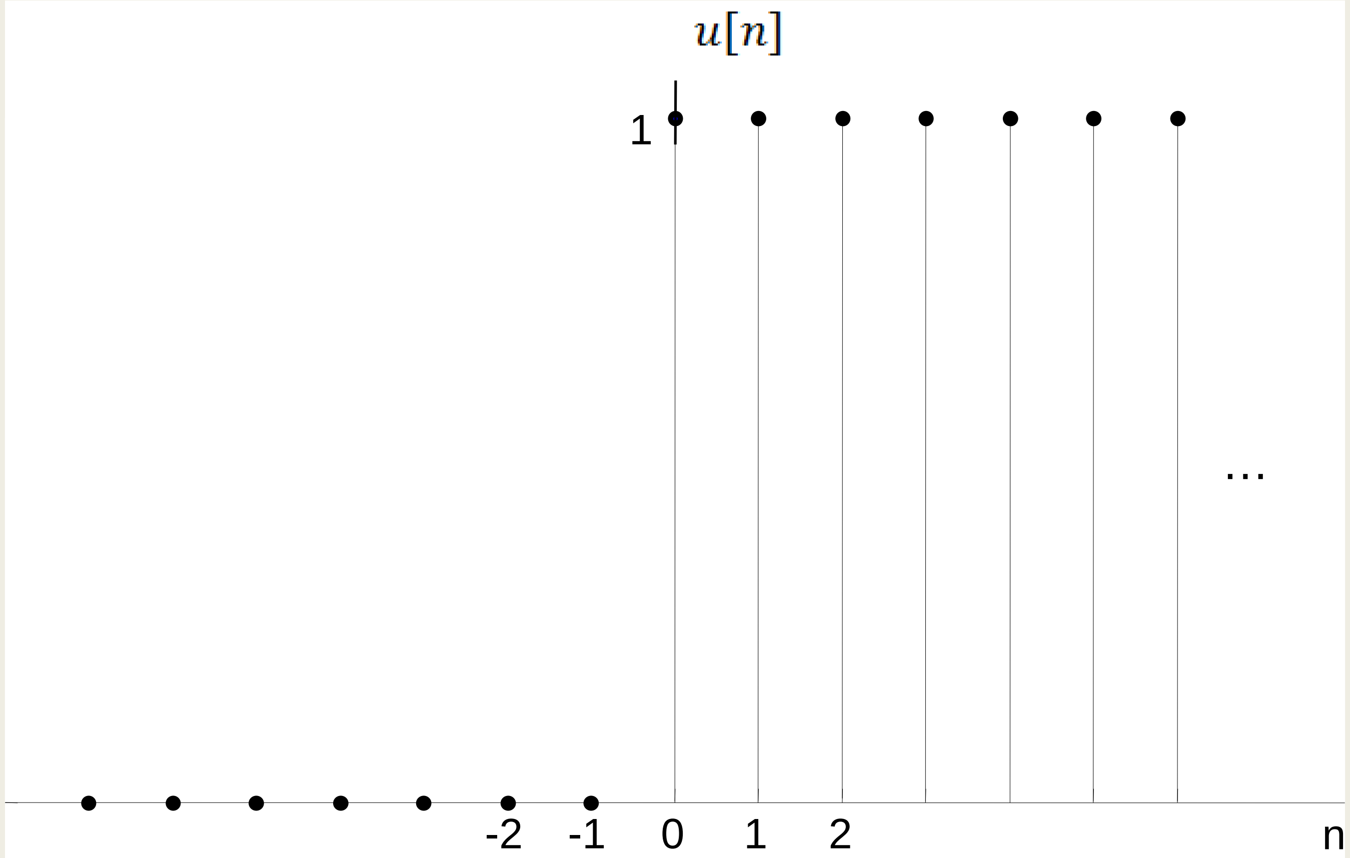
ELEMENTARNI DISKRETNI SIGNALI

Primena DSP u upravljanju

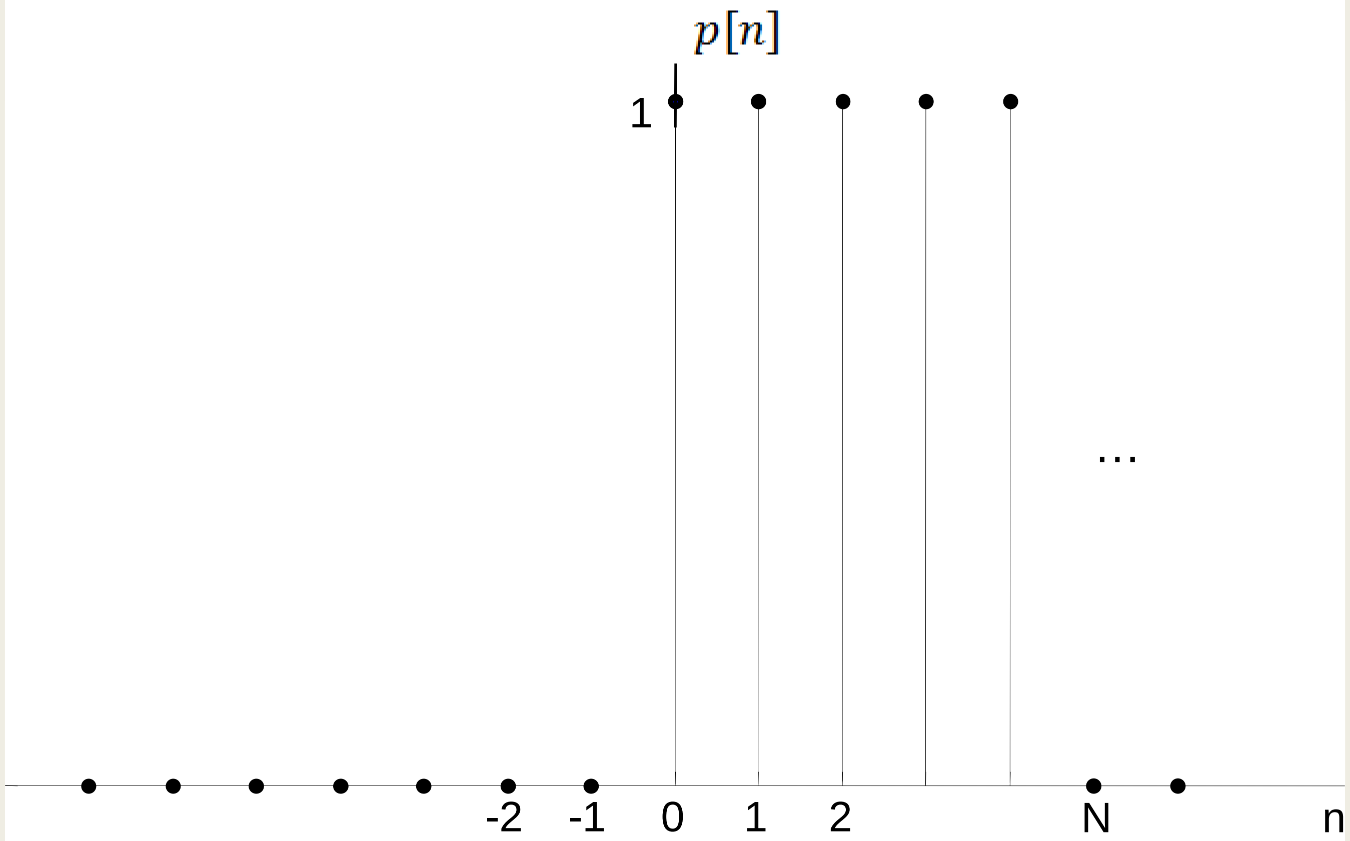
