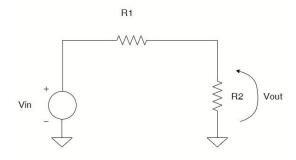
Osnove biomedicinskog inženjerstva - Vežba 1

Rešavanje analognih električnih kola, uvod u LTSpice

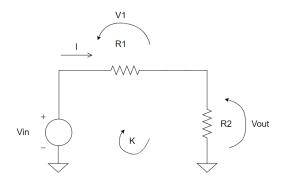
<u>Prvi deo – rešavanje analognih električnih kola</u>

Zadatak 1. Rešiti kolo naponskog razdelnika sa Slike 1. U LTSpice-u simulirati rad kola za Vin = 10V i $R1 = R2 = 1k\Omega$.



Slika 1 – Kolo naponskog razdelnika sa oznakom pada napona koji je potrebno izračunati.

Rešenje: Jednačine u nastavku teksta su postavljene u skladu sa oznakama sa Slike 2.



Slika 2 – Kolo naponskog razdelnika sa označenim referentnim smerovima struja i napona, kao i konturom K za potrebe izražavanja drugog Kirhofovog zakona.

Pisanjem Omovog zakona za otpornike R1 i R2 i II Kirhofovog zakona za konturu K, dobijaju se sledeće tri jednačine, redom:

$$V_1=IR_1,\quad (1)$$

$$V_{out}=IR_2,\quad (2)$$

$$-V_{in}+V_1+V_{out}=0, \text{ odnosno } V_{in}=V_1+V_{out}.\quad (3)$$

Kada se prve dve jednačine uvrste u treću, dobija se:

$$IR_1 + IR_2 = V_{in}$$
, (4)

iz čega sledi izraz za struju *I*:

$$I = \frac{V_{in}}{R_1 + R_2}.$$
 (5)

Kada se izraz za struju I uvrsti u izraze za nepoznate napone V_1 i V_{out} , dobijaju se jednačine naponskog razdelnika:

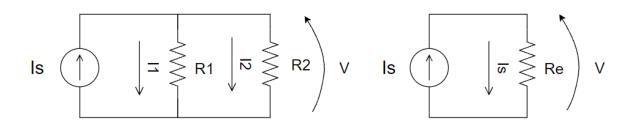
$$V_1 = \frac{V_{in}}{R_1 + R_2} R_1, \quad (6)$$

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{R_1 + R_2} R_2. \quad (7)$$

Na osnovu poslednja dva izraza, možemo zaključiti da se naponskim razdelnikom vrši podela ulaznog napona (V_{in}) na napone (V_1 i V_{out}) koji su srazmerni otpornostima na kojima se javljaju (R_1 i R_2 , redom). Ovo ujedno znači da ako su otpornosti međusobno jednake, napon se deli na jednake delove – u ovom slučaju bio bi podeljen na dva jednaka dela.

<u>Podsećanje – strujni razdelnik</u>

Kao što se u naponskom razdelniku napon sa naponskog generatora deli na komponentama kroz koje protiče *ista struja*, tako se i u strujnom razdelniku struja sa strujnog generatora deli na komponentama na kojima je *isti pad napona*. Podsećanja radi, na Slici 3, levo, prikazan je jedan strujni razdelnik. Za rešavanje ovog kola potrebno je uočiti da je pad napona na otpornicima R_1 i R_2 isti kao i pad napona na ekvivalentnoj otpornosti njihove paralelne veze, R_e , nakon čega se može iskoristiti Omov zakon za napone na otpornicima R_1 i R_2 , kao i njihovoj ekvivalentnoj otpornosti.



Slika 3 – Kolo strujnog razdelnika (levo) i uprošćena varijanta za potrebe proračuna (desno). Jednačine su:

$$V = I_1 R_1,$$
 (1)
 $V = I_2 R_2,$ (2)
 $V = I_s R_e = I_s \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$ (3)

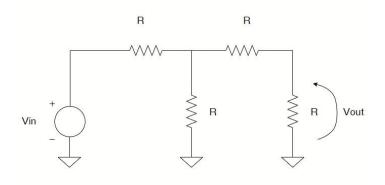
Kada se (3) uvrsti u (1) i (2), dobijamo jednačine strujnog razdelnika:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = I_s \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad (4)$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = I_s \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$
 (5)

Možemo da zaključimo da je struja kroz dati otpornik direktno srazmerna otpornosti otpornika iz druge grane, odnosno, odnosno, inverzno srazmerna otpornosti iz grane kroz koju prolazi.

