομείται ως προς την τελευταία στήλη που περιλαμβάνει τα indices των κλάσεων ταξινόμησης, έτσι ώστε κατά η διαδοχική ανάθεση data points σε καθένα από τα τρία subsets να γίνει "δίκαια" (δηλ. να πάνε τόσα σημεία από κάθε κλάση όσος και ο λόγος των μεγεθών, το οποίο οδηγεί σε ίδιες ή κοντινές συχνότητες εμφάνισης κάθε κλάσης σε

κάθε subset. Έτσι, οι συχνότητες εμφάνισης της κάθε κλάσης σε καθένα από τα τρία subsets, χρησιμοποιώντας την παραπάνω λογική, δίνεται παρακάτω:

Class	Dataset	Training	Validation	Testing
C ₁	0.41079	0.41086	0.41074	0.41074
C ₂	0.00047923	0.00047923	0.00047927	0.00047927
C ₃	0.009872	0.0099042	0.010065	0.0095854
C ₄	0.033785	0.033786	0.033549	0.034028
C ₅	0.10495	0.10495	0.10496	0.10496
C ₆	0.188	0.1881	0.18787	0.18787
C ₇	0.042795	0.042652	0.043134	0.042895
C ₈	0.049792	0.04984	0.049844	0.049605
C ₉	0.079695	0.079633	0.079559	0.080038
C ₁₀	0.0042651	0.0042332	0.0043134	0.0043134
C ₁₁	0.050031	0.05016	0.049844	0.049844
C ₁₂	0.025543	0.025399	0.025641	0.025641

Πιν. 1: Κατανομή πιθανότητας εμφάνισης κλάσσης στο αρχικό dataset καθώς και στα παραχθέντα subsets

Επίσης, παραθέτονται και οι αποστάσεις μεταξύ των τριών τελευταίων διανυσμάτων από τα παραπάνω (αυτών που αφορούν τα 3 subsets), οι οποίες αποτελούν μια ένδειξη της ομοιότητας των κατανομών των κλάσεων μεταξύ των subsets (με χρήση της boxdist()):

	Training	Validation	Testing
Training	-	0.0004827	0.0004058
Validation	0.0004827	-	0.0004793
Testing	0.0004058	0.0004793	-

Πιν. 2: "Απόσταση" (μέτρο ομοιότητας) μεταξύ των κατανομών πιθανότητας εμφάνισης κλάσσης στα 3 subsets

1.3. Εύρεση SC ακτίνων από αριθμό κανόνων

Όπως και στο δεύτερο μέρος της τρίτης εργασίας, έτσι και εδώ, για κάθε τιμή αριθμού κανόνων του παραγόμενου fis μοντέλου αναζητούμε μία ακτίνα του αλγορίθμου Substractive Clustering (SC) που να δίνει τον αριθμό αυτό ως αριθμό clusters/κανόνων. Ακολουθώντας την ίδια, bisection-like, μέθοδο, καταλήγουμε στα ακόλουθα αποτελέσματα:

N _R	<i>5</i> *	8	12	16	20
RADII	1.0	0.853125	0.7	0.5875	0.525

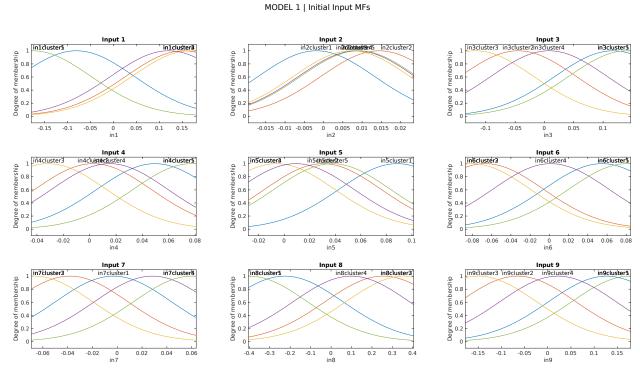
Πιν. 3: Αντιστοίχιση ακτίνων Substractive Clustering στο ζητούμενο σετ αριθμών κανόνων των παραγόμενων TSK μοντέλων

