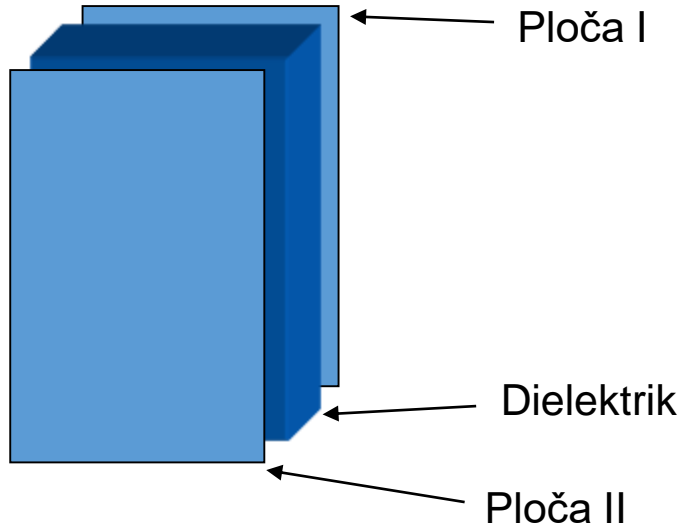


Kapacitivnost

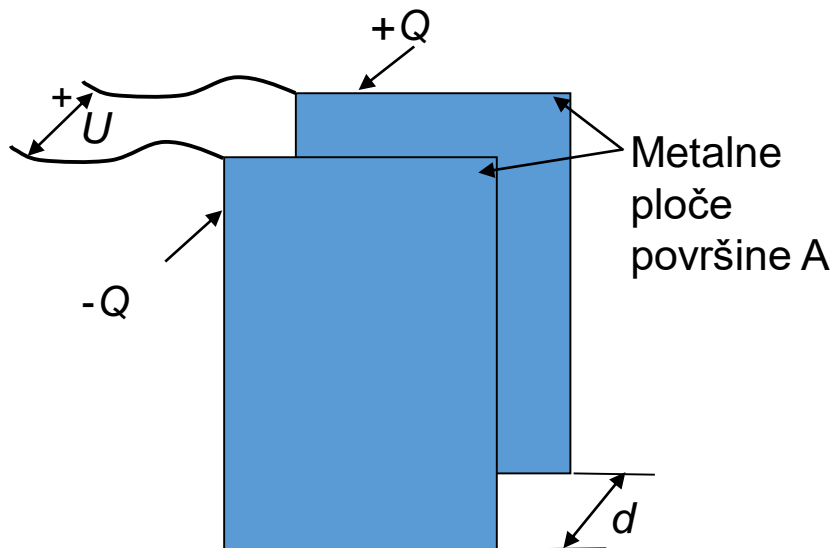
- Kapacitivnost je sposobnost nekog objekta da skladišti električno naelektrisanje
- Uređaj koji skladišti električno naelektrisanje naziva se kondenzator
- SI jedinica za kapacitivnost je Farad (F)
- Vrednosti kapacitivnosti su najčešće male, reda veličine μF , nF or pF . Savremena tehnologija koristi tzv. “superkondenzatore” kapacitivnosti reda veličine Farada.
- Bilo koji objekat ili struktura koja može da primi naelektrisanje, bilo statičko bilo putem električne struje, iskazuje kapacitivnost. U opštem slučaju, bilo koja dva provodnika između kojih se nalazi izolator predstavljaju KONDENZATOR.



Osnovni model kondenzatora

Dielektrički materijal je izolator, pa nema direktnog protoka struje između ploča kondenzatora.

Kapacitivnost



Promenom dielektrika između ploča, kapacitivnost se može povećati:

$$C = \frac{\varepsilon \cdot A}{d}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$$

