ИДЕНТИФИКАЦИЈА

40. Задехов опис идентификације. Примена и начини спровођења. Поступак идентификације.

Идентификација је одређивање на основу улазних/излазних сигнала процеса, модела из одређене класе модела који је еквивалентан процесу на коме су извршена мерења.

Примена: * формирање матем. модела система (статички и динамички)
* саставни је део савремених техника аутоматског управљања

Спровођење: * offline (независно се спроводи од рада система)
* online (спроводи се током -||-)
* real time (слично online, али се спроводи након сваке периоде одабирања)

Модели: * graybox (теорија одреди облик, а мерење непознате делове модела)
* whitebox (искљ. теоријски изведен)
* blackbox (настао искљ. на основу мерења)

Поступак: * усвајање структуре модела
* дефинисање критер. еквив.
* мерења

Дефинисати кораке из поступка идентификације!

1. Направе се експерименти и прикупе улазно/излазни подаци
2. Филтрирање података
3. Дефинисање класе модела
4. Израчуна се конкретан модел на основу података и критеријума оптималности
5. Испитивање особине модела
6. Уколико модел не задов. враћа се 4 → 3 → 2 → 1

Шта одређује резидуал? *

- одређује дисперзију сигнала белог шума,

$$\varepsilon = y - s\hat{g}$$

$\varepsilon = y - s\hat{g}$ $\varepsilon = y - s\hat{g}$

$\varepsilon = y - s\hat{g}$

Шта је особина идентификабилности?

- одређује да ли се параметри модела могу одредити
- модел није идентиф., ако су ф-је зависности линеар. зависне ✓

Разлика између идентифиқаб. и ф-је зависности

$\varepsilon = y - s\hat{g}$

11) Методе параметарске идентификације
#поступак смо писали
#на процену параметра утичу уведене претпоставке

- Параметарска идентификација је одређивање модела који је тачан са прецизношћу до непознатих параметара
- Укупна грешка се исказује као сума разлике измер. излаза и улаза модела

$$J\,g = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}(y_{vk}-y_k)^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}(y_{vk}-g\,u_k)^2$$

y_{vk} - разлика измерених излаза система

y_k - процењена вредност излаза

- потребан услов за минимум:

$$\nabla J = \frac{\partial J}{\partial g} = -\sum_{i=1}^{k} e_k \cdot u_k = -\sum_{i=1}^{k}(y_{vk}-g\,u_k)u_k = 0$$

$$\sum_{k=1}^{k} u_k^2 \cdot \hat{g} = \sum_{k=1}^{k} y_{vk}\cdot u_k \Rightarrow \hat{g} = \frac{\sum_{k=1}^{k} y_{vk}u_k}{\sum_{k=1}^{k} u_k^2}$$ #процена параметра

$$S^T S \cdot \hat{g} = S^T Y$$

$$\hat{g} = (S^T S)^{-1} S^T Y$$ #процена непозн. параметара

#ово је итеративна метода
#итерат. алгоритми су Гаус-Њутнов и Градијентни
Парам. идентиф. нелинеарних:

- укупна грешка: $J(g) = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{k-1} e_k^2(g)$

- грешка: $e_k(g) = y_v(k) - y(k, g)$

Линеаран модел: $y(t) = g \cdot u(t)$

$\rightarrow$ када дефинишемо векторе мерења улаза S и излаза Y $\Rightarrow$ $S = [u_1\ u_2 \ldots u_k]^T$

$Y = [Y_{v1}\ Y_{v2} \ldots Y_{vk}]^T$

#42 Параметарска идентификација и МНК (LS алгоритам)

1) Пример модела

- систем где је излаз линеаран по непознатим параметрима

вектор фја

$y_v(t) = \Phi(t) \cdot \vartheta + \nu(t)$

шум

вектор мерења излаза

2) Процена више параметара преко МНК

- базира се на процени једног параметра, процена се врши k пута, имамо p непознатих парам. и исто толико ф-ја које зависе од m улаза

3) Непомерена процена параметара

- ср. вр. процене: $E\{\hat{\vartheta}\} = \vartheta + (S^T S)^{-1} S^T E\{N\}$

- процена парам. је непомерена када је $E\{\hat{\vartheta}\} = \vartheta + 0$, а то важи када је шум бели

4) Ефикасна -II-

- за велики бр. мерења k важи да растуће процене $E\{(\vartheta-\hat{\vartheta})(\vartheta-\hat{\vartheta})^T\} = \sigma_\vartheta^2$ тежи нули,

$\lim_{k \to \infty} \sigma_{\hat{\vartheta}} \to 0$

5) Тачне вред. параметра:

- процена је тачна када је непомерена и ефикасна

услови: бели шум + велики бр. мерења k

$$S = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \cdots & \varphi_{1p} \\ \varphi_{21} & \cdots & \varphi_{2p} \\ \vdots & & \vdots \\ \varphi_{k1} & \cdots & \varphi_{kp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \Phi_k \end{bmatrix}$$

6) Бели шум

1. средња вр. = 0

$$\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x$$

2. стандардна девијација = 1

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu)^2}$$

3. аутокорелација = 0 за све истепаје

$$R(k) = \frac{1}{(N-k)\sigma^2}\sum_{i=1}^{N-k}(x_i-\mu)(x_{i+k}-\mu)$$

7) Генератор псеудосл. бројева:
- генерише ✓ у секвенцама
- процес је детерминистички
- овде моделујемо бели шум

8) Обојени шум
- добија се пропуштањем белог шума кроз филтер
  а) описан је ф-јом дискретног преноса
  б) комбинује неколико последњих вредности ✓

⑨ Шта је псеудосл. бинаран сигнал и где се користи?
- временски дискр. сигнал са вр. ($+a$, $-a$) који се насумично мења у сваком тренутку одабирања. Користи се као улаз у идентификацији динамичких модела ✓

⑩ Од које ф-је креће МНК?

$$J = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{M} e_k^2 \quad e_k - \text{грешка}$$

#43 Идентификација ARX модела

- дефиниција

ARX је временски дискретан математички модел

$A(z)y(k) = B(z)u(k) + \nu(k)$

y - излаз, u - улаз, ν - бели шум

~~$z = e^{sT}$ ...~~

$A(z), B(z)$ - полиноми по $z = e^{sT}$

- којом методом се идентификују параметри ARX модела?

- МНК, јер је излаз линеаран по непознатим парам. који иможе ранији вредности

$y(k) + a_1 y(k-1) + \ldots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + \ldots b_m u(k-m) + \nu(k)$

#идентиф.

$\hat{g} = (S^T S)^{-1} S^T Y$ је процена вредности параметра

- модел је линеаран по парам и парам. се могу идентиф. МНК

- поступак мерења

• изабере се номинални режим

• у дискр. тренуцима $t = k\Delta t$ се задају улази и мере излази

• номин. улазу се дода позната инкрем. вредност

• измери се излаз $Y(k)$ и израчуна инкрем. вр.

$y(k) = Y(k) - Y_0$

Кашњење улаза ARX модела

$$A(z)y(t) = B(z)u(t - \Delta t) + v(t)$$

$A(z)y(k) = z^{-d}B(z)u(k) + v(k)$, улаз касни за

$\Delta t = d \cdot T$ => ако то знамо онда не морамо идентификовати један бр. b параметара, ако не познајемо кашњење, b парам. се идент., иако им је вредност $= 0$

#44 Идентификација ARMAX модела
- дефиниција
-I-
$$A(z)y(k) = B(z)u(k) + C(z)v(k)$$
-II-
- шум је обојен

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots a_n y(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots$$
$$+ b_m u(k-m) + v(k) + c_1 v(k-1) + \dots c_r v(k-r)$$

- идентификација
- уз параметре полинома C не стоје познати парам, па не можемо применити МНК одмах, већ се реализује у 2 корака:

1) Нађе се адекватан ARX модел и процене његови параметри

2) процени се шум и одреде параметри ARMAX

- ред ARMAX
- процес рачунања парам. се покреће више пута за разне комб. полинома A и B и посматра се вред. ф-је циља J. добро процењен модел има

#43 Идентификација ARX модела

- дефиниција

ARX је временски дискретан математички модел

$A(z)y(k) = B(z)u(k) + \nu(k)$

y - излаз, u - улаз, ν - бели шум

~~$z = e^{sT}$ ...~~

$A(z), B(z)$ - полиноми по $z = e^{sT}$

- којом методом се идентификују параметри ARX модела?

- МНК, јер је излаз линеаран по непознатим парам. који имоше рачији вредности

$y(k) + a_1 y(k-1) + \ldots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + \ldots b_m u(k-m) + \nu(k)$

#идентиф.

$\hat{g} = (S^T S)^{-1} S^T Y$ је процена вредности параметра

- модел је линеаран по парам и парам. се могу идентиф МНК

- поступак мерења

• изабере се стационарни режим

• у дискр тренуцима $t = k\Delta t$ се задају улази и мере излази

• номин. улазу се дода позната инкрем. вредност

• измери се излаз $Y(k)$ и израчуна инкрем. вр.