*: Το ζητούμενο σετ κανόνων αρχικά ήταν $\{4,8,12,16,20\}$. Ωστόσο, για το συγκεκριμένο dataset και τη συγκεκριμένη μέθοδο ομαδοποίησης για το partitioning (SC) δεν είναι δυνατή η επίτευξη μοντέλου fis με λιγότερους από n_r '=5 ασαφείς κανόνες (το οποίο αντιστοιχεί σε ακτίνα radii=1). Έτσι, το τελικό σετ κανόνων θα είναι $\{\mathbf{5},8,12,16,20\}$.

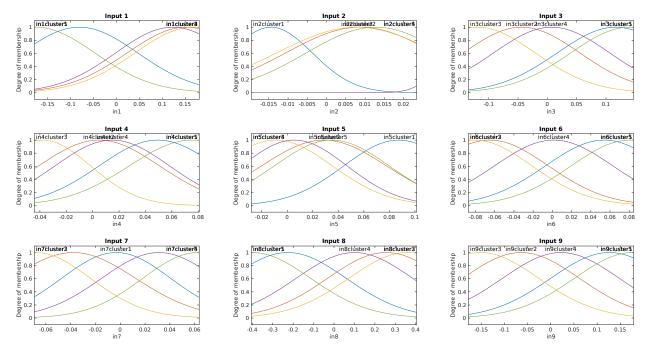
1.4. Εκπαίδευση TSK μοντέλων

1.4.1 Model 1: 5 fuzzy rules

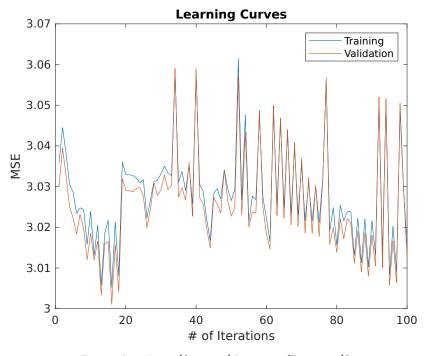
Αρχικά, παρατίθενται οι αρχικές και τελικές μορφές των ΣΜ για τις ασαφείς τιμές των ασαφών μεταβλητών εισόδου των κανόνων:



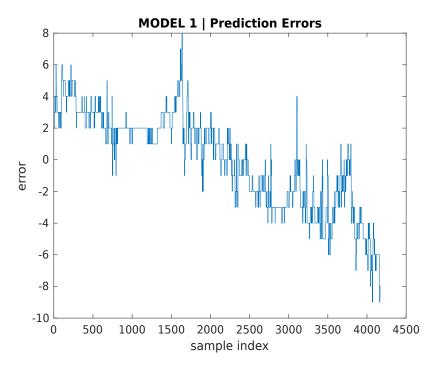
Εικ. 7: Αρχική μορφή συναρτήσεων συμμετοχής μεταβλητών εισόδου 1^{ου} μοντέλου



Εικ. 8: Τελική μορφή συναρτήσεων συμμετοχής μεταβλητών εισόδου 1ου μοντέλου



Εικ. 9: Καμπύλες μάθησης 1° μοντέλου



Εικ. 10: Σφάλματα πρόβλεψης κατά την εφαρμογή του 1^{ου} μοντέλου στο test set

Pred. → ↓ Actual	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
C ₁	28	201	665	450	186	147	23	8	6	0	0	0
C ₂	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
C ₃	0	0	5	12	7	16	0	0	0	0	0	0
C ₄	0	0	4	26	9	90	13	0	0	0	0	0
C ₅	0	6	21	57	103	153	90	8	0	0	0	0
C ₆	0	26	265	234	133	102	18	0	3	3	0	0
C ₇	0	5	56	62	20	20	14	2	0	0	0	0
C ₈	0	0	46	57	56	30	10	8	0	0	0	0
C ₉	0	0	18	22	45	68	67	49	48	17	0	0
C ₁₀	0	0	0	0	18	0	0	0	0	0	0	0
C ₁₁	0	0	1	21	30	76	68	12	0	0	0	0
C ₁₂	0	0	10	13	11	55	12	6	0	0	0	0

