IV СИМУЛАЦИЈА СИСТЕМА ОПИСАНОГ МАТЕМ. МОД.

Дефиниција Лапласове трансформације:

$$F(s)=\mathcal{L}\{f(t)\}=\int_0^\infty f(t)e^{-st}dt$$

$\mathcal{L}$ - Лапласов оператор

s - комплексна промјенљива л.т.

$f(t)$ - временски зависан сигнал

$F(s)$ - комплексан лик

Инверзна Лапласова трансформација:

$$f(t)=\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}=\frac{1}{2\pi j}\int_{\gamma-j\omega}^{\gamma+j\omega}F(s)e^{st}ds$$

Особине:

*линеарност

*чисто временско кашњење

*извод оригинала

*померање комплексног лика

*конволуција оригинала

*извод компл. лика тран. вредности

① Линеарност

$$\mathcal{L}\{a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)\} = a_1 F_1(s) + a_2 F_2(s)$$

$$\mathcal{L}\{a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)\} = \int_0^\infty (a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)) e^{-st} dt$$

$$= a_1 \int_0^\infty f_1(t) e^{-st} dt + a_2 \int_0^\infty f_2(t) e^{-st} dt$$

$$= a_1 \mathcal{L}\{f_1(t)\} + a_2 \mathcal{L}\{f_2(t)\} = a_1 F_1(s) + a_2 F_2(s)$$

② Чисто временско кашњење

$$\mathcal{L}\{f(t-\tau)\} = e^{-s\tau} F(s)$$

$$\mathcal{L}\{f(t-\tau)\} = \int_0^\infty f(t-\tau) e^{-st} dt = e^{-s\tau} \int_{-\tau}^\infty f(\theta) e^{-s\theta} d\theta$$

$$= e^{-s\tau} \int_0^\infty f(\theta) e^{-s\theta} d\theta = e^{-s\tau} F(s)$$

смена: $\underline{\underline{t - \tau = \theta}}$

③ Померање комплексног лика

$$\mathcal{L}\{e^{-at} f(t)\} = F(s+a)$$

$$\mathcal{L}\{e^{-at} f(t)\} = \int_0^\infty f(t) e^{-(s+a)t} dt = F(s+a)$$

④ Извод оригинала

$$\mathcal{L}\left\{\frac{df(t)}{dt}\right\} = sF(s) - f(0)$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{df(t)}{dt}\right\} = \int_0^\infty \left(\frac{df(t)}{dt}\right) e^{-st} dt = \int_0^\infty \frac{d}{dt}\left(f(t) e^{-st}\right) dt + s\int_0^\infty f(t) e^{-st} dt = f(t) e^{-st} \Big|_0^\infty + sF(s) = 0 - f(0) + sF(s)$$

⑤ Интеграл оригинала

$$\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(t)\,dt\right\} = \frac{F(s)}{s}$$

$$F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt = \left(e^{-st}\int_0^t f(\tau)d\tau\right)\Big|_0^\infty + s\int_0^\infty e^{-st}\int_0^t f(\tau)d\tau\,dt$$

$$= s\,\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(t)\,dt\right\} \quad // s$$

Шта је променљива s?

s - Лапласов оператор

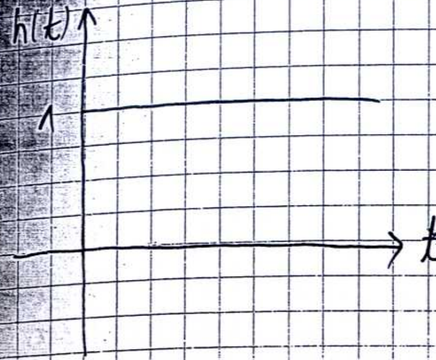
Како се формира модел Лапласа?

$$\begin{tikzcd}
u(t) \arrow[r] \arrow[d, "Л.Т"'] & \boxed{w(t)} \arrow[r] \arrow[d, "Л.Т"] & y(t) = w(t)\cdot u(t) \\
U(s) \arrow[r] & \boxed{W(s)} \arrow[r] & Y(s) = W(s)\cdot U(s) \arrow[u, "\text{инверзна Л.Т.}"']
\end{tikzcd}$$

