

Metode formiranja i analyze medicinske slike

OPERACIJE NAD SLIKOM U PROSTORНОM DOMENU

ODABIRANJE 2D SIGNALA

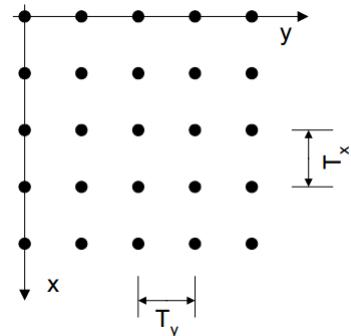
- ▶ Proces odabiranja 2D signala isti je procesu odabiranja 1D signala
- ▶ Diskretni signal $f[m,n]$ dobija se iz kontinualnog signala $f(m,n)$ uzimanjem odbiraka kontinualnog signala u pravilnom rasporedu
- ▶ Postoјi nekoliko sistema za odabiranje 2D signala

ODABIRANJE 2D SIGNALA

- pravougaono odabiranje

- ▶ Ukoliko se odbirci uzimaju u temenima pravougaonika, takvo odabiranje naziva se pravougaonim ili ortogonalnim odabiranjem i važi sledeća relacija:

$$f[m,n] = f(mT_x, nT_y)$$



ODABIRANJE 2D SIGNALA

- pravougaono odabiranje

- ▶ Kako bismo ispitali osobine procesa odabiranja, potrebno je da posmatramo isti u frekvencijskom domenu
- ▶ Polje sa prethodnog slajda predstavlja polje Dirakovih impulsa i može matematički biti opisano kao

$$\text{comb}(x, y, T_x, T_y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - mT_x, y - nT_y)$$

ODABIRANJE 2D SIGNALA

- pravougaono odabiranje

- ▶ Idealni diskretizovani 2D signal predstavlja zapravo množenje kontinualnog signala sa prikazanim poljem

$$f_s(x, y) = f(x, y) \operatorname{comb}(x, y, T_x, T_y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(mT_x, nT_y) \delta(x - mT_x, y - nT_y)$$

- ▶ Furijeova transformacija impulsnog polja predstavlja periodičnu funkciju (perioda $\Omega_{xs} = 2\pi / T_x$ i $\Omega_{ys} = 2\pi / T_y$)

$$\begin{aligned} \operatorname{COMB}(\Omega_x, \Omega_y) &= F\{\operatorname{comb}(x, y, T_x, T_y)\} = \frac{1}{T_x T_y} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega_x - k\Omega_{xs}, \Omega_y - l\Omega_{ys}) \\ &= \frac{1}{T_x T_y} \operatorname{comb}(\Omega_x, \Omega_y, \Omega_{xs}, \Omega_{ys}) \end{aligned}$$

ODABIRANJE 2D SIGNALA

- pravougaono odabiranje

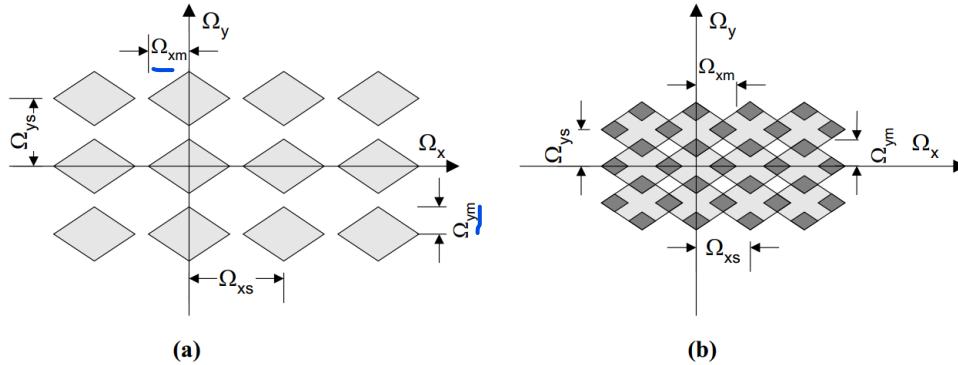
- ▶ Poznato je da množenje u vremenskom domenu predstavlja konvoluciju u frekvencijskom domenu
- ▶ FT idealno diskretizovanog 2D signala predstavlja periodično ponavljanje spektra kontinualnog 2D signala, pomnoženog sa multiplikativnim faktorom

$$\begin{aligned} F_s(\Omega_x, \Omega_y) &= F(\Omega_x, \Omega_y) * \operatorname{COMB}(\Omega_x, \Omega_y) = \frac{1}{T_x T_y} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} F(\Omega_x, \Omega_y) * \delta(\Omega_x - k\Omega_{xs}, \Omega_y - l\Omega_{ys}) \\ &= \frac{1}{T_x T_y} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} F(\Omega_x - k\Omega_{xs}, \Omega_y - l\Omega_{ys}) \end{aligned}$$

periodične
pon.