Πιν. 4: Confusion Matrix του 1^{ου} μοντέλου

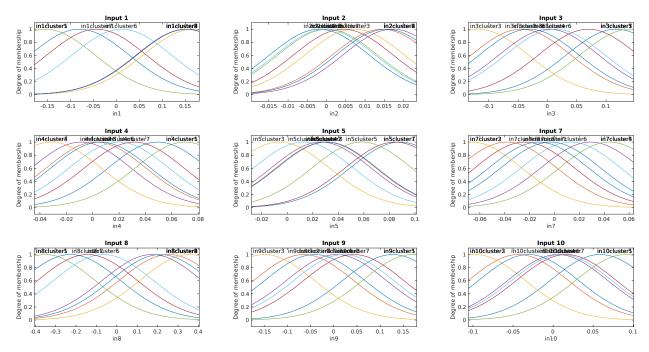
Class → ↓ Metric	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C,	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
OA						0.08	(8%)					
PA	0.016	0	0.125	0.183	0.235	0.13	0.078	0.038	0.143	0	0	0
UA	1	0	0.005	0.027	0.167	0.135	0.044	0.086	0.842	0	NaN	NaN
К	'		,		0	.0127 (1.27 %	,)				

Πιν. 5: Μετρικές Απόδοσης του 1ου μοντέλου

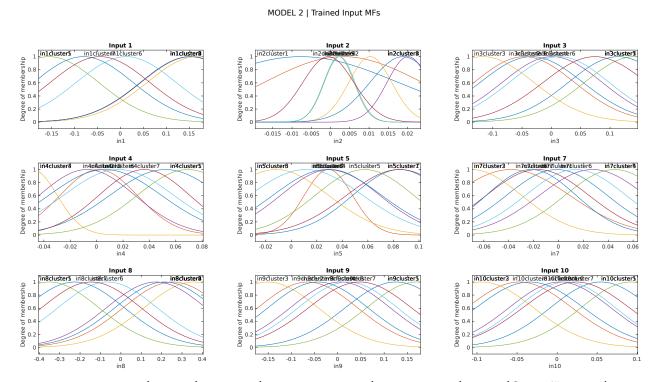
Από τα παραπάνω γίνεται προφανές ότι το 1° μοντέλο δεν αποδίδει καλά στην ταξινόμηση των σημείων του δοθέντου test set με μόλις 8% Overall Accuracy. Όπως αναλύεται και στη συνέχεια, σίγουρα να κάνει με τον μικρό αριθμό clusters / ασαφών κανόνων που χρησιμοποιεί αλλά κυρίως έχει να κάνει με την φύση του αρχικού dataset. Στο αρχικό dataset εκτός από την ύπαρξη πολλών ακραίων (outliers που δυσχαιρένουν την σημείων) αποτελεσματική ομαδοποίηση, η κατανομή των κλάσεων είναι εντελώς ανομοιόμορφη. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί ότι για την κλάσση 2 υπάρχουν μόλις 10 δείγματα από το σύνολο των ~21Κ δειγμάτων. Παρόμοια είναι η κατάσταση και με την κλάσση 10. Μετά την παρουσίαση και των υπόλοιπων μοντέλων που εκπαιδεύτηκαν ακολουθεί μια πιο ενδελεχής ανάλυση σχετικά τις αποδόσεις TSK μοντέλων με των που αναπτύχθηκαν.

