Fuzzy AKO-ONDA pravila

- Lingvistička promenljiva
- Operatori lingvističkih vrednosti
- Fuzzy propozicija
- Fuzzy ako-onda (if-then) pravila
- Fuzzy zaključivanje

Lingvistička promenljiva

- Lingvistička promenljiva (LP) je promenljiva čije su dozvoljene vrednosti reči prirodnog jezika.
- Ako promenljiva „**STAROST**“ može da ima vrednosti *star, mlad, nije mlad, veoma mlad, manje-više mlad*, onda je „**STAROST**“ **lingvistička promenljiva**.
- U tom slučaju se *star, mlad, nije mlad*... nazivaju **vrednosti lingvističke promenljive** ili **lingvističke vrednosti**.
- **LP** se često naziva **fuzzy promenljiva**.
- *Veoma, manje-više* i sl. se nazivaju **lingvističkim modifikatorima**.

Vrednosti LP se sastoje od:

- osnovnih lingvističkih vrednosti (mlad, star...)
- lingvističkog modifikatora (veoma, manje-više, nije...)
- veznika (i, ili)

Osnovne lingvističke vrednosti su najjednostavnije lingvističke vrednosti koje se mogu upotrebiti.

Dodavanjem modifikatora i kombinovanjem sa veznicima mogu se dobiti složeni lingvistički izrazi, npr. „ni veoma mlad, ni veoma star“

Operatori modifikacije lingvističkih vrednosti

1. Množenje skalarom
2. Stepenovanje
3. Normalizacija
4. Koncentrisanje
5. Proširenje (dilatacija)
6. Pojačanje kontrasta

Neka A označava fuzzy skup sa funkcijom pripadnosti $\mu_A(x)$; $x \in X$, gde je X univerzalni skup i $A \subset X$.

Množenje skalarom:

$$\mu_{\alpha A}(x) = \alpha\mu_A(x);\ \alpha>0,\ \alpha\in Re \text{ i } \forall x\in X\ \alpha\mu_A(x)\leq 1.$$

Stepenovanje:

$$\mu_A^{\alpha}(x) = (\mu_A(x))^{\alpha};\ \alpha>0,\ \alpha\in Re$$

Normalizacija:

$$NORM(A) = \frac{A}{\overline{\mu_A}};\ \overline{\mu_A} \neq 0;\ \overline{\mu_A} = \max_{x} \mu_A(x)$$

Koncentrisanje:

$$CON(A) = A^2;\ \mu_{CON(A)} = (\mu_A(x))^2$$

Proširenje:

$$DIL(A) = A^{0.5};\ \mu_{DIL(A)} = (\mu_A(x))^{0.5}$$

Pojačavanje kontrasta: INT(A).

$$\mu_{INT(A)} = \begin{cases} 2(\mu_A(x))^2 & \text{za } 0 \le \mu_A(x) \le 0.5 \\ 1-2(1-\mu_A(x))^2 & \text{za } 0.5 \le \mu_A(x) \le 1 \end{cases} \Bigg)$$

Modifikatori lingvističkih vrednosti i veznici

Ispred osnovnih lingvističkih vrednosti (mlad, star...) dodaju se modifikatori (veoma, ponešto, više-manje...).

Modifikatori lingvističkih vrednosti se pridružuju operatoru modifikacije i to najčešće na sledeći način:

- veoma A = CON(A);
- manje-više A = DIL(A);
- ponešto A = NORM(A i ne(VEOMA(A)));
- prilično A = NORM{INT(A) i ne INT[CON(A)]};
- izuzetno A = NORM(INT(A)).

Veznici se definišu na sledeći način:

$$A \text{ i } B = A \cap B;$$

$$A \text{ ili } B = A \cup B;$$

$$\text{ne } A = \neg A.$$

Lingvistički modifikatori i veznici se mogu definisati zavisno od upotrebe i namene. Zbog toga se upotrebljava veliki broj različitih lingvističkih modifikatora i veznika.

Fuzzy propozicija

Fuzzy propozicija se koristi za predstavljanje tvrđenja koja sadrže lingvističke vrednosti.

Ako u tvrđenju **„P: x je A"**, A predstavlja fuzzy skup, onda je P fuzzy propozicija.

Kada je A fuzzy skup, onda su moguće vrednosti promenljive x fuzzy skupovi.
Tada se promenljiva x naziva fuzzy promenljiva.

Kada ja A lingvistička vrednost, onda su moguće vrednosti promenljive x lingvističke vrednosti.
Tada se promenljiva x naziva lingvistička promenljiva.

Primer: P je propozicija koja opisuje starost osobe. Lingvistička promenljiva je „STAROST".
Osoba je mlada se piše: STAROST(osoba)=mlad.

Fuzzy ako-onda (if-then) pravila

Fuzzy ako-onda pravilo (fuzzy pravilo, fuzzy implikacija) se obično piše u obliku: „AKO x je A, ONDA y je B“, gde su A i B lingvističke vrednosti definisane nad univerzalnim skupovima X i Y.

„x je A“ se naziva antecedent (prethodnik), pretpostavka, premisa, činjenica.

„y je B“ se naziva konsekvenca, konkluzija, zaključak, posledica.

Izraz „AKO x je A, ONDA y je B“ se može skraćeno napisati kao $A \rightarrow B$ (AKO A ONDA B).

Fuzzy zaključivanje

U binarnoj logici uobičajen je način zaključivanja pod nazivom modus ponens.
Na ovaj način, na osnovu poznate činjenice A i pravila A→B pokazuje se da važi zaključak B.

Premisa 1 (činjenica) x je A
Premisa 2 (pravilo) AKO x je A, ONDA y je B
Zaključak (posledica) y je B

Primer:
Činjenica: **paradajz** je **crven**
Pravilo AKO **paradajz** je **crven** ONDA **paradajz** je **zreo**
Zaključak: **paradajz** je **zreo**.

Kod fuzzy zaključivanja se koristi stepen saglasnosti između činjenice i preduslova pravila:

Premisa 1 (činjenica) x je A*
Premisa 2 (pravilo) AKO x je A, ONDA y je B
Zaključak (posledica) y je B*

gde je A* blisko sa A i B* sa B.

Prethodna procedura se zove aproksimativno zaključivanje ili fuzzy zaključivanje ili generalizovani modus ponens (GMP).

Definicija fuzzy zaključivanja

Neka su A, A* i B fuzzy skupovi na X, X i Y, respektivno.

Pretpostavlja se da je fuzzy implikacija $A \rightarrow B$ predstavljena u obliku fuzzy relacije R na $X \times Y$.

Tada fuzzy skup B formiran na osnovu „x je A“ i fuzzy pravila „AKO x je A, ONDA y je B“ je definisan kao

$$\mu_{B'}(y) = \max_{x} \min\left(\mu_{A^*}(x), \mu_R(x,y)\right) = \vee_x[\mu_{A^*}(x) \wedge \mu_R(x,y)]$$

ili

$$B^* = A^* \circ R = A^* \circ (A \rightarrow B).$$

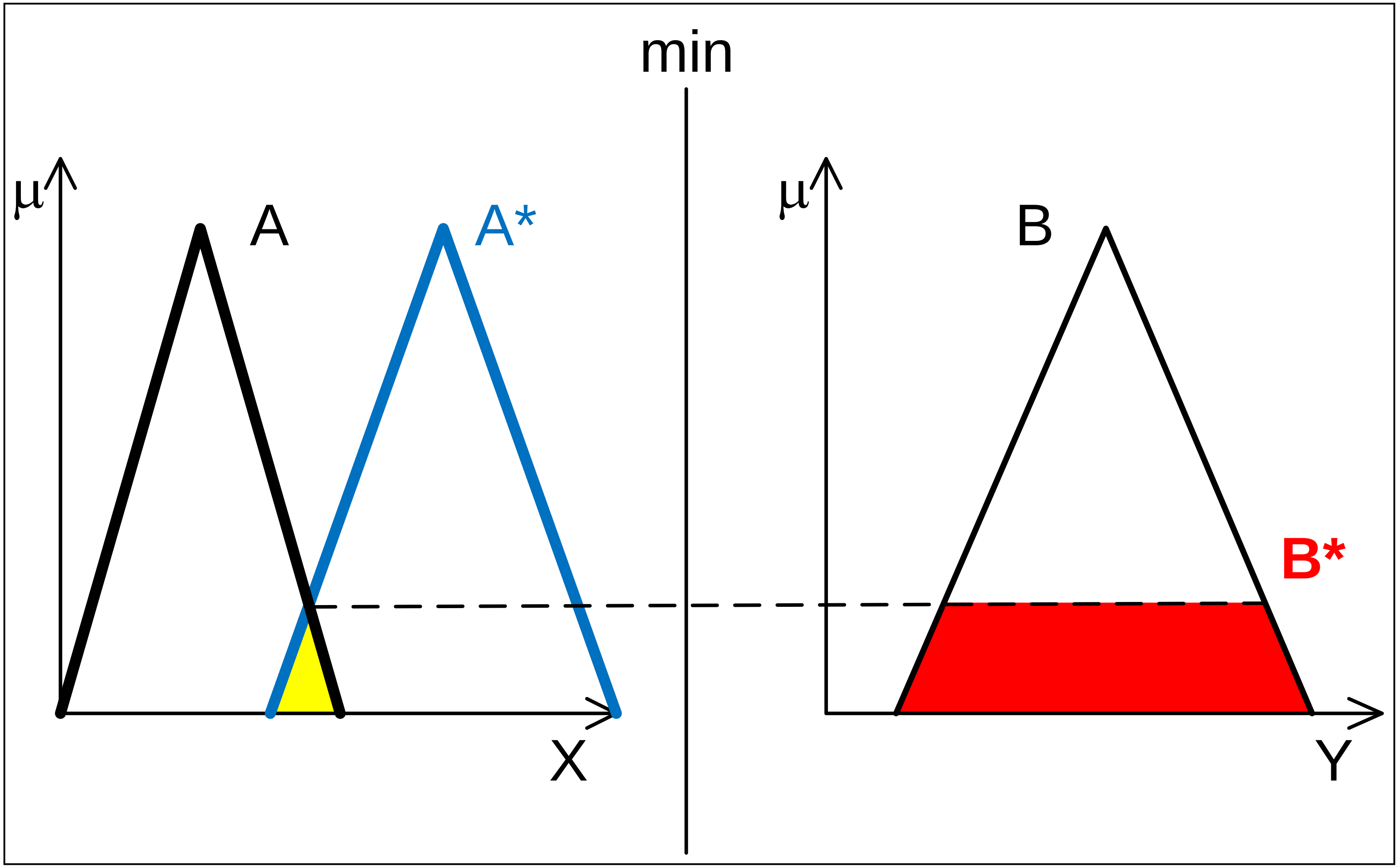
Fuzzy zaključivanje: jedno pravilo sa jednom pretpostavkom

