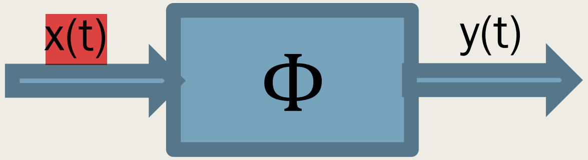
FREKVENCIJSKI ODZIV

Primena DSP u upravljanju

Osobine sistema

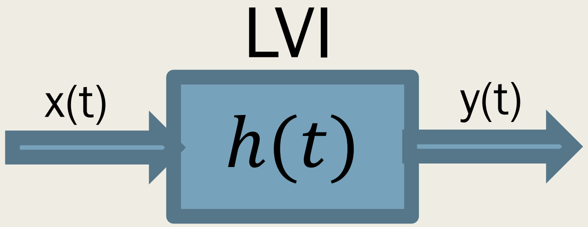


- Linearnost: $\Phi\{ax_1(t) + bx_2(t)\} = a\Phi\{x_1(t)\} + b\Phi\{x_2(t)\}$
- Vremenska invarijantnost: $y(t) = \Phi\{x(t)\} \Rightarrow y(t-\tau) = \Phi\{x(t-\tau)\}$
- Stabilnost: ako je $|x(t)| \leq A$ za svako $t \Rightarrow |\Phi\{x(t)\}| \leq B$ gde su *A i B* konačne pozitivne konstante sistem je stabilan
- Kauzalnost: Sistem je kauzalan ako signal na izlazu u trenutku τ zavisi samo od vrednosti signala na ulazu za t<τ. Ne postoji odziv pre pobude.

Linearni vremenski invarijantni sistemi LVI sistemi

- Sistem koji ima osobine linearnosti, vremenske invarijantnosti i kauzalnosti naziva se LVI
- U vremenskom domenu definiše se impulsnim odzivom
- $h(t) = \Phi\{\delta(t)\}$
- LVI je kauzalan ako je $h(t) = 0 \; za \; t < 0$
- $y(t) = x(t) * h(t) = \int_0^t x(t-\tau)h(\tau)d\tau$

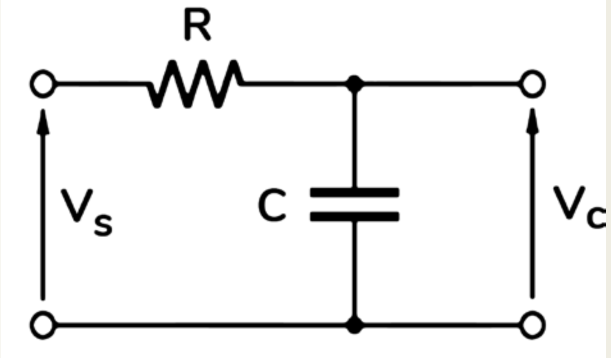
Frekvencijski odziv

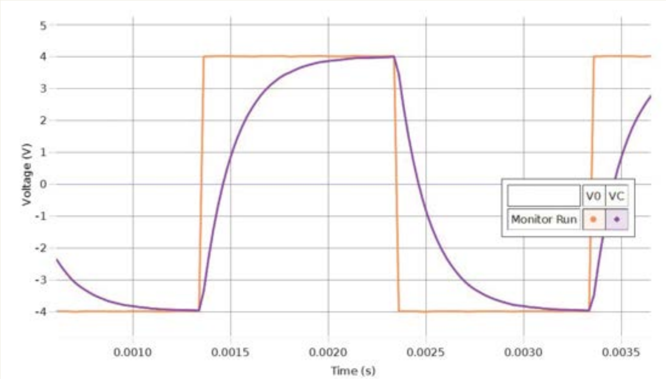


- $y(t) = x(t) * h(t) = \int_0^t x(t-\tau)h(\tau)d\tau \ \ / \ \mathcal{F}$
- $Y(j\omega) = X(j\omega)H(j\omega)$
- $H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}$
- $H(j\omega) = \mathcal{F}\{h(t)\} = \mathcal{L}\{h(t)\}\Big|_{s\,=\,j\omega} = H(s)\Big|_{s\,=\,j\omega}$
- $|H(j\omega)|$ amplitudska karakteristika sistema
- $arg[H(j\omega)] = \angle H(j\omega)$ fazna karakteristika sistema
- $|Y(j\omega)| = |X(j\omega)||H(j\omega)| \ \ i \ \ \angle Y(j\omega) = \angle X(j\omega) + \angle H(j\omega)$
- $|H(j\omega)| = |H(-j\omega)| \quad i \quad \angle H(j\omega) = -\angle H(-j\omega)$