Diskretni jedinični odskočni signal

- $u[n] = \begin{cases} 0, n < 0 \\ 1, n \geq 0 \end{cases}$



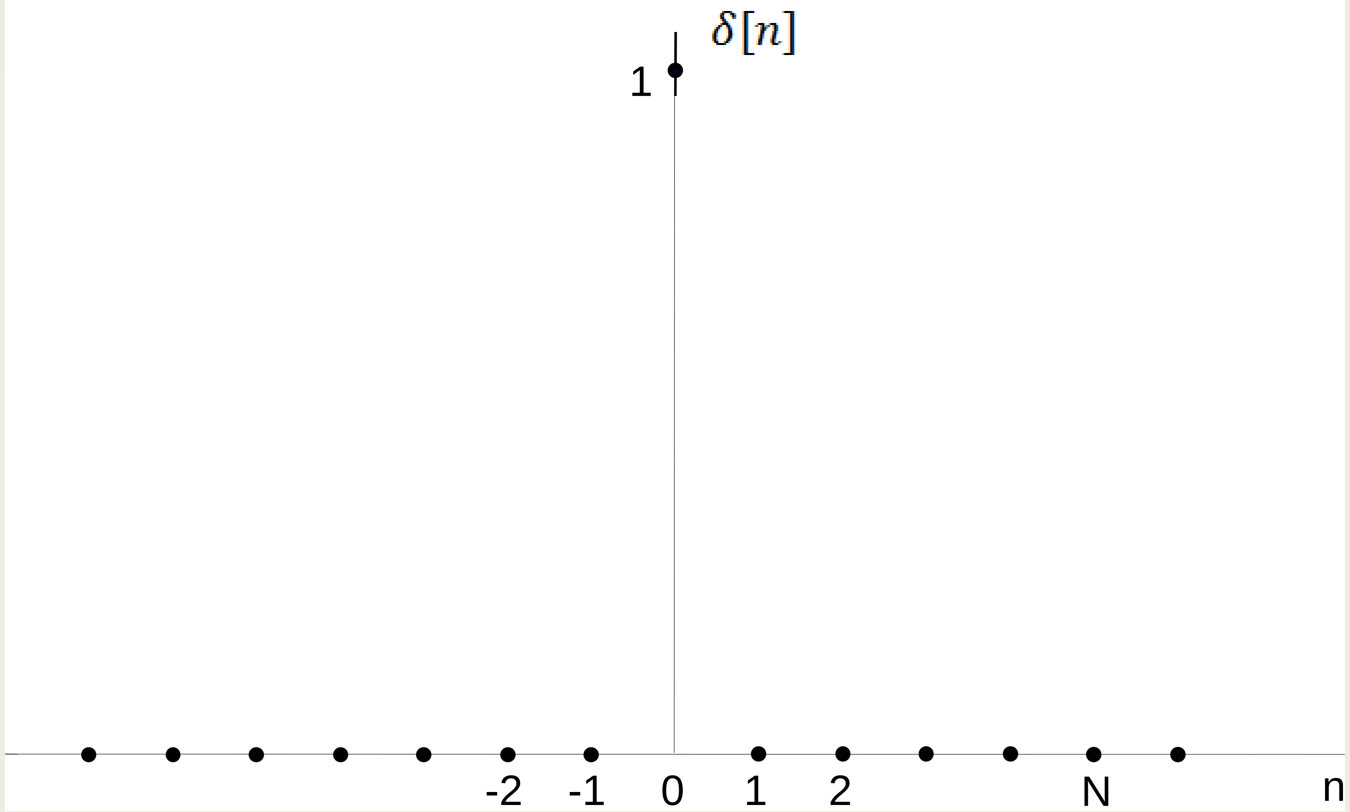
Diskretni pravougaoni impuls

- $p[n] = u[n] - u[n-N] = \begin{cases} 0\,, n < 0 \\ 1\,, 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, n > N \end{cases}$