23

Стандардни побудни сигнали

① Хевисајд сигнал



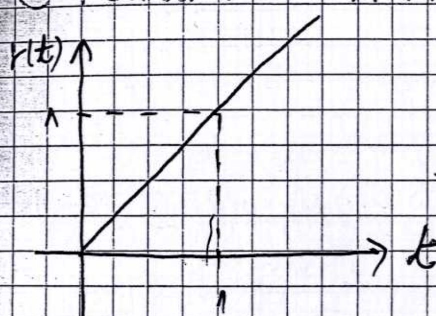
$$h(t)=\begin{cases}1, & t\geq 0\\ 0, & t<0\end{cases}$$

$$\mathcal{L}\{h(t)\}=\int_0^{\infty} h(t)e^{-st}dt$$

$$=\int_0^{\infty} 1\cdot e^{-st}dt=-\frac{e^{-st}}{s}\Big|_0^{\infty}$$

$$=0-\left(-\frac{1}{s}\right)=\frac{1}{s}$$

② Рампа сигнал



$$r(t)=\begin{cases}t, & t\geq 0\\ 0, & t<0\end{cases}$$

$$\mathcal{L}\{r(t)\}=\int_0^{\infty} r(t)e^{-st}dt$$

$$=\int_0^{\infty} t\cdot e^{-st}dt$$

$u=t \qquad dv=e^{-st}$

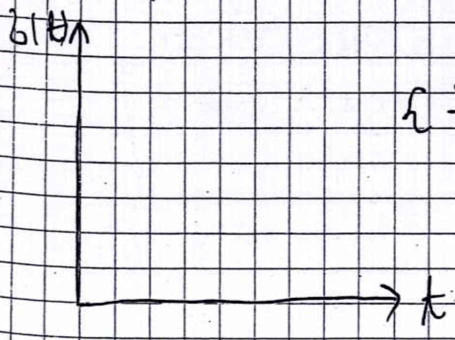
$du=dt \qquad v=-\frac{e^{-st}}{s}$

$$=t\cdot\left(-\frac{e^{-st}}{s}\right)\Big|_0^{\infty}+\int_0^{\infty}\frac{e^{-st}}{s}$$

$$=0+-\frac{e^{-st}}{s^2}\Big|_0^{\infty}=\frac{1}{s^2}$$

③ Дираков сигнал

$$\delta(t)=\begin{cases}\infty, & t=0\\ 0, & t\neq 0\end{cases}$$



$$\mathcal{L}\{\delta(t)\}=\mathcal{L}\left\{\frac{dh(t)}{dt}\right\}=s\mathcal{L}\{h(t)\}-h(0)$$

$$=s\cdot\frac{1}{s}=1$$

(24) Ф-ја преноса система са једним улазом/излазом

Ф-ја преноса је однос Л.Т излазног $Y(s)=\mathcal{L}\{y(t)\}$ и улазног $U(s)=\mathcal{L}\{u(t)\}$ сигнала, када су почетне вредности $=0$.

$$\frac{Y(s)}{U(s)}=W(s) \qquad U(s)\rightarrow \boxed{W(s)} \rightarrow Y(s)$$

- кашњење моделујемо тако што ф-ју помножимо са $e^{-s\tau}$

$$G(s)=\frac{k}{1-Ts}e^{-\tau s}$$ τ - вр. кашњење

- $W(s)=\frac{P(s)}{Q(s)}$ $P(s)$ - нуле, $Q(s)$ - полови

- $$W(s)=\frac{P(s)}{Q(s)}=\frac{p_n s^m+\dots p_1 s+p_0}{s^n+\dots+q_1 s+q_0}$$ => реализовање ф-је преноса