Ovo je najjednostavniji slučaj i predstavljen je izrazom

$$\mu_{B^*}(y) = \vee_x[\mu_{A^*}(x) \wedge \mu_A(x)] \wedge \mu_B(y) = \omega \wedge \mu_B(y)$$

Prvo se određuje ω kao maksimum od $\mu_{A^*}(x) \wedge \mu_A(x)$. Nakon toga se određuje rezultujuća funkcija pripadnosti skupu B*, koja je jednaka stepenu pripadnosti skupu B presečenoj (ograničenoj) sa ω.

$$\mu_{B^*}(y) = \vee_x[\mu_{A^*}(x) \wedge \mu_A(x)] \wedge \mu_B(y) = \omega \wedge \mu_B(y)$$



Intuitivno, ω predstavlja meru stepena poverenja premisi (činjenici – prethodnom delu pravila). Ova mera „prolazi“ kroz AKO-ONDA pravilo i daje stepen poverenja (stepen pripadnosti) fuzzy skupu B (B* na slici), koji nije veći od ω.

Fuzzy zaključivanje: jedno pravilo sa više pretpostavki

AKO-ONDA fuzzy pravilo sa dve premise se piše u obliku **„AKO x je A i y je B, ONDA z je C“**, odnosno:

Premisa 1 (činjenica) x je A* i y je B*
Premisa 2 (pravilo) AKO x je A i y je B, ONDA z je C
Zaključak (posledica) z je C*

Kraće se ovo može pisati kao: $A \times B \to C$, odnosno moguće je formirati „ternarnu“ fuzzy relaciju R_m baziranu na Mamdanijevoj funkciji fuzzy implikacije

$$R_m(A,B,C) = (A \times B) \times C = \int_{X \times Z \times Y} \frac{\mu_A(x) \wedge \mu_B(y) \wedge \mu_C(z)}{(x,y,z)}$$

Konsekvenca C* se može izraziti kao $C^*=(A^*\times B^*)\circ(A\times B\rightarrow C)$

$$\mu_{C^*}(z)=\vee_{x,y}[\mu_{A^*}(x)\wedge\mu_{B^*}(y)]\wedge[\mu_A(x)\wedge\mu_B(y)\wedge\mu_C(z)]$$

$$\mu_{C^*}(z)=\vee_{x,y}[\mu_{A^*}(x)\wedge\mu_{B^*}(y)\wedge\mu_A(x)\wedge\mu_B(y)]\wedge\mu_C(z)$$

$$\mu_{C^*}(z)=\{\underbrace{\vee_x[\mu_{A^*}(x)\wedge\mu_A(x)]}_{\omega_1}\}\wedge\{\underbrace{\vee_y[\mu_{B^*}(y)\wedge\mu_B(y)]}_{\omega_2}\}\wedge\mu_C(z)$$

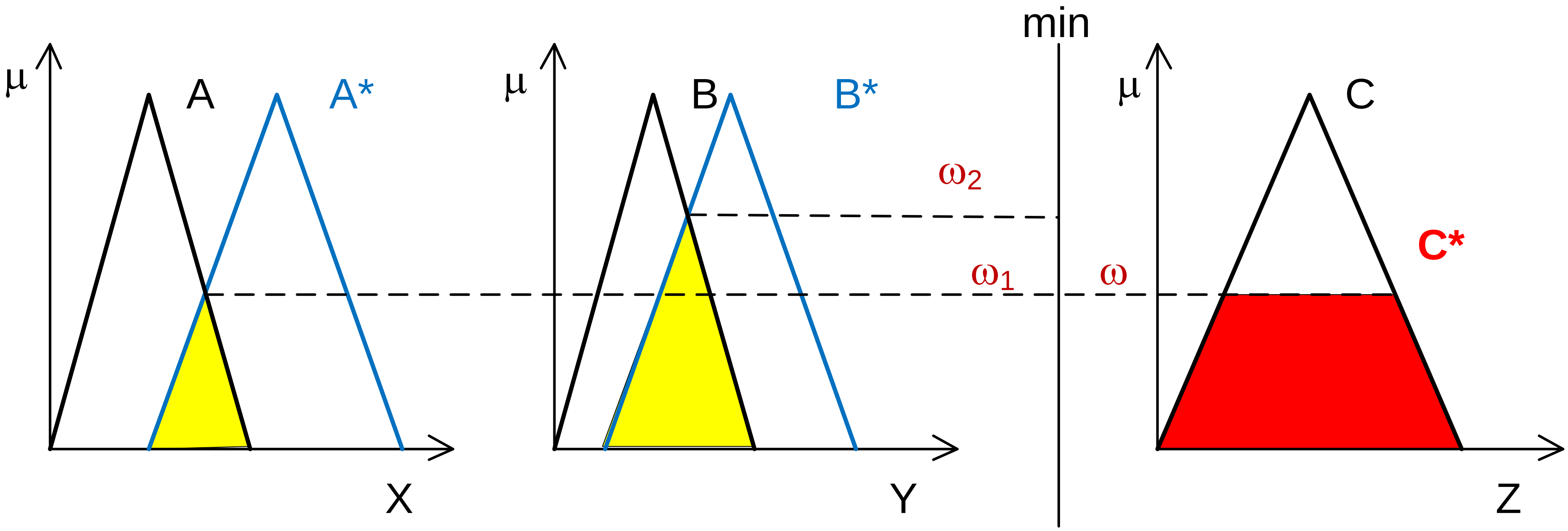
$$\mu_{C^*}(z)= (\omega_1\wedge\omega_2)\wedge\mu_C(z)$$

$(\omega_1 \wedge \omega_2)$ se naziva „stepen aktivacije“ ili „stepen ispunjenosti“ fuzzy pravila

Stepen pripadnosti rezultujućem fuzzy skupu C* je jednak stepenu pripadnosti fuzzy skupu C, ograničenom „stepenom aktivacije“ $\omega = (\omega_1 \wedge \omega_2)$.

jedno pravilo sa više pretpostavki

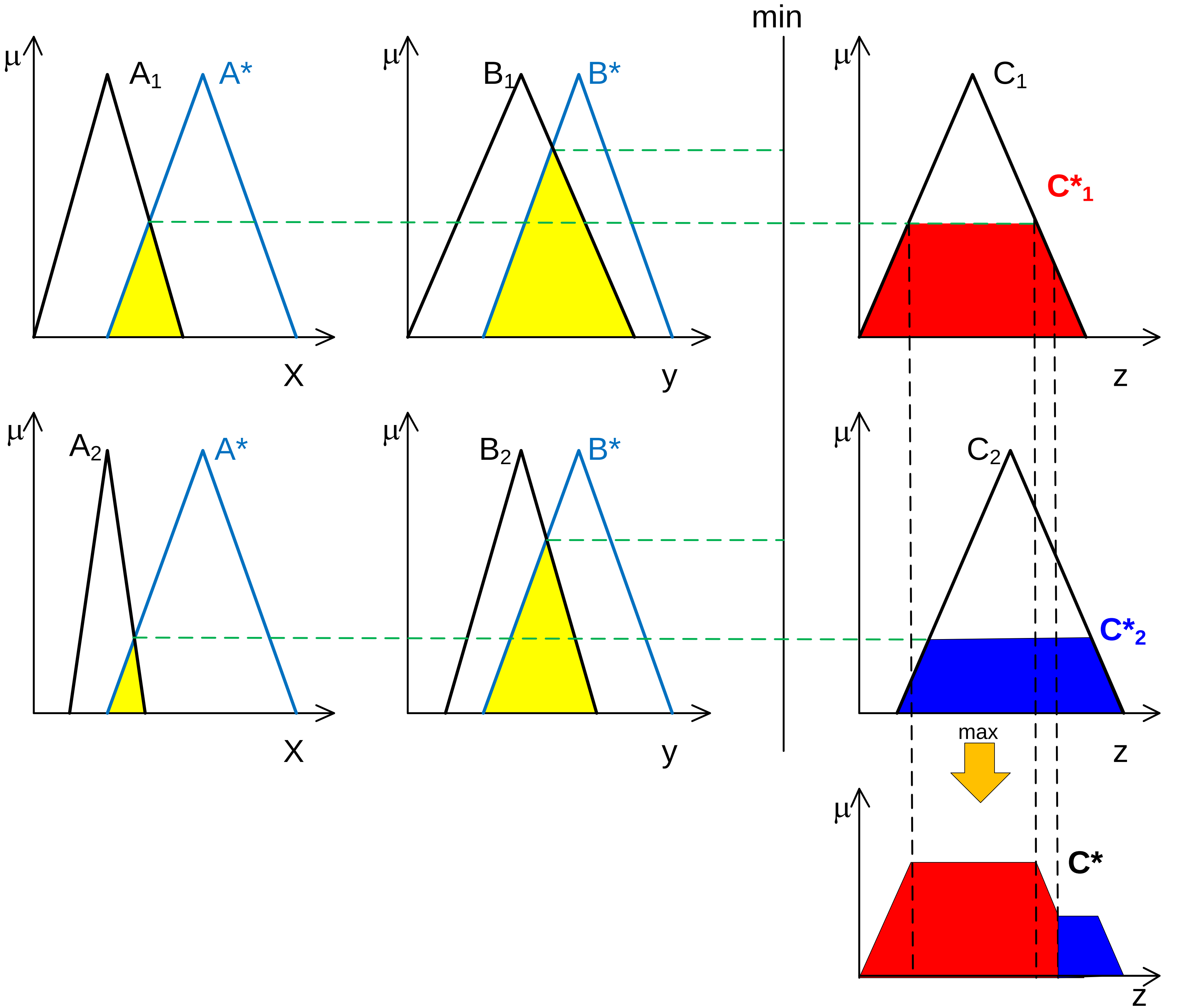
$$\mu_{C*}(z)=\{\vee_x[\mu_{A*}(x)\wedge\mu_A(x)]\}\wedge\{\vee_y[\mu_{B*}(y)\wedge\mu_B(y)]\}\wedge\mu_C(z)$$