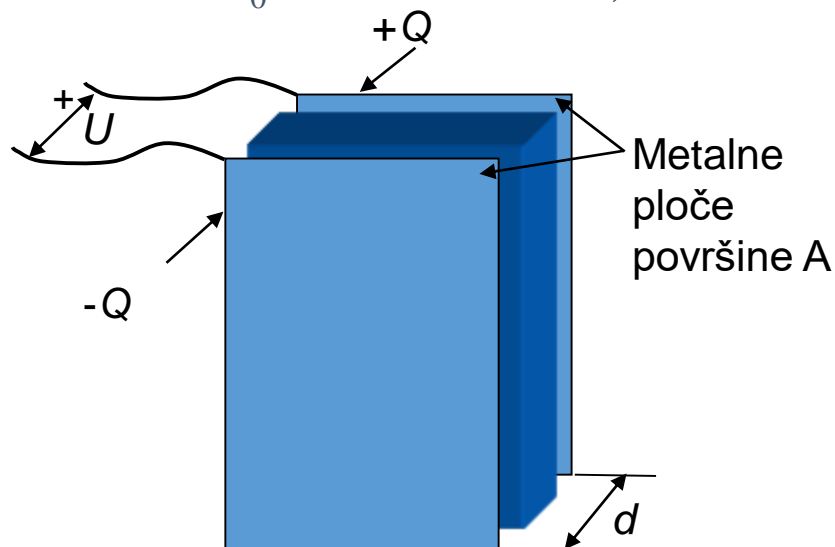
Količina naleketrisanja koja se skladišti proporcionalna je kapacitivnosti i naponu na krajevima kondenzatora.

$$Q = C \cdot U$$

Kapacitivnost zavisi od geometrije kondenzatora i permeabilnosti sredine.

$$C = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{d}$$

$$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}, \text{ F/m}$$

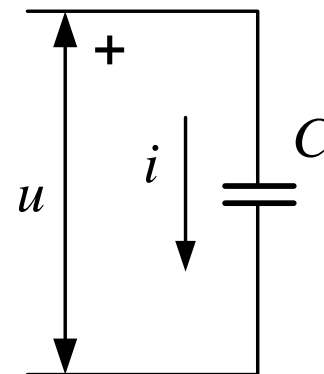


Kondenzator

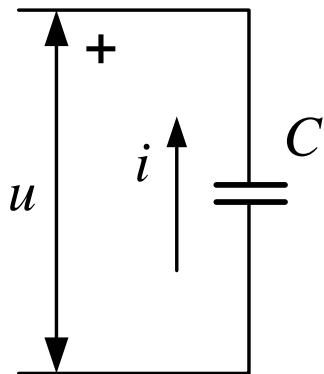
Kondezator, u teoriji kola, definiše se kao pasivni element sa dva kraja kroz koji teče struja proporcionalna prvom izvodu napona na njegovim krajevima.

$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

$$i = C \cdot \frac{du}{dt}$$



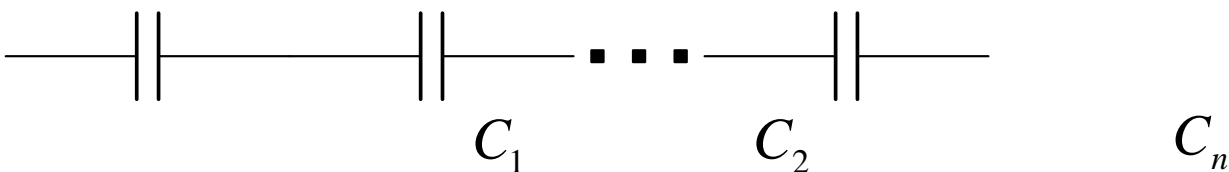
Jednostavno je izračunati da je u kolima jednosmernih struja struja koja protiče kroz kondenzator jednaka nuli.



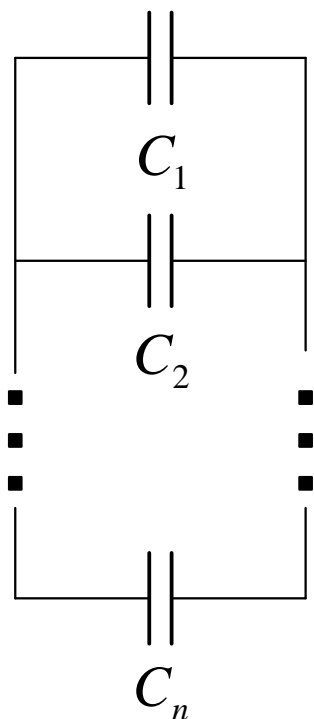
Prethodna formula odgovara usaglašenim smerovima za pasivne elemente. U suprotnom, struja je jednaka:

$$i = -C \cdot \frac{du}{dt}$$

Redna i paralelna veza kondenzatora



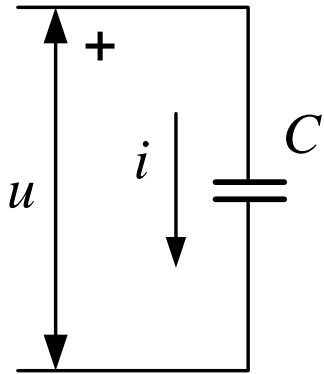
$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$



$$C_e = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

Kada se nekoliko kondenzatora međusobno poveže, njihova ekvivalentna kapacitivnost nalazi se na isti način kao i provodnost (G)