Diskretni jedinični impulsni signal

- $\delta[n] = \begin{cases} 0, n \neq 0 \\ 1, n = 0 \end{cases}$

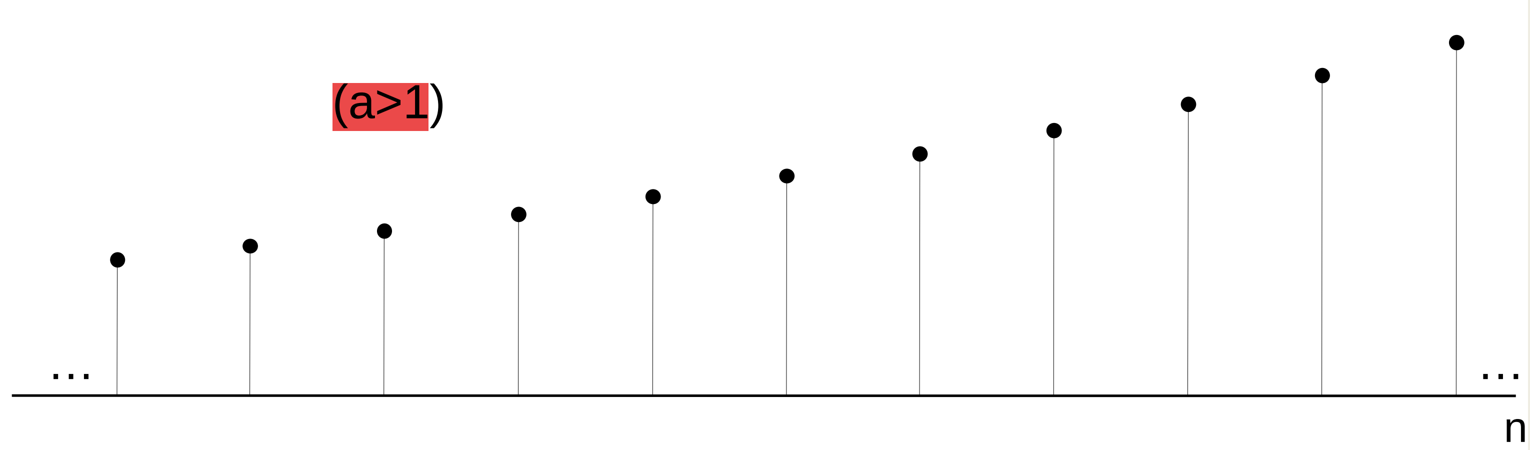


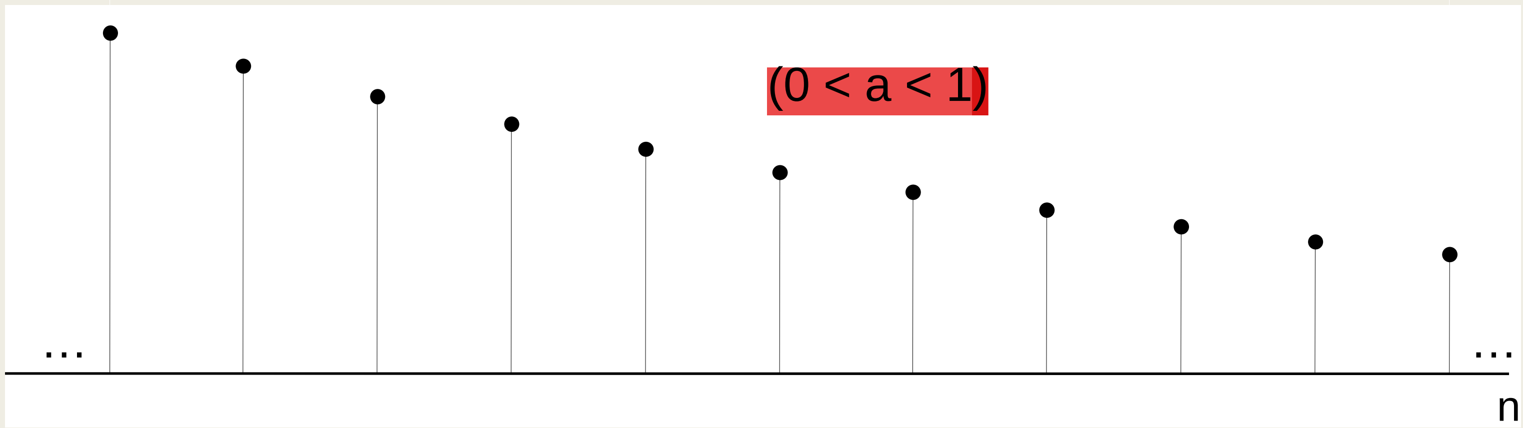
Diskretni jedinični odskočni i jedinični impulsni signal