1.4.2 Model 2: 8 fuzzy rules

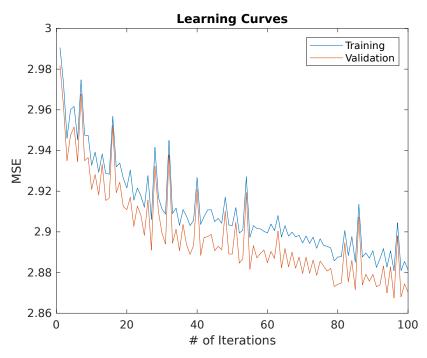
Αρχικά, παρατίθενται οι αρχικές και τελικές μορφές των ΣΜ για τις ασαφείς τιμές των ασαφών μεταβλητών εισόδου των κανόνων του 2° ΤSK μοντέλου που αναπτύχθηκε:



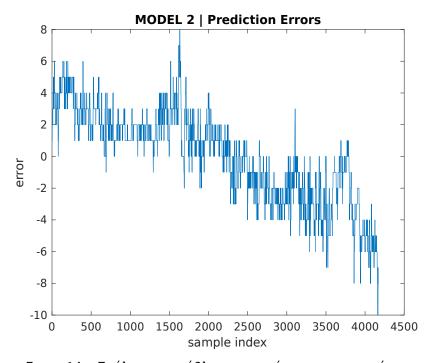
Εικ. 11: Αρχική μορφή συναρτήσεων συμμετοχής μεταβλητών εισόδου 2° μοντέλου



Εικ. 12: Τελική μορφή συναρτήσεων συμμετοχής μεταβλητών εισόδου 2° μοντέλου



Εικ. 13: Καμπύλες μάθησης 2°υ μοντέλου



Εικ. 14: Σφάλματα πρόβλεψης κατά την εφαρμογή του $2^{\circ v}$ μοντέλου στο test set

Pred. → ↓ Actual	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
C ₁	91	394	440	409	221	124	23	8	4	0	0	0
C ₂	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
C ₃	0	1	9	7	15	8	0	0	0	0	0	0
C ₄	0	4	2	24	61	28	23	0	0	0	0	0
C ₅	0	16	16	38	103	164	77	16	8	0	0	0
C ₆	1	62	156	250	158	112	39	2	4	0	0	0
C ₇	2	18	36	37	37	37	12	0	0	0	0	0
C ₈	0	7	26	47	53	40	20	14	0	0	0	0
C ₉	0	6	4	26	22	54	38	113	57	14	0	0
C ₁₀	0	0	0	0	10	8	0	0	0	0	0	0
C ₁₁	0	0	4	10	40	72	37	25	20	0	0	0
C ₁₂	0	6	0	14	13	42	23	3	6	0	0	0

Πιν. 6: Confusion Matrix του 2°υ μοντέλου

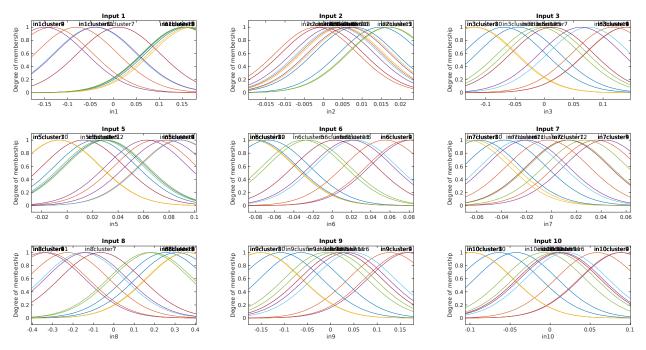
Class → ↓ Metric	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C,	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
OA					0.	1011 (10.11	%)				
PA	0.053	0	0.225	0.169	0.235	0.143	0.067	0.068	0.171	0	0	0
UA	0.968	0	0.013	0.028	0.141	0.167	0.041	0.077	0.576	0	NaN	NaN
K		0.0288 (2.88 %)										