Energija akumulisana u kondenzatoru



$$i = C \cdot \frac{du}{dt}$$

$$p = u \cdot i = u \cdot C \cdot \frac{du}{dt}$$

Kako, po definiciji, snaga predstavlja brzinu akumulisanja energije:

$$p = \frac{dw}{dt},$$

energija se može izračunati kao:

$$w = \int_{-\infty}^t p \cdot dt = \int_{-\infty}^t u \cdot \left(C \cdot \frac{du}{dt} \right) \cdot dt = C \cdot \int_{u(-\infty)}^{u(t)} u \cdot du = \frac{1}{2} C \cdot u^2(t) - \frac{1}{2} C \cdot u^2(-\infty)$$

- Kako možemo da pretpostavimo da je:

$$u(-\infty) = 0,$$

energija akumulisana u kondenzatoru jednaka je:

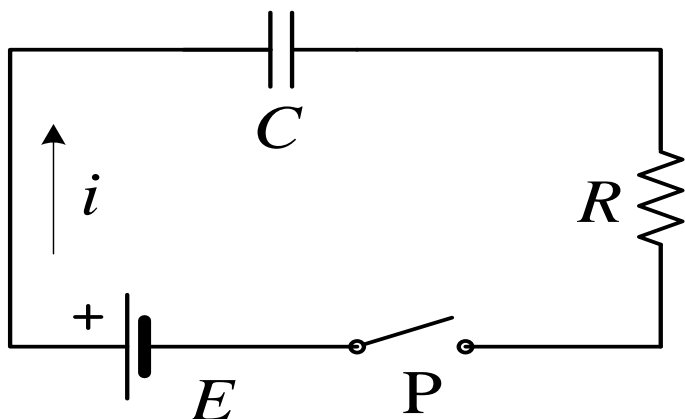
$$w(t) = \frac{1}{2} C \cdot u^2(t)$$

Prelazna stanja kod linearnih električnih kola jednosmerne struje

- Prilikom uključanja i isključenja izvora elektromotorne sile dolazi do promena koje se ne mogu objasniti samo korišćenjem Omovog i Kirhofovih zakona.
- Zakon promene elektromotorne sile na krajevima kondenzatora.
- Zakon elektromagnetne indukcije (Faradej 1831).
- Odzivi kola se određuju rešavanjem diferencijalnih jednačina koje opisuju prelazni režim.
- Kola čiji se prelazni režim određuje diferencijalnim jednačinama prvog reda nazivaju se kolima prvog reda. Primeri ovakvih kola su kola koja sadrže kondenzator ili zavojnicu.

Komutacija i početni uslovi

- Prelaz iz jednog u drugi režim rada kola može biti izazvan ili skokovitom promenom parametara kola ili promenom konfiguracije kola tj. Komutacijom.
- Primeri komutacije su uključenje ili isključenje generatora u kolu ili bilo kog elementa u kolu.
- Kao podsledica diskontinuiteta u radu generatora ili promena u kolu prirodno je očekivati i diskontinuitete u odzivima kola.
- Od posebnog je interesa određivanje odziva na koji komutacija neće uticati, tj. određivanje uslova da odzivi budu neprekidne funkcije.
- Može se dokazati da pod određenim uslovima napon kondenzatora i struja zavojnice predstavljaju neprekidne funkcije.
- Iz uslova neprekidnosti napona na kondenzatoru i struje zavojnice moguće je odrediti početne uslove za rešavanje diferencijalnih jednačina kojima se određuju odzivi u kolima sa kondenzatorom i zavojnicom.



