

# Odabiranje i zadržka

Anja Buljević

Jelena Bulatović

Da biste uspešno ispratili ove vežbe, neophodno je da razumete celo poglavlje **Struktura digitalnih sistema automatskog upravljanja**, a posebnu pažnju treba posvetiti odeljcima 4, 5 i 6, koji su od krucijalnog značaja za razumevanje ovih vežbi.

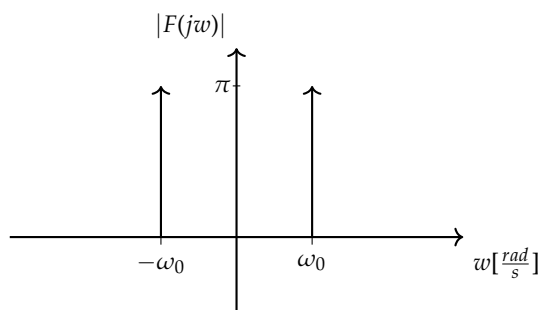
## 1 Zadaci za vežbu

1. Prikazati originalni i odbirkovani spektar signala  $f(t) = \sin(\omega_0 t)$ . Razmotriti uticaj periode odabiranja.

Rešenje:

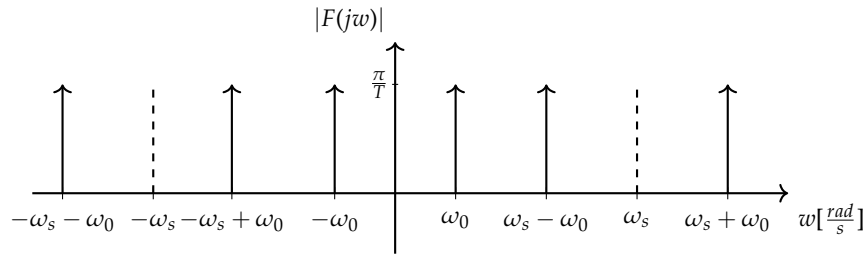
Da bismo prikazali spektar signala, prvo ćemo datu funkciju razviti u Furijeov red. Spektar originalnog signala je prikazan na Slici 1.

$$\begin{aligned} F(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \sin(\omega_0 t)e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2j} e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{1}{2j} \int_{-\infty}^{\infty} (e^{(\omega_0 - \omega)t} - e^{(-\omega_0 - \omega)t}) dt \\ &= \frac{1}{2j} 2\pi \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{(\omega_0 - \omega)t} dt - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{(-\omega_0 - \omega)t} dt \right) \\ &= \frac{\pi}{j} (\delta(\omega_0 - \omega) - \delta(-\omega_0 - \omega)) \end{aligned}$$



Slika 1: Spektar originalnog signala.

Spektar odbirkovanog signala uz pretpostavku da je  $\omega_s > 2\omega_0$  je dat na Slici 2.



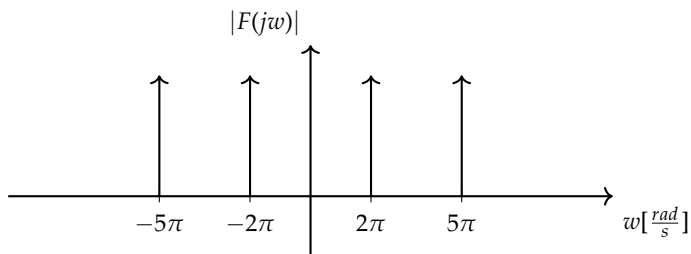
Slika 2: Spektar odbirkovanog signala.

2. Dat je signal  $f(t) = \sin(2\pi t) + \cos(5\pi t - \frac{\pi}{7})$ .

- Skicirati spektar prije odabiranja.
- Skicirati spektar nakon odabiranja frekvencijom 4Hz.
- Predložiti frekvenciju odabiranja tako da nema alijasa.

Rešenje:

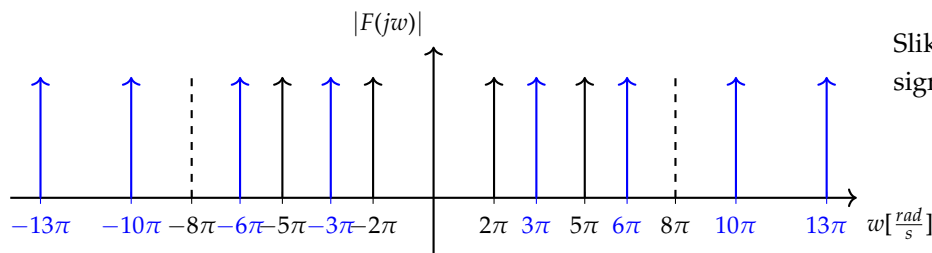
- Spektar prije odabiranja:



Slika 3: Spektar originalnog signala.