Zadatak 2. Rešiti kolo opterećenog naponskog razdelnika sa Slike 4.

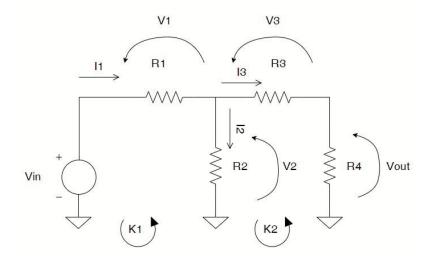


Slika 4 – Opterećeni naponski razdelnik.

<u>Rešenje:</u> Prvo označavamo referentne smerove struja i napona, kao npr. na Slici 5. Kolo možemo rešiti na dva načina objašnjena u nastavku.

A. Prvi način – primena prvog i drugog Kirhofovog zakona

Da bismo izrazili bilo koji od napona u kolu, potrebno je da, pored otpornosti, poznajemo i vrednosti struja kroz pojedine grane. Pošto kolo sadrži tri nepoznate struje I1, I2 i I3, da bismo ga rešili, potrebne su nam 3 jednačine. U ovom rešenju, odabrane su sledeće tri jednačine:



Slika 5 – Opterećeni naponski razdelnik sa označenim referentnim smerovima struja i napona i konturama K1 i K2 za potrebe izražavanja drugog Kirhofovog zakona

IK.Z.

$$I_1 = I_2 + I_3$$
 (1)

II K.Z. K1

$$-V_2 - V_1 + V_{in} = 0$$
, odnosno $V_{in} = V_1 + V_2$ (2)

II K.Z. K2

$$-V_{out} - V_3 + V_2 = 0$$
, odnosno $V_{out} = V_2 - V_3$ (3)

Naponi V_1 , V_2 i V_3 se dalje mogu predstaviti primenom Omovog zakona, pa se jednačine (2) i (3) svode na:

$$V_{in} = I_1 R_1 + I_2 R_2$$
, (4)
 $I_3 R_4 = I_2 R_2 - I_3 R_3$, odnosno $I_2 R_2 = I_3 (R_3 + R_4)$. (5)

Sada jednačine (1), (4) i (5) čine sistem sa tri nepoznate, a to su struje I_1 , I_2 i I_3 . Da bismo izrazili napon Vout dovoljno je da prethodno nađemo izraz za struju I_3 , ali da bismo do njega došli navedeni sistem jednačina se mora rešiti.

Kada se I_1 iz (1) uvrsti u (4), dobija se:

$$V_{in} = (I_2 + I_3)R_1 + I_2R_2$$
, odnosno $V_{in} = (R_1 + R_2)I_2 + R_1I_3$ (6)

Iz (5), može se izraziti struja I_2 :

$$I_2 = I_3 \frac{R_3 + R_4}{R_2} \tag{7}$$

Kada se izraz za I_2 , tj. jednačina (7) uvrsti u izraz za V_{in} , tj. u jednačinu (6), dobija se:

$$V_{in} = (R_1 + R_2)I_3 \frac{R_3 + R_4}{R_2} + R_1 I_3$$
 (8)

Odavde se izvodi izraz za struju, I_3 :

$$I_3 = V_{in} \frac{R_2}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2) + R_1 R_2} \,. \tag{9}$$

Sada se traženi napon može izračunati kao:

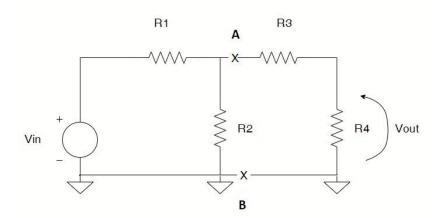
$$V_{out} = I_3 R_4 = V_{in} \frac{R_2 R_4}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2) + R_1 R_2}.$$
 (10)

