

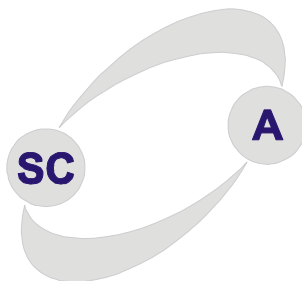
Predavanje

Predmet

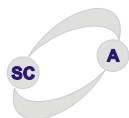
Digitalni upravljački sistemi

Tema

PID Regulatori

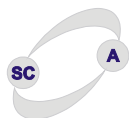


2006-2007 godina

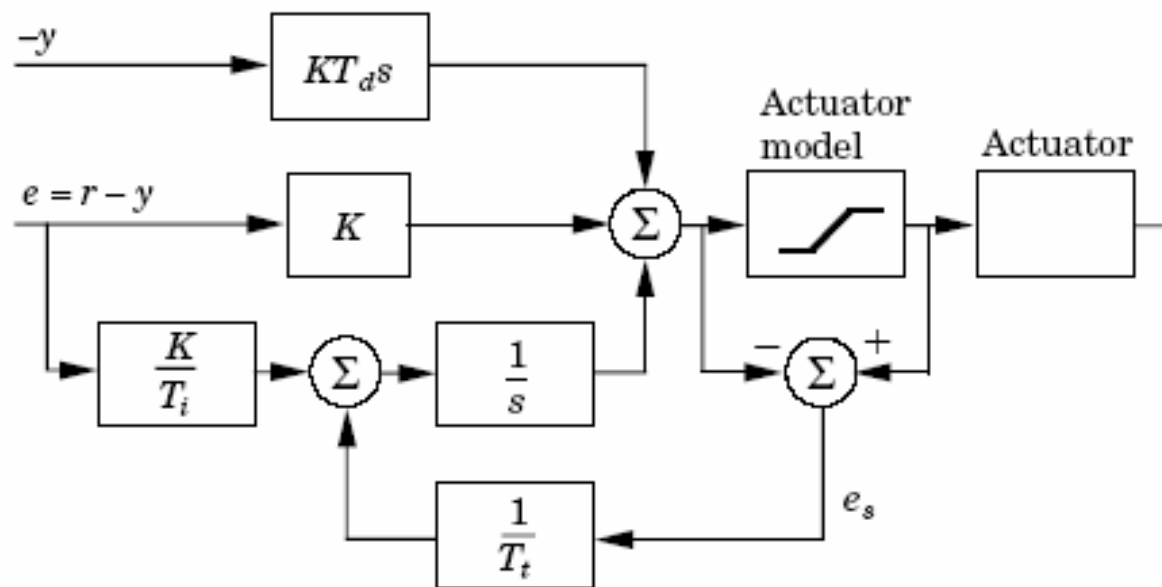


Agenda

- **Diskretizacija realnog PID-a**
- **Metode podešavanja parametara**



Realni PID



$$u(t) = K \left(br(t) - y(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \left(c \frac{dr(t)}{dt} - \frac{dy(t)}{dt} \right) \right)$$

Realni PID

P dejstvo

$$P = K(br - y)$$

$$P(t_k) = K[br(t_k) - y(t_k)]$$

I dejstvo

$$I(t) = \frac{K}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \longrightarrow \frac{dI(t)}{dt} = \frac{K}{T_i} e(t)$$

$$\frac{I(t_{k+1}) - I(t_k)}{T} = \frac{K}{T_i} e(t_k) \longrightarrow I(t_{k+1}) = I(t_k) + \frac{KT}{T_i} e(t_k)$$

Realni PID

D dejstvo

$$\frac{T_d}{N} \frac{dD}{dt} + D = -KT_d \frac{dy}{dt}$$

Unapred

$$\frac{T_d}{N} \frac{D(t_{k+1}) - D(t_k)}{T} + D(t_k) = -KT_d \frac{y(t_{k+1}) - y(t_k)}{T}$$

$$D(t_{k+1}) = \left[1 - \frac{NT}{T_d} \right] D(t_k) - KN[y(t_{k+1}) - y(t_k)]$$

Realni PID

D dejstvo

$$\frac{T_d}{N} \frac{dD}{dt} + D = -KT_d \frac{dy}{dt}$$

Unazad

$$\frac{T_d}{N} \frac{D(t_k) - D(t_{k-1})}{T} + D(t_k) = -KT_d \frac{y(t_k) - y(t_{k-1})}{T}$$

$$D(t_k) = \left[\frac{T_d}{T_d + NT} \right] D(t_{k-1}) - \frac{KNT_d}{T_d + NT} [y(t_k) - y(t_{k-1})]$$