Fuzzy zaključivanje: više pravila sa više pretpostavki

Interpretacija višestrukih pravila se često predstavlja kao unija fuzzy relacija odgovarajućih fuzzy pravila

Premisa 1 (činjenica) x je A* i y je B*
Premisa 2 (pravilo 1) AKO x je A_1 *i* y je B_1, ONDA z je C_1
Premisa 3 (pravilo 2) AKO x je A_2 *i* y je B_2, ONDA z je C_2
Zaključak (posledica) z je C*



min
μ
A1
A*
X
μ
B1
B*
y
μ
C1
C*1
z
μ
A2
A*
X
μ
B2
B*
y
μ
C2
C*2
z
max
μ
C*
z

Ako se posmatra fuzzy pravilo u obliku

„AKO x je A ili y je B, ONDA z je C“,

stepen aktivacije u ovom slučaju je dat kao *maximum stepena pripadnosti* činjeničnom delu fuzzy pravila za postavljene uslove.

Ovo fuzzy pravilo je ekvivalentno uniji dva fuzzy pravila oblika

„AKO x je A, ONDA z je C“

ili

„AKO y je B, ONDA z je C“.

Generalno, proces fuzzy zaključivanja može biti podeljen u četiri osnovna koraka:

1. *Stepen kompatibilnosti*: upoređivanje poznatih činjenica sa pretpostavkom fuzzy pravila i utvrđivanje stepena kompatibilnosti sa svakom pojedinačnom premisom.
2. *Stepen aktivacije*: indikacija koliko (u kojoj meri) je zadovoljena premisa fuzzy pravila.
3. *Indukovana funkcija pripadnosti*: primena stepena aktivacije na svaki pojedinačni posledični deo fuzzy pravila.
4. *Ukupni izlaz funkcija pripadnosti*: kombinacija svih konsekvenci fuzzy pravila.

Strategije defazifikacije

U osnovi, defazifikacija predstavlja mapiranje iz prostora fuzzy upravljačkih akcija, definisanog nad izlaznim univerzumom posmatranja, u prostor nefuzzy (diskretnih) upravljačkih akcija.

Defazifikacija se primenjuje zbog potrebe da se u mnogim praktičnim aplikacijama koristi diskretna vrednost upravljanja.

Defazifikacijom se teži proizvesti nefuzzy upravljanje koje najbolje predstavlja moguću raspodelu zaključene fuzzy upravljačke akcije.

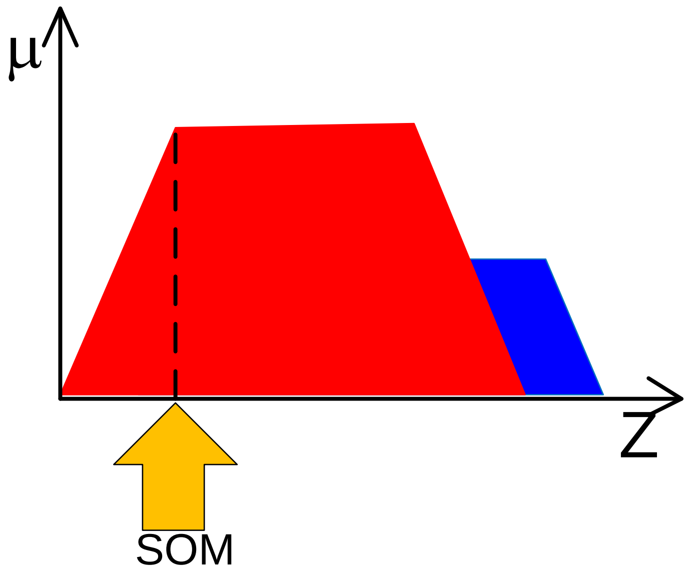
Ne postoji sistematična procedura za izbor strategije defazifikacije.

Najčešće korišćene strategije su

- kriterijum maksimuma,
- kriterijum sredine maksimuma,
- kriterijum sredine površine.

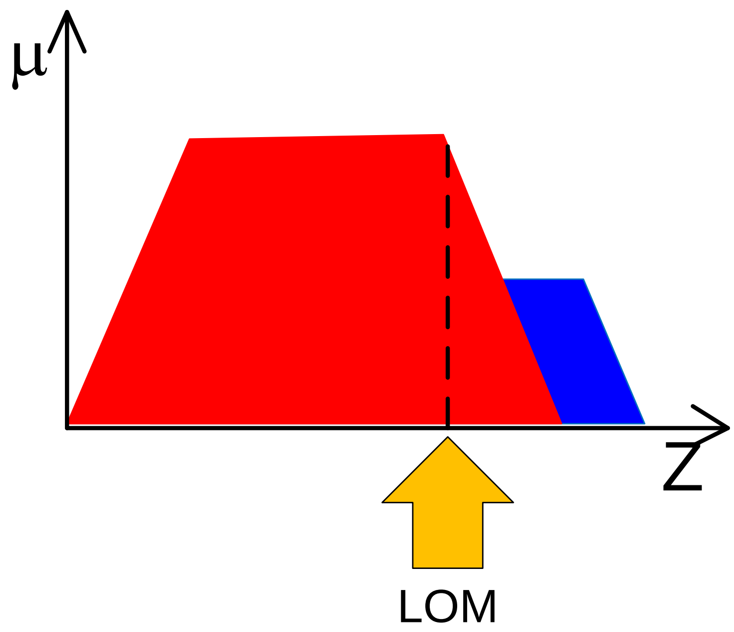
Kriterijum najmanje vrednosti maksimuma (SoM – smallest of maximum)

Kriterijum najmanje vrednosti maksimuma daje najmanju (prvu) tačku u kojoj mogućnost raspodele upravljačke akcije dostiže maksimalnu vrednost.



Kriterijum najveće vrednosti maksimuma (LoM – largest of maximum)

Kriterijum najveće vrednosti maksimuma daje najveću (poslednju) tačku u kojoj mogućnost raspodele upravljačke akcije dostiže maksimalnu vrednost.

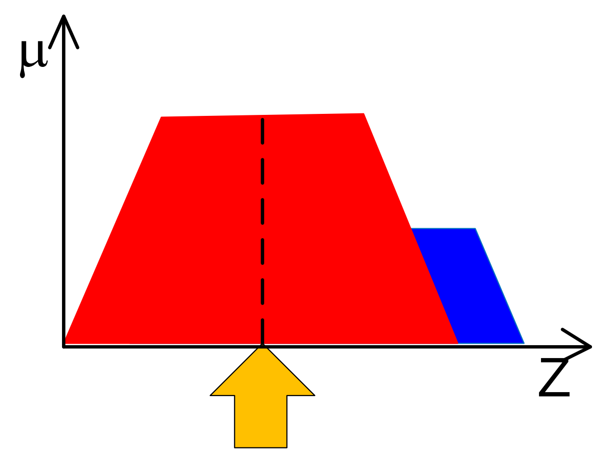


Kriterijum sredine maksimuma (MoM - mean of maximum)

Kriterijum sredine maksimuma stvara upravljanje koje predstavlja sredinu vrednosti svih lokalnih upravljačkih akcija čije funkcije članice dostižu maksimum.

U slučaju diskretnog univerzalnog skupa upravljačka akcija se može izraziti kao

$$z_o = \frac{\sum_{j=1}^{l} z_j}{l}$$



-z_j su elementi skupa Z
za koje stepen pripadnosti $\mu_z(z_j)$
 ima maksimalnu vrednost
-l je broj takvih vrednosti.

primer:

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
μ(z)	0	0,16	0	0,48	0,8	0,8	0,8	0,48	0,32	0,24	0,36	0,48	0,6

z	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
μ(z)	0,48	0,36	0,24	0,14	0,28	0,42	0,56	0,7	0,56	0,42	0,28	0,14	0

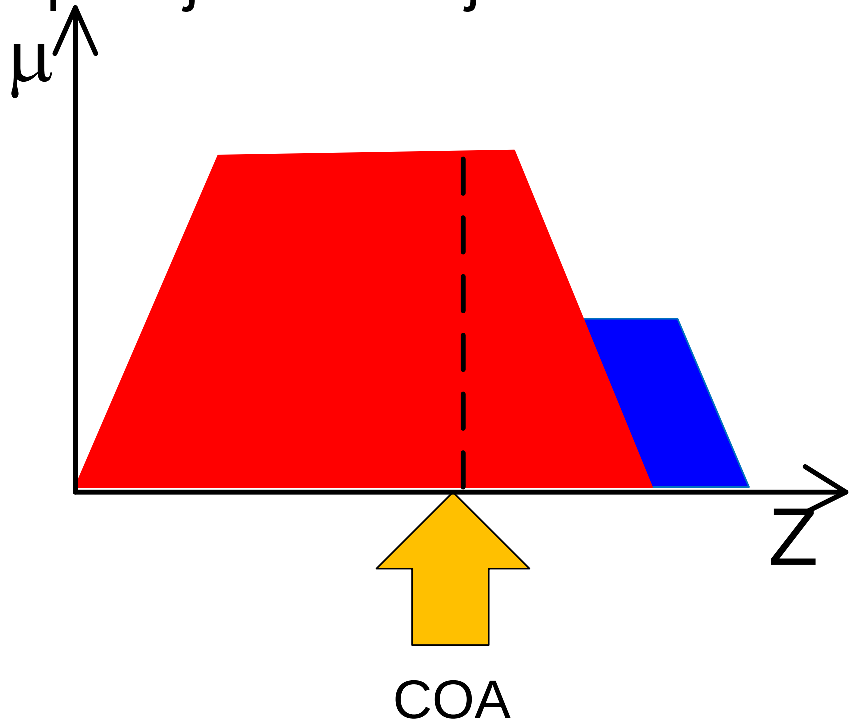
$$z_o = \frac{\sum_{j=1}^{l} z_j}{l} = \frac{4+5+6}{3} = 5$$

Kriterijum centra mase
(CoA - Centre of Area, CoG – Centre of Gravity)

Kriterijum centra površine ili centra gravitacije određuje diskretnu upravljačku akciju tako da se levo i desno od nje nalaze delovi upravljačke površine „jednakih težina“.

