Digitalni upravljački algoritmi u biomedicini

Mart 2020

Modifikovani PID regulator

U okviru ovog poglavlja, razmotrićemo transformaciju osnovnog oblika PID regulatora (1)-(3) u formu, koja je podesnija za komercijalnu upotrebu. Ovu novouvedenu formu, nazvaćemo realni PID, a u literaturi se naziva i standardna ISA (engl. *Instrument Society of Arnerica*) forma,

$$\begin{aligned} u(t) &= K(e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(t)d\tau + T_d\frac{de(t)}{dt}) \\ &= K_p e(t) + K_i\int_0^t e(t)d\tau + K_d\frac{de(t)}{dt}) \end{aligned} \tag{1}$$

Odnosno, u kompleksnom domenu

$$U(s) = K(E(s) + \frac{1}{T_i s}E(s) + T_d sE(s)) \ , \tag{2}$$

gde je funkcija prenosa PID regulatora

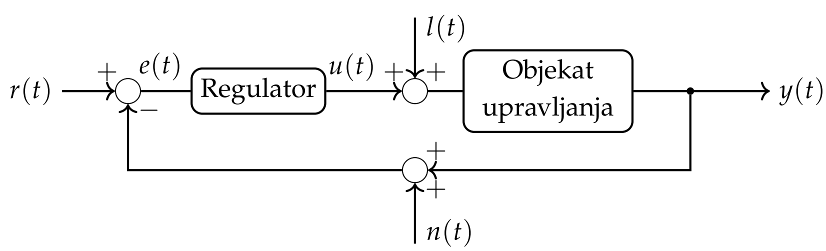
$$PID(s) = K(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s) \ . \tag{3}$$

Modifikacija D dejstva

Čisto diferencijalno D dejstvo nije predmet praktične implementacije i ne koristi se u toj osnovnoj formi, pre svega, jer jako pojačava šum na visokim frekvencijama, odnosno pojačanje je srazmerno vrednosti frekvencije na kojoj se šum nalazi.

Napomena 0.1 *˙Skrenuli smo pažnju, da je kod sistema sa izraženim šumom merenja, po pravilu upotreba PI regulatora očekivana.*

Podsetimo se na osnovno kolo sistema automatskog upravljanja (SAU) prikazano na slici 1,



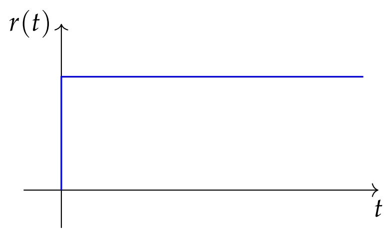
Slika 1: Osnovno kolo SAU-a

gde je sa $r(t)$ obeležena željena (referentna) vrednost, signal greške je $e(t)$, $l(t)$ poremećaj, $u(t)$ upravljanje, $y(t)$ izlaz iz sistema ili odziv i $n(t)$ je šum merenja.

Sa slike 1 je jasno da se signal greške računa po sledećoj formuli $e(t) = r(t) - y(t)$ odnosno da se D dejstvo, izračunava kao

$$D(t) = KT_d \frac{de(t)}{dt} \ . \tag{4}$$

Pod pretpostavkom, da je željena vrednost u formi step signala (Hevisajdove funkcije), odnosno da je $r(t)$ konstantna osim u trenutku uspostavljanja, slika 2,



Slika 2: Step (Hevisajd) signal

lako možemo zaključiti da prvi izvod po referentnoj vrednost ima vrendost nula (osim u trentuku uspostavljanja $t = 0$, kada je on u vidu impulsa, koji nije od značaja za sve $t > 0$), odnosno da izraz (4) postaje

$$D(t) = -KT_d \frac{dy(t)}{dt} \ , \tag{5}$$

što praktično znači da se diferenciranje vrši po sporo promenjivom izlazu, a izbegavaju se nagle promene referentne vrednosti (impulsi).

Izraz dat jednačinom (5), postaje prva modifikacija D dejstva. U slučaju, da se željena vrenost $r(t)$ menja tokom vremena, što bi odgovaralo problemu servo regulacije, ova modifikacija bi imala oblik

$$D(t) = KT_d(\gamma \frac{dr(t)}{dt} - \frac{dy(t)}{dt}) \tag{6}$$

gde parametar γ ima vrednost između 0 i 1. Vrednost, ovog parametra može biti predmet posebnog podešavanja ili je kod komercijalnih proizvođača, u zavisnosti od primene, unapred podešen.