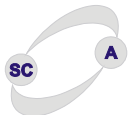
Realni PID

D dejstvo

$$\frac{T_d}{N} \frac{dD}{dt} + D = -KT_d \frac{dy}{dt}$$

Tutsin

$$D(t_k) = \left[\frac{2T_d - NT}{2T_d + NT} \right] D(t_{k-1}) - \frac{2KNT_d}{2T_d + NT} [y(t_k) - y(t_{k-1})]$$



Realni PID $\frac{T_d}{N} \frac{dD}{dt} + D = -KT_d \frac{dy}{dt}$ **D** dejstvo

Unapred

$$D(t_{k+1}) = \left[1 - \frac{NT}{T_d} \right] D(t_k) - KN[y(t_{k+1}) - y(t_k)] \quad T_d > \frac{NT}{2}$$

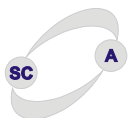
Unazad

$$D(t_k) = \left[\frac{T_d}{T_d + NT} \right] D(t_{k-1}) - \frac{KNT_d}{T_d + NT} [y(t_k) - y(t_{k-1})]$$

Tutsin

$$D(t_k) = \left[\frac{2T_d - NT}{2T_d + NT} \right] D(t_{k-1}) - \frac{2KNT_d}{2T_d + NT} [y(t_k) - y(t_{k-1})] \quad T_d > \frac{NT}{2}$$

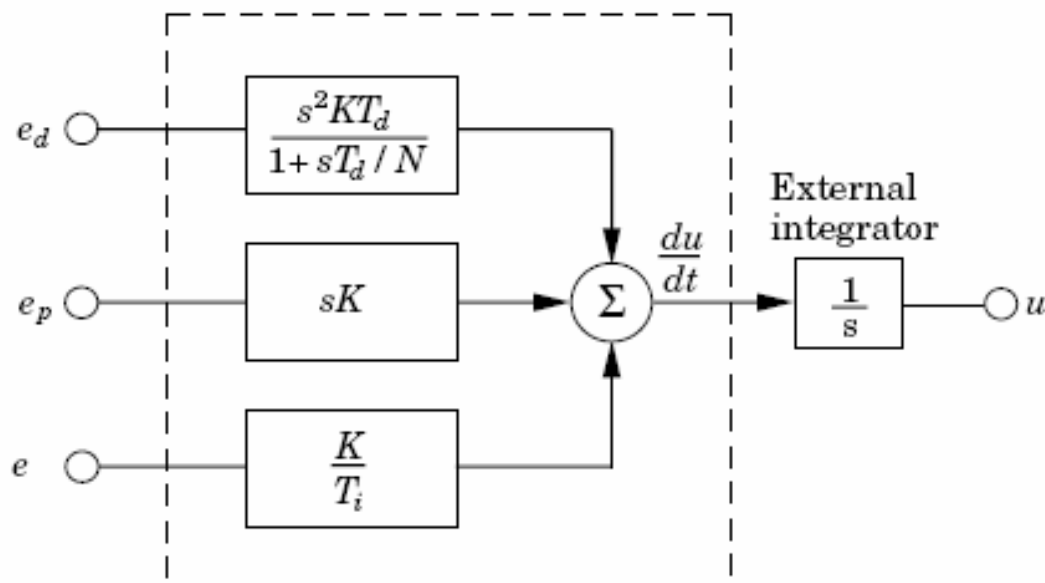
$$D(t_k) = a_i D(t_{k-1}) + b_i [y(t_k) - y(t_{k-1})]$$



Realni PID

Brzinska forma

$$\Delta u(t_k) = u(t_k) - u(t_{k-1}) = \Delta P(t_k) + \Delta I(t_k) + \Delta D(t_k)$$



