

# Tabla de Integrales y Derivadas

Raul Marusca

# Índice general

<b>1. Derivadas</b>	<b>4</b>
1.1. Definición de derivada . . . . .	4
1.2. Generalidades . . . . .	4
1.3. Derivadas de funciones trigonométricas . . . . .	5
1.4. Derivadas de funciones trigonométricas inversas . . . . .	5
1.5. Derivadas de funciones logarítmicas y exponenciales . . . . .	6
1.6. Derivadas de funciones hiperbólicas . . . . .	6
1.7. Derivadas de funciones hiperbólicas inversas . . . . .	7
<b>2. Integrales Indefinidas</b>	<b>8</b>
2.1. Propiedades y Generalidades . . . . .	9
2.2. Algunas soluciones importantes . . . . .	9
2.3. Integrales que contienen $ax + b$ . . . . .	9
2.4. Integrales que contienen $\sqrt{ax + b}$ . . . . .	9
2.5. Integrales que contienen $ax + b$ y $px + q$ . . . . .	9
2.6. Integrales que contienen $\sqrt{ax + b}$ y $px + q$ . . . . .	9
2.7. Integrales que contienen $\sqrt{ax + b}$ y $\sqrt{px + q}$ . . . . .	9
2.8. Integrales que contienen $x^2 + a^2$ . . . . .	9
2.9. Integrales que contienen $x^2 - a^2$ , para $x^2 \geq a^2$ . . . . .	9
2.10. Integrales que contienen $a^2 + x^2$ . . . . .	9
2.11. Integrales que contienen $\sqrt{x^2 + a^2}$ . . . . .	9
2.12. Integrales que contienen $\sqrt{x^2 - a^2}$ . . . . .	9
2.13. Integrales que contienen $\sqrt{a^2 - x^2}$ . . . . .	9
2.14. Integrales que contienen $ax^2 + bx + c$ . . . . .	9
2.15. Integrales que contienen $\sqrt{ax^2 + bx + c}$ . . . . .	9
2.16. Integrales que contienen $x^3 + a^3$ . . . . .	9
2.17. Integrales que contienen $x^4 + a^4$ . . . . .	9
2.18. Integrales que contienen $x^4 - a^4$ . . . . .	9
2.19. Integrales que contienen $x^n \pm a^n$ . . . . .	9
2.20. Integrales que contienen $\sin ax$ . . . . .	9
2.21. Integrales que contienen $\cos ax$ . . . . .	9
2.22. Integrales que contienen $\sin ax$ y $\cos ax$ . . . . .	9
2.23. Integrales que contienen $\tan ax$ . . . . .	9
2.24. Integrales que contienen $\cot ax$ . . . . .	9
2.25. Integrales que contienen $\sec ax$ . . . . .	9
2.26. Integrales que contienen $\csc ax$ . . . . .	9
2.27. Integrales que contienen funciones trigonométricas inversas . . . . .	9
2.27.1. $\arcsin$ . . . . .	9
2.27.2. $\arccos$ . . . . .	9
2.27.3. $\arctan$ . . . . .	9
2.27.4. $\operatorname{arccot}$ . . . . .	9
2.27.5. $\operatorname{arccsc}$ . . . . .	9
2.28. Integrales que contienen $\ln ax$ . . . . .	9
2.29. Integrales que contienen $e^{nx}$ . . . . .	9