- развијен облик:

$$W(s)=k\cdot\frac{(s-r_1)\dots(s-r_m)}{(s-t_1)\dots(s-t_n)}$$

$r_1\dots r_m$ - нуле

$t_1\dots t_n$ - полови

k - појачање

- Ф-ја преноса мултиваријабилног система:

$$G_{kj}(s)=\frac{Y_k(s)}{U_j(s)} \qquad G(s)=\begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & \dots & G_{1m}(s) \\ \vdots & & & \\ G_{r1}(s) & \dots & & G_{rm} \end{bmatrix}$$

$$Y(s)=G(s)\cdot U(s)$$

$$U(s)=\begin{bmatrix} U_1(s) \\ \vdots \\ U_m(s) \end{bmatrix} \qquad Y(s)=\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ \vdots \\ Y_r(s) \end{bmatrix}$$

(9) Зашто је модел на побуду дату збиром две побуде једнак збиру одзива на те две побуде појединачно?

$y_1 + y_2 = f(u_1 + u_2) = f(u_1) + f(u_2)$

- принцип суперпозиције

(25) Аналитичко рачунање излаза применом ЛТ

(1) Кораци:

$$F(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} + \dots b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

1) Раставимо F(s) на парц. сабирке

2) Препознавање сабирака у таблицама Л.Т и писање оригинала

3) Од посебног значаја су полови Q-је, од којих зависи понашање система тј. одзив:

1) критично-апериодичан одзив
   - полови реални и ~~различити~~ једнаки, $\varepsilon = 1, D = 0$

2) апериодичан
   - -||- и различити $\varepsilon > 1, D > 0$

3) пригушено периодичан
   - конјуговано комплексни са нег. реалним делом:

$0 \leq \varepsilon < 1$

4) периодичан $\varepsilon = 0, D < 0$ неспригушени
   - коњуг. -||- са реалним делом нула

$D = \varepsilon^2 - 1$ дискриминанта

(26) Анал. израчунавање излаза линеарног модела у простору стања. Фундам. матрица

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \qquad A = n \times n \qquad C = r \times n$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \qquad B = n \times m \qquad D = r \times m$$

* развијени:

$$\dot{x}_1(t) = a_{11}x_1(t) + \ldots + a_{1n}x_n(t) + b_{11}(t) + \ldots + b_{1m}(t)$$

$$\vdots$$

$$\dot{x}_n(t) = a_{n1}(t) + \ldots + a_{nn}x_n(t) + b_{n1}(t) + \ldots b_{nm}(t)$$

$$y_1(t) = c_{11}x(t) + \ldots c_{1n}x_n(t) + d_{11}(t) + \ldots d_{1m}(t)$$

$$\vdots$$

$$y_r(t) = c_{r1}(t) + \ldots + c_{rn}x_n(t) + d_{r1}(t) + \ldots d_{rm}(t)$$

* Фунд. матрица:

$$\Phi(t) = \mathcal{L}^{-1}\{\Phi(s)\}, \quad \Phi(s) = (sI - A)^{-1}$$

$$\Phi(t) = e^{AT}, \; A - \text{скалар}$$

* Како се добијају пром. стања и излаз?

$$\dot{x}(t) = A \cdot x(t) + Bu(t) \quad / \mathcal{L}$$

$$sX(s) - x_0 = A \cdot X(s) + BU(s)$$

$$(sI - A)X(s) = x_0 + BU(s)$$

$$X(s) = (sI - A)^{-1}x_0 + (sI - A)^{-1}B \cdot U(s) \quad / \mathcal{L}^{-1}$$

$$x(t) = \Phi(t)x_0 + \int_0^t \Phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau$$ #израз за кретање пром. стања

$$\Phi(t) = \mathcal{L}^{-1}\{(sI - A)^{-1}\}$$ #одређ. фунд.