Kada $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{5} \ . \tag{11}$$

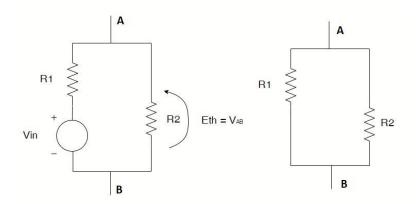
B. <u>Drugi način – primena Tevenenove teoreme</u>

Tevenenovu teoremu koristimo da bismo uprostili kolo. Principe Tevenenove teoreme primenjujemo na odabrani deo kola koji isključujemo od ostatka. Na Slici 6 obeležene su tačke u kojima će kolo biti prekinuto u ovom primeru.



Slika 6 – Opterećeni naponski razdelnik sa obeleženim priključcima između kojih će kolo biti prekinuto

- ❖ Prema Tevenenovoj teoremi U odnosu na bilo koja dva svoja priključka, linearna mreža se ponaša kao generator neke ems Eekv unutrašnje otpornosti Rekv. Eekv je jednaka naponu, a Rekv otpornosti između tih priključaka.
- ❖ Prilikom računanja ekvivalentne otpornosti svi nezavisni naponski izvori se zamenjuju kratkim spojem, svi nezavisni strujni izvori se zamenjuju otvorenom vezom, dok zavisni izvori ostaju u kolu.
- ❖ Ako se ekvivalentni generator predstavi kao strujni, uobičajeno je da se teorema naziva Nortonova teorema.



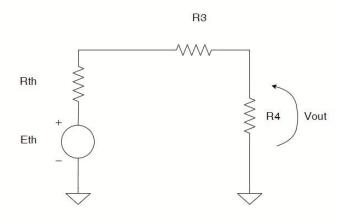
Slika 7 – Deo kola za koji će biti izračunati ekvivalentni Tevenenov generator, Eth i Tevenenova otpornost, Rth, (levo), kolo prilagođeno izračunavanju ekvivalentne Tevenenove otpornosti, Rth, (desno).

Kolo smo izdvojili između priključaka A i B. Ekvivalentni napon između tih priključaka dobija se primenom jednačine naponskog razdelnika, dok se ekvivalentna otpornost računa kao paralelna veza otpornosti R1 i R2, nakon što se naponski generator zameni kratkim spojem.

$$E_{th} = V_{AB} = \frac{V_{in}}{R_1 + R_2} R_2$$
, (1)

$$R_{th} = R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \,. \tag{2}$$

Nakon što su izraženi, Tevenenov generator i otpornost se prikazuju u kolu između odgovarajućih priključaka – u ovom slučaju, A i B (Slika 8).



Slika 8 – Kolo pojednostavljeno primenom Tevenenove teoreme.

Kada se kolo pojednostavi primenom Tevenenove teoreme, napon na izlazu izražava se na osnovu primene jednačine naponskog razdelnika:

$$V_{out} = \frac{R_4}{R_3 + R_4 + R_{th}} E_{th}, \quad (3)$$

odnosno:

$$V_{out} = V_{in} \frac{R_2 R_4}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2) + R_1 R_2}.$$
 (4)

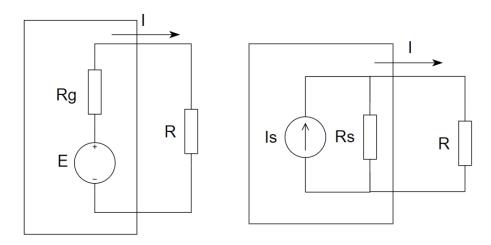
Kada $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$, opet se mora dobiti da je:

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{5} \ . \tag{5}$$

<u>Podsećanje – Naponski i strujni generatori</u>

Idealni naponski generator održava stalan napon između priključaka bez obzira na struju kroz njega. Idealni strujni generator održava stalnu struju kroz sebe bez obzira na napon između svojih priključaka.

Realni naponski generator se predstavlja u vidu redne veze idealnog naponskog generatora i jednog otpornika, dok se realni strujni generator predstavlja u vidu paralelne veze idealnog strujnog generatora i otpornika. Ovakvi modeli služe za analizu toga kako napon na krajevima realnog naponskog generatora zavisi od jačine struje kroz njega i kako struja realnog strujnog generatora zavisi od napona između njegovih priključaka. Ovi generatori su prikazani na Slici 9.