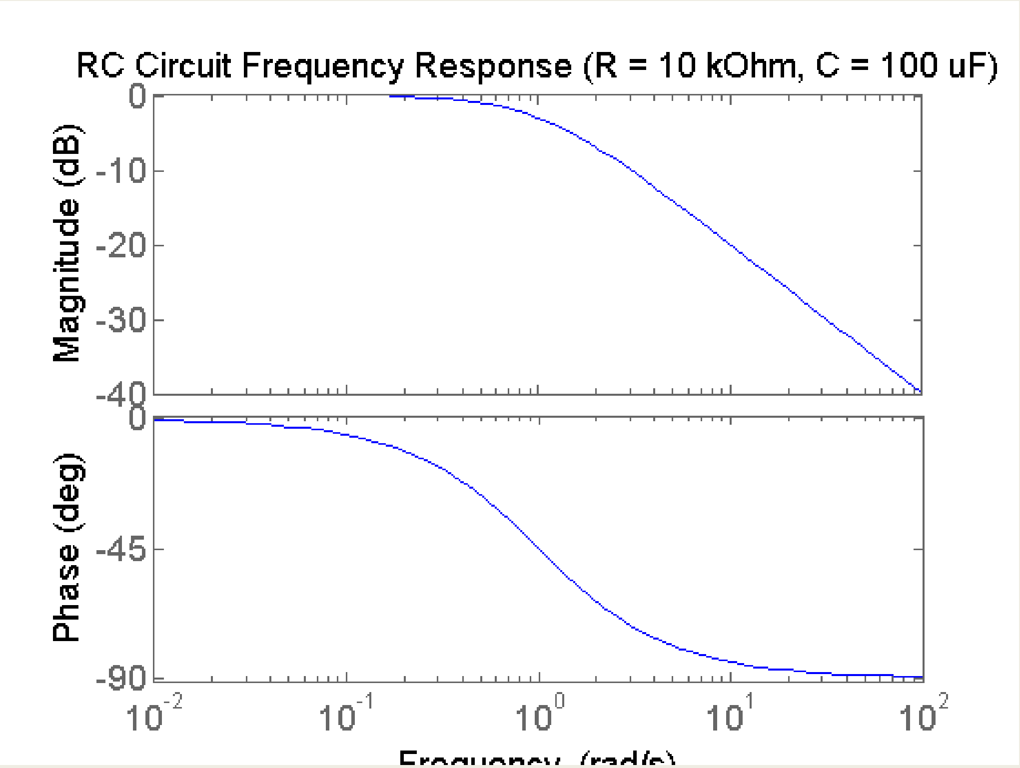
Frekvencijski odziv

- Frekvencijki odziv se može odrediti i preko Furijeove transformacije diferencijalne jednačine koja opisuje sistem, na identičan način kao funkcija prenosa primenom Laplasove transformacije
- Modeli elektronskih komponenti koji se koriste u kolima naizmeničnih struja predstavljaju frekvencijske odzive:
- $Z_L = j\omega L \quad i \quad Z_C = \frac{1}{j\omega C}$
- RC kolo: $V_C(j\omega) = V_S(j\omega)\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}} = V_S(j\omega)\frac{1}{1+j\omega RC}$
- $H(j\omega) = \frac{V_C(j\omega)}{V_S(j\omega)} = \frac{1}{1+j\omega RC}$