U slučaju diskretnog univerzuma upravljačka akcija se može izraziti kao

$$z_o = \frac{\sum_{j=1}^{n} \mu_z(z_j) \cdot z_j}{\sum_{j=1}^{n} \mu_z(z_j)}$$



primer:

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
μ(z)	0,00	0,16	0,32	0,48	0,64	0,80	0,64	0,48	0,32	0,24	0,36	0,48	0,60
zμ(z)	0,00	0,16	0,64	1,44	2,56	4,00	3,84	3,36	2,56	2,16	3,60	5,28	7,20

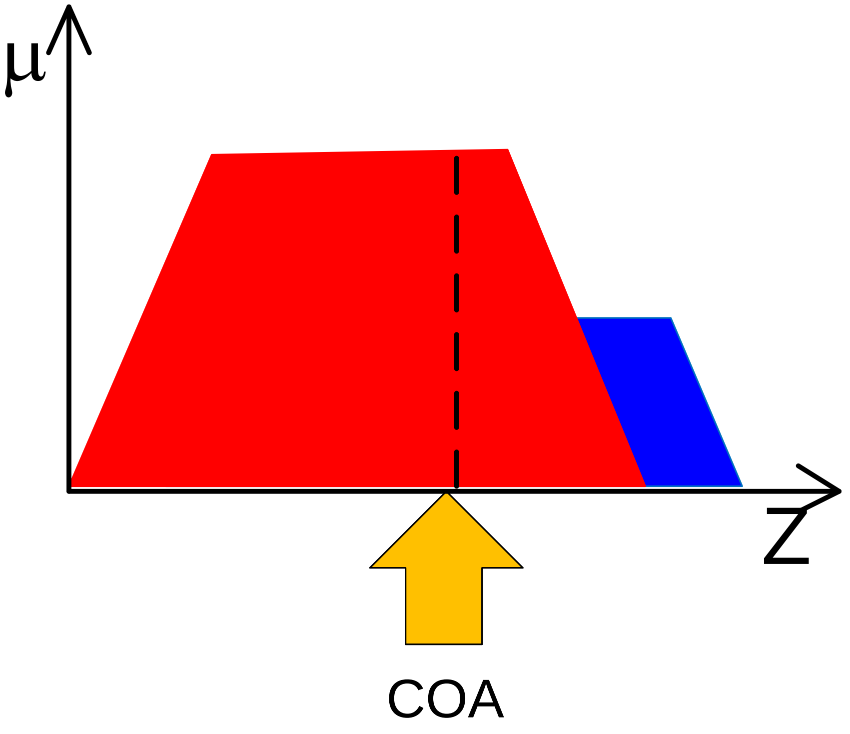
z	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
μ(z)	0,48	0,36	0,24	0,14	0,28	0,42	0,56	0,70	0,56	0,42	0,28	0,14	0,00
zμ(z)	6,24	5,04	3,60	2,24	4,76	7,56	10,64	14,00	11,76	9,24	6,44	3,36	0,00

$$z_o = \frac{\sum_{j=1}^{26} \mu_z\left(z_j\right) \cdot z_j}{\sum_{j=1}^{26} \mu_z\left(z_j\right)} = \frac{0 + 0.16 + 0.64 + 1.44 + \ldots + 6.44 + 3.36 + 0}{0 + 0.16 + 0.32 + \ldots + 0.28 + 0.14 + 0} = \frac{121.68}{10.1} = 12.05$$

Kriterijum centra mase
(CoA - Centre of Area, CoG – Centre of Gravity) - nastavak

U slučaju kontinualnog univerzuma upravljačka akcija se može izraziti kao

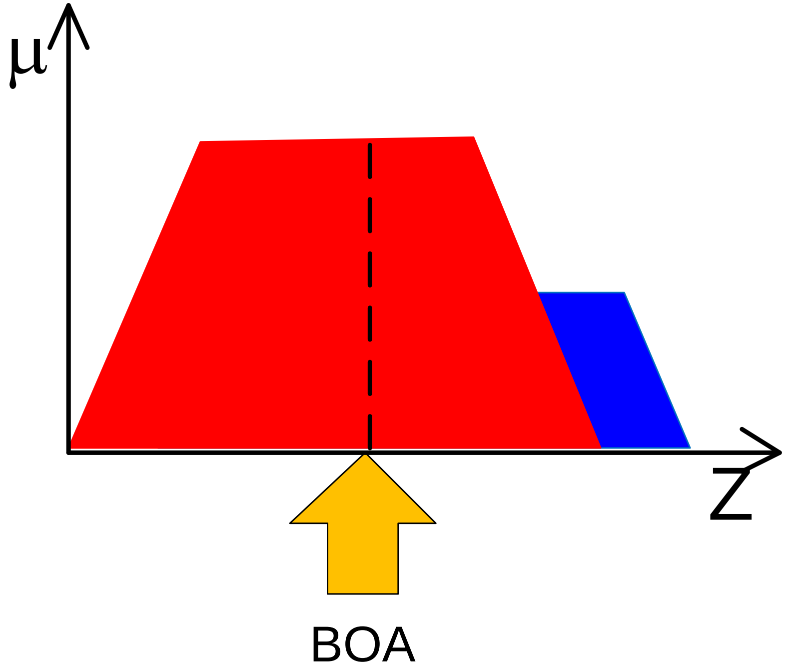
$$z_o = \frac{\int \mu_z(z) \cdot z dz}{\int \mu_z(z) dz}$$



Kriterijum bisekcije oblasti (BoA - bisection of area)

Kriterijum bisekcije oblasti daje tačku koja deli izlaznu oblast na dva dela jednakih površina

$$\int_{\alpha}^{z_0} \mu_C(z)\,dz = \int_{z_0}^{\beta} \mu_C(z)\,dz$$



Fuzzy sistemi odlučivanja

Baziraju se na **teoriji fuzzy skupova**, **fuzzy AKO-ONDA pravilima** i **fuzzy zaključivanju**.

Upotrebljavaju se u okviru različitih polja nauke i industrije: **automatsko upravljanje**, **klasifikacija podataka**, **teorija odlučivanja**, **ekspertski sistemi**, **predikcija vremenskih serija**, **robotika**, **prepoznavanje oblika i uzoraka**.

Fuzzy sistemi odlučivanja (FSO) su poznati pod različitim imenima: **sistemi bazirani na fuzzy pravilima**, **fuzzy ekspertski sistemi**, **fuzzy modeli**, **fuzzy asocijativne memorije**, **fuzzy kontroleri**... a sve to zajedno je ***fuzzy sistem***.

Struktura fuzzy sistema

Osnovna struktura fuzzy sistema odlučivanja se sastoji od tri komponente:

1.Baza pravila (rule base): sadrži definisana fuzzy pravila.

2.Baza podataka (rečnik): definiše funkcije pripadnosti

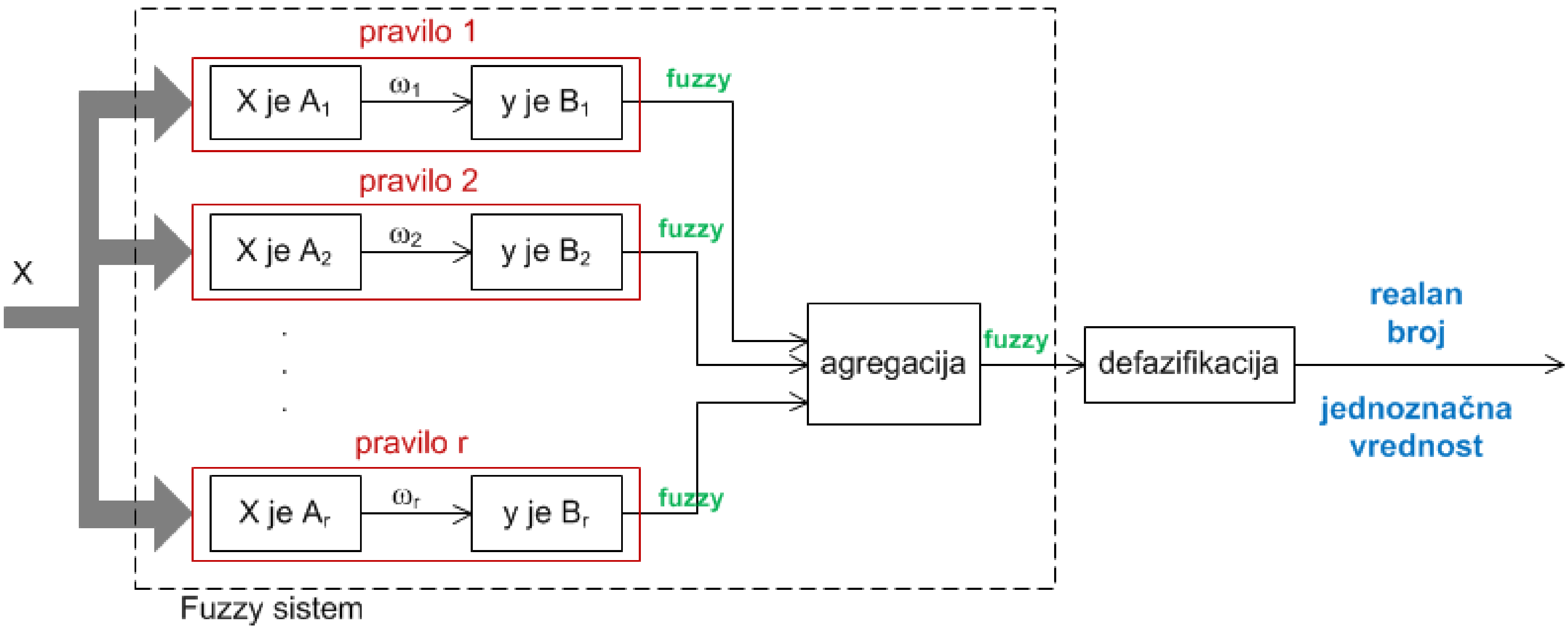
korištene u okviru fuzzy pravila (fuzzy skupovi).