Πιν. 7: Μετρικές Απόδοσης του 2° μοντέλου

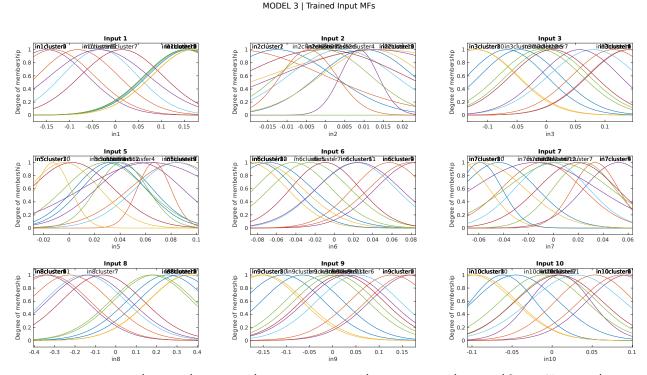
Από τα παραπάνω φαίνεται ότι αν και το 2° μοντέλο αποδίδει καλύτερα από το 1°, ούτε το 2° μοντέλο αποδίδει καλά στην ταξινόμηση των σημείων του δοθέντου test set με μόλις 10.11% Overall Accuracy. Μετά την παρουσίαση και των υπόλοιπων μοντέλων που εκπαιδεύτηκαν ακολουθεί μια πιο ενδελεχής ανάλυση σχετικά με τις αποδόσεις των TSK μοντέλων που αναπτύχθηκαν.

1.4.3 Model 3: 12 fuzzy rules

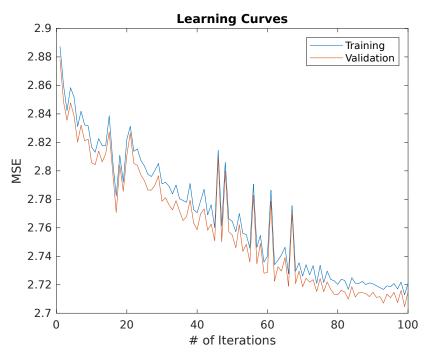
Αρχικά, παρατίθενται οι αρχικές και τελικές μορφές των ΣΜ για τις ασαφείς τιμές των ασαφών μεταβλητών εισόδου των κανόνων του 3° ΤSK μοντέλου που αναπτύχθηκε:



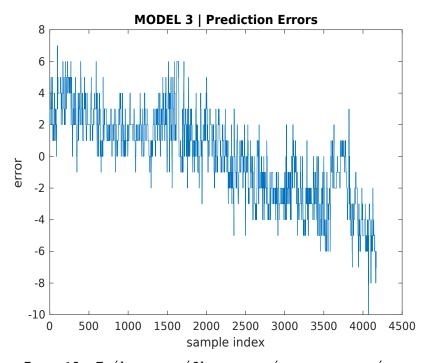
Εικ. 15: Αρχική μορφή συναρτήσεων συμμετοχής μεταβλητών εισόδου 3° μοντέλου



Εικ. 16: Τελική μορφή συναρτήσεων συμμετοχής μεταβλητών εισόδου 3° μοντέλου



Εικ. 17: Καμπύλες μάθησης 3° μοντέλου



Εικ. 18: Σφάλματα πρόβλεψης κατά την εφαρμογή του $3^{\circ\circ}$ μοντέλου στο test set

Pred. → ↓ Actual	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C,	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
C ₁	212	367	471	314	212	98	38	2	0	0	0	0
C ₂	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
C ₃	0	0	14	8	10	8	0	0	0	0	0	0
C ₄	0	1	11	43	38	25	18	4	2	0	0	0
C ₅	0	8	35	71	83	113	77	33	14	4	0	0
C ₆	4	64	160	223	166	92	51	18	6	0	0	0
C ₇	0	12	36	51	30	22	25	3	0	0	0	0
C ₈	0	1	31	24	54	54	30	13	0	0	0	0
C ₉	0	0	9	16	23	39	70	68	72	29	6	2
C ₁₀	0	0	0	0	8	8	2	0	0	0	0	0
C ₁₁	0	0	0	4	21	63	52	39	22	7	0	0
C ₁₂	0	1	1	14	9	16	41	13	11	1	0	0