2.30. Integrales que contienen $\sinh ax$ . . . . .	9
2.31. Integrales que contienen $\cosh ax$ . . . . .	9
2.32. Integrales que contienen $\sinh ax$ y $\cosh ax$ . . . . .	9
2.33. Integrales que contienen $\tanh ax$ . . . . .	9
2.34. Integrales que contienen $\coth ax$ . . . . .	9
2.35. Integrales que contienen $\operatorname{csch} ax$ . . . . .	9
2.36. Integrales que contienen funciones hiperbólicas inversas . . . . .	9
2.36.1. $\operatorname{argcosh}$ . . . . .	9
2.36.2. $\operatorname{argtanh}$ . . . . .	9
2.36.3. $\operatorname{argcoth}$ . . . . .	9
2.36.4. $\operatorname{argsech}$ . . . . .	9
2.36.5. $\operatorname{argcsch}$ . . . . .	9
<b>3. Integrales Definidas</b> . . . . .	<b>10</b>
3.1. Definición . . . . .	10
3.2. Soluciones para integrales impropias . . . . .	10
3.3. Algunas propiedades . . . . .	10
3.4. Integrales definidas que contienen funciones trigonométricas . . . . .	10
3.5. Integrales definidas que contienen funciones exponenciales . . . . .	10
3.6. Integrales definidas que contienen funciones logarítmicas . . . . .	10
3.7. Integrales definidas que contienen funciones hiperbólicas . . . . .	10
3.8. Integrales definidas que contienen funciones racionales e irracionales . . . . .	10
<b>4. Apéndice</b> . . . . .	<b>11</b>
4.1. Constantes notables . . . . .	11

# Capítulo 1

## Derivadas

### 1.1. Definición de derivada

La derivada de una función de  $x$  respecto de la variable  $x$ , si existe, es igual al límite del cociente incremental. El cociente incremental se determina evaluando el valor de la función en un punto mas un diferencial y restando el valor que toma la función en ese punto.

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

### 1.2. Generalidades

Derivada de una constante

$$\frac{d}{dx}(c) = 0 \quad (1.1)$$

Derivada de la constante por la variable

$$\frac{d}{dx}(cx) = c \quad (1.2)$$

Derivada de la variable a una potencia

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1} \quad (1.3)$$

Derivada de una constante por la variable a una potencia

$$\frac{d}{dx}(cx^n) = ncx^{n-1} \quad (1.4)$$

Derivada de la suma de funciones de  $x$

( $u, v, w$  son funciones de  $x$ )

$$\frac{d}{dx}(u \pm v \pm w \pm \dots) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx} \pm \frac{dw}{dx} \pm \dots \quad (1.5)$$

Derivada de la constante por una función de  $x$

$$\frac{d}{dx}(cu) = c \frac{du}{dx} \quad (1.6)$$

Derivada del producto de dos funciones de  $x$

$$\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx} \quad (1.7)$$

Derivada del producto de múltiples funciones de  $x$

$$\frac{d}{dx}(uvw) = uv \frac{dw}{dx} + uw \frac{dv}{dx} + vw \frac{du}{dx} \quad (1.8)$$

Derivada del cociente de dos funciones de x

$$\frac{d}{dx} \frac{u}{v} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2} \quad (1.9)$$

Regla de la cadena

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx} \quad (1.10)$$

Derivada de función elevada a una potencia (Regla de la cadena)

$$\frac{d}{dx}(u^n) = nu^{n-1} \frac{du}{dx} \quad (1.11)$$

Relación inversa de diferenciales

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{du}} \quad (1.12)$$

Regla para simplificar diferenciales (variable intermedia)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{du}}{\frac{dx}{du}} \quad (1.13)$$

### 1.3. Derivadas de funciones trigonométricas

Derivada del seno

$$\frac{d}{dx} \sin u = \cos u \frac{du}{dx} \quad (1.14)$$

Derivada del coseno

$$\frac{d}{dx} \cos u = -\sin u \frac{du}{dx} \quad (1.15)$$

Derivada de la tangente

$$\frac{d}{dx} \tan u = \sec^2 u \frac{du}{dx} \quad (1.16)$$

Derivada de la cotangente

$$\frac{d}{dx} \cot u = -\csc^2 u \frac{du}{dx} \quad (1.17)$$

Derivada de la secante

$$\frac{d}{dx} \sec u = \sec u \tan u \frac{du}{dx} \quad (1.18)$$

Derivada de la cosecante

$$\frac{d}{dx} \csc u = -\csc u \cot u \frac{du}{dx} \quad (1.19)$$

### 1.4. Derivadas de funciones trigonométricas inversas

Derivada del arcoseno

$$\frac{d}{du} \arcsin u = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx} \quad -\frac{\pi}{2} < \arcsin u < \frac{\pi}{2} \quad (1.20)$$