3.Mehanizam zaključivanja: izvršava procedure izvođenja

zaključaka, formiranja posledica na osnovu datih premisa.

Ulazi u FSO mogu biti fuzzy ulazi ili oštri (crisp) binarni ulazi, dok je izlaz uvek fuzzy skup.

Ponekad se postavlja uslov da FSO ima jasno definisane (oštre) izlaze, posebno kada se koristi kao fuzzy regulator. U tom slučaju se koristi metoda defazifikacije i iz fuzzy skupa se „izvlači“ njegov najbolji reprezent.



Pretpostavimo da imamo dva fuzzy pravila:

$$R_1: \text{AKO } x \text{ je } A_1 \text{ i } y \text{ je } B_1 \text{ ONDA } z \text{ je } C_1$$
$$R_2: \text{AKO } x \text{ je } A_2 \text{ i } y \text{ je } B_2 \text{ ONDA } z \text{ je } C_2$$

U on-line procesima stanja sistema imaju značajnu ulogu u upravljačkoj akciji.
Ulazne vrednosti su diskretne (crisp) i obično se mere senzorima.
U nekim slučajevima ulazne vrednosti se moraju pretvoriti u fuzzy skupove.
U opštem slučaju diskretna vrednost se može interpretirati kao fuzzy ton.

Stepeni aktivacije (težinski faktori) prvog (ω_1) i drugog (ω_2) pravila se mogu izraziti kao:

$$\omega_1=\mu_{A1}(x_0)\wedge\mu_{B1}(y_0)$$

$$\omega_2=\mu_{A2}(x_0)\wedge\mu_{B2}(y_0)$$

gde $\mu_{Ai}(x_0)$ i $\mu_{Bi}(y_0)$ predstavljaju stepen slaganja između podataka dobijenih merenjem i podataka iz baze pravila.
Ove relacije su značajne za sisteme fuzzy zaključivanja koja se najčešće koriste u FLC-ima.

Fuzzy sistemi zaključivanja

Najčešće korišćeni sistemi fuzzy zaključivanja koji se koriste u FLC-ima:

1. Mamdani fuzzy model
2. Larsenovo pravilo
3. Tsukamoto metod zaključivanja
4. Takagi-Sugeno-Kang način odlučivanja

Mamdani fuzzy model

Fuzzy zaključivanje prvog tipa – koristi se max-min kompozicija.

i-to pravilo vodi do upravljačke akcije:

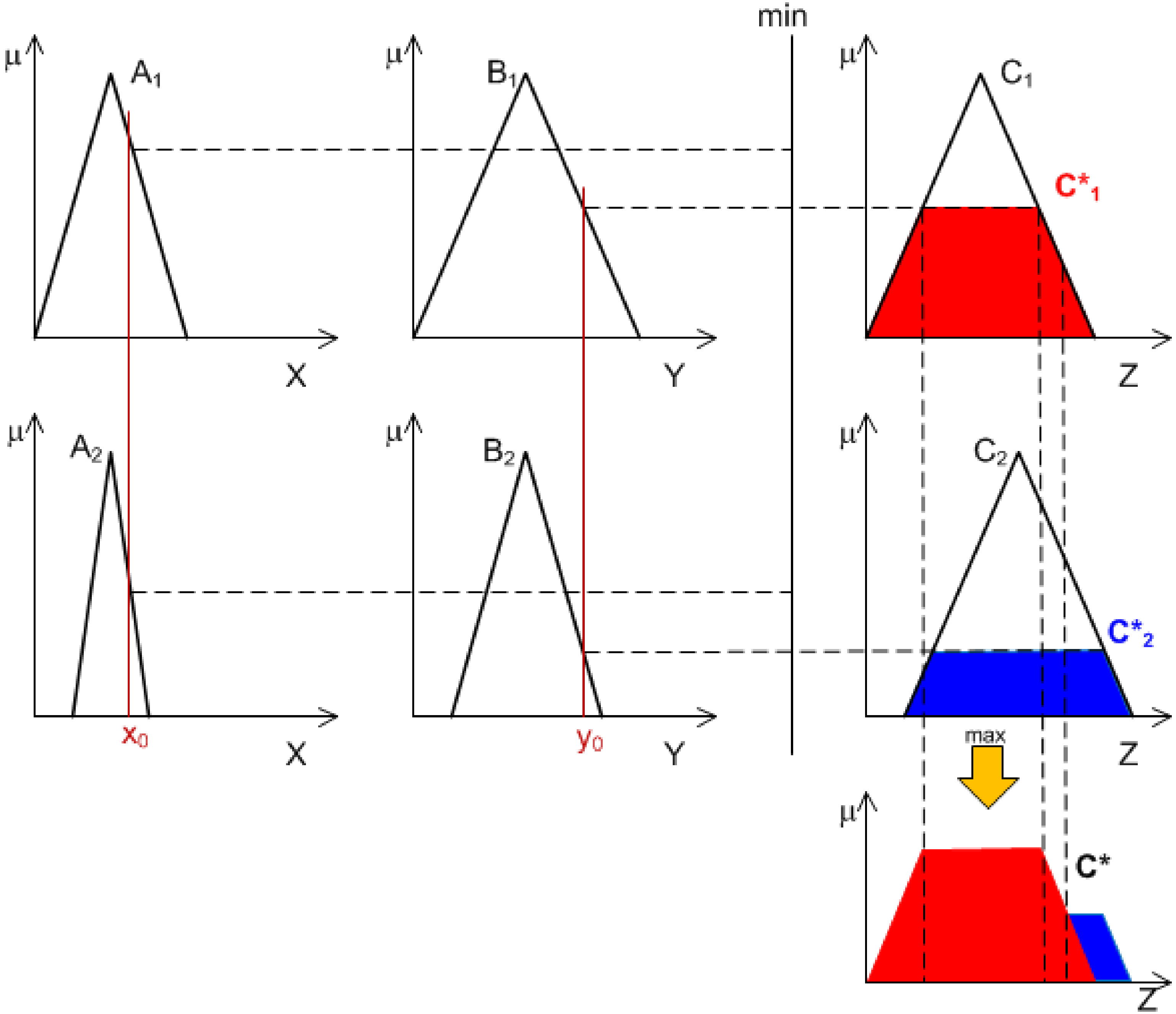
$$\mu_{C^*i}(z)=\omega_i \wedge \mu_{Ci}(z)$$

Zaključna konsekvenca se dobija kao max kompozicija konsekvenci svih pravila:

$$\mu_C(z)=\mu_{C^*1}(z) \vee \mu_{C^*2}(z) = (\omega_1 \wedge \mu_{C1}(z)) \vee (\omega_2 \wedge \mu_{C2}(z))$$

(prethodni izraz je prikazan za dva pravila, što će biti slučaj i u narednim primerima)

$$\mu_C(z)=\mu_{C^*1}(z)\vee\mu_{C^*2}(z) = (\omega_1\wedge\mu_{C1}(z))\vee(\omega_2\wedge\mu_{C2}(z))$$