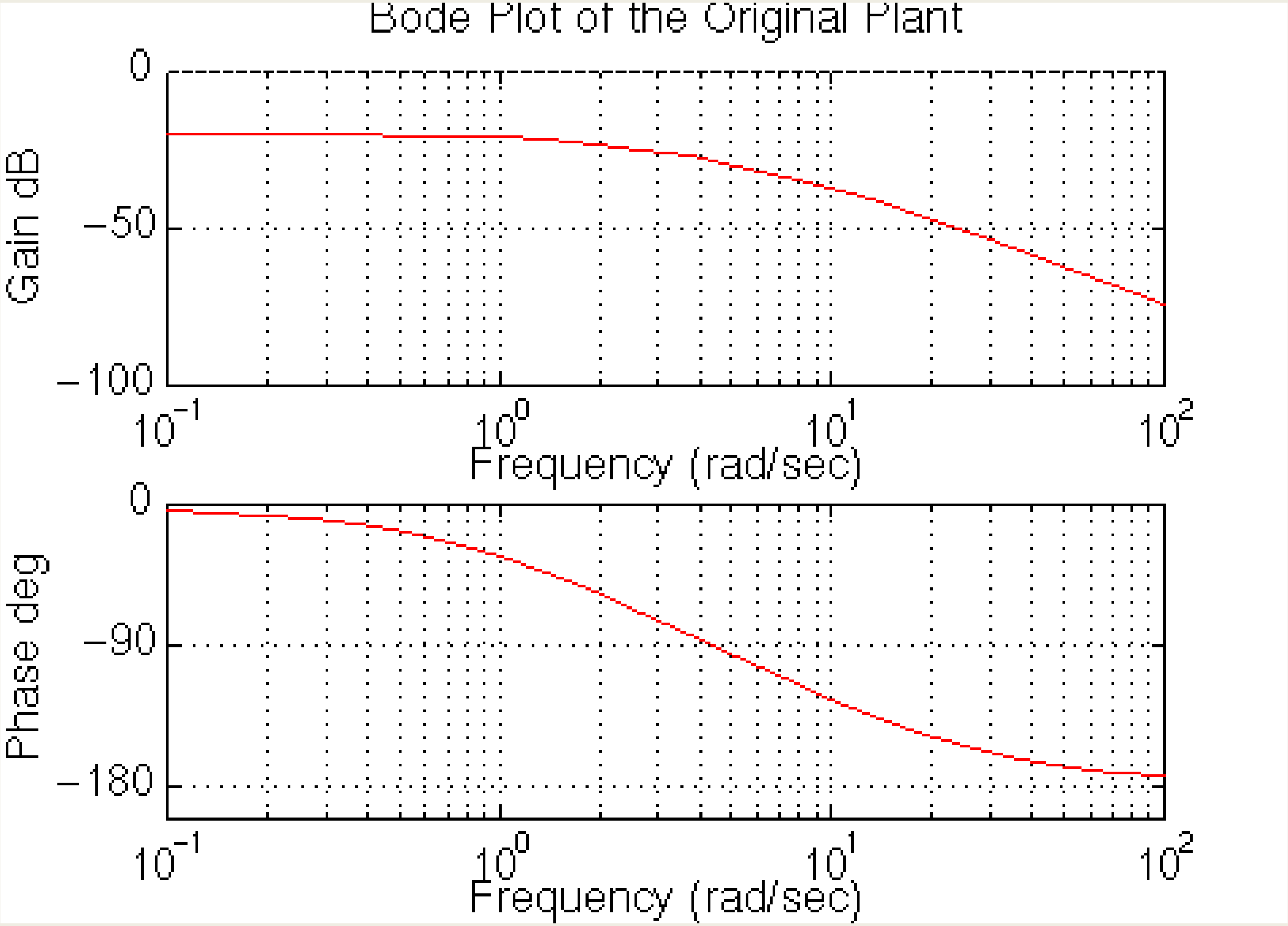




RC Series Circuit showing charge and discharge of Capacitor.

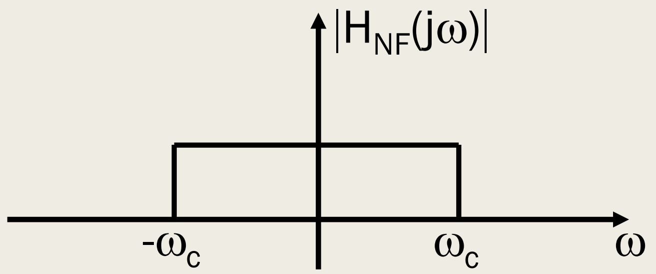


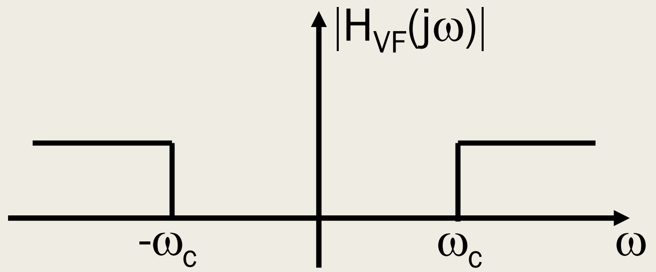
Bodeovi dijagrami – grafički prikaz frekvencijskog odziva