- $\delta[n] = u[n] - u[n-1]$
- $u[n] = \sum_{m=-\infty}^{n} \delta[m]$

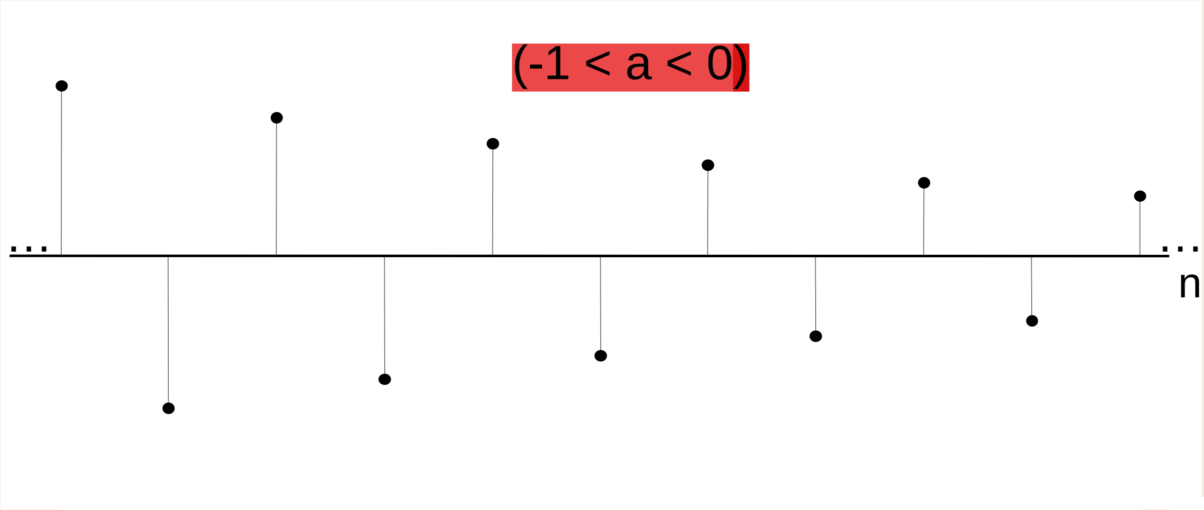
Diskretni realan eksponencijalni signal

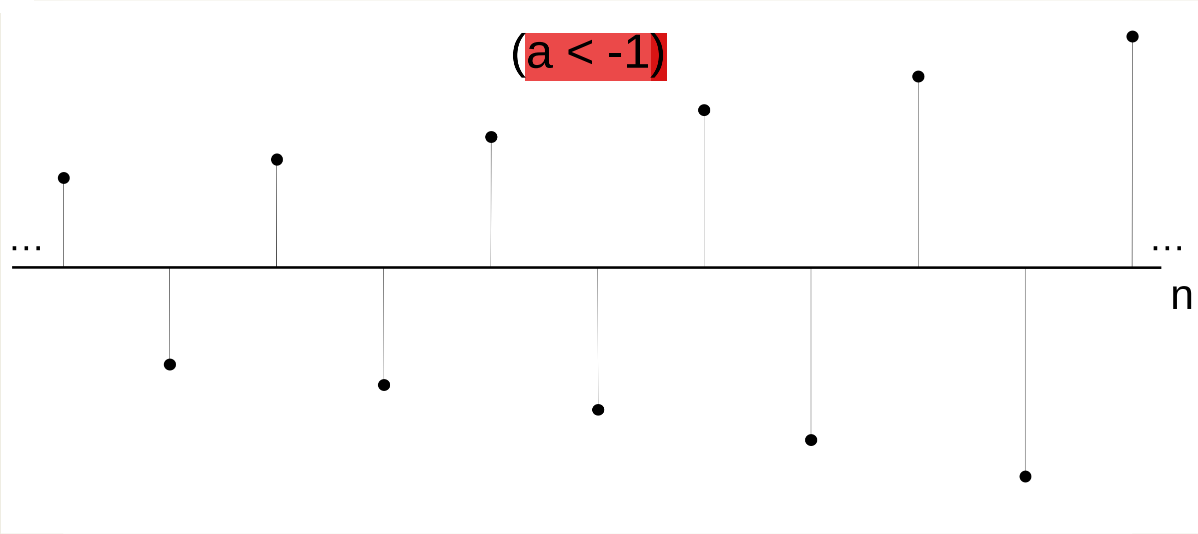
- $x[n] = Ca^n$
- C – realna konstanta
- a– realna konstanta