ODABIRANJE 2D SIGNALA

- pravougaono odabiranje



Slika 4.8 Spektar diskretnog signala (a) bez preklapanja, (b) sa preklapanjem.

ODABIRANJE 2D SIGNALA

- pravougaono odabiranje

► **Kako** ne bi došlo do preklapanja, potrebno je da važi:

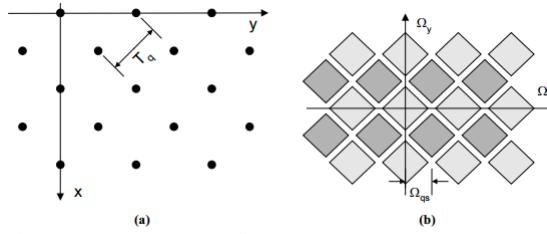
$$\Omega_{xs} > 2\Omega_{xm} \text{ i } \Omega_{ys} > 2\Omega_{ym}$$

► **Odnosno** da su periode odabiranja dovoljno male (Nyquist)

$$T_x < \frac{\pi}{\Omega_{xm}} \text{ i } T_y < \frac{\pi}{\Omega_{ym}}$$

ODABIRANJE 2D SIGNALA - ostale metode

- ▶ Pošto iskorišćenje frekvencijskog spektra nije maksimalno kod ortogonalnog odabiranja, razvijane su i druge metode
- ▶ Jedna od metoda je kvinkunks odabiranje (zbog boljeg iskorišćenja spektra, dovoljna je manja frekvencija odabiranja)



Slika 4.9 Kvinkunks odabiranje: (a) Rešetka odabiranja, (b) Spektar signala posle odabiranja.

DIGITALIZACIJA SLIKE - monohromna slika

- ▶ Digitalna monohromna slika se obično predstavlja kao niz binarnih podataka fiksne dužine binarne reči
- ▶ Podaci su pozitivni – nije potreban znak
- ▶ Ako se koristi B bita po reči, broj nijansi je: $L = 2^B$
- ▶ A broj bita ukupno (dimenzije $M \times N$): $B_{TOT} = M \times N \times B$

DIGITALIZACIJA SLIKE

- monohromna slika

- ▶ Za ovakvu sliku je moguće reći da ima amplitudsku rezoluciju od B bita po pikselu
 - ▶ Ljudsko oko razlikuje ~ 15 nivoa sjajnosti, a osetljivost oka je $\sim 2\%$ za uočavanje razlika sjajnosti susednih regiona
 - ▶ Iz tog razloga, minimalan **broj bita za reprezentaciju piksela** je **6** (64 nivoa sivog) – iz praktičnih razloga koristi se 8 bita (1 bajt)

DIGITALIZACIJA SLIKE - monohromna slika

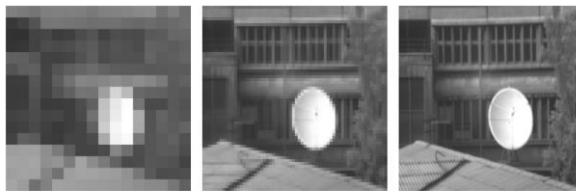
- ▶ Smanjivanjem bita za reprezentaciju piksela, dolazi do formiranja naglih promena u slici – pojave kontura



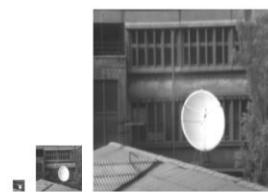
Slika 4.14 Uticaj broja bita na kvalitet slike: (a) 1 b/p, (b) 4 b/p, (c) 8 b/p

DIGITALIZACIJA SLIKE - monohromna slika

- ▶ Druga važna osobina je **prostorna rezolucija**
- ▶ Manja **prostorna rezolucija** – manje **detalja**



Slika 4.15 Uticaj prostorne rezolucije na kvalitet slike kada je veličina slike konstantna: (a) 16×16, (b) 64×64, (c) 256×256.