Slika 9 – Realni naponski (levo) i realni strujni (desno) generator, sa priključenim prijemnikom otpornosti R.

Dokazano je da se uvek može naći realni strujni generator koji je ekvivalentan naponskom, i obrnuto. Oni su povezani **relacijom ekvivalentnosti** koja je izvedena u nastavku. Ova relacija se ujedno koristi i kada se "prelazi" sa Tevenenove na Nortonovu teoremu.

Pod ekvivalentnošću se podrazumeva da se u odnosu na prijemnik R priključen između njihovih krajeva, oba generatora ponašaju na isti način – to znači da oba generatora treba da prouzrokuju struju iste jačine kroz prijemnik i isti napon između njegovih krajeva.

Prema Slici 10, jačina struje kroz otpornik R, u slučaju naponskog generatora, je

$$I = \frac{E}{R + R_g},$$

dok, u slučaju strujnog generatora prvo određujemo napon između priključaka generatora, pa nakon toga i jačinu struje kroz otpornik R. Napon stvara struja idealnog strujnog generatora kroz paralelnu vezu otpornika R i Rs:

$$U = I_s \frac{R_s R}{R_s + R'}$$

dok je jačina struje kroz R:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{I_s R_s}{R_s + R}.$$

Da bi jačina struje kroz otpornik R u slučaju naponskog i strujnog generatora bila ista:

$$I = \frac{E}{R + R_a} = \frac{I_s R_s}{R_s + R'}$$

mora važiti:

$$\mathbf{R}_{s} = \mathbf{R}_{g},$$
 $E = I_{s}R_{s} = I_{s}R_{a},$

odnosno:

$$I_s = \frac{E}{R_a}.$$

Dobili smo elemente strujnog generatora ekvivalentne naponskom. Ova relacija omogućava da se svaka mreža može predstaviti bilo sa naponskim, bilo sa strujnim generatorima, bilo sa njihovom kombinacijom.

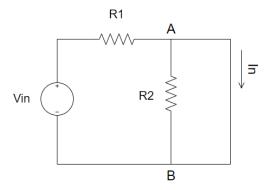
Zadatka 3: Za kolo opterećenog naponskog razdelnika iz Zadatka 2 pronaći Nortonov generator i otpornost između tačaka A i B i u LTSpice-uporediti rezultate simulacije u vremenskom domenu za polazno i uprošćeno kolo ukoliko je na ulazu polaznog kola napon intenziteta 10V, a otpornosti u kolu su: $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 2k\Omega$, $R_3 = 3k\Omega$, $R_4 = 4k\Omega$.

<u>Rešenje:</u>

- ❖ Prema Nortonovoj teoremi U odnosu na bilo koja dva svoja priključka, linearna mreža se ponaša kao strujni generator Iekv unutrašnje otpornosti Rekv. Iekv jednako je struji kratkog spoja između priključaka, a Rekv otpornosti između tih priključaka.
- ❖ Prilikom računanja ekvivalentne otpornosti svi nezavisni naponski izvori se zamenjuju kratkim spojem, svi nezavisni strujni izvori se zamenjuju otvorenom vezom, dok zavisni izvori ostaju u kolu.

Deo kola izdvojen za potrebe izračunavanja ekvivalentnog Nortonovog generatora prikazan je na Slici 10. Ovde su priključci A i B kratko spojeni i struja Nortonovog generatora je prikazana kao struja ovog kratkog spoja, pri čemu je smer ove struje, I_n odabran proizvoljno. Pošto su krajevi otpornika R_2 kratko spojeni, struju Nortonovog generatora izračunavamo kao:

$$I_n = \frac{V_{in}}{R_1} = 10mA.$$

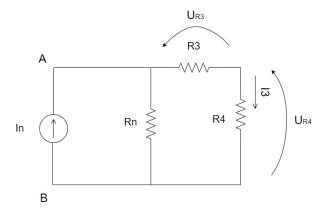


Slika 10 – Kolo za izračunavanje struje Nortonovog generatora između odabranih priključaka A i B

Nortonova otpornost se računa na isti način kao u Zadatku 2 i iznosi:

$$R_n = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 0.67 k\Omega.$$

Uprošćeno kolo prikazano je na Slici 11.



