

Tabla de Integrales y Derivadas

Raul Marusca

Índice general

1. Derivadas	4
1.1. Definición de derivada	4
1.2. Generalidades	4
1.3. Derivadas de funciones trigonométricas	5
1.4. Derivadas de funciones trigonométricas inversas	5
1.5. Derivadas de funciones logarítmicas y exponenciales	6
1.6. Derivadas de funciones hiperbólicas	6
1.7. Derivadas de funciones hiperbólicas inversas	6
2. Integrales Indefinidas	7
2.1. Propiedades y Generalidades	8
2.2. Algunas soluciones importantes	8
2.3. Integrales que contienen $ax + b$	8
2.4. Integrales que contienen $\sqrt{ax + b}$	8
2.5. Integrales que contienen $ax + b$ y $px + q$	8
2.6. Integrales que contienen $\sqrt{ax + b}$ y $px + q$	8
2.7. Integrales que contienen $\sqrt{ax + b}$ y $\sqrt{px + q}$	8
2.8. Integrales que contienen $x^2 + a^2$	8
2.9. Integrales que contienen $x^2 - a^2$, para $x^2 \geq a^2$	8
2.10. Integrales que contienen $a^2 + x^2$	8
2.11. Integrales que contienen $\sqrt{x^2 + a^2}$	8
2.12. Integrales que contienen $\sqrt{x^2 - a^2}$	8
2.13. Integrales que contienen $\sqrt{a^2 - x^2}$	8
2.14. Integrales que contienen $ax^2 + bx + c$	8
2.15. Integrales que contienen $\sqrt{ax^2 + bx + c}$	8
2.16. Integrales que contienen $x^3 + a^3$	8
2.17. Integrales que contienen $x^4 + a^4$	8
2.18. Integrales que contienen $x^4 - a^4$	8
2.19. Integrales que contienen $x^n \pm a^n$	8
2.20. Integrales que contienen $\sin ax$	8
2.21. Integrales que contienen $\cos ax$	8
2.22. Integrales que contienen $\sin ax$ y $\cos ax$	8
2.23. Integrales que contienen $\tan ax$	8
2.24. Integrales que contienen $\cot ax$	8
2.25. Integrales que contienen $\sec ax$	8
2.26. Integrales que contienen $\csc ax$	8
2.27. Integrales que contienen funciones trigonométricas inversas	8
2.27.1. \arcsin	8
2.27.2. \arccos	8
2.27.3. \arctan	8
2.27.4. arccot	8
2.27.5. arccsc	8
2.28. Integrales que contienen $\ln ax$	8
2.29. Integrales que contienen e^{nx}	8

2.30. Integrales que contienen $\sinh ax$	8
2.31. Integrales que contienen $\cosh ax$	8
2.32. Integrales que contienen $\sinh ax$ y $\cosh ax$	8
2.33. Integrales que contienen $\tanh ax$	8
2.34. Integrales que contienen $\coth ax$	8
2.35. Integrales que contienen $\operatorname{csch} ax$	8
2.36. Integrales que contienen funciones hiperbólicas inversas	8
2.36.1. $\operatorname{argsenh}$	8
2.36.2. $\operatorname{argcosh}$	8
2.36.3. $\operatorname{argtanh}$	8
2.36.4. $\operatorname{argcoth}$	8
2.36.5. $\operatorname{argsech}$	8
2.36.6. $\operatorname{argcsch}$	8
3. Integrales Definidas	9
3.1. Definición	9
3.2. Soluciones para integrales impropias	9
3.3. Algunas propiedades	9
3.4. Integrales definidas que contienen funciones trigonométricas	9
3.5. Integrales definidas que contienen funciones exponenciales	9
3.6. Integrales definidas que contienen funciones logarítmicas	9
3.7. Integrales definidas que contienen funciones hiperbólicas	9
3.8. Integrales definidas que contienen funciones racionales e irracionales	9
4. Apéndice	10
4.1. Constantes notables	10

Capítulo 1

Derivadas

1.1. Definición de derivada

La derivada de una función de x respecto de la variable x , si existe, es igual al límite del cociente incremental. El cociente incremental se determina evaluando el valor de la función en un punto mas un diferencial y restando el valor que toma la función en ese punto.

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

1.2. Generalidades

Derivada de una constante

$$\frac{d}{dx}(c) = 0 \quad (1.1)$$

Derivada de la constante por la variable

$$\frac{d}{dx}(cx) = c \quad (1.2)$$

Derivada de la variable a una potencia

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1} \quad (1.3)$$

Derivada de una constante por la variable a una potencia

$$\frac{d}{dx}(cx^n) = ncx^{n-1} \quad (1.4)$$

Derivada de la suma de funciones de x
(u, v, w son funciones de x)

$$\frac{d}{dx}(u \pm v \pm w \pm \dots) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx} \pm \frac{dw}{dx} \pm \dots \quad (1.5)$$

Derivada de la constante por una función de x

$$\frac{d}{dx}(cu) = c \frac{du}{dx} \quad (1.6)$$

Derivada del producto de dos funciones de x

$$\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx} \quad (1.7)$$

Derivada del producto de múltiples funciones de x

$$\frac{d}{dx}(uvw) = uv \frac{dw}{dx} + uw \frac{dv}{dx} + vw \frac{du}{dx} \quad (1.8)$$

Derivada del cociente de dos funciones de x

$$\frac{d}{dx} \frac{u}{v} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2} \quad (1.9)$$

Regla de la cadena

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx} \quad (1.10)$$

Derivada de función elevada a una potencia (Regla de la cadena)

$$\frac{d}{dx}(u^n) = nu^{n-1} \frac{du}{dx} \quad (1.11)$$

Relación inversa de diferenciales

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{du}} \quad (1.12)$$

Regla para simplificar diferenciales (variable intermedia)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{du}}{\frac{dx}{du}} \quad (1.13)$$