Slika 4.16 Uticaj prostorne rezolucije na kvalitet slike kada je veličina piksela konstantna: (a) 16×16, (b) 64×64, (c) 256×256.

DIGITALIZACIJA SLIKE - kolor slika

- ▶ Digitalizacija kolor slika se vrši digitalizacijom svih komponenti korišćenog kolor sistema (najčešće RGB)
- ▶ Ako se koristi 8 bita za svaku komponentu, ukupan broj različitih nijansi je:

$$2^{24} = 16\,777\,216$$

- ▶ Memorija potrebna za skladištenje slike **512x512**:
- 786.5 Mb.

DIGITALIZACIJA SLIKE - kolor slika

- ▶ Koristi se manji broj bita za reprezentaciju komponenti – uglavnom 3-6 bita
- ▶ Poznato je da je osetljivost ljudskog oka različita za različite boje, te se često koristi i različita amplitudska rezolucija za različite komponente (najveća osetljivost na plavu, umerena na zelenu i najmanja na crvenu)

OSNOVNE OSOBINE DIGITALNE SLIKE

OSNOVNE OSOBINE DIGITALNE SLIKE

- ▶ Srednja vrednost inteziteta slike
 - ▶ Daje procenu prosečne osvetljenosti cele slike

$$L_{sr} = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N L[m, n]}{MN}$$

- ▶ Varijansa i standardna devijacija inteziteta slike
 - ▶ Daju informacije o promeni inteziteta u slici

$$Var = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (L[m, n] - L_{sr})^2}{MN}$$

$$\sigma = \sqrt{Var}$$

OSNOVNE OSOBINE DIGITALNE SLIKE

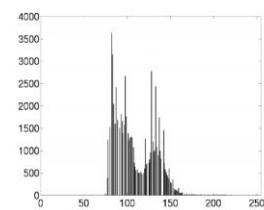
- ▶ Maksimalna i minimalna vrednost inteziteta slike
 - ▶ Daju informacije o ekstremnim vrednostima inteziteta

$$L_{max} = \max_{1 \leq m \leq M, 1 \leq n \leq N} (L[m, n])$$

$$L_{min} = \min_{1 \leq m \leq M, 1 \leq n \leq N} (L[m, n])$$

- ▶ Histogram slike
 - ▶ Daje informacije o raspodeli sivog u slici
 - ▶ Grafik gde je apscisa vrednost inteziteta a ordinate broj piksela u slici koji ima baš taj intezitet
 - ▶ Normalizovani histogram (vrednost podjeljena sa $M \times N$)

$$\sum_{i=L_{min}}^{L_{max}} H[i] = MN$$



POBOLJŠANJE KVALITETA SLIKE U PROSTORНОM DOMENU

POBOLJŠANJE KVALITETA SLIKE U PROSTORНОM DOMENU

- ▶ Cilj je dobijanje slike koja je pogodnija za dalju primenu
- ▶ Ne povećava se količina informacija sadržana u slici
- ▶ Prema načinu obrade, metode za poboljšanje kvaliteta se dele na:
 - ▶ Lokalne operacije nad pojedinačnim pikselima
 - ▶ Prostorne operacije nad grupom piksela
 - ▶ Transformacione tehnike

Lokalne operacije nad pojedinačnim pikselima

$$v = f(u)$$

► Jednostavne transformacije kontrasta

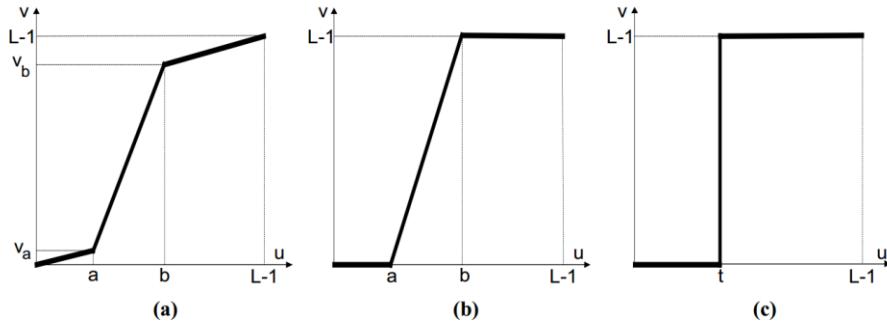
- ▶ Poboljšanje subjektivnog kvaliteta slike razvlačenjem kontrasta – oblast koja se najčešće pojavljuje u slici od a do b se razvlači na širi opseg