Slika 11 – Kolo nakon uprošćavanja Nortonovom teoremom između zadatih priključaka

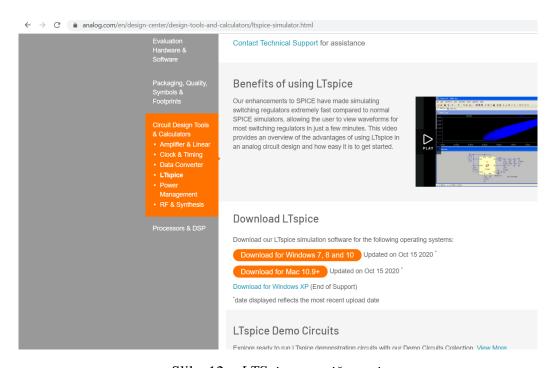
Pošto se električne osobine kola nakon uprošćavanja Tevenenovom/Nortonovom teoremom ne smeju promeniti, za potrebe izračunavanja struje I3 kroz granu R3-R4 možemo iskoristiti i izraz dobijen u Zadatku 2, nakon čega dolazimo do očekivanih vrednosti struje i napona na otpornicima R3 i R4:

$$I_3 = 0.86mA$$
,
 $U_{R3} = 2.6V$,
 $U_{R4} = 3.5V$.

Simulacijom u vremenskom domenu u LTSpice-u moguće je ispitati ove vrednosti i potvrditi da se isti rezultati dobijaju pre i posle primene Nortonove teoreme.

Drugi deo – uvod u LTSpice

LTSpice je softver za simulaciju analognih električnih kola. Instalacija se može skinuti sa zvaničnog sajta (Slika 12). Način rada u ovom simulatoru biće objašnjen kroz primere.

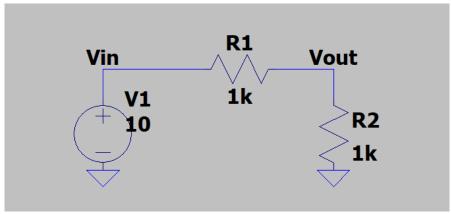


Slika 12 – LTSpice, zvaničan sajt

Zadatak 4. U LTSpice-u sastaviti kolo naponskog razdelnika kao na Slici 13, zatim simulirati rad kola za slučaj da se na ulaz dovodi:

- a) jednosmerni naponski signal amplitude 10 V
- b) signal sinusoide koji se može predstaviti izrazom: $V_{in} = 10 \text{V} \sin(20\pi t)$

U slučaju signala pod b) u simulaciji prikazati dve periode signala na ulazu i izlazu kola.



Slika 13 – Kolo naponskog razdelnika sastavljeno u LTSpice-u.

Rešenje:

• Sastavljanje šeme

Iz trake sa alatima potrebne su komponente:

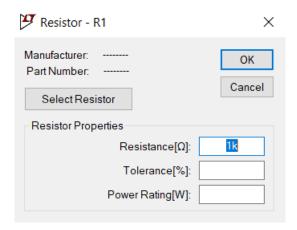
- A. Wire
- B. Ground
- C. Resistor
- D. Component
- E. Label Net



Slika 14 – *Traka sa alatima*.

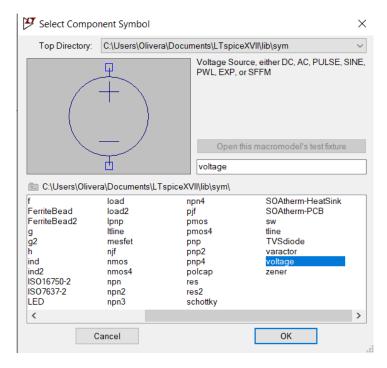
Ove komponente predstavljaju, redom, provodnike, masu, otpornike, meni sa brojnim elektronskim komponentama, labele za označavanje bitnih tačaka u kolu.