Diskretan realan eksponencijalni signal

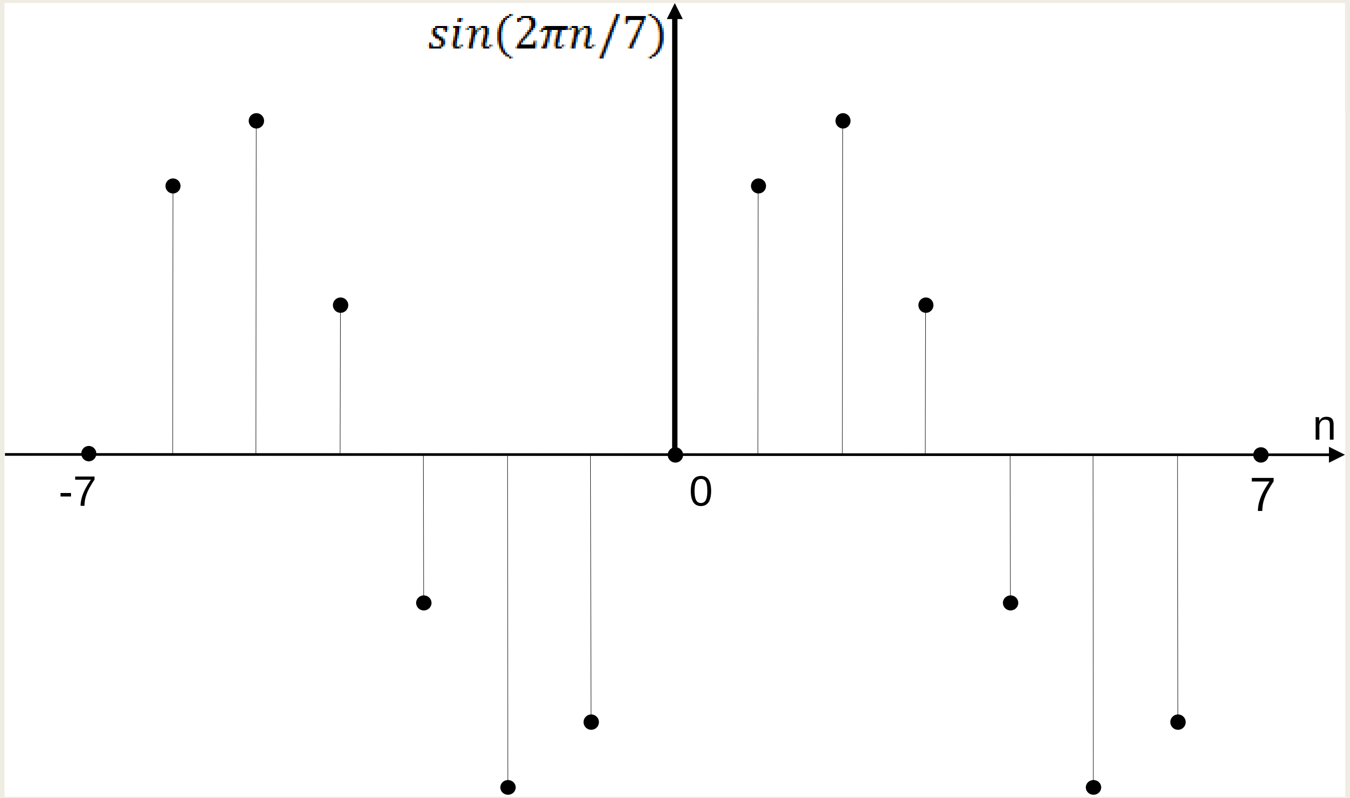




Diskretan kompleksni prostoperiodični signal

- $x[n] = \; Ca^n$ - gde su C i a kompleksne konstante
- $a = e^{j\Omega_0}$ - gde je Ω_0 diskretna kružna učestanost
- $C = |C|e^{j\phi}$ - gde je ϕ realna konstanta
- $x[n] = \; Ce^{j\Omega_0 n} = |C|e^{j(\Omega_0 n+\phi)} = |C|cos(\Omega_0 n + \phi) \; + j|C|sin(\Omega_0 n + \phi)$
- Ako obeležimo sa $A=|C|$ tada je prostoperiodičan signal dat izrazom:
- $x[n] = \; Acos(\Omega_0 n + \phi) = \mathrm{Re}\{Ae^{j(\Omega_0 n+\phi)}\} = A/2(e^{j(\Omega_0 n+\phi)} + e^{-j(\Omega_0 n+\phi)})$