$$v = \begin{cases} au, & 0 \leq u < a \\ \beta(u-a) + v_a, & a \leq u < b \\ \gamma(u-b) + v_b, & b \leq u \leq L-1 \end{cases} \quad \alpha, \gamma < 1 \text{ i } \beta > 1$$

Lokalne operacije nad pojedinačnim pikselima

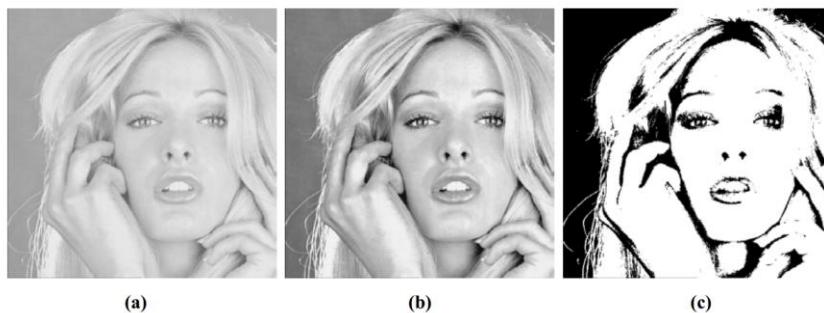
- ▶ Odsecanje – ukoliko su prvi i poslednji segment kod razvlačenja kontrasta skroz horizontalni
 - ▶ Odseca se segment ispod nivoa a i iznad nivoa b
- ▶ Poređenje sa pragom – ukoliko su prvi i poslednji segment kod razvlačenja kontrasta skroz horizontalni, a srednji segment ne postoji
 - ▶ Tada su a i b jednake vrednosti i iz slike se izdvajaju samo vrednosti intenziteta veće od a (ili b)

Lokalne operacije nad pojedinačnim pikselima



Slika 6.1 Transformacije kontrasta: (a) Razvlačenje, (b) Odsecanje, (c) Poređenje sa pragom.

Lokalne operacije nad pojedinačnim pikselima



Slika 6.2 (a) Originalna slika Tiffany, (b) Slika posle razvlačenja kontrasta, (c) Slika posle odsecanja.

Lokalne operacije nad pojedinačnim pikselima

- ## ► Digitalni negativ slike

$$v = L - 1 - u$$

- #### ► Izdvajanje regionala zadate sjajnosti

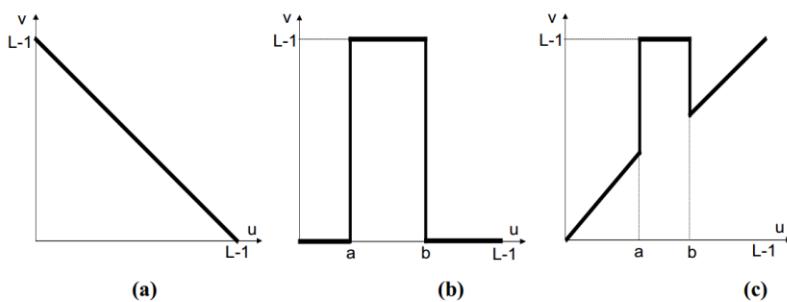
- Bez zadržavanja pozadine

$$v = \begin{cases} L-1, & a \leq u \leq b \\ 0, & \text{drugde} \end{cases}$$

- Uz zadržavanje pozadine

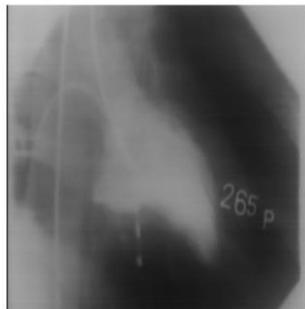
$$v = \begin{cases} L-1, & a \leq u \leq b \\ u, & \text{drugde} \end{cases}$$

Lokalne operacije nad pojedinačnim pikselima

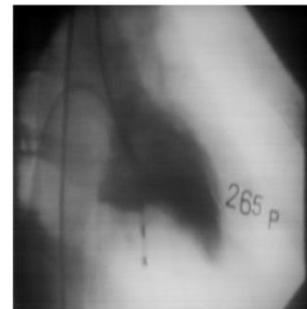


Slika 6.3 Transformacije kontrasta: (a) Digitalni negativ, (b) Izdvajanje regiona bez pozadine, (c) Izdvajanje regiona sa pozadinom.