Komponente se postavljaju na pozadinu levim klikom, a po potrebi pre toga, rotiraju opcijom *ctrl+r* i *ctrl+e*. Međusobno se povezuju provodnicima (*wire*), a vrednost svake komponente se zadaje desnim klikom na nju, i upisom brojne vrednosti u odgovarajuće polje. Na primer, na Slici 15 je prikazano zadavanje otpornosti otpornika R1.



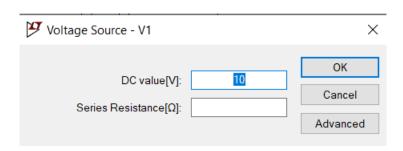
Slika 15 - Otpornost otpornika R1 zadaje se desnim klikom na ovaj otpornik, nakon čega se otvara prozor gde se u odgovarajuće polje može upisati željena otpornost.

Naponski generatori se ne nalaze neposredno u traci sa alatima, več je neophodno odabrati ih klikom na malopre spomenutu opciju *Component* nakon čega će se otvoriti prozor u kom je izlistan niz različitih vrsta elektronskih komponenti. Jedna od njih je i naponski generator, koji se nalazi pod nazivom: *voltage*. Odabir naponskog generatora prikazan je na Slici 16.



Slika 16 – Odabir komponente koja predstavlja naponski izvor.

Napon naponskog generatora se zadaje, kao što je već rečeno, desnim klikom na naponski generator. Pošto se pod a) traži da napon na ulazu bude jednosmeran, to će se postići upisom vrednosti napona u polje *DC value[V]*, kao što je prikazano na Slici 17.



Slika 17 – Podešavanje jednosmernog napona na ulazu kola.

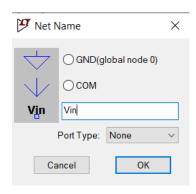
Nakon što su sve komponente povezane, i sve vrednosti određene, obično se vrši označavanje bitnih tačaka u kolu proizvoljnim nazivima. Ovome služi opcija *Label Net* u traci sa alatima, prikazana na Slici 18.

Nakon što je data labela postavljena u datoj tački u kolu, ta tačka dobija naziv određen nazivom labele. Na taj način se nazivi labela pojavljuju i u simulaciji, te olakšavaju interpretaciju rezultata simulacije.

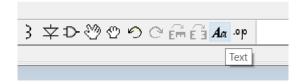


Slika 18 – Način odabira Label Net komponente iz trake sa alatima.

Na Slici 19 prikazano je zadavanje naziva labele, u ovom slučaju koja će predstavljati ulazni napon kola.



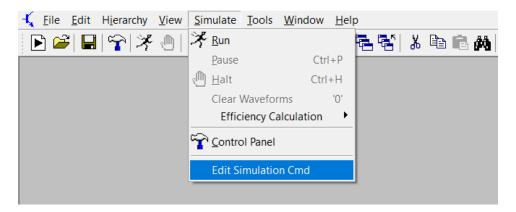
Na kraju, kako bi se olakšalo razumevanje šeme ili omogućio brži nastavak rada na projektu koji nije završen, savetuje se ostavljanje komentara. Ovo se vrši odabirom opcije *Text* iz trake sa alatima (Slika 20).



Slika 20 – Ostavljanje komentara na šemu.

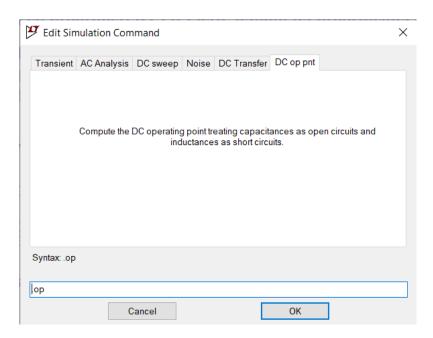
Simulacija

Nakon što je kolo sastavljeno, može se pokrenuti simulacija. Režim simulacije se bira nakon odabira opcije *Edit Simulation Cmd* iz padajućeg menija opcije *Simulate*, kao što je prikazano na Slici 21:



Slika 21 – *Otvaranje prozora za odabir režima simulacije*.