U daljem tekstu, kao prvu modifikaciju (5), bez gubitka na opštosti, smatraćemo centralnom, odnosno smatraćemo da je parametar $\gamma = 0$.

Najznačajnija modifikacija D dejstva je usmerena na potiskivanje šuma merenja, odnosno potiskivanje uticaja šuma merenja na ponašanje sistema i tome je posvećen nastavak ovog paragrafa.

Pretpostavimo da je naš koristan signal, odziv, $y(t)$ „obogaćen” šumom merenja $n(t)$, koji se javlja na visokim učestanostima, ovaj signal šuma modelovaćemo prostoperiodičnim signalom

$$n(t) = a \sin \omega t \ . \tag{7}$$

Kako je napomenuto šum je visokofrekventni signal, što podrazumeva da je ω „veliki broj”

Takav šum (znajući da se radi o linearnim sistemima i da se uticaj svakog ulaza $r(t)$, $l(t)$ i $n(t)$ može nezavisno posmatrati), doprinosi D dejstvu na sledeći način

$$D_n(t) = KT_d \frac{dn(t)}{dt} = KT_d a\omega \cos \omega t \ . \tag{8}$$

Iz izraza (8) jasno je da će amplituda ovako izračunatog D dejstva biti srazmerna učestanosti na kojoj se šum javlja (član ω, koji sada figuriše u amplitudi diferenciranog signala). Odnosno, da će D dejstvo pojačati signal šuma i to srazmerno (visokoj) učestanosti na kojoj se šum nalazi.

Napomena 0.2 *Na osnovu slike 1, vidimo da signali $y(t)$, i $n(t)$ učestvuju u formiranju signala upravljanja na sličan način.*

Da bi bolje razumeli ovaj fenomen i način njegove kompezacije, analiziraćemo Bodeovu karakteristka PD regulatora Za crtanje Bodeovih karakteristika, a iz razloga lakšeg razumevanja i preglednosti, smatraćemo da se u okviru D dejstva diferencira signal greške, a ne koristi se prva modifikacija D dejstva sa diferenciranjem samo po izlazu (5). Smatramo da je objašnjenje lakše i kompaktnije na ovaj način. U konačnoj formi unećemo sve modifikacije, na način kako smo ih uvodili.

Napomena 0.3 *P dejstvo je ubačeno zbog lakšeg prikazivanja dijagrama i poznate činjenice da se D dejstvo ne koristi bez P dejstva u upravljačkom kolu.*

Naime, na osnovu (3) jasno je da funkcija prenosa PD regulatora

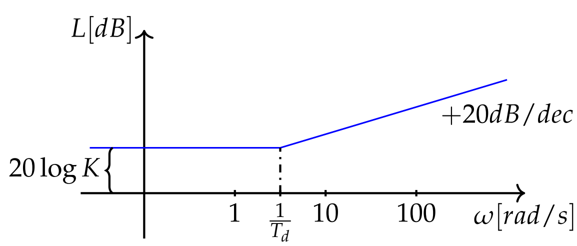
$$PD(s) = K(1 + T_d s) \ , \tag{9}$$

odnosno da se frekventne karakteristike ovog regulatora ($s = j\omega$) izračunavaju na osnovu sledećeg obrasca

$$PD(j\omega) = K(1 + T_d j\omega) \ . \tag{10}$$

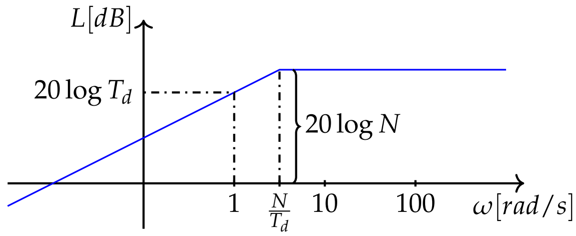
Amplitudska karakteristika, tačnije njeno asimptotsko ponašanje, lako se može skicirati, slika 3.