Lokalne operacije nad pojedinačnim pikselima



(a)



(b)

Slika 6.4 Rendgenska slika Srce: (a) Original, (b) Negativ.

Lokalne operacije nad pojedinačnim pikselima

► Izdvajanje bit-ravni

► za analizu značajnog broja bita za **reprezentaciju**

$$u = b_{B-1}2^{B-1} + b_{B-2}2^{B-2} + \dots + b_12^1 + b_0$$

$$v = \begin{cases} L-1, & b_n = 1 \\ 0, & b_n = 0 \end{cases}$$

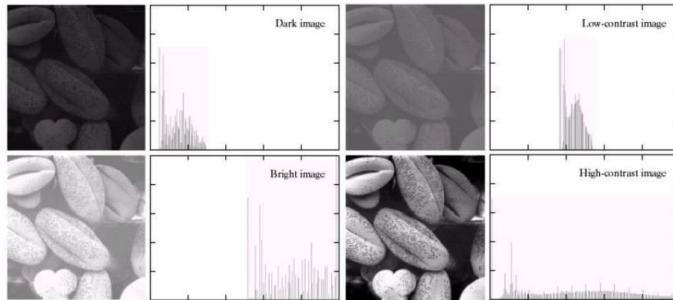
► Kompresija kontrasta

► Ukoliko je dinamički opseg kontrasta nepotrebno širok

$$v = c \log(1+|u|)$$

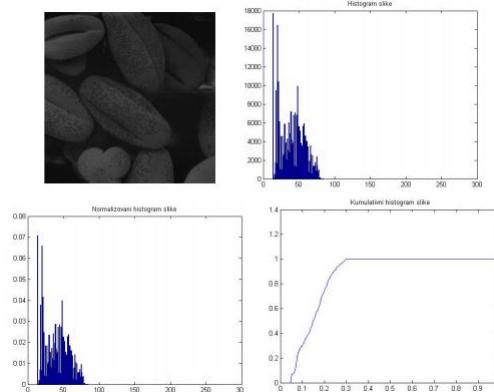
Lokalne operacije nad pojedinačnim pikselima

- ▶ Poboljšanje kvaliteta slike korišćenjem histograma
 - ▶ težnja je da histogram ima željeni **oblik**



Lokalne operacije nad pojedinačnim pikselima

- ▶ Uvodimo pojam **kumulativnog histograma**

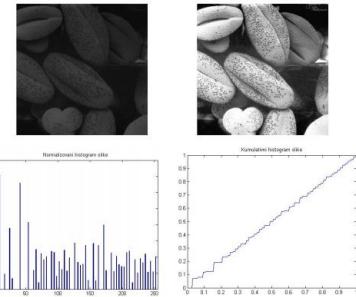


Lokalne operacije nad pojedinačnim pikselima

- ▶ Potrebno je na osnovu histograma ulazne slike, pronaći transformaciju kako bi se dobio uniforman histogram izlazne slike

- ▶ Ekvalizacija histograma

- ▶ **Cilj** je da kumulativni histogram bude uniformno rastuća funkcija (gotovo $y=x$)



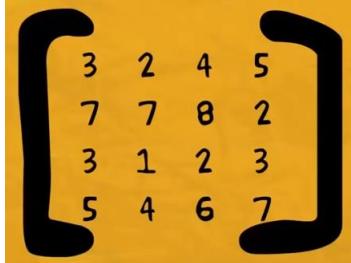
Lokalne operacije nad pojedinačnim pikselima