Realni PID

Brzinska forma

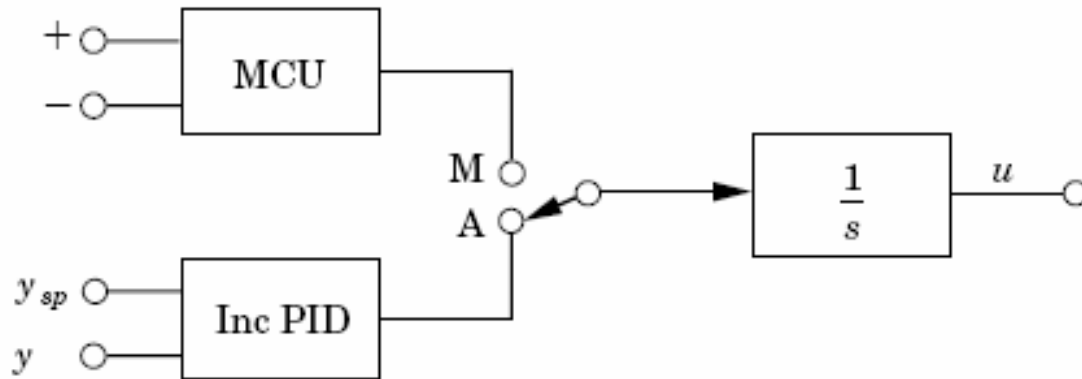
$$\Delta u(t_k) = u(t_k) - u(t_{k-1}) = \Delta P(t_k) + \Delta I(t_k) + \Delta D(t_k)$$

$$\Delta P(t_k) = P(t_k) - P(t_{k-1}) = K[br(t_k) - y(t_k) - br(t_{k-1}) + y(t_{k-1})]$$

$$\Delta I(t_k) = I(t_k) - I(t_{k-1}) = \frac{KT}{T_i} e(t_{k-1})$$

$$\Delta D(t_k) = D(t_k) - D(t_{k-1}) = \frac{b_i}{1 - a_i} [y(t_k) - 2y(t_{k-1}) + y(t_{k-2})]$$

Bumpless transfer



IF Auto % Kada je u Automatskog rezimu

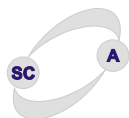
THEN

Manuel_level=PID_output

END_IF

Agenda

- **Diskretizacija realnog PID-a**
- **Metode podešavanja parametara**

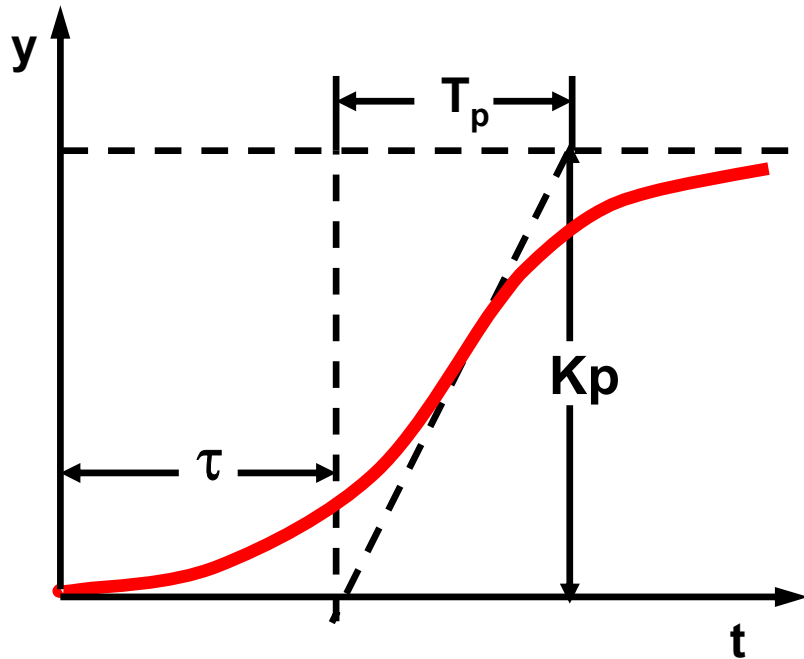


	Brzina	Stabilnost	Greška u ustaljenom stanju
K_p	<i>Povećava</i>	<i>Pogoršava</i>	<i>Smanjuje</i>
K_i	<i>Smanjuje</i>	<i>Pogoršava</i>	<i>Eliminiše</i>
K_D	<i>Povećava</i>	<i>Povećava</i>	<i>Mala promena</i>