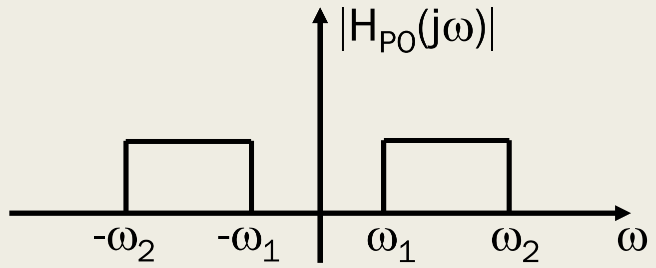


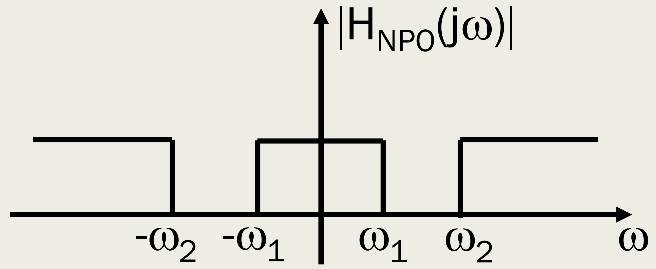
Idealni filteri
Amplitudska karakteristika

- Filter propusnik niskih učestanosti, NF filter
- $H_{NF}(j\omega) = \begin{cases} 1 \;\; za \; |\omega| \leq \omega_c \\ 0 \;\; za \; |\omega| > \omega_c \end{cases}$
- Filter propusnik visokih učestanosti, VF filter
- $H_{VF}(j\omega) = \begin{cases} 0 \;\; za \; |\omega| < \omega_c \\ 1 \;\; za \; |\omega| \geq \omega_c \end{cases}$
- Filter propusnik opsega učestanosti, PO filter
- $H_{PO}(j\omega) = \begin{cases} 1 \;\; za \qquad\qquad \omega_1 \leq |\omega| \leq \omega_2 \\ 0 \;\; za \; 0 < |\omega| < \omega_1 \; i \;\; |\omega| > \omega_2 \end{cases}$
- Filter nepropusnik opsega učestanosti, NPO filter
- $H_{NPO}(j\omega) = \begin{cases} 1 \;\; za \; 0 \leq |\omega| \leq \omega_1 \; i \;\; |\omega| > \omega_2 \\ 0 \;\; za \qquad\qquad \omega_1 < |\omega| < \omega_2 \end{cases}$

