Musterlösung Aufgabenblatt 11

SS 13
Semantik

Aufgabe 1 Die denotationelle Semantik der repeat-until-Schleife:

$$\mathcal{C}[\![\underline{\text{repeat}}\ C\ \underline{\text{until}}\ B]\!] = \mathcal{C}[\![C]\!] \star \mathcal{B}[\![B]\!] \star \lambda b.\ \underline{\text{cond}}\langle \lambda z.z,\ \mathcal{C}[\![\underline{\text{repeat}}\ C\ \underline{\text{until}}\ B]\!]\rangle b$$

Alternativ kann man sich auf die Semantik der while-Schleife beziehen:

$$\mathcal{C}[\![\underline{\text{repeat}}\ C\ \underline{\text{until}}\ B]\!] = \mathcal{C}[\![C;\ \underline{\text{while}}\ \underline{\text{not}}\ B\ \underline{\text{do}}\ C]\!].$$

Aufgabe 2 Folgendes WHILE-Programm berechnet den ganzzahligen Anteil des Quotienten zweier ganzen Zahlen:

$C = \underline{\text{output}}\ (\underline{\text{read}} \div \underline{\text{read}})$

Wir führen zunächst einige Nebenrechnungen durch:

Nebenrechnungen

1. $\mathcal{T}[\![\underline{\text{read}}]\!]\langle s_0, \langle 3,2\rangle, \varepsilon\rangle$

$= \langle 3, \langle s_0, \langle 2\rangle, \varepsilon\rangle\rangle$ nach Def. von $\mathcal{T}$.

2. $\mathcal{T}[\![\underline{\text{read}}]\!]\langle s_0, \langle 2\rangle, \varepsilon\rangle = \langle 2, \langle s_0, \varepsilon, \varepsilon\rangle\rangle$ nach Def. $\mathcal{T}$

3. $\mathcal{T}[\![\underline{\text{read}} \div \underline{\text{read}}]\!]\langle s_0, \langle 3,2\rangle, \varepsilon\rangle$

$= (\lambda n_1 . \mathcal{T}[\![\underline{\text{read}}]\!] \star \lambda n_2 z. \langle n_1 \div n_2, z\rangle)\ 3\ \langle s_0, \langle 2\rangle, \varepsilon\rangle$ Def. $\star$ und NR 1

$= (\mathcal{T}[\![\underline{\text{read}}]\!] \star \lambda n_2 z. \langle 3 \div n_2, z\rangle)\langle s_0, \langle 2\rangle, \varepsilon\rangle$ β-Reduktion

$= (\lambda n_2 z. \langle 3 \div n_2, z\rangle)\ 2\ \langle s_0, \varepsilon, \varepsilon\rangle\rangle$ Def. $\star$ und NR 2

$= \langle 3 \div 2, \langle s_0, \varepsilon, \varepsilon\rangle$ β-Reduktion

$= \langle 1, \langle s_0, \varepsilon, \varepsilon\rangle\rangle$ Def. von $\div$

4. $\mathcal{C}[\![C]\!]\langle s_0, \langle 3,2\rangle, \varepsilon\rangle$

$= \mathcal{T}[\![\underline{\text{read}} \div \underline{\text{read}}]\!] \star \lambda n (s,e,a). \langle s, e, a.n\rangle$

$= (\lambda n (s,e,a). \langle s, e, a.n\rangle)\ 1\ \langle s_0, \varepsilon, \varepsilon\rangle$ Def. $\star$ und NR 3

$= \langle s_0, \varepsilon, \langle 1\rangle\rangle$ β-Reduktion

Nun gilt $\mathcal{P}[\![C]\!]\langle 3,2\rangle$

$= (\mathcal{C}[\![C]\!] \star \pi_3)\langle s_0, \langle 3,2\rangle, \varepsilon\rangle$ Def. von $\mathcal{P}$

$= \pi_3\ \langle s_0, \varepsilon, \langle 1\rangle\rangle$ Def. von $\star$ und NR 4

$= \langle 1\rangle$

$\boxtimes$

Aufgabe 3)

- Syntax der for-Schleife:

  for $I := T_1$ **to** T_2 **do** C

- Informelle Semantik:

  Führe $I := T_1;$
  $n := T_2;$
  while $I <= n$ **do**
  $C;\ I := I+1$

  aus.

- Denotationelle Semantik

  Sei $N \in ID$ eine Variable, die in der for-Schleife nicht vorkommt, dann können wir die denotationelle Semantik der for-Schleife auf die Semantik der while-Schleife zurückführen.

  $$\mathcal{C}[\![\text{for } I := T_1 \text{ to } T_2 \text{ do } C]\!]$$
  $$= \mathcal{C}[\![I := T_1, N := T_2; \text{ while } I \leq N \text{ do } (C; I := I+1)]\!]$$