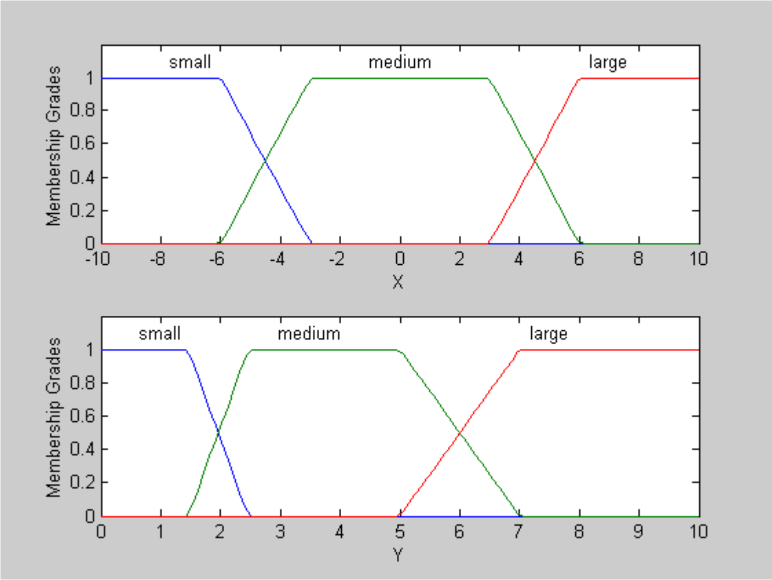


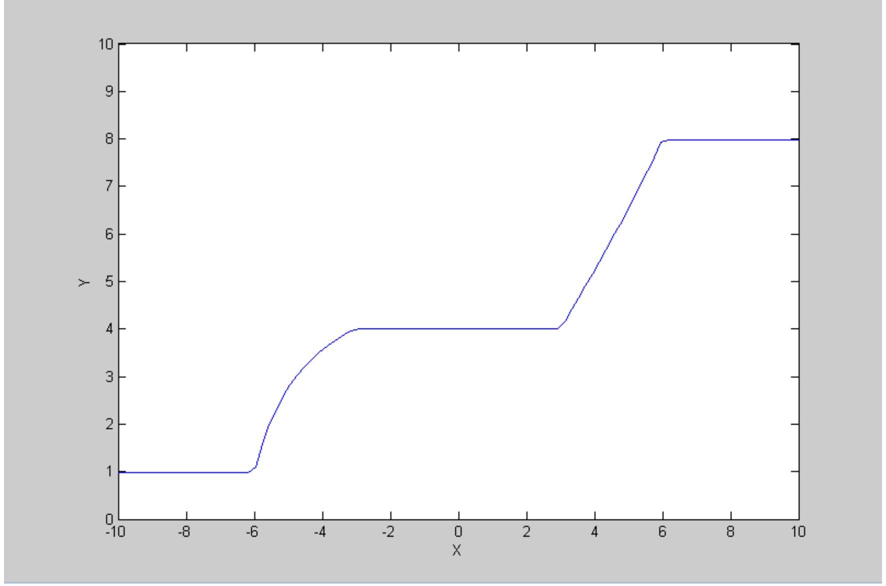
Mamdani Fuzzy model - primer

Max-min composition and centroid defuzzification were used.

R1 : If X is small then Y is small
R2 : If X is medium then Y is medium
R3 : If X is large then Y is large

X = input $\in [-10, 10]$
Y = output $\in [0, 10]$





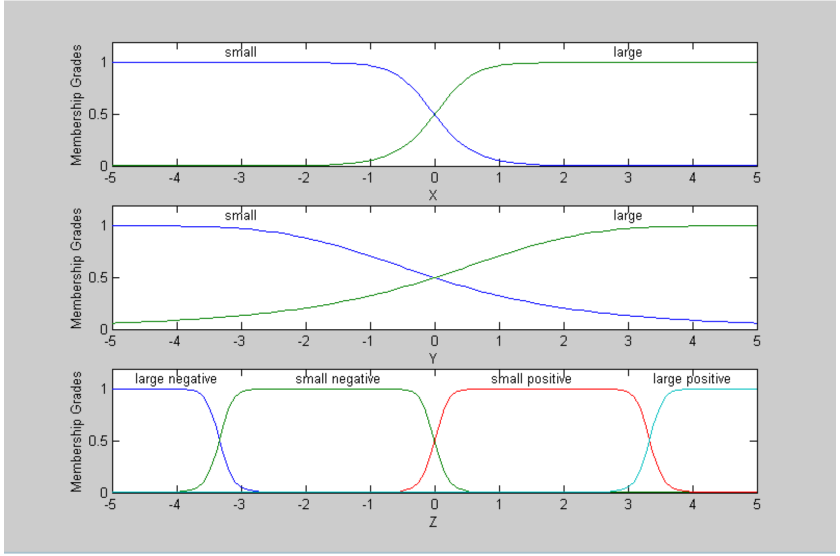
zaključak konsekvenca

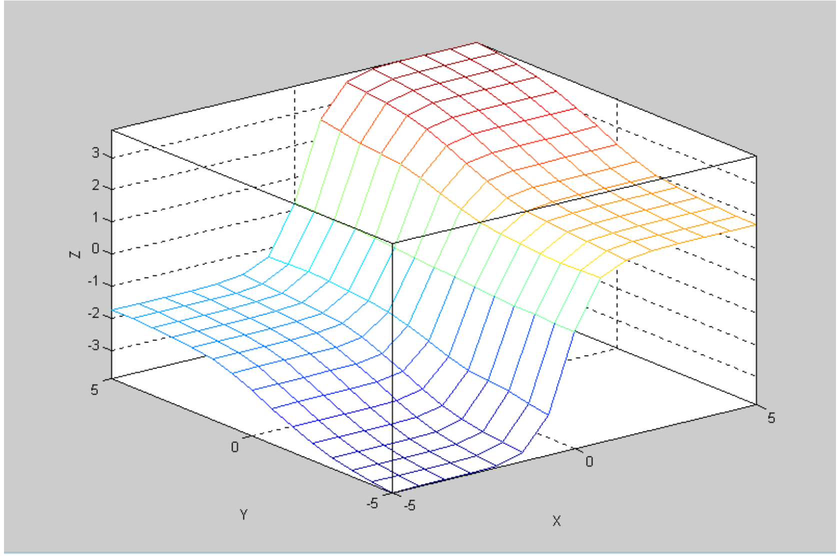
Mamdani Fuzzy models - Example

Max-min composition and centroid defuzzification were used.

R1: If X is small & Y is small then Z is negative large
R2: If X is small & Y is large then Z is negative small
R3: If X is large & Y is small then Z is positive small
R4: If X is large & Y is large then Z is positive large

$$X, Y, Z \in [-5, 5]$$





Zaključna konsekvenca

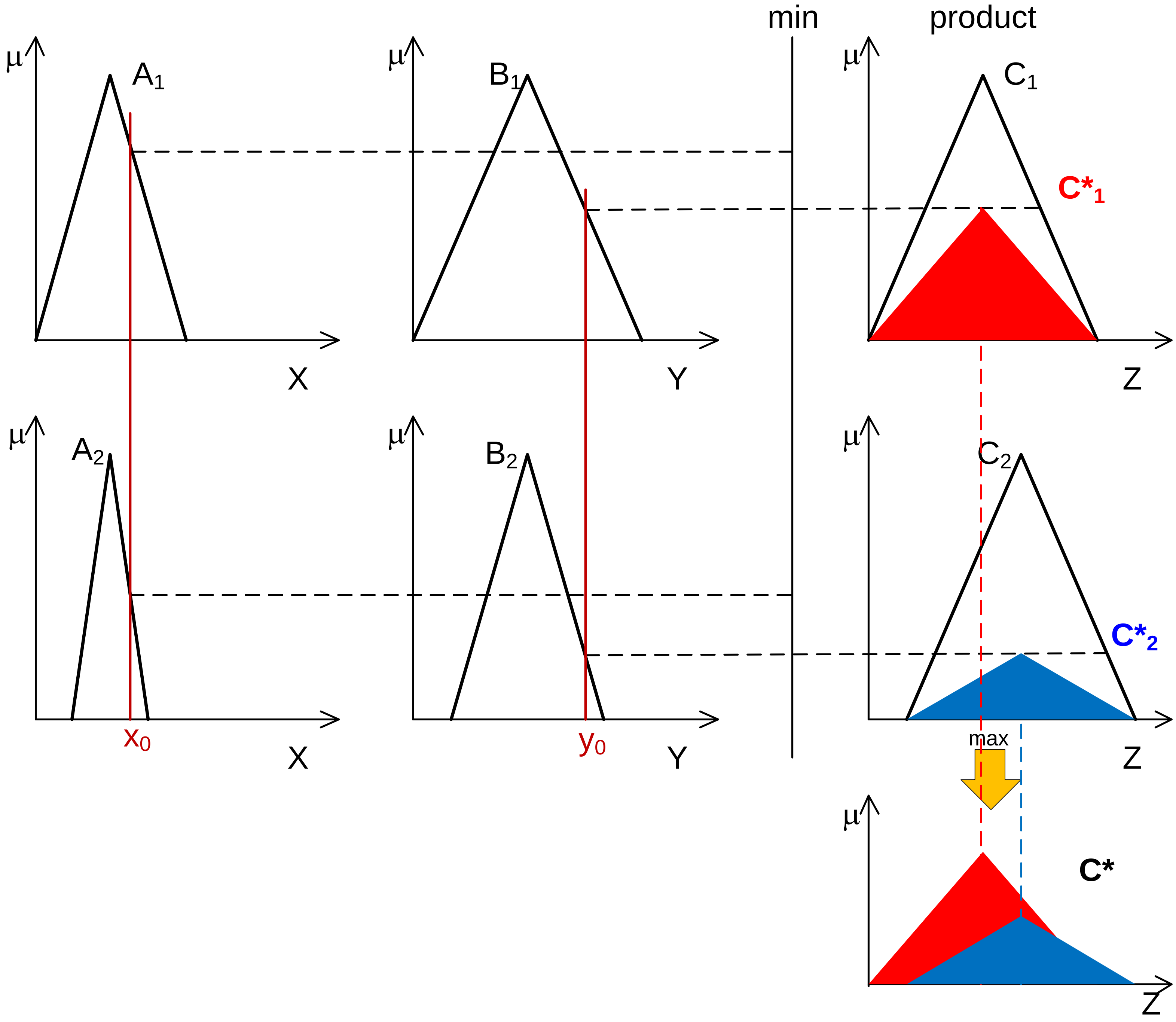
Larsenovo pravilo

Fuzzy zaključivanje drugog tipa - *Larsenovo pravilo koristi max-product kompoziciju*
i-to pravilo vodi do upravljačke akcije:

$$\mu_{C^*i}(z)=\omega_i \times \mu_{Ci}(z)$$

Zaključna konsekvenca se dobija kao max kompozicija konsekvenci svih pravila:

$$\mu_C(z)=\mu_{C^*1}(z) \vee \mu_{C^*2}(z) = (\omega_1 \times \mu_{C1}(z)) \vee (\omega_2 \times \mu_{C2}(z))$$


min
product
μ
A1
B1
C1
C*1
X
Y
Z
A2
B2
C2
C*2
x0
y0
max
C*

Tsukamoto metod zaključivanja

Fuzzy zaključivanje trećeg tipa - *Tsukamotov metod sa linfvističkim terminima tipa monotonih funkcija članica*