Eksperimenti otvorenoj povratnoj sprezi

$$G_p(s) = \frac{K_p}{T_p s + 1} e^{-s\tau}$$

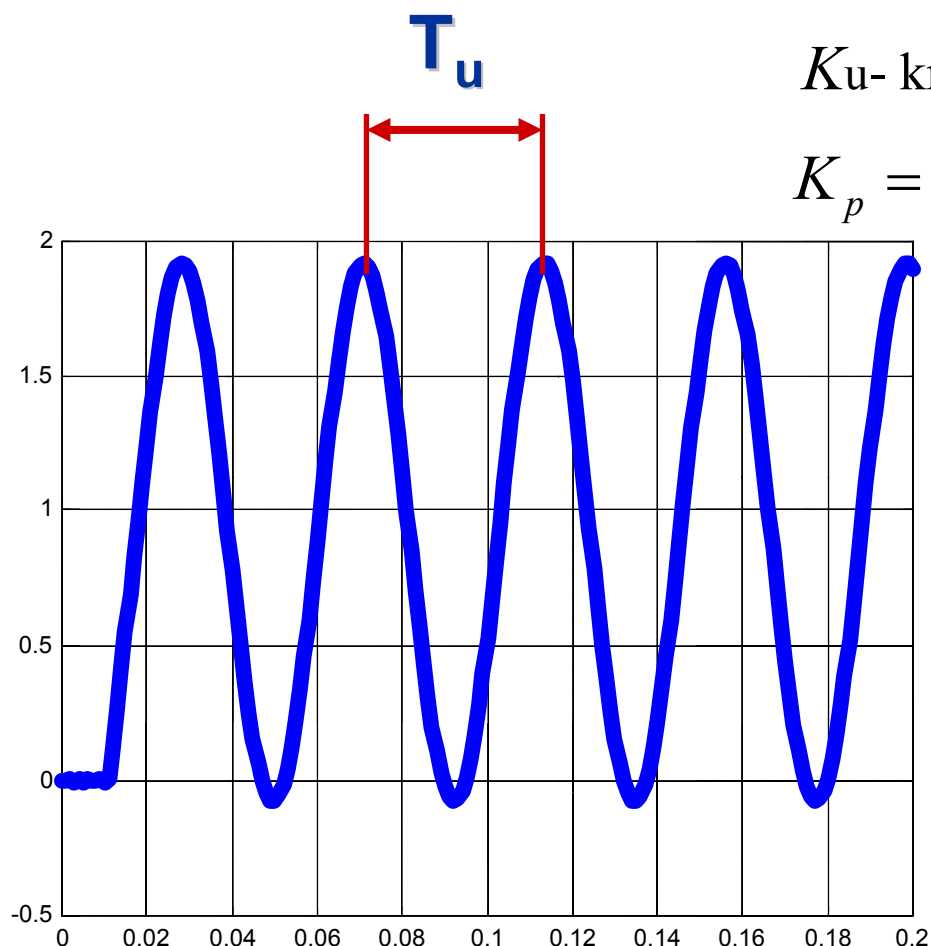
$$a = \mu K_p; \text{ gde je } \mu = \frac{\tau}{T_p}$$



Eksperiment nije moguć

- ako prelazna karakteristika nije monotona
- ako proces ima astatizam prvog ili višeg reda
- ako je proces nestabilan

Eksperimenti zatvorenoj povratnoj sprezi



K_u - kritično pojačanje

$$K_p = \frac{\Delta y}{\Delta u} \quad \text{statičko pojačanje objekta}$$

$$\chi = K_u K_p$$

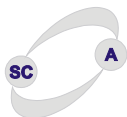
Zigler-Nicholsove perporuke $0.1 < \mu = \frac{\tau}{T_P} < 1$

$$a = \mu K_P; \text{ gde je } \mu = \frac{\tau}{T_P} \quad I = \int_0^{\infty} |e(t)| dt = \int_0^{\infty} |r(t) - y(t)| dt \quad \text{za } r(t) = 1$$

Regulator	K_P	T_I	T_D
P	1/a	-	-
PI	0,9/a	3τ	-
PID	1,2/a	2 τ	τ/2

$\xi = 0.21$ $6dB$ Pretek pojačanja

otvorenoj povratnoj sprezi



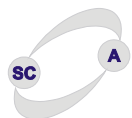
Zigler-Nicholsove perporuke

$$0.1 < \mu = \frac{\tau}{T_P} < 1$$

$$a = \mu K_P; \text{ gde je } \mu = \frac{\tau}{T_P}$$

Za veće $\frac{\tau}{T_P}$ Koristiti Otto-Smitov prediktor, PIP reulator, IMC regulator. Preporuke Cohena Coona.