- ▶ Ekvalizacija histograma

- ▶ Postoje različite metode koje to omogućavaju, a većina se zasniva na pronalaženju kumulativnog histograma
- ▶ Procedura:
 - ▶ Odrediti histogram početne slike
 - ▶ **Normalizovati** histogram i odrediti kumulativni histogram početne slike
 - ▶ **Definisati** željeni opseg inteziteta vrednosti za izlaznu sliku
 - ▶ **Kumulativni** histogram prilagotiti opsegu (uglavnom množenje ili prosta linearna funkcija)
 - ▶ Svaka brojčana vrednost inteziteta početne slike, menja se vrednosću prilagođenog kumulativnog histograma na toj poziciji

Lokalne operacije nad pojedinačnim pikselima

- ▶ Ekvalizacija histograma (pokazati u Matlab-u)



Pixel Intensity	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
No. of pixels	1	3	3	2	2	1	3	1	0	0
Probability	.0625	.1875	.1875	.125	.125	.0625	.1875	.0625	0	0
Cumulative probability	.0625	.25	.4375	.5625	.6875	.75	.9375	1	1	1
C.P * 20	1.25	5	8.75	11.25	13.75	15	18.75	20	20	20
Floor Rounding	1	5	8	11	13	15	18	20	20	20

Na manju vrednost se zakriva

Lokalne operacije nad pojedinačnim pikselima

- ▶ Ekvalizacija histograma

$$v_k = f[u_k] = \sum_{i=0}^k \frac{n_i}{N} = \sum_{i=0}^k p_u[u_i]$$

$$v_q = \text{Int} \left[\frac{v - v_{\min}}{1 - v_{\min}} (L - 1) + 0.5 \right]$$

Lokalne operacije nad pojedinačnim pikselima

► Modifikacija histograma

- ▶ Slična procedura ekvalizaciji histograma
- ▶ Razlika je u tome što se ne kreće od kumulativnog histograma, već je **početna** funkcija drugačija
- ▶ Npr.:

$$v_k = f[u_k] = \frac{\sum_{i=0}^k p_u[u_i]}{\sum_{i=0}^{L-1} p_u[u_i]}, \quad n = 2,3,\dots$$

$$v_k = f[u_k] = \log(1 + u_k)$$

$$v_k = f[u_k] = \sqrt[n]{u_k}, \quad n = 2,3,\dots$$

Prostorne operacije nad grupom piksela

- ▶ Za izračunavanje vrednosti jednog piksela, koriste se i vrednosti piksela koji ga okružuju, *lokalno susedstvo*
- ▶ Vrlo često se ovo izvodi konvolucijom slike i impulsnog odziva konačnog filtra koji se u ovom slučaju naziva **prostornom maskom**

Prostorne operacije nad grupom piksela

- ▶ Prostorno usrednjavanje – zamena svakog piksela sa težinskom srednjom vrednošću lokalnog susedstva tog piksela

$$y[m,n] = \sum_{k,l \in S} w[k,l]x[m-k,n-l]$$

- ▶ gde S predstavlja skup koordinata lokalnog susedstva, a $w[k,l]$ odbirke impulsnog odziva filtra konačnog reda ili elemente prostorne maske
- ▶ Pogodno za uklanjanje šuma

Prostorne operacije nad grupom piksela

- ▶ Prostorno usrednjavanje

$$(a) \quad \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (b) \quad \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (c) \quad \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (d) \quad \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (e) \quad \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Slika 6.6. Primeri prostornih maski za usrednjavanje.

Prostorne operacije nad grupom piksela

► Prostorno usrednjavanje



Prostorne operacije nad grupom piksela

► Prostorno usrednjavanje

- ▶ Negativno je što se usrednjavanjem gubi oština slike
- ▶ Modifikacija postupka – zamena samo onih vrednosti koje su značajno promenjene nakon prostornog usrednjavanja

$$z[m,n] = \begin{cases} y[m,n], & |y[m,n] - x'[m,n]| > T, \\ x'[m,n], & \text{drugde.} \end{cases}$$

Prostorne operacije nad grupom piksela

► Median filtriranje

$$y[m,n] = \text{median}_{k,l \in S} \{x[m-k, n-l]\}$$



(a)



(b)

Prostorne operacije nad grupom piksela

- Prostorno izoštravanje slike – poboljšavanje vizuelnog utiska posmatrača isticanjem ivica
- Postoje dva metoda za ovu namenu:
 - Izostavljanje slike gradijentnim metodom
 - Izostavljanje slike isticanjem visokih učestanosti

