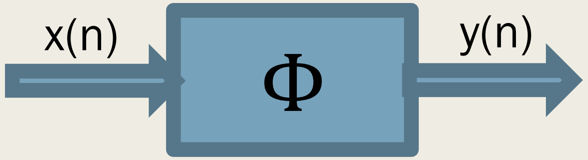
DISKRETNI SISTEMI

Primena DSP u upravljanju

Osobine diskretnih sistema



- Linearnost: $\Phi\{ax_1(n) + bx_2(n)\} = a\Phi\{x_1(n)\} + b\Phi\{x_2(n)\}$
- Vremenska invarijantnost: $y(n) = \Phi\{x(n)\} \Rightarrow y(n-r) = \Phi\{x(n-r)\}$
- Stabilnost: ako je $|x(n)| \leq A$ za svako n $\Rightarrow$ $|\Phi\{x(n)\}| \leq B$ gde su *A i B* konačne pozitivne konstante sistem je stabilan (niyovi su ograničeni)
- Kauzalnost: Sistem je kauzalan ako r-ti element niza y(n) zavisi samo od vrednosti elemenata niza x(n) za n $\leq$ r. Ne postoji odziv pre pobude.

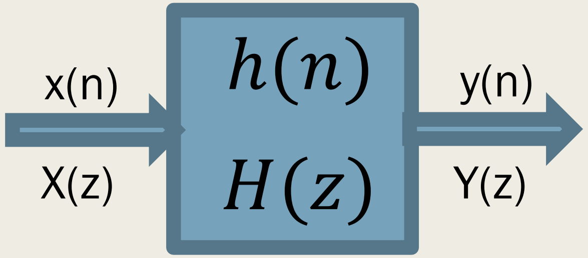
Linearni vremenski invarijantni diskretni sistemi - LVI sistemi

- Diskretan sistem koji ima osobine linearnosti, vremenske invarijantnosti i kauzalnosti naziva se LVI
- U vremenskom domenu definiše se impulsnim odzivom
- $h(n) = \Phi\{\delta(n)\}$
- LVI je kauzalan ako je $h(n) = 0 \; za \; n < 0$
- $y(n) = \Phi\{x(n)\} \quad \wedge \; x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\,\delta(n-k) \;\Rightarrow y(n) = \Phi\{\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\,\delta(n-k)\}$
- $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Phi\{x(k)\delta(n-k)\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\,\Phi\{\delta(n-k)\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)$
- Nezavisna promenljiva za $\Phi\{\quad\}$ je n, pa je $x(k)$ obična konstanta
- $y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)$

Uslov stabilnosti diskretnog LVI sistema

- Diskretan LVI sistem je stabilan ako važi:
- $S = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)| < \infty$
- $|y(n)| = |\sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k)| \leq \sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)||x(n-k)|$
- Ako je niz $\{x(n)\}$ ograničen, znači da je $|x(n)| \leq A \;\; za\ svako\ n$
- $|y(n)| \leq A \sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)| = A \cdot S$ pa je i niz $\{y(n)\}$ ograničen

Funkcija prenosa diskretnog sistema

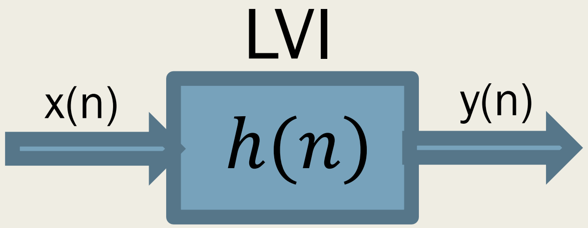


- $y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)$
- $Y(z) = X(z)H(z)$
- $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)z^{-n}$
- $y(n) = \sum_{k=0}^{M} a_k x(n-k) - \sum_{k=1}^{N} b_k y(n-k)$ sistem opisan diferencnom jednačinom
- a_k i b_k konstante koje definišu karakteristiku sistema

Funkcija prenosa diskretnog sistema

- $\mathbb{Z}\{y(n)\} = \mathbb{Z}\left\{\sum_{k=0}^{M} a_k x(n-k)\right\} - \mathbb{Z}\left\{\sum_{k=1}^{N} b_k y(n-k)\right\}$
- $Y(z) = \sum_{k=0}^{M} a_k z^{-k} X(z) - \sum_{k=1}^{N} b_k z^{-k} Y(z) = X(z) \sum_{k=0}^{M} a_k z^{-k} - Y(z) \sum_{k=1}^{N} b_k z^{-k}$
- $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^{M} a_k z^{-k}}{1+\sum_{k=1}^{N} b_k z^{-k}} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})}$ rekurzivni sistem, IIR sistem (*Infinite Impulse Response*)
- $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{k=0}^{M} a_k z^{-k}$ nerekurzivni sistem, FIR sistem (*Finite Impulse Response*)

Frekvencijski odziv diskretnog sistema



- $y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) / \mathcal{F}$
- $Y(j\Omega) = X(j\Omega)H(j\Omega)$
- $H(j\Omega) = \frac{Y(j\Omega)}{X(j\Omega)}$
- $H(j\Omega) = \mathcal{F}\{h(n)\} = \mathbb{Z}\{h(n)\}\Big|_{z=e^{j\Omega}} = H(z)\Big|_{z=e^{j\Omega}}$
- $|H(j\Omega)| = \mathcal{M}(\Omega)$ amplitudska karakteristika sistema
- $arg[H(j\Omega)] = \angle H(j\Omega) = \varphi(\Omega)$ fazna karakteristika sistema

Karakteristike frekvencijskog odziva

- $|Y(j\Omega)| = |X(j\Omega)||H(j\Omega)|$ i $\angle Y(j\Omega) = \angle X(j\Omega) + \angle H(j\Omega)$
- $|H(j\Omega)| = |H(-j\Omega)|$ i $\angle H(j\Omega) = -\angle H(-j\Omega)$ ako je $h(n)$ realan niz
- $H(j\Omega)$ je periodična sa periodom 2π
- Grupno kašnjenje: $\tau(\Omega) = -\frac{d\varphi(\Omega)}{d\Omega}$
- Pojačanje: $g(\Omega) = 20\log[\mathcal{M}(\Omega)], \quad [dB]$
- Slabljenje: $a(\Omega) = -20\log[\mathcal{M}(\Omega)], \quad [dB]$