Za manje $\frac{\tau}{T_P}$ Kompezatori višeg reda



otvorenoj povratnoj sprezi



Zigler-Nicholsove perporuke

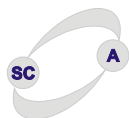
K_u - kritično pojačanje

$K_p = \frac{\Delta y}{\Delta u}$ statičko pojačanje objekta

$$\chi = K_u K_p$$

Regulator	K_p	T_I	T_D
P	$0,5 K_u$	-	-
PI	$0,45 K_u$	$0.833 T_u$	-
PID	$0,6 K_u$	$0.5 T_u$	$0,125 T_u$

Zatvorena povratna sprega



Zigler-Nicholsove perporuke

K_u - kritično pojačanje $K_p = \frac{\Delta y}{\Delta u}$ statičko pojačanje objekta

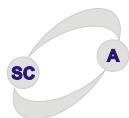
$$2 < \chi = K_u K_p < 20$$

$\chi = K_u K_p < 2$ Treba koristiti zakone upravljanja koji kompezuju kašnjenje

$\chi = K_u K_p > 20$ Treba koristiti složenije zakone upravljanja

$1.5 < \chi = K_u K_p < 2$ PID regulator je upotrebljiv ako željene performanse nisu suviše zahtevne. Modifikovani ZN. Otto-Smithov prediktor IMC

$\chi = K_u K_p < 1.5$ Pokušati sa PI regulatorom, D dejstvo nije od velike koristi. Bolje koristiti druge strukture.



Zatvorena povratna sprega



Zigler-Nicholsove perporuke

K_u - kritično pojačanje $K_p = \frac{\Delta y}{\Delta u}$ statičko pojačanje objekta

$$2 < \chi = K_u K_p < 20$$

Pojačanje sistema sa otvorenim povratnom spregom, sa P regulatorom po ZN preporukama (eksp. Otv. sprezi) je:

$$\frac{K_p}{a} = \frac{T_p}{\tau} = \frac{1}{\mu} \approx \frac{\chi}{2}$$

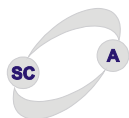
P regulator

$$e_{\max} \approx \frac{0.4}{K}; \quad t_{\max} \approx \frac{T_i}{2}$$

PI regulator

$$t_r \approx \tau$$

$$e_{\max} \approx \frac{0.6}{K}; \quad t_{\max} \approx T_i$$



Cohen-Coon(ove) perporuke

Cohen-Coon(ove) preporuke			
Tip regulatora	K	T _i	T _d
P	$\frac{1}{K_p} \left(0.35 + \frac{1}{\mu} \right)$		
PI	$\frac{1}{K_p} \left(0.083 + \frac{0.9}{\mu} \right)$	$\frac{3.3 + 0.31\mu}{1 + 2.2\mu} \tau$	
PD	$\frac{1}{K_p} \left(0.16 + \frac{1.24}{\mu} \right)$		$\frac{0.27 - 0.088\mu}{1 + 0.13\mu} \tau$
PID	$\frac{1}{K_p} \left(0.25 + \frac{1.35}{\mu} \right)$	$\frac{2.5 + 0.46\mu}{1 + 0.61\mu} \tau$	$\frac{0.37}{1 + 0.19\mu} \tau$

Za mala kašnjenja u odnosu na vremensku konstantu procesa (malo μ) CC i ZN daju slične parametre. Kod velikih kašnjenja CC se preporučuje jer po njoj D teži nuli.

Chien-Hrones-Reswick(ove) perporuke

CHR preporuke za izbor regulatora	
Tip regulatora	$R = \frac{T_p}{\tau} = \frac{1}{\mu}$
P	$R > 10$
PI	$7.5 < R < 10$
PID	$3 < R < 7.5$
Višeg reda	$R < 3$

1. Željeni prelazni režim aperiodični
2. Željeni prelazni režim prigušeno periodični i preskokom od 20%

Chien-Hrones-Reswick(ove) perporuke

1. Željeni prelazni režim aperiodični

CHR preporuke aperiodični			
Tip regulatora	K	T_i	T_d
P	$\frac{0.3R}{K_p}$		
PI	$\frac{0.35R}{K_p}$	$1.2T_p$	
PID	$\frac{0.6R}{K_p}$	T_p	0.5τ