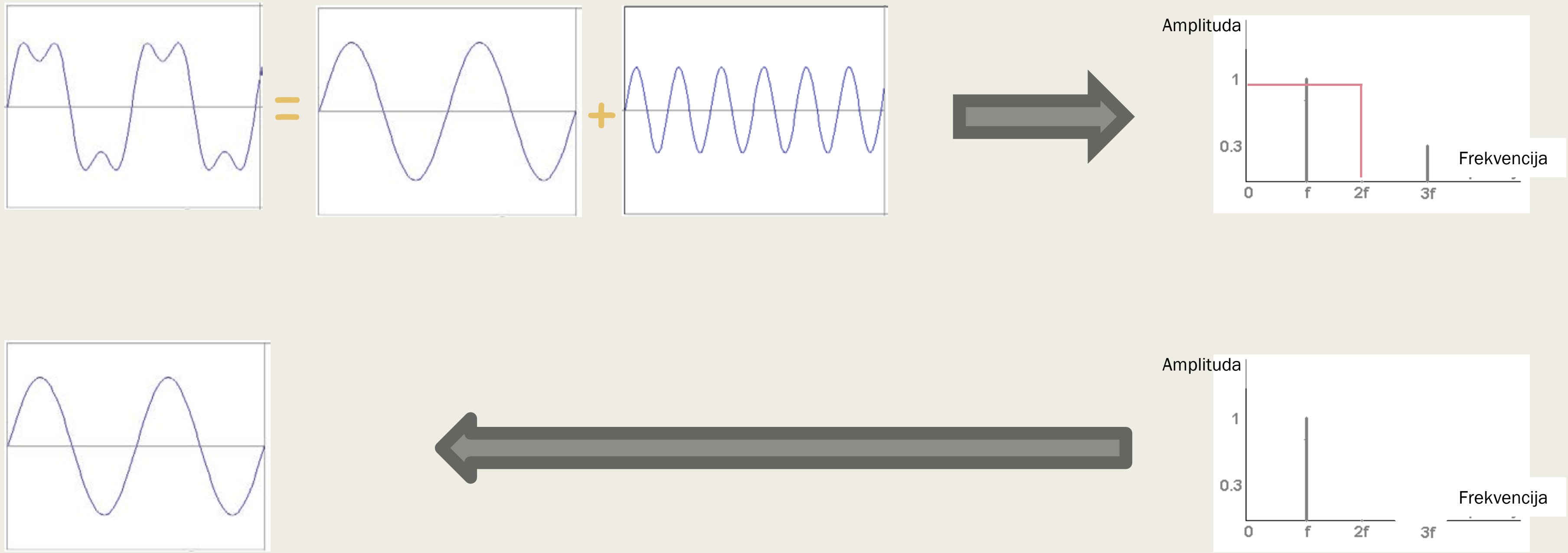




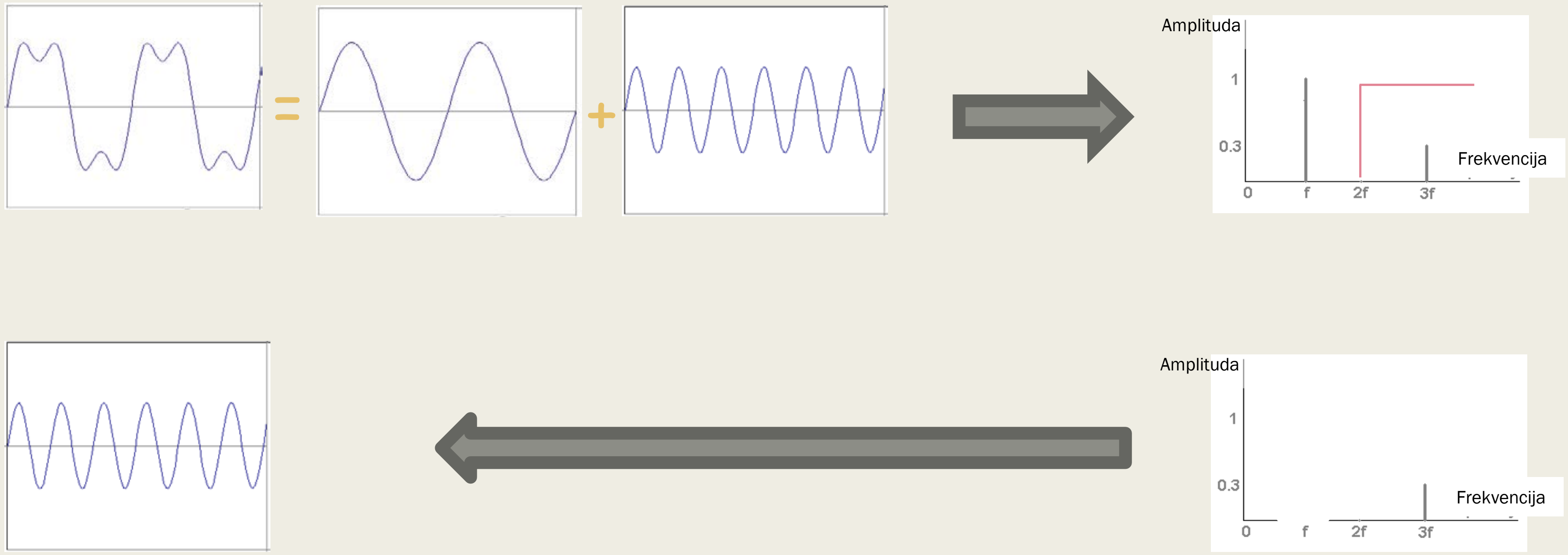




Primer NF filter

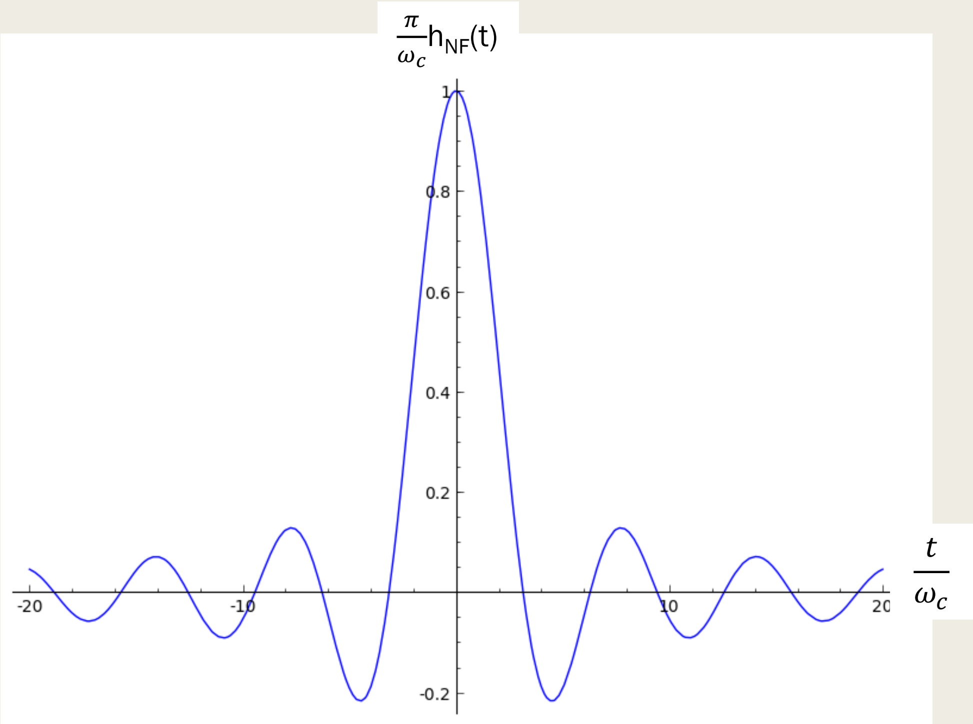


Primer VF filter



NF filter nulte fazne karakteristike

- Frekvencijski odziv: $\boldsymbol{H_{NF}(j\omega) = \begin{cases} 1 & za\ |\omega| \leq \omega_c \\ 0 & za\ |\omega| > \omega_c \end{cases}}$
- Impulsni odziv: $h_{NF}(t) = \mathcal{F}^{-1}\{H_{NF}(j\omega)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi j t} e^{j\omega t} \Big|_{-\omega_c}^{\omega_c}$
- $h_{NF}(t) = \frac{1}{2\pi j t}\left[e^{j\omega_c t} - e^{-j\omega_c t}\right] = \frac{1}{\pi t}\sin(\omega_c t) \implies \boldsymbol{h_{NF}(t) = \frac{\omega_c}{\pi} \cdot \frac{\sin(\omega_c t)}{\omega_c t}}$