1.3. Derivadas de funciones trigonométricas

Derivada del seno

$$\frac{d}{dx} \sin u = \cos u \frac{du}{dx} \quad (1.14)$$

Derivada del coseno

$$\frac{d}{dx} \cos u = -\sin u \frac{du}{dx} \quad (1.15)$$

Derivada de la tangente

$$\frac{d}{dx} \tan u = \sec^2 u \frac{du}{dx} \quad (1.16)$$

Derivada de la cotangente

$$\frac{d}{dx} \cot u = -\csc^2 u \frac{du}{dx} \quad (1.17)$$

Derivada de la secante

$$\frac{d}{dx} \sec u = \sec u \tan u \frac{du}{dx} \quad (1.18)$$

Derivada de la cosecante

$$\frac{d}{dx} \csc u = -\csc u \cot u \frac{du}{dx} \quad (1.19)$$

1.4. Derivadas de funciones trigonométricas inversas

Derivada del arcoseno

$$\frac{d}{du} \arcsin u = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx} \quad -\frac{\pi}{2} < \arcsin u < \frac{\pi}{2} \quad (1.20)$$

Derivada del arcocoseno

$$\frac{d}{du} \arccos u = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx} \quad 0 < \arccos u < \pi \quad (1.21)$$

Derivada del arcotangente

$$\frac{d}{du} \arctan u = \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx} \quad -\frac{\pi}{2} < \arctan u < \frac{\pi}{2} \quad (1.22)$$

Derivada del arcocotangente

$$\frac{d}{du} \operatorname{arccot} u = -\frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx} \quad 0 < \operatorname{arccot} u < \pi \quad (1.23)$$

Derivada del arcosecante

$$\frac{d}{du} \operatorname{arcsec} u = \pm \frac{1}{u\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx} \quad \begin{cases} + Si & 0 < \operatorname{arcsec} u < \frac{\pi}{2} \\ - Si & \frac{\pi}{2} < \operatorname{arcsec} u < \pi \end{cases} \quad (1.24)$$

Derivada del arco cosecante

$$\frac{d}{du} \operatorname{arccsc} u = \mp \frac{1}{u\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx} \quad \begin{cases} - Si & 0 < \operatorname{arccsc} u < \frac{\pi}{2} \\ + Si & -\frac{\pi}{2} < \operatorname{arccsc} u < 0 \end{cases} \quad (1.25)$$

1.5. Derivadas de funciones logarítmicas y exponenciales

Derivada del logaritmo en base a de una función de x

$$\frac{d}{dx} \log_a u = \frac{\log_a}{u} \frac{du}{dx} \quad (1.26)$$

Derivada del logaritmo natural de una función de x

$$\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx} \quad (1.27)$$

Derivada la base elevada a una función de x

$$\frac{d}{dx} a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx} \quad (1.28)$$

Derivada la base e elevada a una función de x

$$\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx} \quad (1.29)$$

Derivada de una función de x elevada a otra función de x

$$\frac{d}{dx} u^v = \frac{d}{dx} e^{v \ln u} = e^{v \ln u} \frac{d}{dx} (v \ln u) = v u^{v-1} \frac{du}{dx} + u^v \ln u \frac{dv}{dx} \quad (1.30)$$

1.6. Derivadas de funciones hiperbólicas

1.7. Derivadas de funciones hiperbólicas inversas

Capítulo 2

Integrales Indefinidas

- 2.1. Propiedades y Generalidades
- 2.2. Algunas soluciones importantes
- 2.3. Integrales que contienen $ax + b$
- 2.4. Integrales que contienen $\sqrt{ax + b}$
- 2.5. Integrales que contienen $ax + b$ y $px + q$
- 2.6. Integrales que contienen $\sqrt{ax + b}$ y $px + q$
- 2.7. Integrales que contienen $\sqrt{ax + b}$ y $\sqrt{px + q}$
- 2.8. Integrales que contienen $x^2 + a^2$
- 2.9. Integrales que contienen $x^2 - a^2$, para $x^2 \geq a^2$
- 2.10. Integrales que contienen $a^2 + x^2$
- 2.11. Integrales que contienen $\sqrt{x^2 + a^2}$
- 2.12. Integrales que contienen $\sqrt{x^2 - a^2}$
- 2.13. Integrales que contienen $\sqrt{a^2 - x^2}$
- 2.14. Integrales que contienen $ax^2 + bx + c$
- 2.15. Integrales que contienen $\sqrt{ax^2 + bx + c}$
- 2.16. Integrales que contienen $x^3 + a^3$
- 2.17. Integrales que contienen $x^4 + a^4$
- 2.18. Integrales que contienen $x^4 - a^4$
- 2.19. Integrales que contienen $x^n \pm a^n$
- 2.20. Integrales que contienen $\sin ax$
- 2.21. Integrales que contienen $\cos ax$
- 2.22. Integrales que contienen $\sin ax \pm \cos ax$

Capítulo 3

Integrales Definidas

- 3.1. Definición
- 3.2. Soluciones para integrales impropias
- 3.3. Algunas propiedades
- 3.4. Integrales definidas que contienen funciones trigonométricas
- 3.5. Integrales definidas que contienen funciones exponenciales
- 3.6. Integrales definidas que contienen funciones logarítmicas
- 3.7. Integrales definidas que contienen funciones hiperbólicas
- 3.8. Integrales definidas que contienen funciones racionales e irracionales

Capítulo 4

Apéndice

4.1. Constantes notables