Πιν. 8: Confusion Matrix του 3°υ μοντέλου

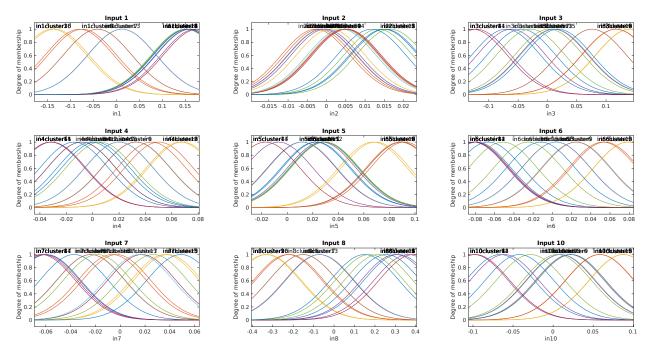
Class → ↓ Metric	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
OA					0.	1328 (13.28	%)				
PA	0.124	0	0.35	0.303	0.19	0.117	0.14	0.063	0.216	0	0	0
UA	0.982	0	0.018	0.056	0.127	0.171	0.062	0.067	0.567	0	0	0
K		0.0583 (5.83 %)										

Πιν. 9: Μετρικές Απόδοσης του 3ου μοντέλου

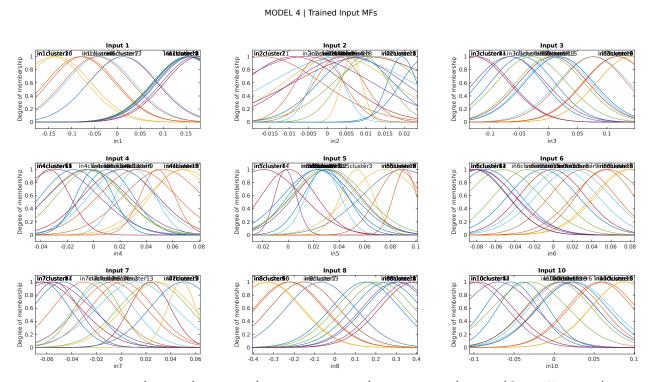
Από τα παραπάνω φαίνεται ότι αν και το 3° μοντέλο αποδίδει καλύτερα από τα προηγούμενα δύο, ούτε το 3° μοντέλο αποδίδει καλά στην ταξινόμηση των σημείων του δοθέντου test set με μόλις 13.28% Overall Accuracy. Εδώ παρατηρούμε ότι το μοντέλο αναγνωρίζει καλύτερα τις κλάσεις 7 και 9, κάτι που πιθανώς να οφείλεται στο ότι νέα clusters δημιουργήθηκαν γύρω από data points αυτών των κλάσεων και έτσι το ασαφές μοντέλο κάλυπτε πιο λεπτομερώς τη περιοχή εκείνη (στον 10-διάστατο χώρο).

1.4.4 Model 4: 16 fuzzy rules

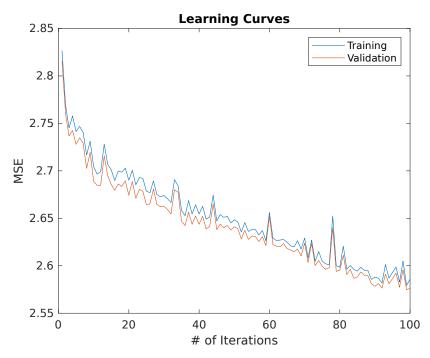
Αρχικά, παρατίθενται οι αρχικές και τελικές μορφές των ΣΜ για τις ασαφείς τιμές των ασαφών μεταβλητών εισόδου των κανόνων του 4° ΤSK μοντέλου που αναπτύχθηκε:



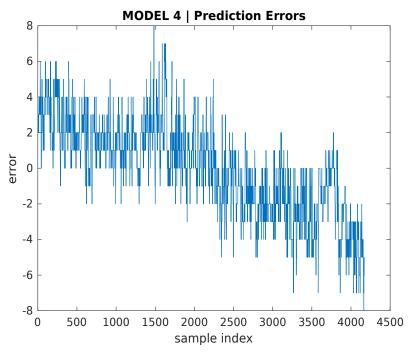
Εικ. 19: Αρχική μορφή συναρτήσεων συμμετοχής μεταβλητών εισόδου 4° μοντέλου