Derivada del arcocoseno

$$\frac{d}{du} \arccos u = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx} \quad 0 < \arccos u < \pi \quad (1.21)$$

Derivada del arcotangente

$$\frac{d}{du} \arctan u = \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx} \quad -\frac{\pi}{2} < \arctan u < \frac{\pi}{2} \quad (1.22)$$

Derivada del arcocotangente

$$\frac{d}{du} \operatorname{arccot} u = -\frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx} \quad 0 < \operatorname{arccot} u < \pi \quad (1.23)$$

Derivada del arcosecante

$$\frac{d}{du} \operatorname{arcsec} u = \pm \frac{1}{u\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx} \quad \begin{cases} + Si & 0 < \operatorname{arcsec} u < \frac{\pi}{2} \\ - Si & \frac{\pi}{2} < \operatorname{arcsec} u < \pi \end{cases} \quad (1.24)$$

Derivada del arccosecante

$$\frac{d}{du} \operatorname{arccsc} u = \mp \frac{1}{u\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx} \quad \begin{cases} - Si & 0 < \operatorname{arccsc} u < \frac{\pi}{2} \\ + Si & -\frac{\pi}{2} < \operatorname{arccsc} u < 0 \end{cases} \quad (1.25)$$

## 1.5. Derivadas de funciones logarítmicas y exponenciales

Derivada del logaritmo en base  $a$  de una función de  $x$

$$\frac{d}{dx} \log_a u = \frac{\log_a}{u} \frac{du}{dx} \quad (1.26)$$

Derivada del logaritmo natural de una función de  $x$

$$\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx} \quad (1.27)$$

Derivada la base elevada a una función de  $x$

$$\frac{d}{dx} a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx} \quad (1.28)$$

Derivada la base  $e$  elevada a una función de  $x$

$$\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx} \quad (1.29)$$

Derivada de una función de  $x$  elevada a otra función de  $x$

$$\frac{d}{dx} u^v = \frac{d}{dx} e^{v \ln u} = e^{v \ln u} \frac{d}{dx} (v \ln u) = v u^{v-1} \frac{du}{dx} + u^v \ln u \frac{dv}{dx} \quad (1.30)$$

## 1.6. Derivadas de funciones hiperbólicas

Derivada del seno hiperbólico

$$\frac{d}{dx} \sinh u = \cosh u \frac{du}{dx} \quad (1.31)$$

Derivada del coseno hiperbólico

$$\frac{d}{dx} \cosh u = -\sinh u \frac{du}{dx} \quad (1.32)$$

Derivada de la tangente hiperbólica

$$\frac{d}{dx} \tanh u = \operatorname{sech}^2 u \frac{du}{dx} \quad (1.33)$$

Derivada de la cotangente hiperbólica

$$\frac{d}{dx} \coth u = -\operatorname{csch}^2 u \frac{du}{dx} \quad (1.34)$$

Derivada de la secante hiperbólica

$$\frac{d}{dx} \operatorname{sech} u = -\operatorname{sech} u \tanh u \frac{du}{dx} \quad (1.35)$$

Derivada de la cosecante hiperbólica

$$\frac{d}{dx} \operatorname{csch} u = -\operatorname{csch} u \coth u \frac{du}{dx} \quad (1.36)$$

## 1.7. Derivadas de funciones hiperbólicas inversas

Derivada del argumento seno hiperbólico

$$\frac{d}{du} \operatorname{argsinh} u = \frac{1}{\sqrt{u^2 + 1}} \frac{du}{dx} \quad (1.37)$$