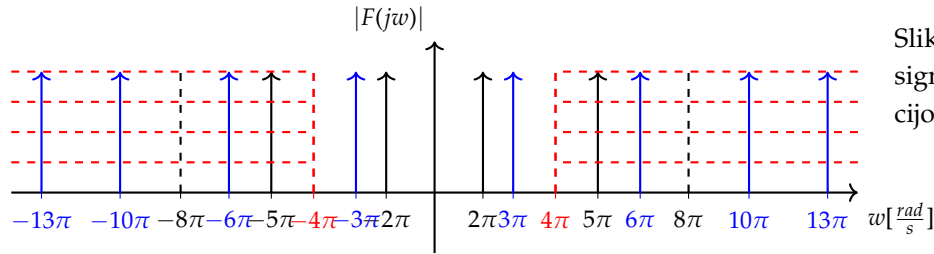
- $f_s = 4\text{Hz} \Rightarrow \omega_s = 2\pi f = 8\pi [\frac{\text{rad}}{\text{s}}]$ . Nikvistova učestanost je  $\omega_N = \frac{\omega_s}{2} = 4\pi [\frac{\text{rad}}{\text{s}}]$ . Odbirkovani signal je prikazan na Slici 4, dok je spektar nakon odsecanja od Nikvistove frekvencije prikazan na Slici 6.

U ovom, a i narednim zadacima, plavom bojom će biti označene multiplicirane komponente, isprekidanom linijom će biti označena frekvencija odabiranja, dok će crvenom bojom biti označena Nikvistova frekvencija.

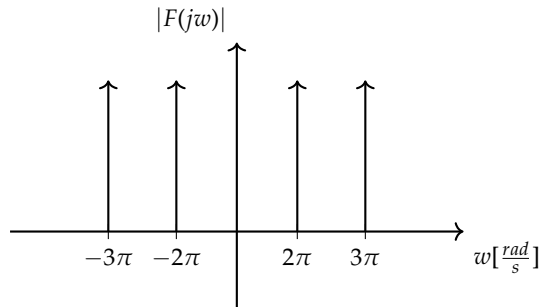


Slika 4: Spektar odbirkovanog signala.

Vidimo da data frekvencija odabiranja nije dobra jer se u obirkovanom spektri osim komponenti iz osnovnog spektra pojavljuju i komponente na drugim frekvencijama koje nazivamo **ALIJASIMA**. Šta više, komponenta na učestanosti  $\pm 5\pi [\frac{\text{rad}}{\text{s}}]$  se izgubila.



Slika 5: Spektralni prikaz odbirkovanog signala sa Nikvistovom frekvencijom.

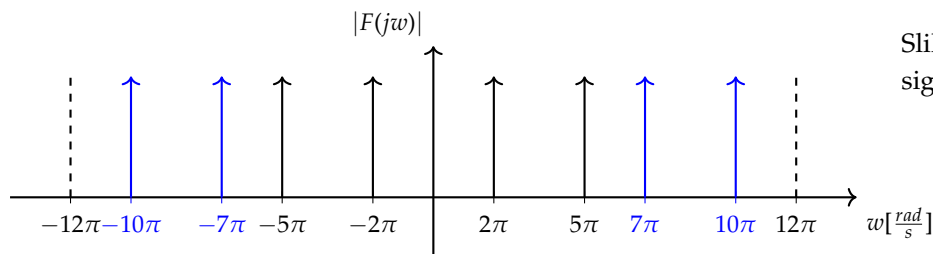


Slika 6: Spektralni prikaz odbirkovanog signala nakon odsecanja od Nikvistove frekvencije.

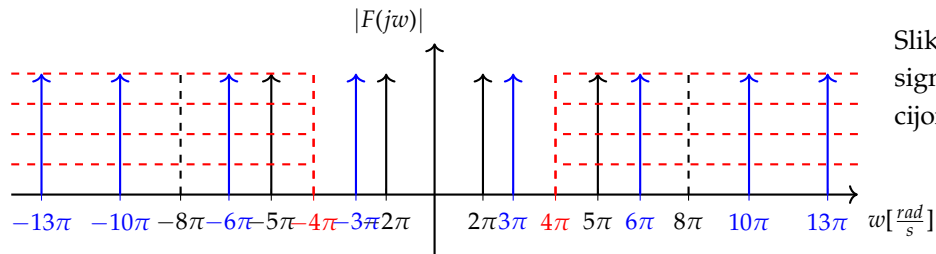
(c)  $\omega_s = 12\pi[\frac{rad}{s}]$  (bar  $\omega_s = 10\pi[\frac{rad}{s}]$ )

Na Slici 7 je dat spektralni prikaz odbirkovanog signala, dok je spektralni prikaz nakon odsecanja od Nikvistove frekvencije prikazan na Slici 9.

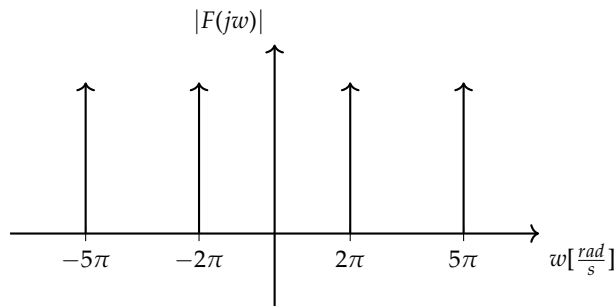
Vidimo da je spektralni prikaz signala (Slika 9) nakon odbirkovanja i odsecanja isti kao kod originalnog signala iz čega možemo zaključiti da je odabrana frekvencija odabiranja dobra.