$y(k) = Y(k) - Y_0$

мало J, уз што нашу дужину полинома

Како се процењује бели шум у идентиф.?

$A(z)y(k) = B(z)u(k) + C(z)\nu(k) \quad // C(z)$

$$\frac{A(z)}{C(z)} y(k) = \frac{B(z)}{C(z)} u(k) + \nu(k)$$

$$G(z)y(k) = H(z)u(k) + \nu(k)$$

- МНК идентиф. полиноме $G(z)$ и $H(z)$
- израчунамо

$$\boxed{\nu(k) = G(z)y(k) - H(z)u(k)}$$

Кашњење улаза ARMAX модела

$A(z)y(k) = z^{-d}B(z)u(k) + C(z)\nu(k)$

Процена парам.

$\hat{g} = (S^T S)^{-1} S^T Y$ ✓

✓

45: Идентификација променљивих параметара РМНК

1) погодности РМНК

- када се парам. мењају током рада система, не могу се користити МНК, него РМНК
- брже заснивање и мање меморије
- on-line i real-time идент.

2) идеја РМНК

- за одређ. $\hat{\theta}(k+1)$ употребити постојећу процену парам. $\hat{\theta}(k)$ и кориговати је на основу нових мерења излаза: $y(k+1)$ и улаза (додамо у $\Phi^T(k+1)$):

$$\underbrace{\hat{\theta}(k+1)}_{\text{текућа процена}} = \underbrace{\hat{\theta}(k)}_{\text{претходна процена}} + \underbrace{P(k-1)\Phi(k+1)}_{\text{корекциони вектор}}\big(\underbrace{y(k+1)}_{\text{ново мерење}} - \underbrace{\Phi^T(k+1)\hat{\theta}(k)}_{\text{предиктовано мерење}}\big)$$

3) кораци РМНК

1) прикупе се нове вредности $u(k+1)$ и $y(k+1)$
2) формира се $\Phi(k+1)$
3) израчуна се $P(k+1)$
4) израч. се $\hat{\theta}(k+1)$
5) меморише се $P(k)=P(k+1)$ и $\hat{\theta}(k)=\hat{\theta}(k+1)$ за наредни тренутак

4) идентиф. промена парам. модела

- ако се парам. модела мењају током рада система, онда је битно ј вршити у реалном врем. и тада је погодно дати већу важност скоријим мерењима

5) фактор заборављања

- то је парам. ρ који се користи у ф-ји циља за рекурз. методу НК када желимо да дамо мањи значај раније мерењима => $J_p = \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{k} \rho^{k-i} (y_i - \upsilon_i^T \underline{q})^2$

* 46+47

Итеративне методе. Гаус-Њутнов алгоритам, Градијентни и Левенберг-Маркартов алгоритам

Користи се за моделе који су нелинеарни по непознатим парам.

- посматра се итеративан и врем. дискретан систем

- посматрамо: $x(k+1) = f(x(k), u(k), \underline{q})$

$$y(k) = g(x(k), u(k), \underline{q})$$

- потребно је проценити вредност $\hat{\underline{q}}$, који се врши према критеријуму оптималности:

$$J(\underline{q}) = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{k-1} e_k^T(\underline{q})\, e_k(\underline{q})$$

e - грешка

$$e_k(\underline{q}) = y_r(k) - y(k, \underline{q})$$

$y_r(k)$ - измерени излази система

$y(k, \underline{q})$ - -11- излази модела

- неопходно је дефинисати ф-ју осетљивости

$J(\underline{q}) = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{k-1} e_k^2(\underline{q})$ је укупна грешка

- тражи се $\hat{\underline{q}}$ за који је J min, при чему се min J добија итеративно

$$\underline{q}_{n+1} = \underline{q}_n + \Delta \underline{q}_n$$

Услови краја: 1) $\|g_n\| < \varepsilon_g$

2) $J(g_n) < \varepsilon_J$

3) $n \leq n_{max}$ n – ознака итерације

Алгоритми:

① ГРАДИЈЕНТНИ АЛГОРИТАМ:

$$\Delta g_n = -h \nabla J(g_n)$$

② ГАУС-ЊУТНОВ АЛГОРИТАМ

$$\Delta g_n = -(S^T(g_n)S(g_n))^{-1} \nabla J(g_n)$$

③ ЛАВЕНБЕРГ-МРКАРТ АЛГОРИТАМ

$\Delta g_n = -(S^T(g_n)S(g_n) + \lambda_n I)^{-1} \nabla J(g_n)$, где се λ_n

мења