Napomena 0.4 *Za prikazivanja osobina, koje su nam od interesa, fazna karaktersitika, nije od značaja za našu dalju studiju*



Slika 3: Frekvencijska karakteristika (Bode dijagram) idealnog PD regulatora

Kao što se i sa slike 3 jasno vidi i iz (8), pojačanje raste sa visokim frekvencijama, koje su karakteristične za šum, a time dramatično raste i uticaj ove komponente na ukupno ponašanje sistema. Sa slike 3 je takođe očigledno, da se na D dejstvo ili D kanal u upravljačkom algoritmu, mora ugraditi niskopropusni filtar sa ciljem: da obezbedi D dejstvo na upravljanu veličinu samo u bitnom frekventnom domenu i da smanji (ne i ukine) negativan uticaj D dejstva na šum merenja.



Slika 4: Frekvencijska karakteristika (Bode dijagram) PD regulatora sa filtrom

Dodavanjem niskopropusnog filtra naša karakteristka sa slike 3, dobila bi sledeći oblik

Odnosno, funkcija prenosa PD regulatora, sa niskopropusnim filtrom bi sada izgledala

$$PD(s) = K(1 + \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d s}{N}}) \,, \tag{11}$$

gde je parametar N, kod vremenske konstante niskopropusnog filtra, kod komercijalnih proizvođača regulatora u opsegu $3 - 20$.

Ovaj način predstavljanja konstante niskopropusnog filtra je uobičajan i češće se koristi nego opštiji zapis

$$PD(s) = K(1 + \frac{T_d s}{1 + T_f s}) \,. \tag{12}$$

gde je T_f oznaka za konstantu filtra.

Važno je primetiti, da niskopropusni filtar ne ukida pojačanje šuma, već ga samo ograničava u željenom opsegu. Takođe ja važno napomenuti, da čisto D dejstvo predstavlja nekauzalnu dinamiku i ne može se fizički ostvariti, tako da dodatni niskopropusni filtar, čini kauzalnim i fizički izvodljivim.

Zanimljivo je posmatrati i interpretaciju niskopropusnog filtra u vremenskom domenu. Ako je D dejstvo u svojoj prvoj modifikaciji (sa diferenciranjem izlaza)

$$D(t) = -KT_d \frac{dy(t)}{dt} \tag{13}$$

onda je jednačina u vremenskom domenu, koja opisuje diferencijalno dejstvo u prisustvu niskopropusnog filtra

$$\frac{T_d}{N}\frac{tD}{dt} + D(t) = -KT_d \frac{dy(t)}{dt} \,. \tag{14}$$

Odnosno, u kompleksnom domenu (5) postaje

$$D(s) = \frac{-KT_d s Y(s)}{1 + \frac{T_d s}{N}} \,, \tag{15}$$

što predstavlja i konačnu ISA formu, modifikovanog D dejstva, odnosno formu, koja se koristi u inženjerskoj praksi u problemima regulacije. Kombinovanjem izraza (6) i (15) dobija se izraz, koji opisuje D dejstvo, u problemima servo regulacije

$$D(s) = \frac{KT_d s}{1 + \frac{T_d s}{N}}(\gamma R(s) - Y(s)) \,. \tag{16}$$

Modifikacija P dejstva

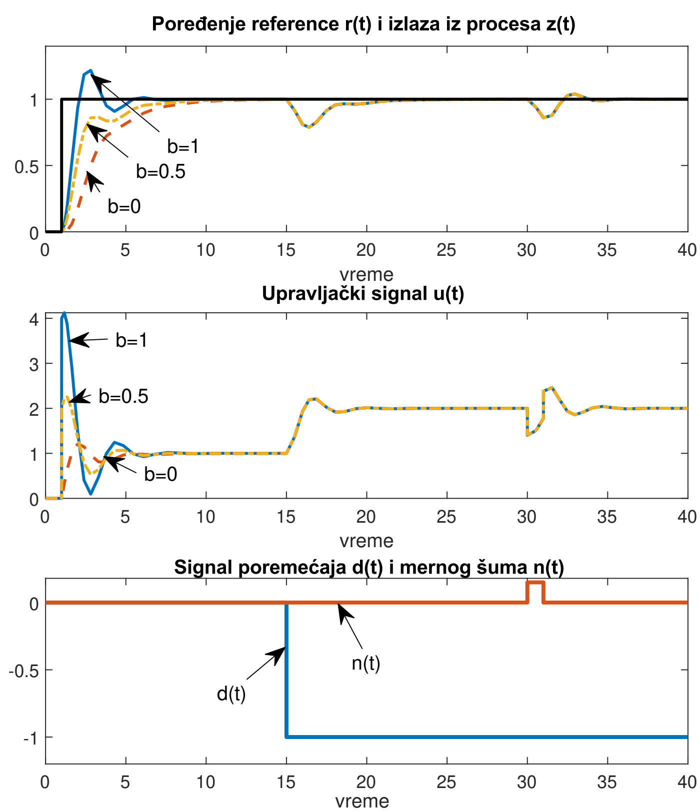
Analizu P dejstva u sklopu PID regulatora, počećemo razmatranjem PI regulatora, s obzirom da je D dejstvo i njegova modifikacija objašnjena u prethodnom paragrafu

