

第11回TPP (Theorem Proving and Provers) 研究集会

TPPmark11

命題論理式の標準形を定義し、それがいわゆる正規形とよぶに十分な要求を満たしていることを証明するのが今回の問題です。

問題

1. 命題論理式の全体が作る集合(あるいは型)を定義してください。
2. 二つの命題論理式が同値である、という関係を定義してください。
3. 命題論理式をもらって命題論理式を返す関数 nf を定義してください。ただし nf は以下を満足するものとします。
 - 3.1. P を任意の命題論理式とすると P と $nf(P)$ は同値である。
 - 3.2. P と Q が同値であれば、 $nf(P)$ と $nf(Q)$ は形が全く等しい命題論理式である。
4. 3.1と3.2を証明してください。

出題の意図 なんだ、こんな出題のしかたでは証明の対象が曖昧じゃないか、と思われたかもしれませんが、今回は証明そのものだけでなく、論理式や真偽値をどう定義するか、どんな関数をどう定義するか、などの問題の定式化(オントロジーの設定)のしかたも比較しあいたいと考えました。命題論理式の標準形に関する非形式的な議論については、大なり小なり共通の理解があると思いますが、具体的な議論としてどのように定式化し、形式化するかについては、いろいろなやり方があるでしょう。使用する定理証明系やそのライブラリが定式化のしかたに影響を与えるかもしれません。形式的証明だけでなく、その定式化のしかたも含めて比べあってみましょう。

例えば以下の点で定式化や証明のdesign decisionが必要になると考えられます。

- 命題変数を無数に用意するのか、あるいは、ある自然数 n について、 n 個の変数を用意することとして、議論全体を n についてパラメータ化するか。
- 同値関係や nf の計算を論理式を書換えだけで構文的に定義するか、意味論的对象導入するか(NBEなど)。
- nf の定義。積和標準形か、和積標準形か、その他か。