Diskretan sinusoidalan signal



$$\Omega_0 = \frac{2\pi}{7}$$

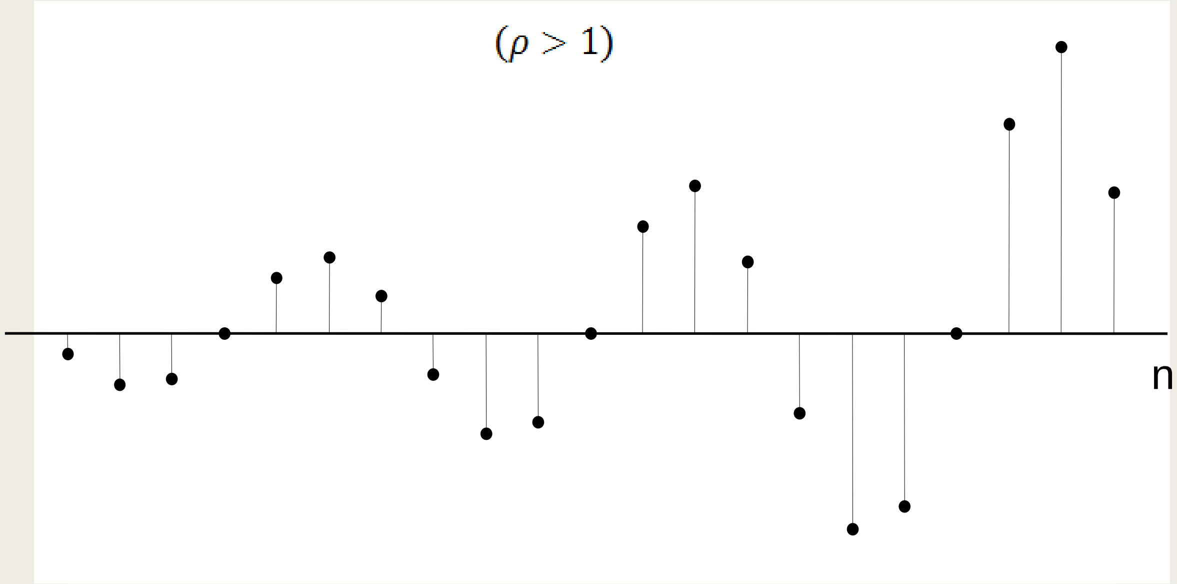
Periodičnost diskretnog sinusoidalnog signala