Derivada del argumento coseno hiperbólico

$$\frac{d}{du} \operatorname{argcosh} u = \pm \frac{1}{\sqrt{u^2 - 1}} \frac{du}{dx} \quad \begin{cases} + Si & \operatorname{argcosh} u > 0, u > 1 \\ - Si & \operatorname{argcosh} u < 0, u > 1 \end{cases} \quad (1.38)$$

Derivada del argumento tangente hiperbólico

$$\frac{d}{du} \operatorname{argtanh} u = \frac{1}{1 - u^2} \frac{du}{dx} \quad -1 < u < 1 \quad (1.39)$$

Derivada del argumento cotangente hiperbólico

$$\frac{d}{du} \operatorname{argcoth} u = \frac{1}{1 - u^2} \frac{du}{dx} \quad u < -1 \cup u > 1 \quad (1.40)$$

Derivada del argumento secante hiperbólico

$$\frac{d}{du} \operatorname{argsech} u = \mp \frac{1}{u\sqrt{1 - u^2}} \frac{du}{dx} \quad \begin{cases} - Si & \operatorname{argsech} u > 0 \text{ y } 0 < u < 1 \\ + Si & \operatorname{argsech} u < 0 \text{ y } 0 < u < 1 \end{cases} \quad (1.41)$$

Derivada del argumento cosecante hiperbólico

$$\frac{d}{du} \operatorname{argcsch} u = \mp \frac{1}{u\sqrt{1 + u^2}} \frac{du}{dx} \quad \begin{cases} - Si & u > 0 \\ + Si & u < 0 \end{cases} \quad (1.42)$$





## Capítulo 2

# Integrales Indefinidas

2.1. Propiedades y Generalidades

2.2. Algunas soluciones importantes

2.3. Integrales que contienen  $ax + b$

2.4. Integrales que contienen  $\sqrt{ax + b}$

2.5. Integrales que contienen  $ax + b$  y  $px + q$

2.6. Integrales que contienen  $\sqrt{ax + b}$  y  $px + q$

2.7. Integrales que contienen  $\sqrt{ax + b}$  y  $\sqrt{px + q}$

2.8. Integrales que contienen  $x^2 + a^2$

2.9. Integrales que contienen  $x^2 - a^2$ , para  $x^2 \geq a^2$

2.10. Integrales que contienen  $a^2 + x^2$

2.11. Integrales que contienen  $\sqrt{x^2 + a^2}$

2.12. Integrales que contienen  $\sqrt{x^2 - a^2}$

2.13. Integrales que contienen  $\sqrt{a^2 - x^2}$

2.14. Integrales que contienen  $ax^2 + bx + c$

2.15. Integrales que contienen  $\sqrt{ax^2 + bx + c}$

2.16. Integrales que contienen  $x^3 + a^3$

2.17. Integrales que contienen  $x^4 + a^4$

2.18. Integrales que contienen  $x^4 - a^4$

2.19. Integrales que contienen  $x^n \pm a^n$

2.20. Integrales que contienen  $\sin ax$

2.21. Integrales que contienen  $\cos ax$

2.22. Integrales que contienen  $\sin ax \pm \cos ax$

## Capítulo 3

# Integrales Definidas

- 3.1. Definición
- 3.2. Soluciones para integrales impropias
- 3.3. Algunas propiedades
- 3.4. Integrales definidas que contienen funciones trigonométricas
- 3.5. Integrales definidas que contienen funciones exponenciales
- 3.6. Integrales definidas que contienen funciones logarítmicas
- 3.7. Integrales definidas que contienen funciones hiperbólicas
- 3.8. Integrales definidas que contienen funciones racionales e irracionales

## Capítulo 4

# Apéndice

### 4.1. Funciones trigonométricas

#### 4.1.1. Interpretación grafica

#### 4.1.2. Relaciones útiles

### 4.2. Funciones hiperbolicas

#### 4.2.1. Interpretación grafica

#### 4.2.2. Relaciones útiles

### 4.3. Constantes notables