Pošto smo sastavili kolo jednosmerne struje, možemo pokrenuti simulaciju za jednosmerni režim rada (*DC op pnt* na Slici 22) kako bi se ispisali naponi i struje kroz svaku od komponenata. Rezultati simulacije su prikazani na Slici 23. Primetiti da su u okviru rezultata simulacije prikazane vrednosti struje kroz svaku iskorišćenu komponentu, a vrednosti napona za tačke susticanja ovih komponenti.

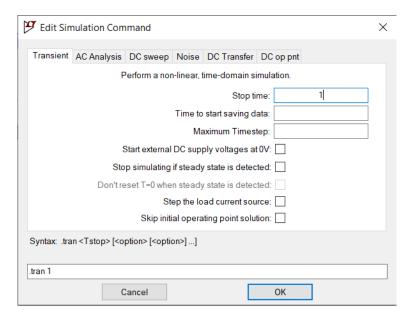


Slika 22 – Odabir simulacije u jednosmernom režimu rada.

```
--- Operating Point ---
V(vin):
              10
                          voltage
V(vout):
              5
                          voltage
I(R2):
              0.005
                           device_current
I(R1):
              0.005
                           device_current
I(V1):
              -0.005
                            device_current
```

Slika 23 – Rezultati simulacije u jednosmernom režimu rada kola.

Kada želimo da vidimo kako se naponski i strujni signali menjaju u vremenu, biramo režim simulacije pod nazivom *Transient*. Ovo podrazumeva zadavanje ukupnog vremena trajanja simulacije. Neka je ukupno vreme simulacije jednako 1s. Podešavanje je prikazano na Slici 24.



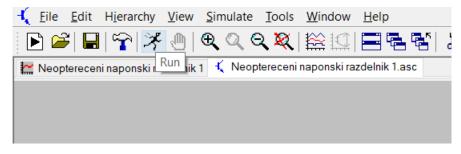
Slika 24 – Podešavanje vremena trajanja simulacije.

Nakon toga se na kursoru pojavljuje direktiva *.tran 1* (Slika 25) koju treba postaviti na pozadinu levim klikom.



Slika 25 – Direktiva za odabrani režim simulacije.

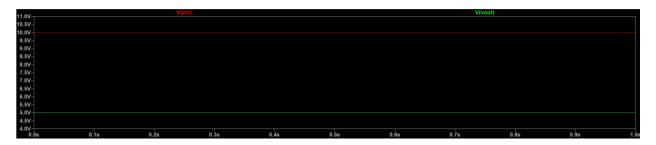
Simulacija se sada može pokrenuti klikom na dugme *Run*, kao što je prikazano na Slici 26.



Slika 26 – *Pokretanje simulacije*.

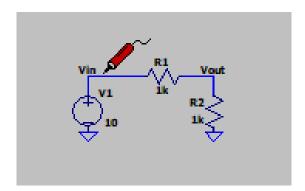
Napon u pojedinim tačkama će se prikazati na grafiku kao funkcija zavisnosti od vremena, nakon levog klika **na datu tačku** kola. Struja kroz datu komponentu kao funkcija zavisnosti od vremena prikazaće se levim klikom **na datu komponentu**. Tom prilikom, samim prevlačenjem kursora preko komponente pojavljuje se crvena strelica koja pokazuje kakav smer struje kroz komponentu je pretpostavljen od strane simulatora.

Rezultati simulacije za slučaj pod a) prikazani su na Slici 27. Simulator je crvenom bojom označio signal na naponskom generatoru, a zelenom signal koji predstavlja napon na otporniku R2.



Slika 27 – Rezultati simulacije: signal označen kao Vin prikazan je crvenom bojom, dok je signal označen kao Vout prikazan zelenom bojom.

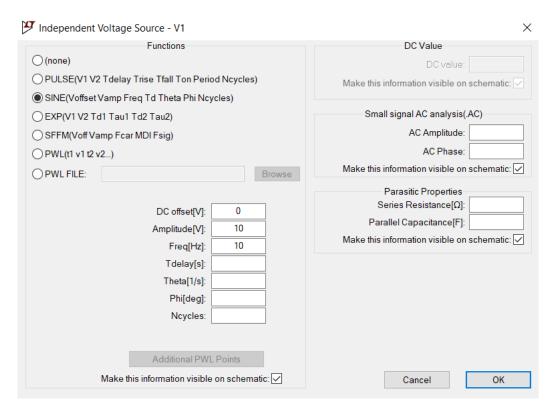
Ovi naponi su dobijeni ispitivanjem vrednosti napona u tačkama netom označenim kao Vin, i Vout. Način ispitivanja vrednosti napona Vin prikazan je na Slici 28 – kao što je već rečeno, da bi se iscrtao napon iz ove tačke, potreban je levi klik mišem:



Slika 28 – Način ispitivanja vrednosti signala – u ovom slučaju signala Vin.