Slika 7: Spektralni prikaz odbirkovanog signala.

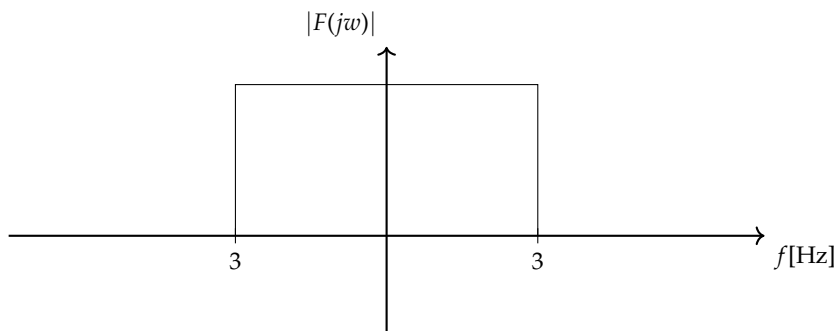


Slika 8: Spektralni prikaz odbirkovanog signala sa Nikvistovom frekvencijom.



Slika 9: Spektralni prikaz odbirkovanog signala nakon odsecanja od Nikvistove frekvencije.

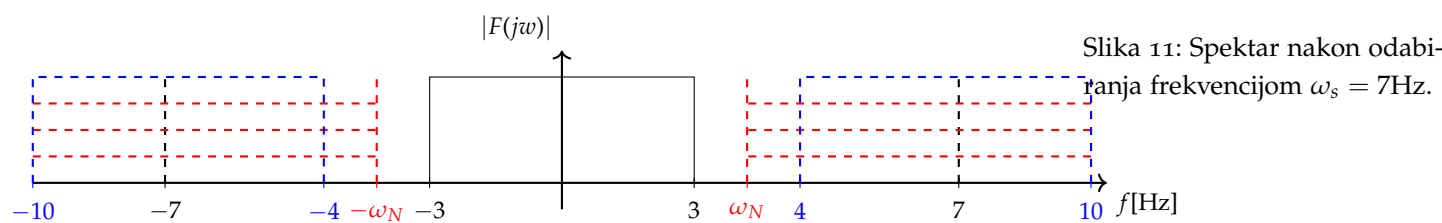
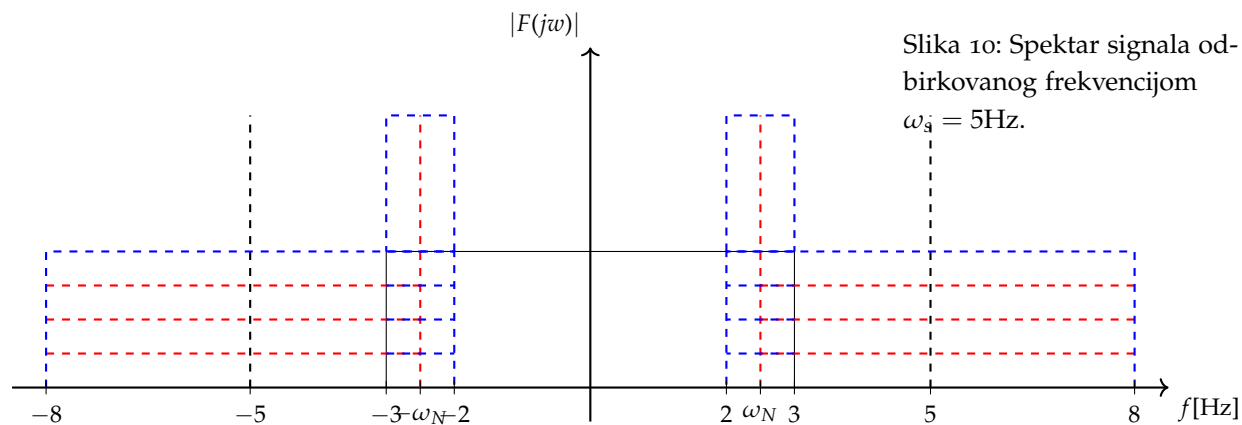
3. Na slici je dat amplitudski spektar signala. Nacrtati spektar odbirkovanog signala i diskutovati uticaj različitih frekvencija odabiranja.



Rešenje:

(a)  $\omega_s = 5\text{Hz} \Rightarrow \omega_N = 2.5\text{Hz}$

(b)  $\omega_s = 7\text{Hz} \Rightarrow \omega_N = 3.5\text{Hz}$



Na Slici 10 vidimo da frekvencija odabiranja nije dobra, pa je zato došlo do preklapanja dela spektra, dok je na Slici 11 frekvencija odabiranja dobra, te se može rekonstruisati originalni spektralni prikaz signala.