$$u(t) = K(e_p(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(t)d\tau) \ , \tag{17}$$

gde je $e_p(t)$ greška proporcionalnog dejstva, koja se definiše na sledeći način

$$e_p(t) = br(t) - y(t) \tag{18}$$

gde su $r(t)$ i $y(t)$ referentna vrednost i odziv sistema respektivno. Ključni novi parametar je težinski faktor b, koji ima vrednost između $0 - 1$. Ovaj parametar b treba razumeti kao dodatni stepen slobode u podešavnju parametara regulatora, odnosno u projektovanju upravljačkog algoritma. Uticaj ovog težinskog parametara, koji se nalazi uz referentnu vrednost, najbolje možemo sagledati na slici 5



Slika 5: Odziv sistema za različite vrednosti parametra b

Očigledno je da težinski faktor b najviše utiče na karakteristike prelaznog režima, kao što je preskok, vreme smirenja, vreme uspostavljanja, stepen oscilatornosti..., pri čemu je očigledno da npr. $b = 0$ po pravilu obezbeđuje ponašanje blisko aperiodičnom.

Integralno dejstvo i dalje zavisi od greške kao razlike željene i ostvarene vrednosti $e(t) = r(t) - y(t)$. Zbog svoje uloge u eliminaciji greške u ustaljenom stanju, ne trpi modifikacije u samoj formi izračunavanja „greške”, kao P i D dejstvo, ali ima neke osobine, koje menjaju očekivano ponašanje odziva, te osobine ćemo razmotriti u nastavku teksta.