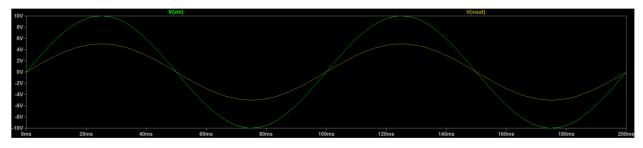
Za slučaj pod b), pošto se traži da ulazni generator daje signal sinusoide, to je potrebno definisati i njegovim parametrima. Nakon što se klikne na naponski generator desnim klikom, ukoliko ne želimo da zadamo jednosmeran signal, potrebno je odabrati opciju *Advanced*. Nakon toga će se otvoriti prozor za odabir tipa talasnog oblika signala na ulazu i upis vrednosti njegovih

parametara. Sada ulazni signal treba da bude sinusnog oblika, frekvencije 10 Hz i amplitude 10V (Slika 29).



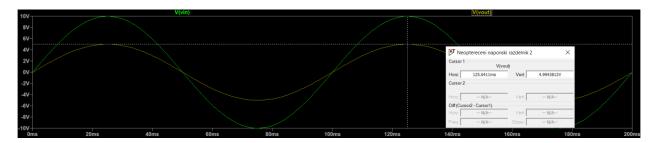
Slika 29 – Prozor za odabir talasnog oblika i vrednosti parametara naponskog signala datog naponskog generatora.

Pošto je u zadatku traženo da se prikažu dve periode signala na ulazu i izlazu kola, vreme simulacije treba postaviti na 0.2 s. Nakon toga ponovnim pokretanjem simulacije dobijaju se rezultati kao na Slici 30.



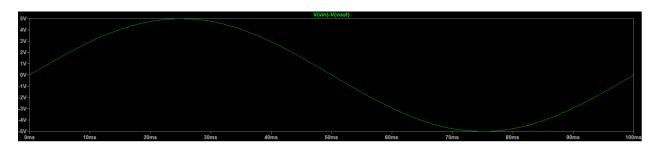
Slika 30 – Signali dobijeni simulacijom u vremenskom domenu: zelenom je prikazan signal na ulazu, a žutom signal na izlazu kola.

Ukoliko želimo da ispitamo vrednosti signala u pojedinim vremenskim trenucima, treba da kliknemo na naziv signala u plotu. Nakon toga će se pojaviti kursor označen brojem. Njega pomeramo po signalu, dok se u posebnom prozoru prikazuju koordinate svake tačke, kao što je prikazano na Slici 31.



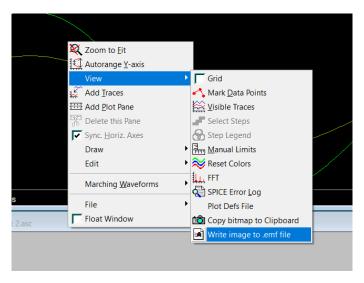
Slika 31 – Prikaz koordinata pojedinih tačaka na grafiku.

Pored strujnih i naponskih signala koji karakterišu pojedine tačke u kolu, simulator omogućava i prikaz signala koji su rezultat matematičkih operacija među njima. Desnim klikom na grafik i odabirom opcije *Add Traces* možemo primera radi, da zadajemo iscrtavanje razlike dva signala u plotu, kao što je prikazano na Slici 32.



Slika 32 – Prikaz razlike dva naponska signala realizovan odabirom opcije Add Traces.

Ukoliko želimo da izvezemo sliku grafika za potrebe uvoženja u neki dokument, npr, to ćemo postići desnim klikom na grafik i odabirom opcije koja je prikazana na Slici 33 – *Write image to* .emf file.



Slika 33-Izvoz grafika u emf fajl.