Chien-Hrones-Reswick(ove) perporuke

Željeni prelazni režim prigušeno periodični i preskokom od 20%

CHR preporuke pperiodični 20% preskok			
Tip regulatora	K	T _i	T _d
P	$\frac{0.7R}{K_p}$		
PI	$\frac{0.6R}{K_p}$	T_p	
PID	$\frac{0.95R}{K_p}$	$1.35T_p$	0.47τ

IMC postupak

Projektovanje zavisi od samog jednog parametra – željene vremenske konstante sistema u zatvorenoj povratnoj sprezi T_{cl}

Pretpostavka:

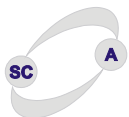
$$G_p(s) = \frac{K_p}{T_p s + 1} e^{-s\tau}$$

IMC se može interpretirati kao PID sa sledećim parametrima:

$$K = \frac{2T_p + \tau}{2K_p(T_{cl} + \tau)}; \quad T_i = T_p + \frac{\tau}{2}; \quad T_d = \frac{\tau T_p}{\tau + 2T_p};$$

$$T_{cl} \geq \frac{t_r}{1.8}; \quad \text{Veza se tr}$$

$$T_{cl} = (1.5-2.5)\tau \quad \text{iz prakse}$$



IMC postupak

Projektovanje zavisi od samog jednog parametra – željene vremenske konstante sistema u zatvorenoj povratnoj sprezi T_{cl}

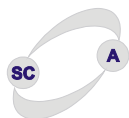
PID po IMC				
Tip regulatora	T_{cl}	K	T_i	T_d
PI	$\frac{T_{cl}}{\tau} > 1.7$	$\frac{T_p}{T_{cl} K_p}$	T_p	
PI poboljšani	$\frac{T_{cl}}{\tau} > 1.7$	$\frac{\tau + 2T_p}{2T_{cl} K_p}$	$T_p + \frac{\tau}{2}$	
PID	$\frac{T_{cl}}{\tau} > 0.25$	$\frac{\tau + 2T_p}{2K_p (T_{cl} + \tau)}$	$T_p + \frac{\tau}{2}$	$\frac{\tau T_p}{2T_p + \tau}$

ITAE i ITSE postupak

Kriterijum optimalnosti

$$I = \int_0^{\infty} t^n f(|e(t)|) dt$$

Integral	Oznaka	f	n
greška	I_{IE}	$e(t)$	0
aps. greška	I_{IAE}	$ e(t) $	0
aps. greška * t	I_{ITAE}	$ e(t) $	1
kvadrat greške	I_{ISE}	$e^2(t)$	0
kvadrat greške * t	I_{ITSE}	$e^2(t)$	1



Takahashi

$$\Delta u(t_k) = K_i [r(t_k) - y(t_k)] - K [y(t_k) - y(t_{k-1})] - K_d [y(t_k) - 2y(t_{k-1}) + y(t_{k-2})]$$

Takahashy A			
Tip regulatora	K	K _i	K _d
P	$\frac{T_p}{T + \tau}$		
PI	$\frac{0.9T_p}{T + \tau} - 0.5K_i \frac{0.27T_p T}{(0.5T + \tau)^2}$ kada $\frac{\tau}{T} \rightarrow 0$ ne preporučuje se		
PID	$\frac{1.2T_p}{T + \tau} - 0.5K_i \frac{0.6T_p T}{(0.5T + \tau)^2} \quad \frac{0.6T_p}{\tau} \text{ za } \frac{\tau}{T} \approx 0$ kada $\frac{\tau}{T} \rightarrow 0$ ne preporučuje se $\frac{0.5T_p}{\tau}$ za $\frac{\tau}{T} \approx 1$		

Takahashi

$$\Delta u(t_k) = K_i [r(t_k) - y(t_k)] - K [y(t_k) - y(t_{k-1})] - K_d [y(t_k) - 2y(t_{k-1}) + y(t_{k-2})]$$

Takahashy B			
Tip regulatora	K	K _i	K _d
P	$0.5K_u$		
PI	$0.45K_u - 0.5K_i$ kada $\tau \approx 0.25T$ umanjiti ove iznose	$\frac{0.54K_u T}{T_u}$	
PID	$0.6K_u - 0.5K_i$	$\frac{1.2K_u T}{T_u}$	$\frac{3K_u T}{40T_u}$ kada $T \approx 4\tau$ ne preporučuje se