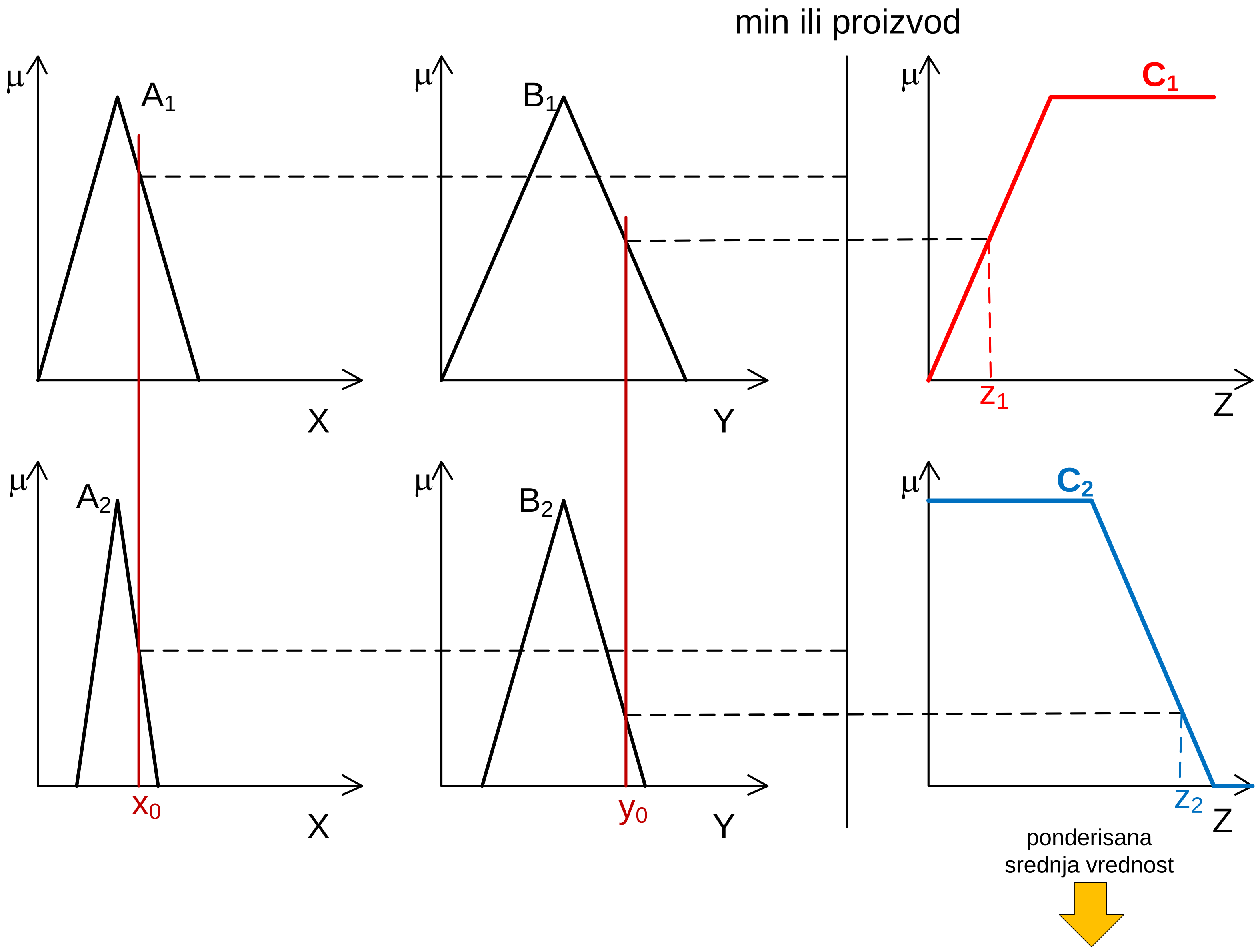
i-to pravilo vodi do upravljačke akcije:

$$\mu_{C^*i}(z_i)=\omega_i$$

Zaključna konsekvenca se dobija kao funkcija konsekvenci svih pravila:

$$z = \frac{\sum_{i=1}^{n} \omega_i z_i}{\sum_{i=1}^{n} \omega_i}$$

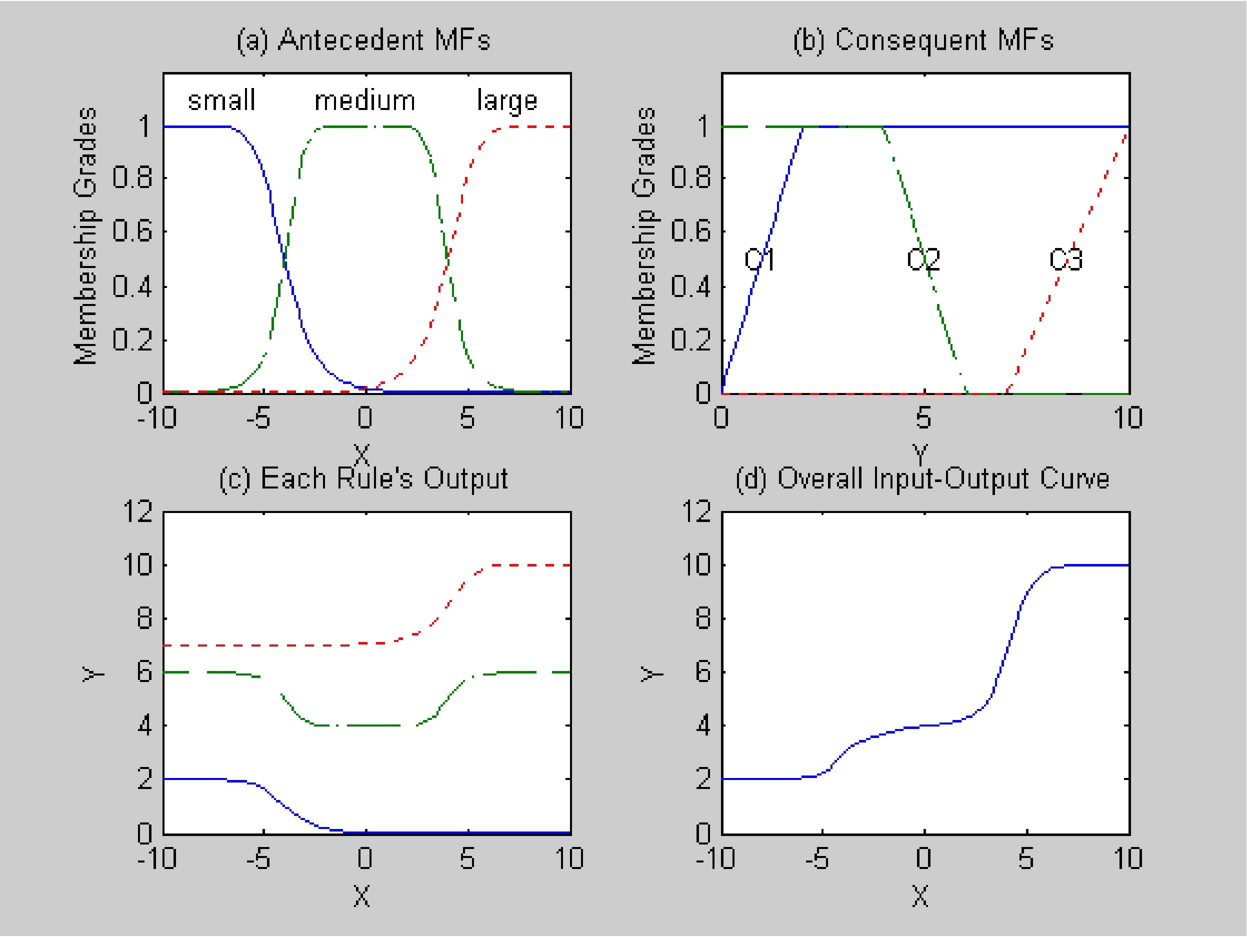
Primetiti: zaključna konsekvenca je **diskretna** upravljačka akcija



$$z = \frac{\omega_1 z_1 + \omega_2 z_2}{\omega_1 + \omega_2}$$

Fuzzy Inference Systems – Tsukamoto Fuzzy models - Example

R1: If X is small then Y is C_1
R2: If X is medium then Y is C_2
R3: if X is large then Y is C_3