ела

$y(t) = Cx(t) + Du(t)$

$y(t) = C\Phi(t)x_0 + C\int_0^t \Phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau + Du(t)$ #излаз

27. Нумеричко израчунавање излаза линеарног временски дискретног модела у простору стања

- временски дискр. модели су погодни за нумеричко израчунавање модела

$x(1) = Ex(0) + Fu(0)$

$x(2) = Ex(1) + Fu(1)$

$\vdots$

$x(k+1) = Ex(k) + Fu(k)$

време, тј. дискр. временски тренуци $t = kT$

- пример:

- да би нумерички израчунали излазе, неопходно је да прво аналитички пронађемо матрице E и F $\Rightarrow$

(28) Нумерички поступак добијања линеарног временски дискретног модела у простору стања

1. Линеаран конт. модел у ПС

$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$

$y(t) = Cx(t) + Du(t)$

2. Линеаран дискретан модел у ПС

$x(k+1) = Ex(k) + Fu(k)$

$y(k) = Cx(k) + Du(k)$

3. Извести матрице врем. дискр. модела

-14. питање

4. Нумерички поступак

- тражимо погодне трансформације за добијање

$x(t) = P \cdot \tilde{x}(t)$

$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A} \cdot \tilde{x}(t) + \tilde{B}u(t)$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix} \Rightarrow \tilde{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \\ 0 & \cdots & e^{\lambda_n t} \end{bmatrix}$$

$\dot{x}(t) = A \cdot x(t) + Bu(t)$

$\dot{\tilde{x}}(t) = P^{-1} \cdot \dot{x}(t) = P^{-1} \cdot (Ax(t) + Bu(t))$

$= \underbrace{P^{-1}Ax(t)}_{\tilde{A}} + \underbrace{P^{-1}Bu(t)}_{\tilde{B}}$

$A \cdot P = P \cdot \tilde{A}$

$$A \cdot [p_1 \; p_2 \ldots p_n] = [p_1 \; p_2 \ldots p_n] \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

λ_n – сопствене вредности матрице A

p_n – сопствени вектори матрице A

$$A \cdot p_i = p_i \cdot \lambda_i$$

* када нађемо сопствене вредности, сл. корак је израчунавање матрице P, налажење G и F:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A} \cdot \tilde{x}(t) + \tilde{B}u(t) \, / \, \mathcal{L}$$

$$s \cdot \tilde{X}(s) - \tilde{x}_0 = \tilde{A} X(s) + \tilde{B} U(s)$$

$$\tilde{X}(s) = (sI - \tilde{A})^{-1} \cdot \cancel{P^{-1}} \cdot \tilde{x}_0 + (sI - \tilde{A})^{-1} \cdot \tilde{B} U(s)$$

$$P^{-1} X(s) = (sI - \tilde{A})^{-1} \cdot P^{-1} x_0 + (sI - \tilde{A})^{-1} \cdot \tilde{B} U(s)$$

$$X(s) = P(sI - \tilde{A})^{-1} \cdot P^{-1} \tilde{x}_0 + P(sI - \tilde{A})^{-1} \cdot P^{-1}$$

$$R(s) = (sI - A)^{-1} = P \cdot (sI - \tilde{A}) \cdot P^{-1}$$ # резолв. матрица

$$\Phi(t) = P \cdot \mathcal{L}^{-1}\{(sI - A)^{-1}\} \cdot P^{-1} = P \cdot e^{\tilde{A}t} P^{-1}$$

$$G = \Phi(t) = P \cdot \tilde{\Phi}(T) \cdot P^{-1}$$

$$F = \left(\int_0^T e^{At} dt\right) \cdot B = P \cdot \tilde{A}^{-1} \cdot (e^{\tilde{A}T} - I) \cdot P^{-1} B = P \tilde{A}^{-1} \cdot \tilde{\Phi}(T) \cdot P^{-1} \cdot B$$

(29) Динамички модели...

* Гаус-Њутнов алгоритам

-код примене Гаус-Њутновог алгоритма, треба дефинисати вектор ф-ја облика $f(x)=0$ и Јакобијан $\nabla f(x)$

-особине су:

* брзо завршавање (конверг. у околини оптимума)

* могућа диверг. у почетним итерацијама

* мали број итерација

$$\Delta x_k = -(J^T(x_k)J(x_k))^{-1} J^T(x_k) f(x_k))$$

x - вектор променљивих које се траже

Δx_k - корекција у k-тој итерацији итеративног поступка

$f(x_k) = 0$ је систем ј-на које решавамо

$J(x_k)$ је Јакобијан, тј $\nabla f(x_k)$

-до минимума Δx_k се долази итеративно, где је $\Delta x_k = \Delta x$, $x_{k+1} = x_k + \Delta x_k$, $k=0,1,2..$