$$E - \frac{q}{C} - R \cdot i = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E$$

$$q(t) = q_p(t) + q_h(t)$$

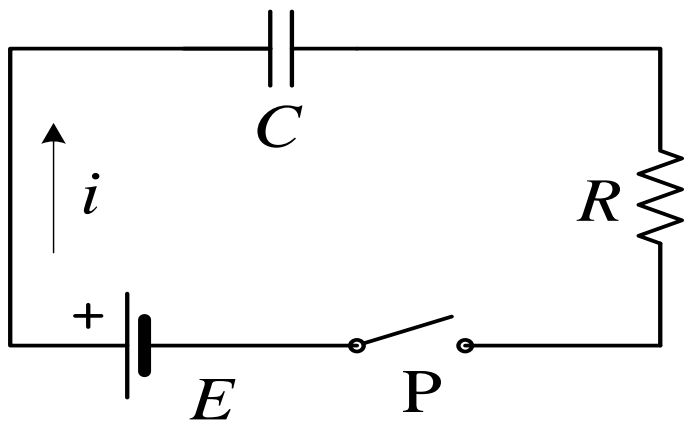
$$q_p(t) = C \cdot E = \text{const}$$

$$R \cdot \frac{dq_h}{dt} + \frac{q_h}{C} = 0$$

$$\frac{dq_h}{dt} = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot q_h$$

$$\frac{dq_h}{q_h} = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot dt$$

- struja dielektričnog pomeraja (Maksvel 1873)
- postoji samo dok postoji promena električnog polja u dielektriku



• τ – vremenska konstanta

$$\tau = R \cdot C$$

$$\ln q_h = -\frac{t}{\tau} + k_1$$

$$q_h = k \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

• početni uslov

$$q(t=0) = 0$$

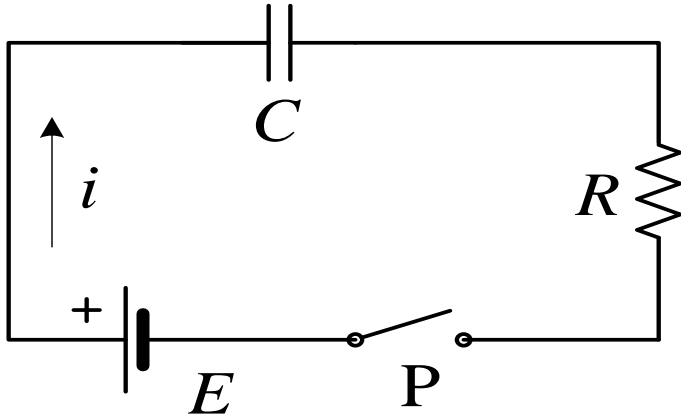
$$q(t) = q_p(t) + q_h(t)$$

$$q(t) = C \cdot E + k \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$q(t=0) = C \cdot E + k = 0 \Rightarrow k = -C \cdot E$$

$$q(t) = C \cdot E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$q(t) = C \cdot E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}}\right)$$



$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$i(t) = C \cdot E \cdot \frac{1}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

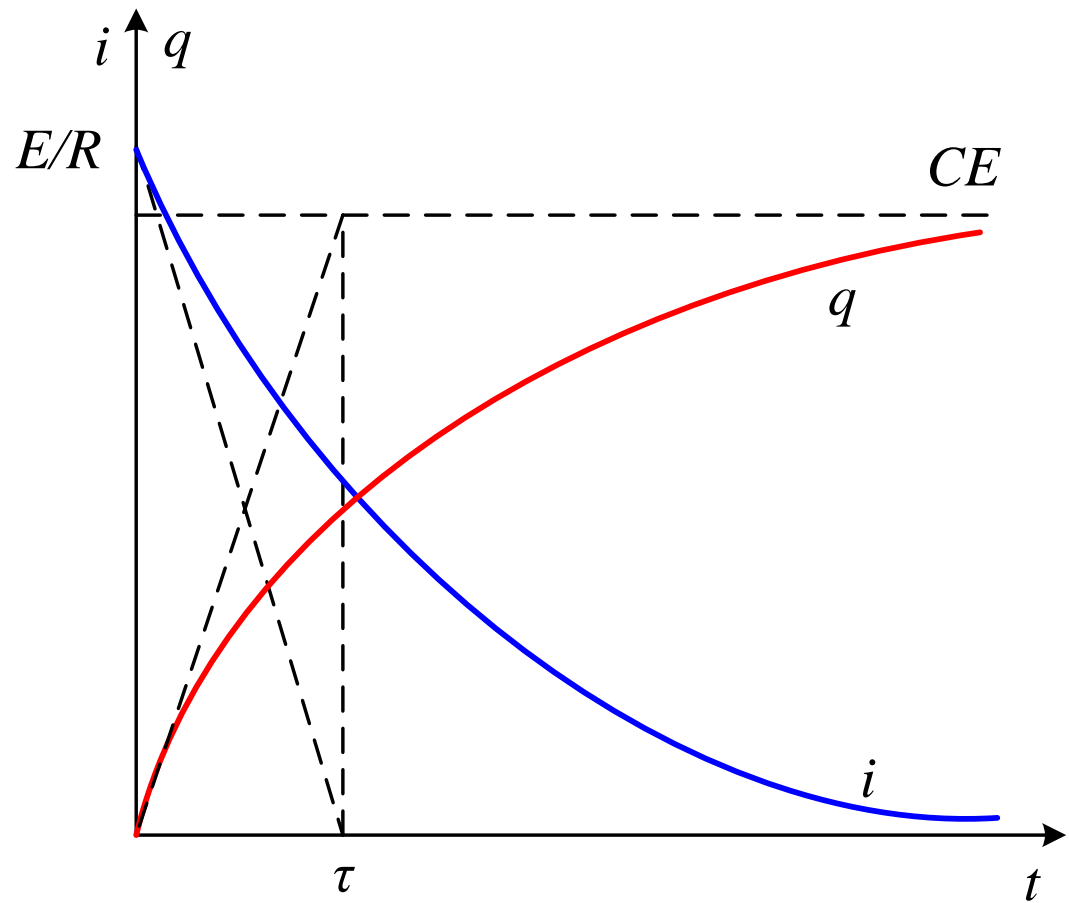
$$q(t) = C \cdot E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \right)$$