Εικ. 20: Τελική μορφή συναρτήσεων συμμετοχής μεταβλητών εισόδου 4° μοντέλου



Εικ. 21: Καμπύλες μάθησης 4°υ μοντέλου



Εικ. 22: Σφάλματα πρόβλεψης κατά την εφαρμογή του 4°° μοντέλου στο test set

Pred. → ↓ Actual	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
C ₁	291	377	453	286	188	85	28	5	1	0	0	0
C ₂	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C ₃	0	2	8	20	10	0	0	0	0	0	0	0
C ₄	0	3	12	37	35	20	20	7	8	0	0	0
C ₅	2	7	42	82	90	96	67	24	26	2	0	0
C ₆	13	37	156	218	149	127	54	20	10	0	0	0
C ₇	2	7	44	24	43	32	22	5	0	0	0	0
C ₈	0	5	24	30	44	38	28	38	0	0	0	0
C ₉	0	1	3	14	23	47	63	71	81	28	3	0
C ₁₀	0	0	0	2	10	6	0	0	0	0	0	0
C ₁₁	0	0	0	6	12	31	65	52	34	8	0	0
C ₁₂	0	0	0	2	14	24	25	20	16	6	0	0

Πιν. 10: Confusion Matrix του 4°υ μοντέλου

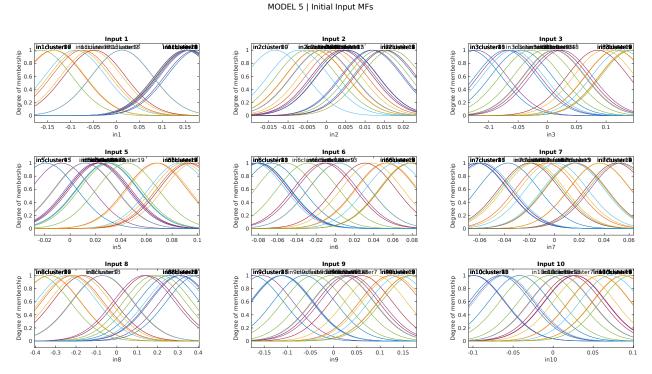
Class → ↓ Metric	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
OA					0.	1663 (16.63	%)				
PA	0.17	0	0.2	0.261	0.206	0.162	0.123	0.184	0.243	0	0	0
UA	0.945	0	0.011	0.051	0.146	0.251	0.059	0.157	0.46	0	0	NaN
K		0.0874 (8.74 %)										

Πιν. 11: Μετρικές Απόδοσης του 4° μοντέλου

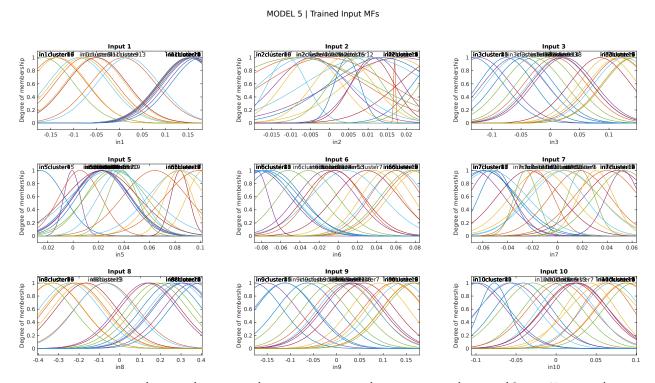
Από τα παραπάνω φαίνεται ότι το 4ο μοντέλο αποδίδει καλύτερα από προηγούμενα τρία. Παρατηρείται μια μικρή αύξηση στην αποδοτικότητα εύρεσης σχεδόν όλων των κλάσεων πλην των 10 και μετά. Γενικά μπορούμε με ασφάλεια να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι για το συγκεκριμένο dataset η αύξηση του αριθμού clusters / ασαφών κανόνων του μοντέλου οδηγεί σε αύξηση Overall Accuracy του μοντέλου καθώς τα πιο απομακρυσμένα σημεία του χώρου εκπαίδευσης τείνουν να μπουν σε δικά τους clusters και άρα το μοντέλο μπορεί καλύτερα να προβλέψει την κλάση ενός νέου δείγματος.