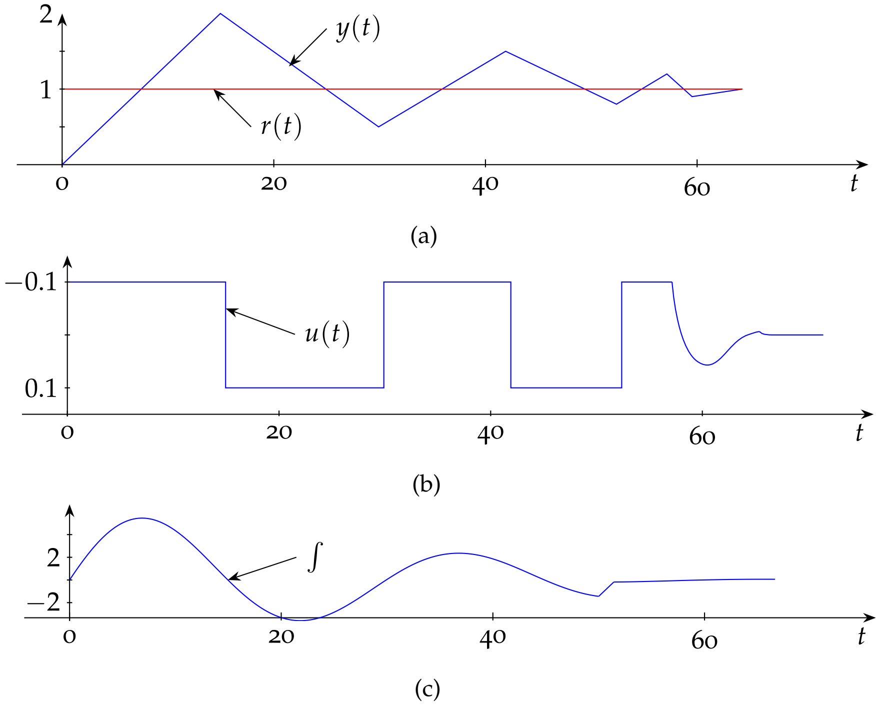
Nagomilavanje Integralnog dejstva

Po pravilu veliki broj fenomena u teoriji PID regulatora se može objasniti u okviru teorije linearnih sistema, međutim postoje pojave, koje je jedino moguće objasniti i/ili modelovati nelinearnim efektima. Tako npr. ograničenja na vrednosti koje izvršni organ može da ostvari kao što su konačna brzina motora ili ograničenje na otvaranje ventila od 0% do 100% otvorenosti najčešće se modeluju efektom saturacije. Ovaj efekat naročito dolazi do izražaja, kod upravljačkih sistema, koji imaju više radnih tačaka i kod kojih su promene režima skokovite, tada se dešava da upravljačka promenljiva (upravljanje $u(t)$) dosegne svoje granične (minimalne ili maskimalne) vrednosti. Kao posledica toga faktički se prekida povratna sprega i sistem se ponaša kao sistem u otvorenoj povratnoj spezi, jer će izvršni organ biti na svojoj graničnoj vrednosti, bez obzira na izračunatu vrednost upravljanja. Odnosno, desi se da postoji nesrazmera između izračunatog upravljanja, gde je dominantan član integralno dejstvo i moguće vrednosti upravljanja usred saturacije. Kada intergralno dejstvo (površina ispod krive greške) naraste toliko da prevazilazi mogućnosti izvršnog organa, kažemo da je došlo do nagomilavanja integralanog dejstva (engl. *Integral Windup*). Ovaj efekat najčešće rezultuje velikim preskokom željene vrednosti i daljim ponašanjem sistema, kao da se upravlja uz pomoć dvopoložajnog regulatora slika 6.

Primer nagomilavanja integralnog dejstva je dat na slici 6, gde su nacrtani odziv sistema $y(t)$, stvarna vrednost upravljanja, kada postoji ograničenje na uprvaljanja $-0.1(t) \leq 0.1$ i izračunata vrednost upravljanja na donjem delu slike, koju zbog fizičkih ograničenja na upravljanje nije moguće ostvariti.Vrednost, koju obezbeđuje integralno dejstvo, označili smo posebno na donjem delu slike. Jasno se vidi da je integral greške, veći od dozvoljene vrednosti upravljanja i dok se ova suma ne smanji ili ne resetuje, upravljanje u zatvorenoj povratnoj sprezi nije moguće.

Nagomilavanje integralnog dejstva se po pravilu rešava:

Napomena 0.5 *Obratiti pažnju na opseg veličina na slici, koji ukazuje da se u relativnim jedinicam željena vrednost naglo promenila, a da je ograničenje* $-0.1(t) \leq 0.1$ *tada lako dostžno.*



Slika 6: Problem nagomilavanja integralnog dejstva i saturacije izvršnog organa

- *Uslovnom integracijom.* Ako je izlaz izvršnog organa u zasićenju, a ulaz i izlaz regulatora su istog predznaka, tada se postavi ulaz integratora na nulu.
- *Ogrničenomom integracijom.* Ako je izvršni organ u zasićenju, a ulaz regulatora je istog predznaka, tada se postavi ulaz integratora na nulu.
- *Praćenjem razlike zasićenog i nezasićenog signala.* Ako je izvršni organ u zasićenju, smanji se ulaz integratora za neku konstantu koja je proporcionalna razlici između nezasićenog i zasićenog signala regulatora.

Način rešavanja nagomilavanja integralnog dejstva, posebno ćemo razmotrati pri digitalnoj implementaciji regulatora, što je jedna od markantnih karkteristika u načinu diskretizacije integralnog dejstva.

Konačno, na kraju ovog poglavlja napisaćemo standardnu ISA formu PID regulatora, do koje smo došli kroz modifikacije P i D dejstva, uz napomenu da se prilikom implemetacije, mora voditi računa i o mogućem nagomilovanju integralnog dejstva. Ova forma se često kolokvijalno naziva i realni PID regulator, koji se možda i najčešće javlja u inženjerskoj praksi,

$$PID(s) = K((bR(s) - Y(s)) + \frac{1}{T_i s}E(s) + \frac{-T_d s Y(s)}{1 + \frac{T_d s}{N}}) \,, \qquad (19)$$

ili u svojoj servo formi

$$PID(s) = K((bR(s) - Y(s)) + \frac{1}{T_i s}E(s) + \frac{KT_d s}{1 + \frac{T_d s}{N}}(\gamma R(s) - Y(s)) \,. \quad (20)$$

Ova dva izraza imaju centralnu ulogu našim daljim razmatranjima PID regulatora u njihovoj digitalnoj izvedbi.