$$u(t) = \frac{q(t)}{C}$$

$$u(t) = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \right)$$

$$q(t) = C \cdot E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \right)$$

$$i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$



Energetski proces pri punjenju kondenzatora

$$E \cdot i \cdot dt = R \cdot i^2 \cdot dt + \frac{q}{C} \cdot dq$$

$$W = \int_0^t E \cdot i \cdot dt = \int_0^q E \cdot dq = E \cdot q$$

$$W = E^2 \cdot C \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow W = E^2 \cdot C = Q \cdot E$$

$$p = \frac{dW}{dt} = E^2 \cdot C \cdot \frac{1}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$p(t) = \frac{E^2}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Energetski proces pri punjenju kondenzatora

$$W_a = \int_0^t R \cdot i^2 \cdot dt = R \cdot \frac{E^2}{R^2} \cdot \int_0^t e^{-\frac{2 \cdot t}{R \cdot C}} \cdot dt$$

$$W_a = \frac{E^2}{R} \cdot \frac{R \cdot C}{2} \cdot e^{-\frac{2 \cdot t}{R \cdot C}} \bigg|_t^0$$

$$W_a = \frac{1}{2} \cdot C \cdot E^2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{2 \cdot t}{R \cdot C}} \right)$$

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow W_a = \frac{1}{2} \cdot C \cdot E^2$$

$$p_a(t) = \frac{dW_a}{dt} = \frac{E^2}{R} \cdot e^{-\frac{2 \cdot t}{R \cdot C}}$$

Energetski proces pri punjenju kondenzatora

$$W_e = \int_0^q \frac{1}{C} \cdot q \cdot dq = \frac{1}{C} \cdot \int_0^q q \cdot dq = \frac{1}{2 \cdot C} \cdot q^2$$

$$W_e = \frac{1}{2} \cdot C \cdot E^2 \cdot \left(1 - 2 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} + e^{-\frac{2 \cdot t}{R \cdot C}} \right)$$

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow W_e = \frac{1}{2} \cdot C \cdot E^2$$

$$p_e(t) = \frac{dW_e}{dt} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot E^2 \left(\frac{2}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} - \frac{2}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{2 \cdot t}{R \cdot C}} \right)$$

$$p_e(t) = \frac{E^2}{R} \cdot \left(e^{-\frac{t}{R \cdot C}} - e^{-\frac{2 \cdot t}{R \cdot C}} \right)$$