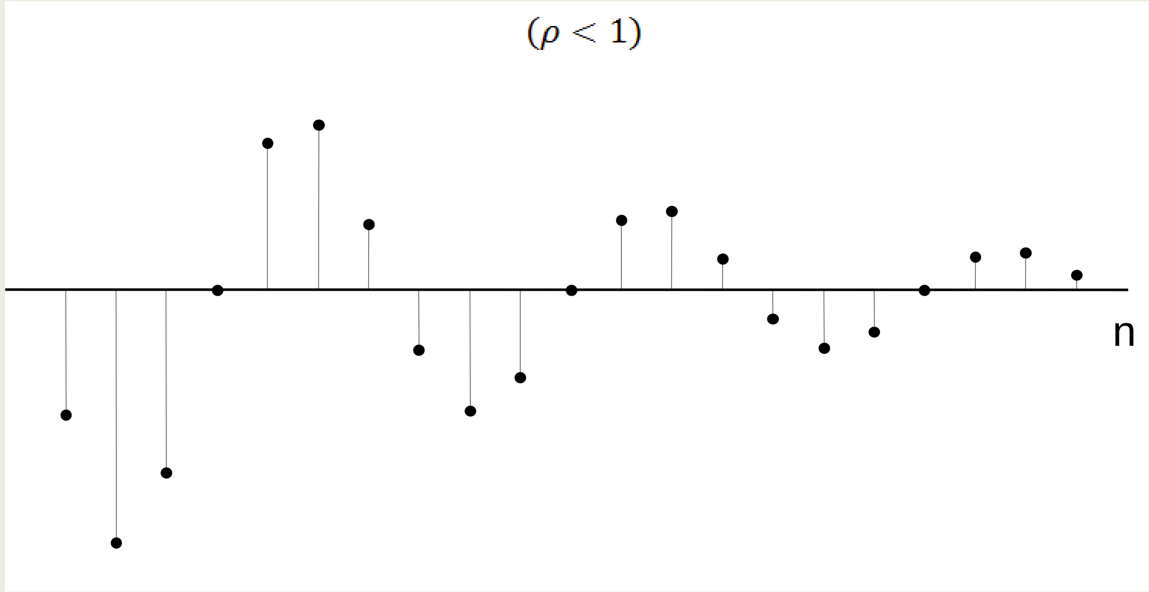
- Uslov periodičnosti $x[n+N] = x[n]$ mora da važi za svaki ceo broj *n* i za neki prirodan broj *N*
- $e^{j\Omega_0(n+N)} = e^{j\Omega_0 n} e^{j\Omega_0 N} = e^{j\Omega_0 n} \Rightarrow e^{j\Omega_0 N} = 1$
- $\Omega_0 N = 2k\pi$ gde je *k* neki prirodan broj, odnosno $\frac{\Omega_0}{2\pi} = \frac{k}{N}$ mora da bude racionalan broj
- Ako posmatramo diskretizaciju signala $x(t) = \sin \omega_0 t$ sa periodom odabiranja T_S
- Pošto je $\Omega_0 = \omega_0 T_s = \frac{2\pi}{T_0} T_s$ pa je uslov da $x(n) = \sin \Omega_0 n$ bude periodičan
- $\frac{\Omega_0}{2\pi} = \frac{\omega_0 T_S}{2\pi} = \frac{T_S}{T_0} = \frac{k}{N} \Rightarrow T_S = \frac{k}{N} T_0$ i $\frac{k}{N} < \frac{1}{2}$ da bi se zadovoljio Niquistov kriterijum
- Iz toga se zaključuje da je diskretni signal *x(n)* periodičan sa periodom *N* ako jedna perioda diskretizovanog sinusa sadrži ceo broj (*k*) perioda nediskretizovane sinusne funkcije $NT_S = kT_0$
- Diskretni sinusoidalni signali učestanosti $\Omega_0 + 2k\pi$ su identični
- $e^{j(\Omega_0 + 2k\pi)n} = e^{j\Omega_0 n} e^{j2kn\pi} = e^{j\Omega_0 n}$ pri čemu su *k* i *n* proizvoljni celi brojevi
- Diskretna učestanost se prema tome kreće u opsegu $0 \leq \Omega_0 < 2\pi$ ili $-\pi \leq \Omega_0 < \pi$

Diskretni kompleksni eksponencijalni signal – opšti slučaj

- $x[n] = Ca^n$
- $a = \rho e^{j\Omega_0}$ - gde je Ω_0 diskretna kružna učestanost, a ρ realan broj
- $C = |C|e^{j\phi}$ - gde je ϕ realna konstanta
- $x[n] = |C|e^{j\phi}\left(\rho e^{j\Omega_0}\right)^n = |C|e^{j\phi}\rho^n e^{jn\Omega_0} = |C|\rho^n e^{j(n\Omega_0+\phi)}$
- $x[n] = |C|\rho^n[\cos(\Omega_0 n + \phi) + j\sin(\Omega_0 n + \phi)]$ ako obeležimo sa $\mathrm{A} = |C|$
- $x[n] = A\rho^n \cos(\Omega_0 n + \phi) = \mathrm{Re}\{A\rho^n e^{j(\Omega_0 n+\phi)}\} = \frac{A\rho^n}{2}\left(e^{j(\Omega_0 n+\phi)} + e^{-j(\Omega_0 n+\phi)}\right)$
- Za $\rho > 1$ eksponencijalno rastući kosinusni signal
- Za $0 < \rho < 1$ eksponencijalno opadajući kosinusni signal – prigušene oscilacije

Diskretni kompleksni eksponencijalni signal – opšti slučaj





Furijeova transforamacija jediničnog impulsnog signala

$$X(j\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\, e^{-j\Omega n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(n)\, e^{-j\Omega n} = 1 \cdot e^{-j\Omega 0} = 1$$