-поступак се завршава за:

- $\|\Delta x_k\| < \varepsilon_x$
- $J(x_k) < \varepsilon_J$
- $k > k_{max}$

1

2

3

4

5

6

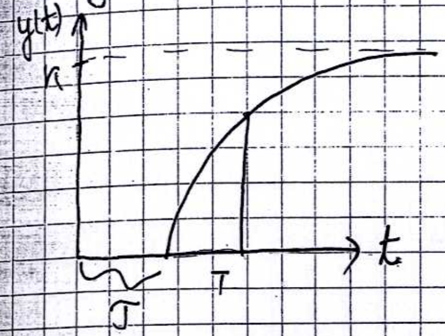
① Шта је ф-ја преноса? ✓

-16. питање

② Модел 1. реда (формула)

$$G(s) = \frac{k}{1+Ts} e^{-\tau s} \leftarrow G(s) = \frac{k}{1+Ts} e^{-\tau s}$$

③ Одзив модела на јединичну побуду-график



k-појачање

T-временска константа

τ-временско кашњење

$$G(s) = \frac{k}{1+Ts} e^{-\tau s}$$

④ Кашњење модела I реда

-ф-ја преноса се множи са $e^{-\tau s}$, где τ представља временско кашњење

⑤ Модел 2. реда (формула)

$$G(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} e^{-\tau s}$$

k-статичко појачање

ω_n-непригушена природна учестаност

ξ-коефиц. пригушења

утичу на карактер понашања

⑥ Критично апериодичан одзив

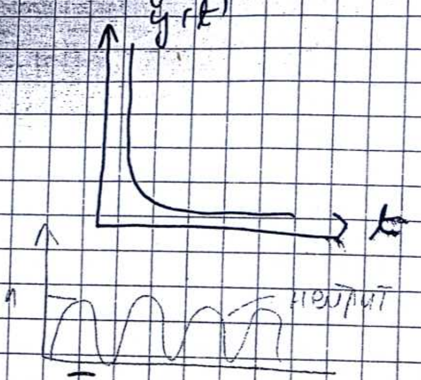
ω_n и ξ утичу на карактер понашања

~~ξ=1 => одзив~~

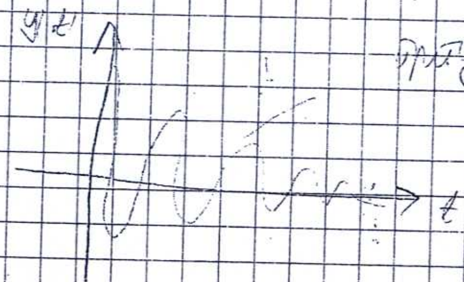
$$s_{1,2} = -\xi\omega_0 \mp \omega_0\sqrt{\xi^2-1} \Rightarrow \text{реални корени } \xi \geq 1$$

$$s_{1,2} = -\xi\omega_0 \mp j\omega_0\sqrt{1-\xi^2} \Rightarrow \text{конјуг. комплексни полови } \xi < 1$$

7. Пригушено периодичан одзив, график



- полови реални и прости



Пригушено осцил. полови су конјуг. комплексни.

* Градијентни алгоритам

особине: * брзо напредовање у почетним итерацијама

* споро на крају

* велики бр. итерација

- Назива се и алг. најстрмијег пада, зато што је корекција x у свакој итерацији $\Delta x_k = -h\nabla J(x_k)$, сразмерна градијенту J са супротним предзнаком.
- Прави велики бр. итерација јер су изводи у околини циља веома мали па је и Δx_k веома мало

