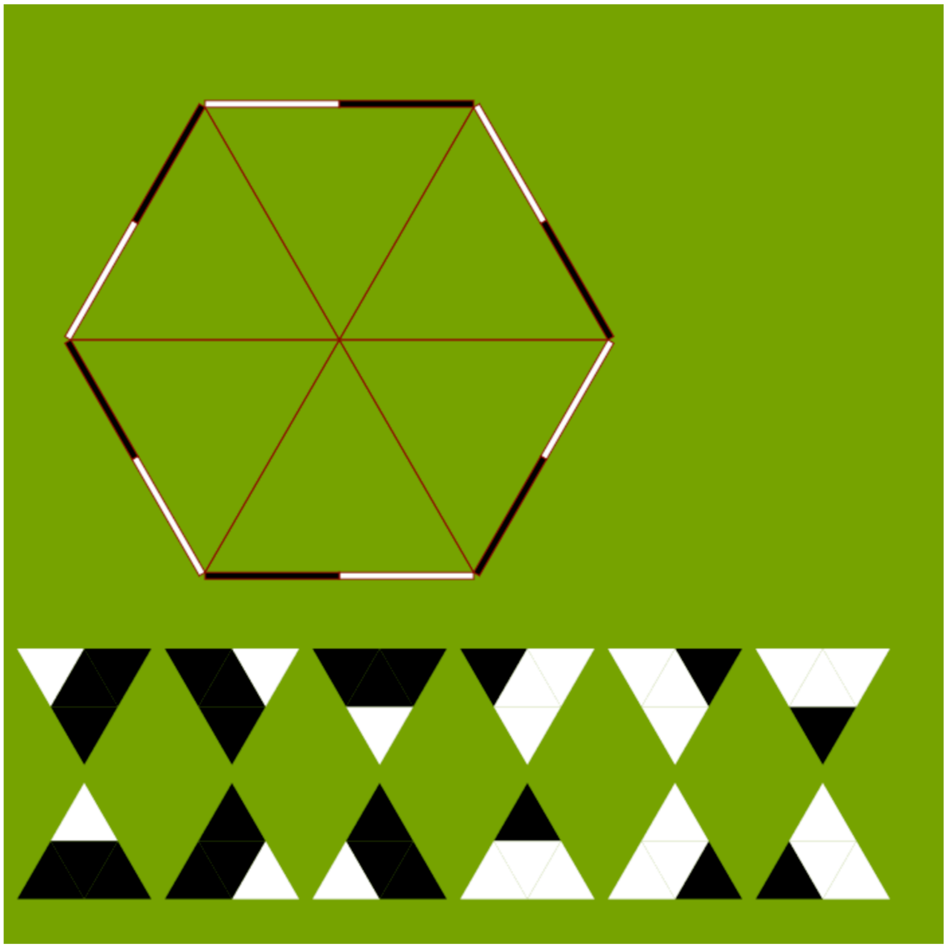
以下の盤面を状態とした状態遷移系を考えます.

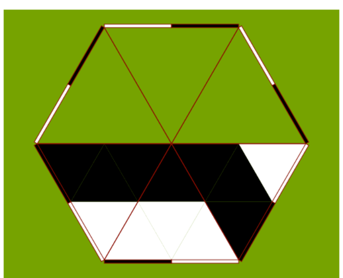
六角形の盤面は三角形 6 つに区切られていて, 盤面の外周の各辺は白黒 2 色に塗り分けられています. この塗り分けをポートと呼びます.

この盤面の各三角形にパネルをはめてゆきます. 各パネルは小三角形 4 つからなり, 頂点を含む小三角形 1 つと, その他の 3 つは色が違います.

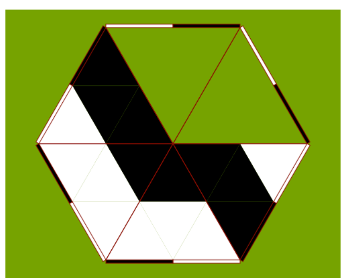
- 初期状態：空盤面
- 状態遷移：盤面の空三角形のどれか 1 つに, 任意のパネルをはめる
- 終了判定：
    - 一つのポートから, そのポートが乗っている盤面外周辺と **隣り合っていない** 他の外周辺の同色のポートへ, 「道」ができたら終了
    - 空三角形が無ければ終了

◦ There is no remaining empty triangle on the board.

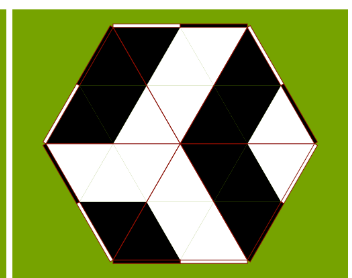




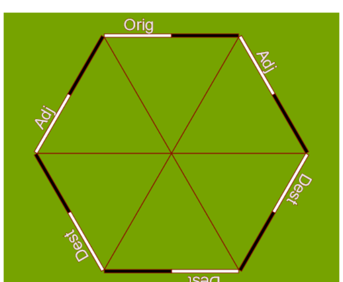
Black path



Black and white paths



No path



Seen from 'Orig', 'Adj's are Adjacent, and paths to one of 'Dest's are valid.

問 1

この状態遷移系を形式化して下さい

Formalize this system.

問 2

可能な終了状態の盤面数を以下の三つに分類して計算し, それが正しいことを証明して下さい.

1. 道ができていない盤面数
2. 白ポートから白ポートへの道のみ, あるいは黒ポートから黒ポートへの道のみができている盤面数
3. 白から白, 黒から黒, 両方の道ができている盤面数

Classify the final states of the board into the following three, and count the number of each. Also verify the correctness of the counting.

1. Those with no path
2. Those with either only black paths or only white paths
3. Those with both black and white paths

問 3

この状態遷移系を白黒ふたりのプレイヤーによるゲームとみなすことにします. 各プレイヤーは交互にパネルを置いてゆき, 白の道のみができたら白の勝ち, 黒の道のみができたら黒の勝ち, それ以外は引き分けです.

このゲームに必勝法は存在するでしょうか？

Regard this system as a game played by black and white, each player taking turns placing tiles. When a final state is reached with paths of only one color, the corresponding player wins. Otherwise the game ends in a draw.

Prove or disprove the existence of a winning strategy in this game.