Prostorne operacije nad grupom piksela

► Prostorno izoštravanje slike

- ▶ Izoštravanje slike gradijentnim metodom
- ▶ Potrebno je izračunati module gradijenta u svim koordinatama koristeći aproksimaciju **npr.**

$$G[m,n] \approx |f[m,n] - f[m+1,n]| + |f[m,n] - f[m,n+1]|$$

- ▶ Nakon toga se svaki piksel ulazne slike sabira sa **težinskim modulom** gradijenta u tom pikselu

$$y[m,n] = f[m,n] + \alpha G[m,n]$$

Prostorne operacije nad grupom piksela

► Prostorno izoštravanje slike

- ▶ Izoštravanje slike isticanjem visokih učestanosti
- ▶ Potrebno je od početne slike oduzeti sliku na kojoj postoje samo niske učestanosti (npr. dobijenu prostornim usrednjavanjem)

$$y[m,n] = \alpha f[m,n] - \beta f_{LP}[m,n]$$

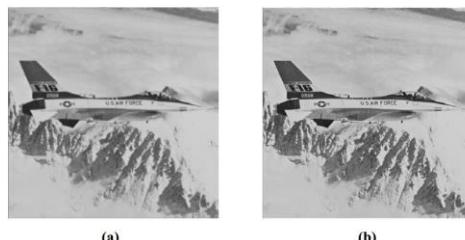
- ▶ Moguće je dobiti piksele koji nisu u željenom obliku inteziteta – moguće je izvršiti anuliranje **tih** piksela ili skalirati čitav opseg inteziteta izlazne slike na željeni opseg

Prostorne operacije nad grupom piksela

► Prostorno izoštravanje slike

$$(a) \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (c) \frac{1}{7} \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -2 & 19 & -2 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Slika 6.10 Primeri prostornih maski za izoštravanje slike.



(a)

(b)

Uvećanje i smanjenje slike

► Uvećanje slike

- ▶ Sliku malih dimenzija ili deo slike prikazati na većoj površini
- ▶ Dve metode
 - ▶ Uvećavanje slike ponavljanjem piksela
 - ▶ Uvećavanje slike linearnom interpolacijom susednih piksela

Uvećanje i smanjenje slike

► Uvećanje slike



(a)



(b)



(c)

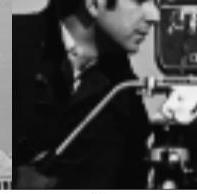
Slika 6.12 Uvećanje slike replikacijom: (a) Original, (b) Deo slike uvećan 2 puta, (c) Deo slike uvećan 4 puta.



(a)



(b)



(c)

Slika 6.13 Uvećanje slike linearnom interpolacijom: (a) Original, (b) Deo slike uvećan 2 puta, (c) Deo slike uvećan 4 puta.

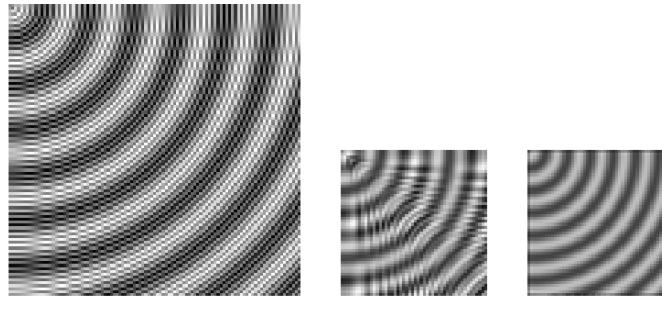
Uvećanje i smanjenje slike

► Smanjenje slike

- ▶ Sliku velikih dimenzija prikazati na manjoj površini ili radi smanjenja memorije koju slika zauzima
- ▶ Moguće je uzeti svaki N-ti piksel po obe koordinate – time se N puta smanjuje frekvencija **odabiranja**
- ▶ Problem – nova frekvencija odabiranja možda ne zadovoljava Nyquist-ovu teoremu, dolazi do izobličenja
- ▶ Potrebno je pre smanjenja slike izvršiti **NF filtriranje** kako bi se ograničila maksimalna frekvencija u novoj slici

Uvećanje i smanjenje slike

► Smanjenje slike



Slika 6.14 (a) Test slika, (b) Rezultat decimacije bez filtriranja, (c) Rezultat decimacije sa filtriranjem.

Hvala na pažnji!