$\cdot\ J(x_0) > J(x_1) \ldots > J(x_k)$

~~Ако је~~ $J(\cancel{x_{k+1}}) = \cancel{J(x_k + \Delta x_k)}$

$J(x_k) = \frac{1}{2} f^T(x_k) \cdot f(x_k)$

$\Delta x_k = -h \cdot \nabla J(x_k), \ h > 0$

$\nabla J(x_k) = \nabla(f^T(x_k) \cdot f(x_k)) = J^T(x_k) \cdot f(x_k)$

$\Delta x_k = -h \cdot J^T(x_k) \cdot f(x_k)$

* Левенберг-Маркарт алгоритам
- комбинује Гаус-Њутнов и Градијентни
- врши корекцију Градиј., а потом Гаус-Њутновог

$$\Delta x_k = -(J^T(x_k) \cdot J(x_k) + \lambda_k I)^{-1} J^T(x_k) \cdot f(x_k)$$

λ_k - вредност која се мења током рада алгоритма

$$\lambda_k = \begin{cases} \nu \lambda_{k-1}, & J_k \geq J_{k-1} \\ \frac{1}{\nu} \lambda_{k-1}, & J_k < J_{k-1} \end{cases}$$

30 Нумеричко решавање алгебарских ј-на. Типови проблема. Метода најмањих квадрата

1 Како изгледа линеаран модел у ПС?

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

2 Типови проблема:

1 Н.Р. линеарних а.ј.
- регуларан случај
- преодређен систем (ј-на метода најмањих квадрата)

2 Н.Р. нелинеарних а.ј.

3 Како изгледа решење, ако је систем одређен?

- систем линеарних алг. ј-на се описује са m ј-на и n непознатих, m==n (систем је одређен)

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots a_{1n}x_n = b_1$$
$$\vdots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots a_{mn}x_n = b_m$$

$$Ax = b \Rightarrow A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}, \ b = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \ x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$x = A \backslash b$$

(4) -ll- неодређен?

$m < n$, систем је једнозначан и не мора да има решење

$m > n$

(5) -ll- предодређен?

-користимо методу најмањих квадрата

за $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots a_{1n}x_n - b_1 = e_1$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots a_{mn}x_n - b_m = e_m$$

$$J = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{m} e_k^2$$ - минимиз. укупног одступања

$$\frac{\partial J}{\partial x_i} = 0 \quad , i = 1, 2, \dots n$$

$$x = (A^T A)^{-1} A^T b$$ #МНК

$$A^{+} = (A^T A)^{-1} A^T$$ #псеудоинверзија матрице A

$$x = A^{+} b$$

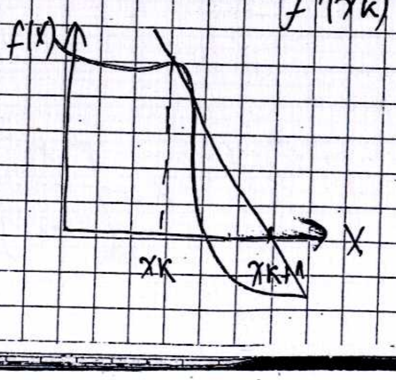
(6) нелинеарне

проблем: $f_1(x_1, x_2 \dots x_n) = 0$

$f_m(x_1, x_2 \dots x_n) = 0$ [illegible]

Њутновим методом:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \quad , k = 0, 1 \dots$$

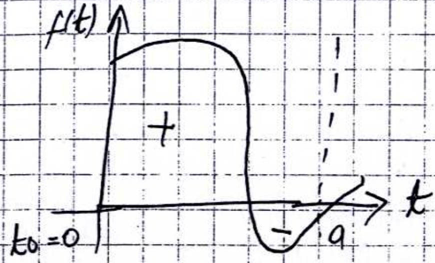


30 32 Нумеричко решавање обичних диф. ј-на, проблем, Ојлерове методе и корак интеграције

проблем: $\frac{dy}{dt} = f(t)$, $y(t_0) = y_0$

решење: $y(t) = y_0 + \int_0^t f(t)\,dt$

- за $t = a$



- идеја се заснива на апроксимацији:

$$y(a) = \int_0^a f(t)\,dt \approx \sum_{i=0}^{N-1} f(ih)\cdot h, \quad t_0 = 0$$