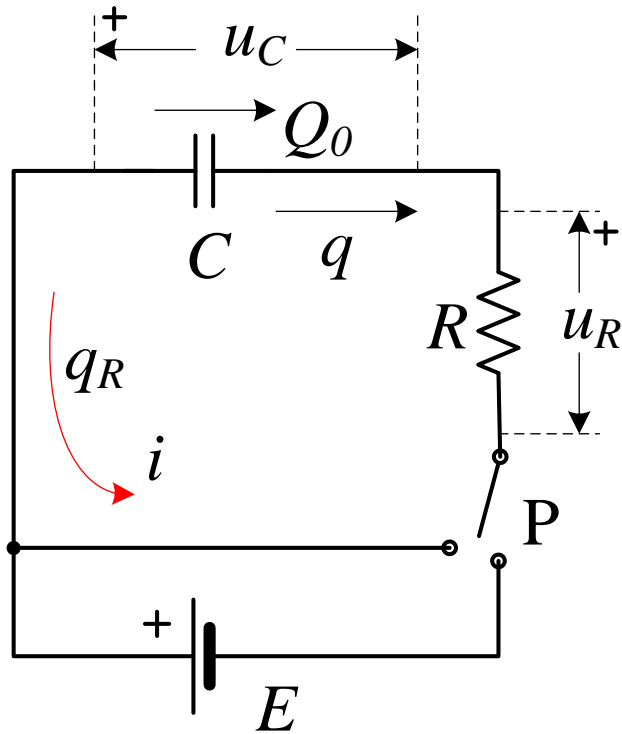
Energetski proces pri punjenju kondenzatora

$$\frac{dp_e}{dt} = \frac{E^2}{R} \cdot \left(-\frac{1}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{2}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{2t}{\tau}} \right)$$

$$\frac{dp_e}{dt} = 0 \Rightarrow e^{-\frac{t}{\tau}} = 2 \cdot e^{-\frac{2t}{\tau}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow e^{\frac{t}{\tau}} = 2$$

$$\frac{t}{\tau} = \ln 2 \Rightarrow t = \tau \cdot \ln 2 \quad - \text{maksimum}$$

Pražnjenje kondenzatora



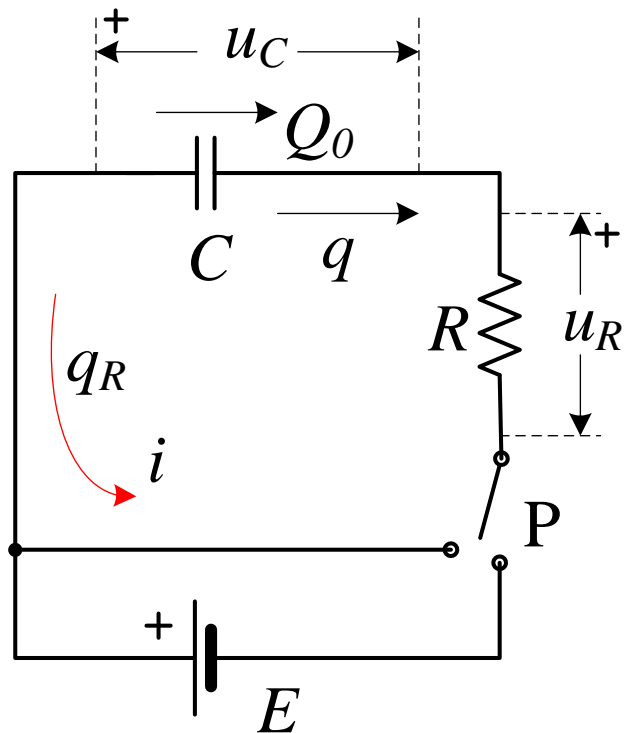
$$q = Q_0 - q_R$$

$$i = \frac{dq_r}{dt} = -\frac{dq}{dt}$$

$$u_c = \frac{q}{C}$$

$$u_R = -R \cdot I = -R \cdot \left(-\frac{dq}{dt} \right) = R \cdot \frac{dq}{dt}$$