1.4.5 Model 5: 20 fuzzy rules

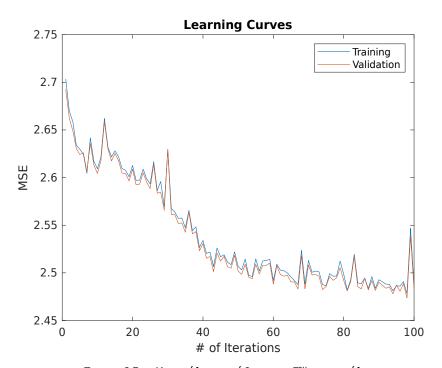
Αρχικά, παρατίθενται οι αρχικές και τελικές μορφές των ΣΜ για τις ασαφείς τιμές των ασαφών μεταβλητών εισόδου των κανόνων του 5° ΤSK μοντέλου που αναπτύχθηκε:



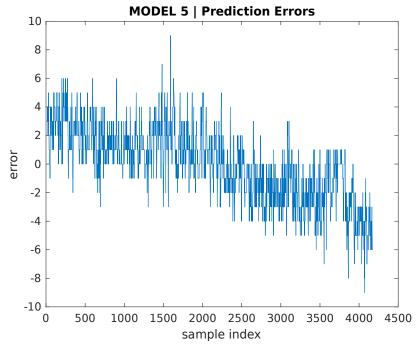
Εικ. 23: Αρχική μορφή συναρτήσεων συμμετοχής μεταβλητών εισόδου 5ου μοντέλου



Εικ. 24: Τελική μορφή συναρτήσεων συμμετοχής μεταβλητών εισόδου 5ου μοντέλου



Εικ. 25: Καμπύλες μάθησης 5° μοντέλου



Εικ. 26: Σφάλματα πρόβλεψης κατά την εφαρμογή του $5^{\circ\circ}$ μοντέλου στο test set

Pred. → ↓ Actual	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
C ₁	371	402	359	309	177	73	20	1	1	1	0	0
C ₂	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C ₃	0	3	13	9	8	7	0	0	0	0	0	0
C ₄	0	2	8	39	44	15	23	3	8	0	0	0
C ₅	0	7	30	84	99	98	72	23	13	12	0	0
C ₆	7	43	141	196	166	141	52	26	11	1	0	0
C ₇	0	7	38	36	41	28	22	7	0	0	0	0
C ₈	0	1	19	27	43	53	39	21	4	0	0	0
C ₉	0	1	2	10	20	41	61	55	93	51	0	0
C ₁₀	0	0	0	4	6	2	6	0	0	0	0	0
C ₁₁	0	0	2	5	10	46	54	43	28	16	4	0
C ₁₂	0	0	1	5	4	14	32	27	14	8	2	0

Πιν. 12: Confusion Matrix του 5^{ου} μοντέλου

Class → ↓ Metric	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
0A	0.1929 (19.29 %)											
PA	0.217	1	0.325	0.275	0.226	0.18	0.123	0.101	0.278	0	0.019	0
UA	0.982	0.004	0.021	0.054	0.16	0.272	0.058	0.102	0.541	0	0.667	NaN
к	0.1099 (10.99 %)											

Πιν. 13: Μετρικές Απόδοσης του 5ου μοντέλου

Μια πρώτη ανάλυση:

Όπως ήταν αναμενόμενο το 5ο μοντέλο, έχοντας τους περισσότερους ασαφείς κανόνες σε σχέση με τα προηγούμενα τέσσερα, πετυχαίνει καλύτερη Overall Accuracy στο test set. Η απόδοση του μοντέλου όμως και πάλι δεν είναι ικανοποιητική καθώς είναι λίγο μικρότερη από 20%. Παρακάτω παραθέτονται μερικά συμπερασματικά σχόλια για το πρώτο μέρος της τέταρτης εργασίας.

Συμπερασματική ανάλυση:

μπλα μπλα μπλα...