Ојлеров поступак:

- развој у Тејлоров ред:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y = y_i + \frac{dy_i}{dt}h + \frac{d^2y_i}{dt^2}\cdot\frac{h^2}{2!} + \dots$$

$$h = t_{i+1} - t_i$$

погледати Сашкино

- за мало h

$$y_{i+1} \approx y_i + \frac{dy_i}{dt}h$$

- диференцирање по времену:

$$\frac{dy_{i+1}}{dt} = \frac{dy_i}{dt} + \frac{d^2y_i}{dt^2}h \Rightarrow \frac{d^2y_i}{dt^2} = \left(\frac{dy_{i+1}}{dt} - \frac{dy_i}{dt}\right)\frac{1}{h}$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{dy_i}{dt}h + \frac{d^2y_i}{dt^2}\cdot\frac{h^2}{2!} = y_i + \frac{dy_i}{dt}h + (\quad)\frac{h}{2}$$

$$\Rightarrow y_{i+1}^p = y_i + \frac{dy_i}{dt}\cdot h \Rightarrow \varepsilon_i = \left(\frac{dy_{i+1}}{dt} - \frac{dy_i}{dt}\right)\frac{h}{2}$$

- корекција: $y_{i+1}^c = y_{i+1}^p + \varepsilon_i$

(33) Рунге-Кута методе

① Опиши шта он ради, који му је циљ, од чега креће и шта му је познато?

-решава обичне диф. ј-не I реда

-употпунили су Ојлеров поступак, циљ више чланова који боље апроксимирају тражену вредност

-ако користимо 2 члана, онда се говори о методама 2. реда...

-познато је y_i у t_i тренутку и извод $f(y_i, t_i)$, а тражи y_{i+1}

② Како РКМ решава диф. ј-не вишег реда?

Претвара их у систем од n диф ј-на првог реда, уводи се n k-променљивих, тј. колико има ј-на у систему = kn променљивих

③ Зашто говоримо о фамилији РКМ 2-реда?

-РКМ уводе ~~независне~~ међу зависне параметре где постоји слобода избора њихових вредности

④ Како би РК реализовао Ојлерову ј-ну 2-реда?

-уводи 3 конст. c_1, c_2, a_2

$$y_{i+1} = y_i + c_1 k_1 + c_2 k_2$$

$$k_1 = f(y_i, t_i) h$$

$$k_2 = f(y_i + a_2 k_1, t_i + a_2 h) h$$

-добијамо систем 2 ј-не са 3 непознате

④ Крути модели

- код КН неке промен. стања се могу мењати веома споро у односу на интервал симулације, а друге много брже. Методе које нису дизајниране за круте моделе нису ефикасне, јер не примењују мали корак интеграције

⑤ Добре и лоше особине

- добре: боља апроксим. од Ојлеровог поступка
- лоше: методе 2. реда немају тачност да се користе методе 3. реда

⑥ Где су апроксимације?

- у вишим деловима Тејлоровог реда

⑧ Шта значи РК 45?

- представља РК методу 4-5 реда
- када из Тејлоровог реда узмемо првих 5 сабирака добијемо РК 45.

$$y_{i+1} = y_i + c_1 k_1 + c_2 k_2$$

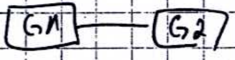
$$k_1 = f(y_i, t_i) \cdot h$$

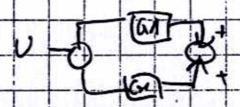
$$k_2 = f(y_i + a_2 k_1, t_i + p_2 h) \cdot h$$

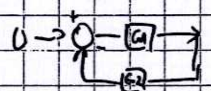
(34) (1) Шта је структуирани блок дијаграм и који су његови елем.?