Pražnjenje kondenzatora



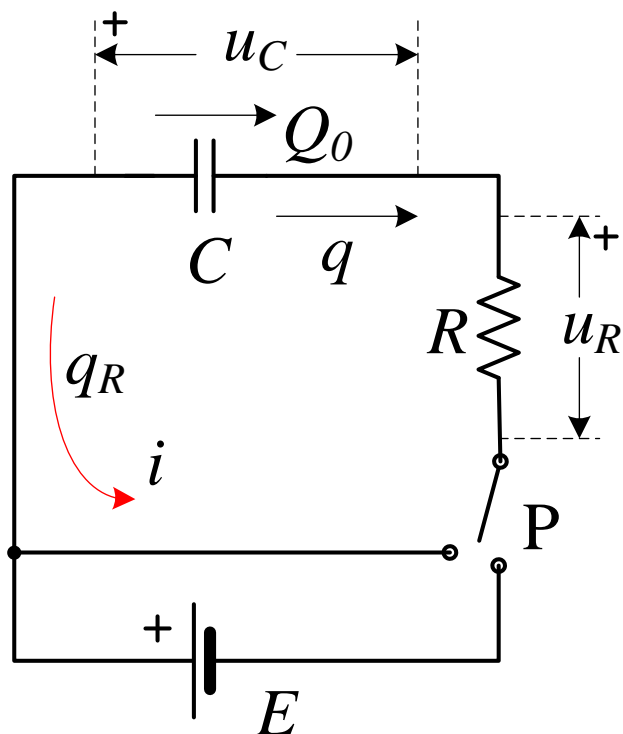
$$u_R + u_c = 0$$

$$R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{R \cdot C} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot dt$$

$$q = k \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Pražnjenje kondenzatora



- početni uslov

$$q(t=0) = Q_0 = C \cdot E$$

$$q(t) = C \cdot E \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$u_C(t) = \frac{q}{C}$$

$$u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$i(t) = -\frac{dq}{dt} = \frac{C \cdot E}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Pražnjenje kondenzatora

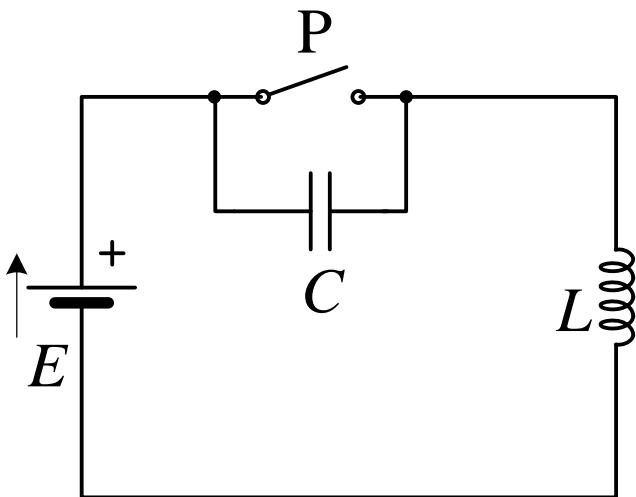
$$W_R = \int_0^t R \cdot i^2 \cdot dt = R \cdot \frac{E^2}{R^2} \cdot \int_0^t e^{-\frac{2t}{\tau}} \cdot dt$$

$$W_R = \frac{E^2}{R} \cdot \frac{R \cdot C}{2} \cdot e^{-\frac{2t}{\tau}} \bigg|_t^0$$

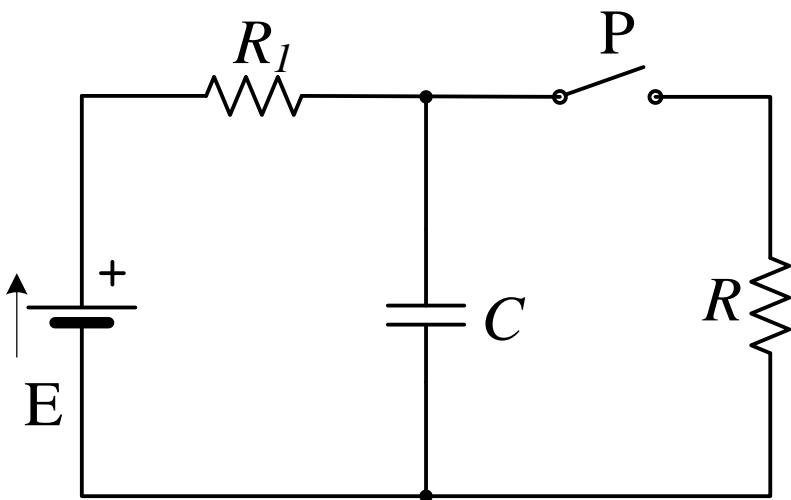
$$W_R = \frac{1}{2} \cdot C \cdot E^2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{2t}{\tau}} \right)$$

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow W_R = \frac{1}{2} \cdot C \cdot E^2$$

Praktična primena



- otvaranje prekidača



- blic
- tačkasto zatvaranje