NF filter linearne fazne karakteristike

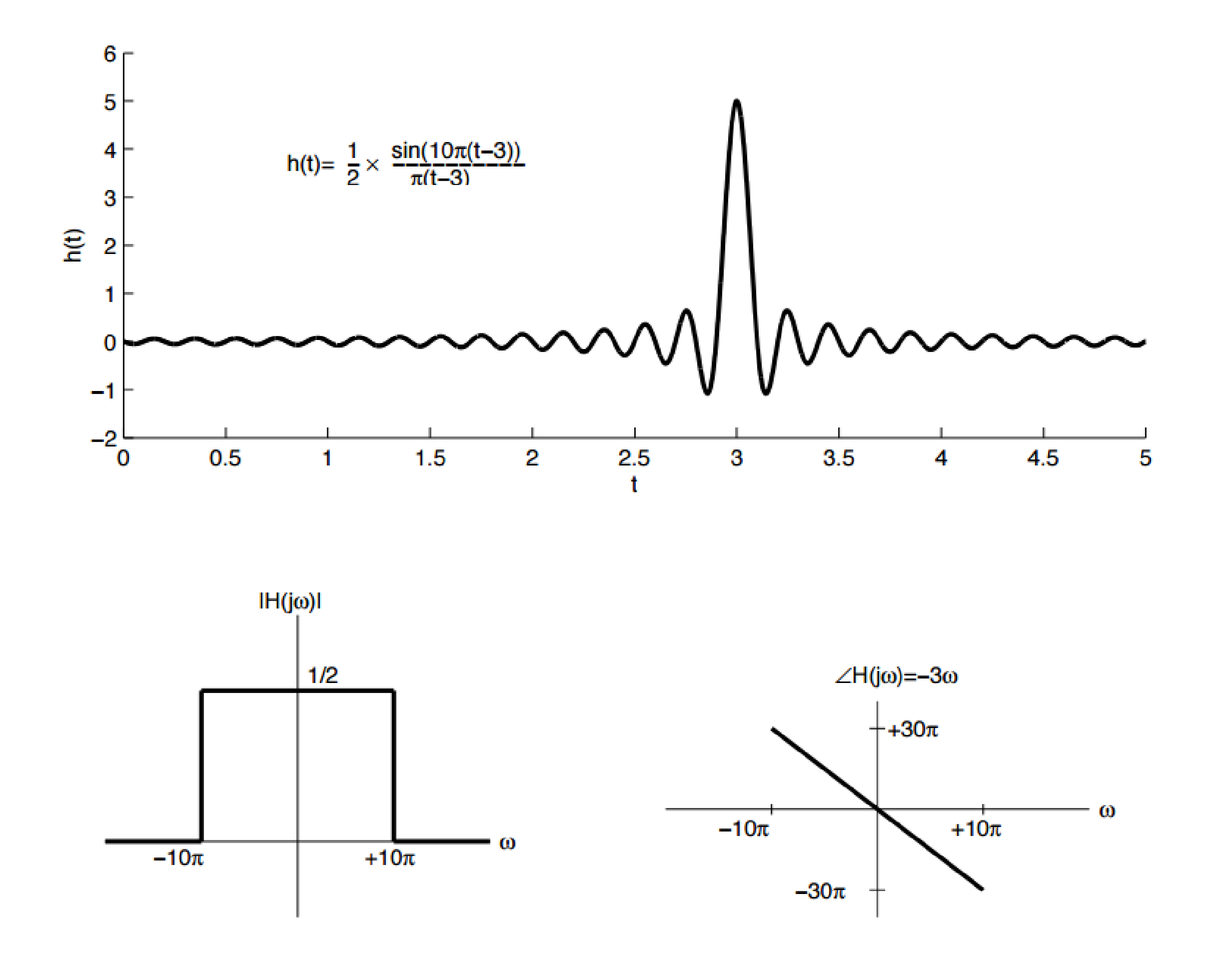
- Frekvencijski odziv: $\boldsymbol{H_{NF}(j\omega)} = \begin{cases} \boldsymbol{e^{-j\omega\tau}} & \boldsymbol{za\ |\omega| \leq \omega_c} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{za\ |\omega| > \omega_c} \end{cases}$

- Impulsni odziv: $\boldsymbol{h_{NF}(t) = \frac{\omega_c}{\pi} \cdot \frac{sin[\omega_c(t-\tau)]}{\omega_c(t-\tau)}}$

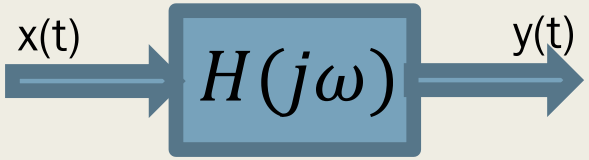
- Primer:

- $H_{NF}(j\omega) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-j\omega 3} & za\ |\omega| \leq 10\pi \\ 0 & za\ |\omega| > 10\pi \end{cases}$

- $h(t) = \frac{10\pi}{2\pi} \cdot \frac{sin[10\pi(t-3)]}{10\pi(t-3)}$



Linearna fazna karakteristika



- Kakav je značaj linearne fazne karakteristike?
- Ako je $H(j\omega) = e^{-j\omega\tau}$ posmatrajmo kako to utiče na pojedinačni *i*-ti harmonik
- $x(t) = \sin \omega_i t \Rightarrow y(t) = \sin(\omega_i t + \varphi_i) = \sin(\omega_i t - \omega_i \tau) = \sin[\omega_i (t - \tau)]$
- Dakle svaki harmonik će biti zakašnjen za identično vreme τ sekundi
- Odnosno ceo signal y(t) biće zakašnjen za τ sekundi i neće biti izobličen
- Grupno kašnjenje: $\tau_d = -\frac{d\angle H(j\omega)}{d\omega}$ je konstantno za sisteme sa linearnom faznom karakteristikom
- Uopšteno linearna fazna karakteristika je data izrazom:
- $\angle H(j\omega) = k_1 + k_2\omega$; k_1 i k_2 su realne konstante