- графичка представа матем. модела
- елементи: гране, чворови, сигнали, сабирачи

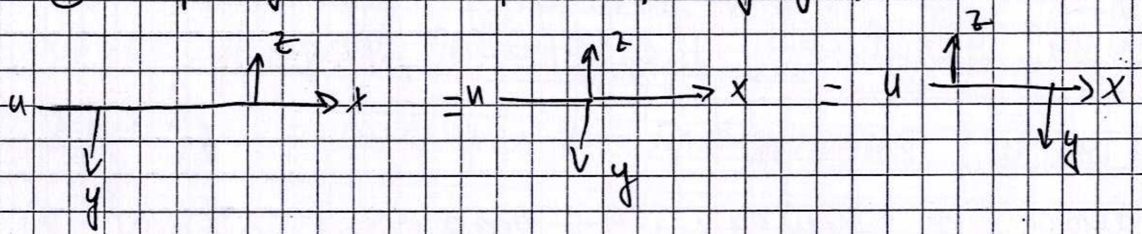
(2) Основне трансф.?

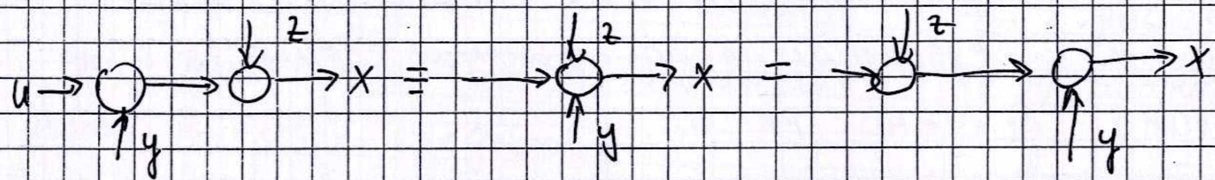
*редна веза  $G = G_1 \cdot G_2$

*паралелна -||-  $G = G1 + G2$

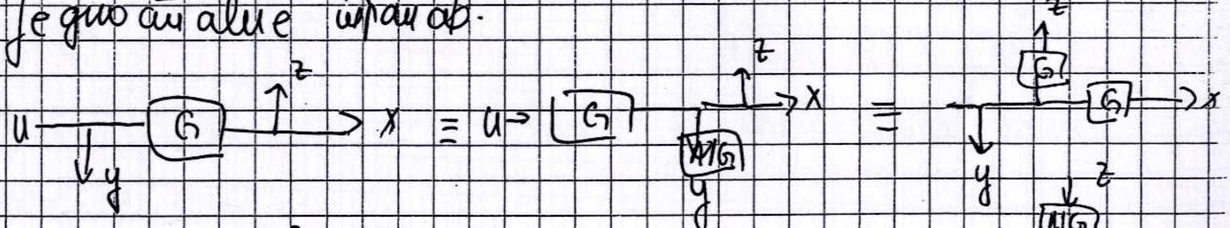
*повр. спрега  $G = \frac{G1}{1 + G1 G2}$

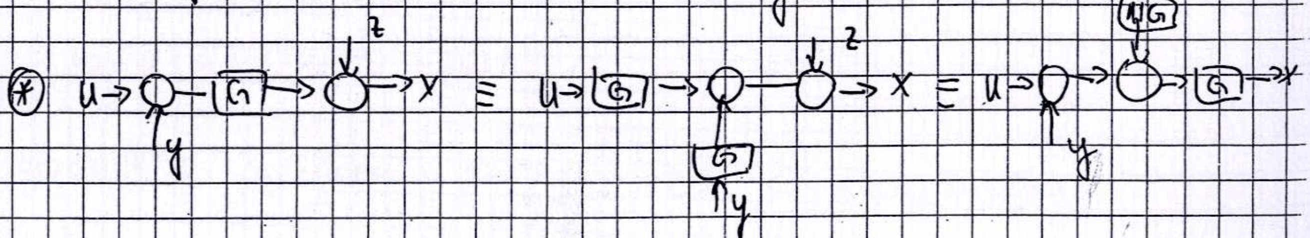
(3) Тривијалне трансформације.





(4) Једноставне трансф.





④ пример

чета?

⑤ Када и зашто користимо једноставне трансф.?

- када желимо да упростимо структ. ф-је преноса како бисмо добили ф-ју преноса
- уколико не можемо искористити неку од осталих трансф., тада користимо једноставне