Takagi-Sugeno-Kang način odlučivanja

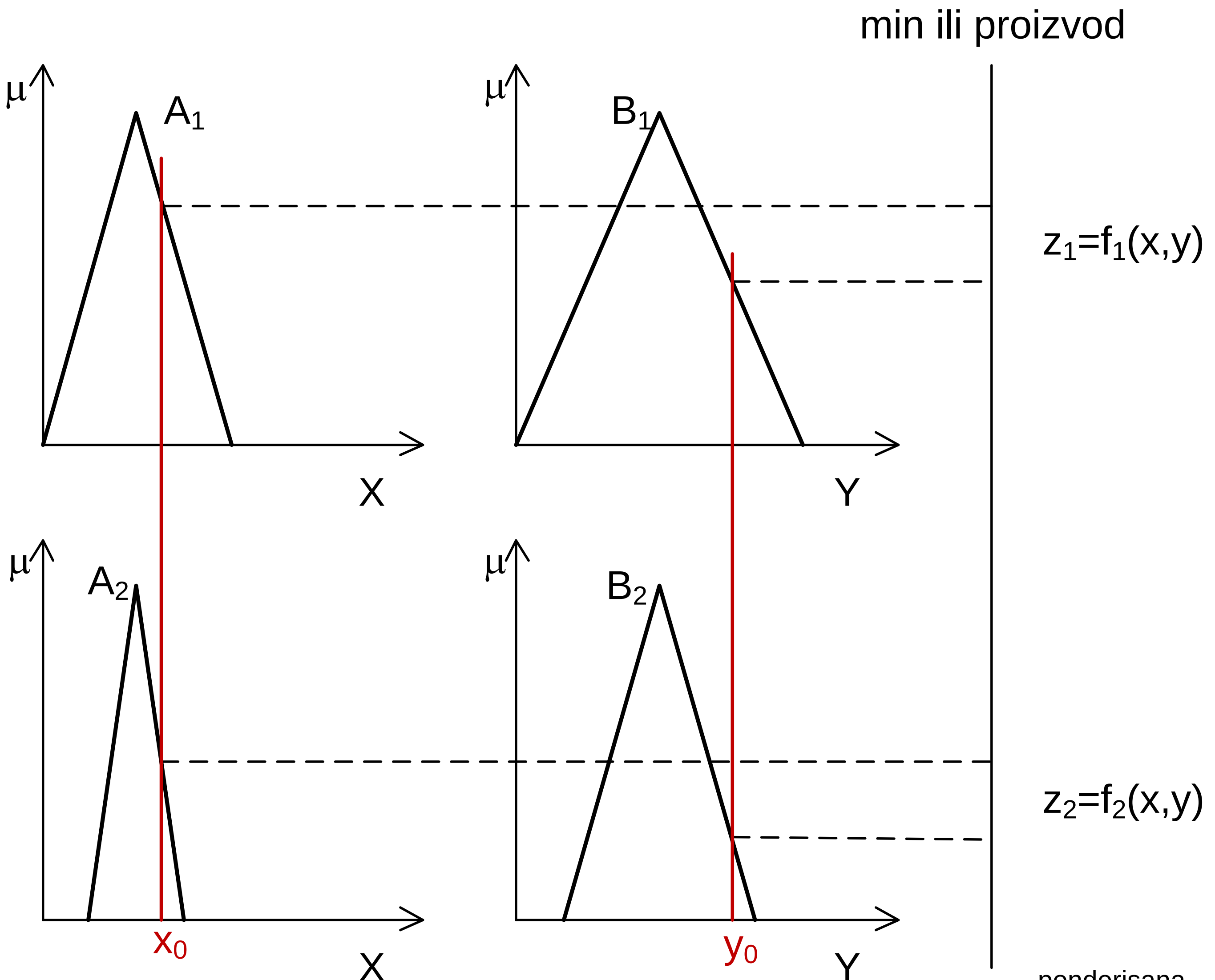
Fuzzy zaključivanje četvrtog tipa – *Konsekvenca pravila je funkcija od ulaznih lingvističkih promenljivih*

R_i: AKO x je A_i i y je B_i ONDA $z_i=f_i(x,y)$

Zaključna konsekvenca se dobija kao funkcija konsekvenci svih pravila:

$$z = \frac{\sum_{i=1}^{n} \omega_i f_i(x,y)}{\sum_{i=1}^{n} \omega_i}$$

Primetiti: zaključna konsekvenca je **diskretna** upravljačka akcija



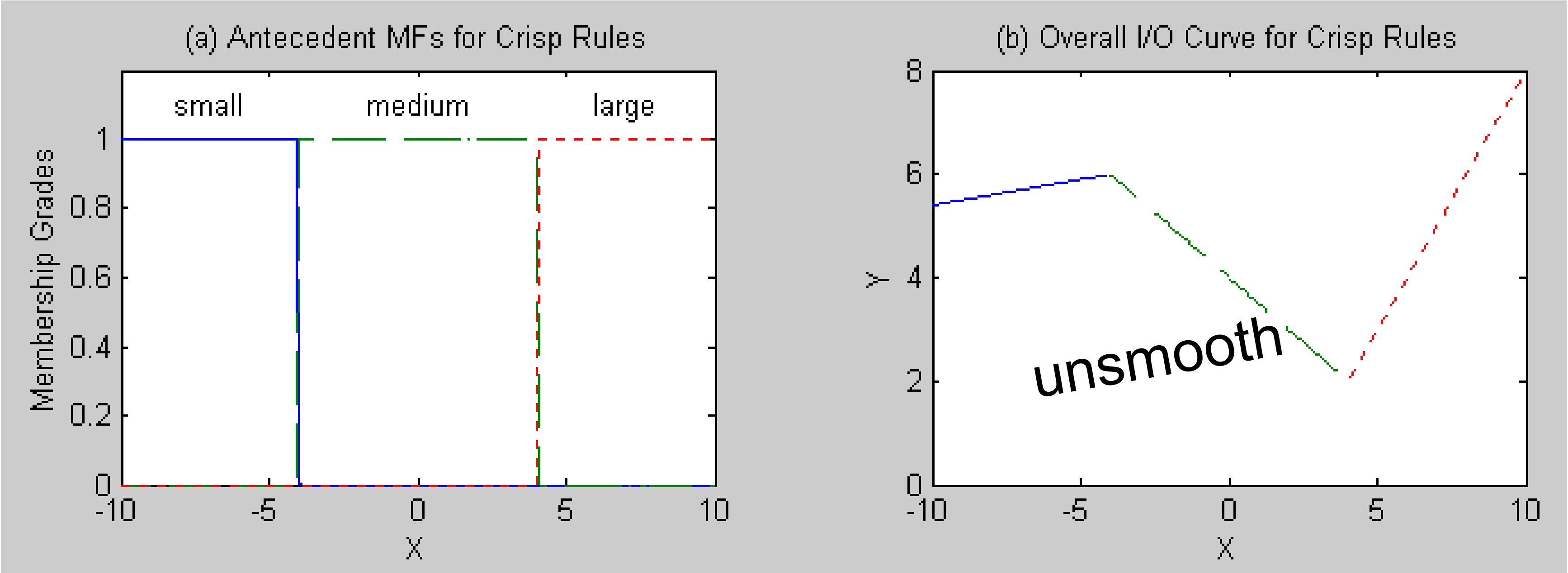
ponderisana
srednja vrednost

$$z = \frac{\omega_1 z_1 + \omega_2 z_2}{\omega_1 + \omega_2}$$

Fuzzy Inference Systems – Sugeno Fuzzy Models - Example

R1: If X is small then $Y = 0.1X + 6.4$
R2: If X is medium then $Y = -0.5X + 4$
R3: If X is large then $Y = X - 2$

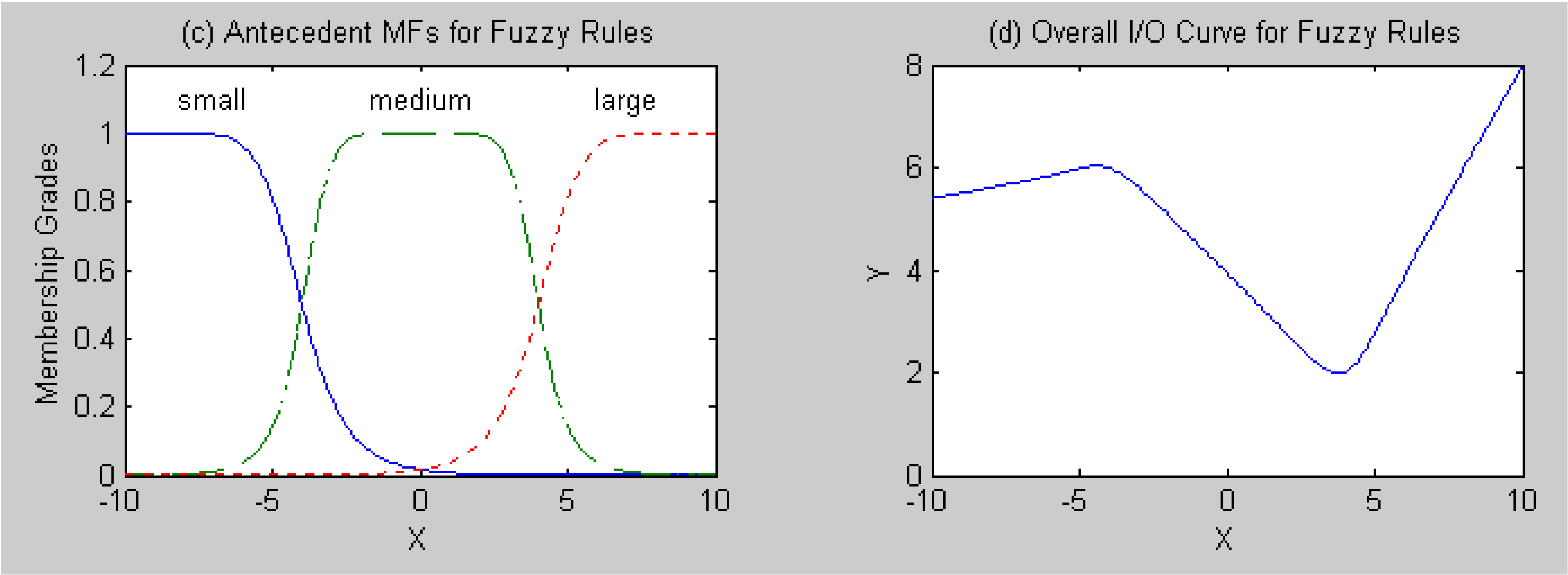
X = input $\in [-10, 10]$



Fuzzy Inference Systems – Sugeno Fuzzy Models - Example

R1: If X is small then $Y = 0.1X + 6.4$
R2: If X is medium then $Y = -0.5X + 4$
R3: If X is large then $Y = X - 2$

X = input $\in [-10, 10]$



If we have smooth membership functions (fuzzy rules) the overall input-output curve becomes a smoother one.

Fuzzy Inference Systems – Sugeno Fuzzy Models - Example

R1: if X is small and Y is small then $z = -x + y + 1$

R2: if X is small and Y is large then $z = -y + 3$

R3: if X is large and Y is small then $z = -x + 3$

R4: if X is large and Y is large then $z = x + y + 2$

$X, Y \in [-5, 5]$