

# **Kontinualni i diskretni sistemi**

# Podela signala

- Vremenski kontinualni

Vrednost amplitude signala poznata u svakom vremenskom trenutku

- Analogni – proizvoljna vrednosti u radnom opsegu
- Relejni – samo određene vrednosti u radnom opsegu

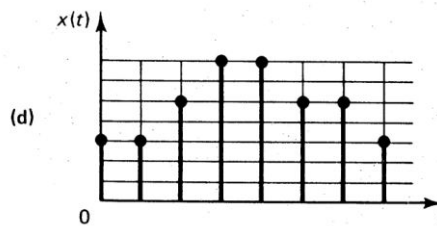
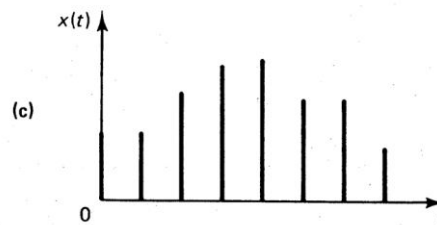
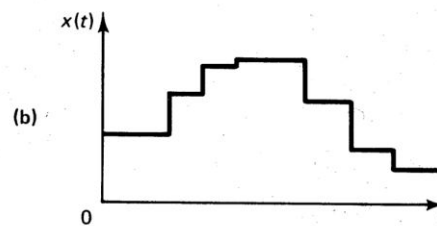
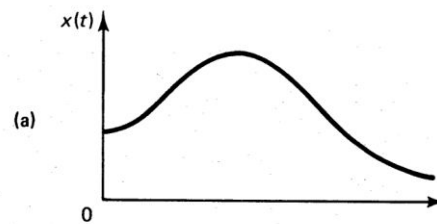
- Vremenski diskretni

Vrednost amplitude signala poznata u određenim, diskretnim vremenskim trenucima

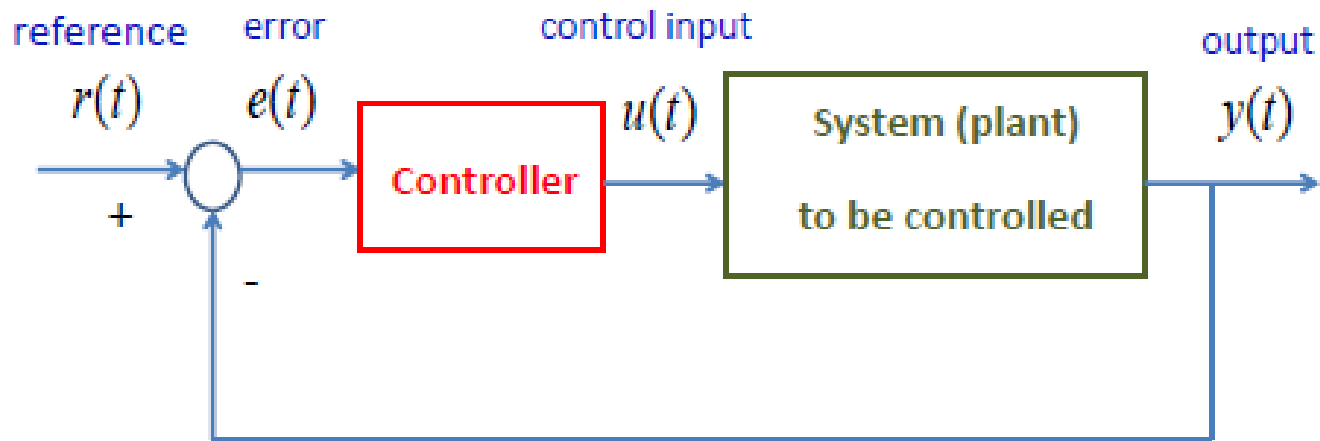
- Impulsni - proizvoljna vrednost u radnom opsegu
- Digitalni - samo određene vrednosti u radnom opsegu, kvantovane po nivou

# Primeri signala

- Analogni
- Relejni
- Impulsni
- Digitalni

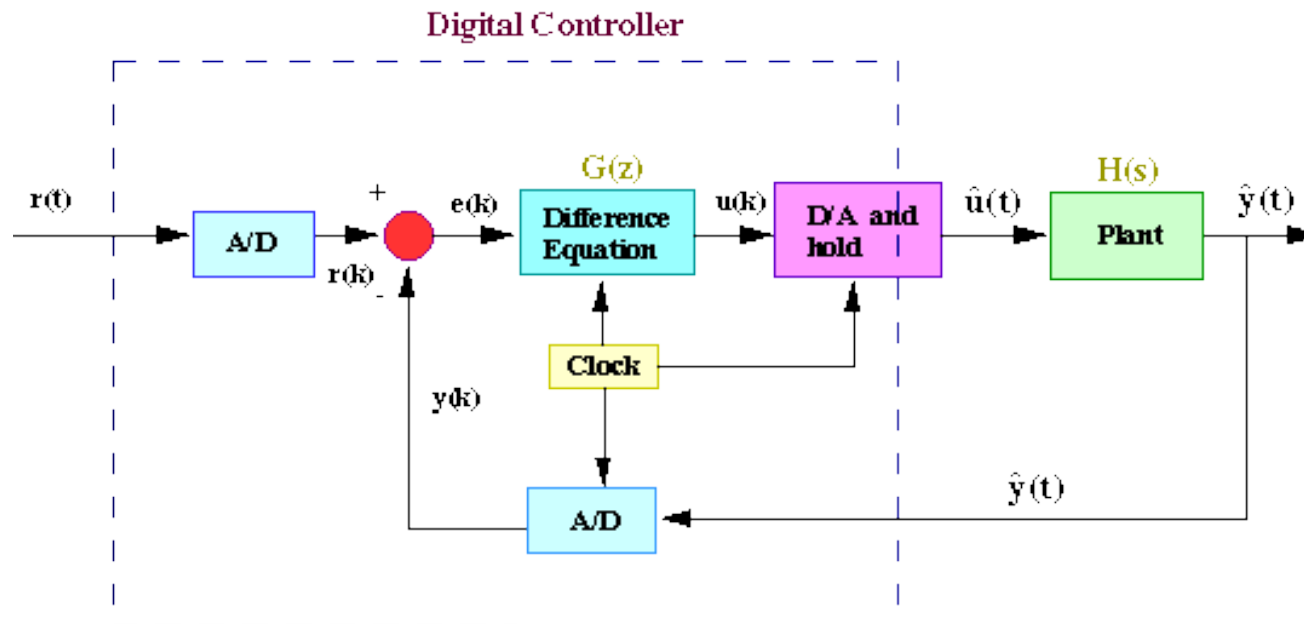
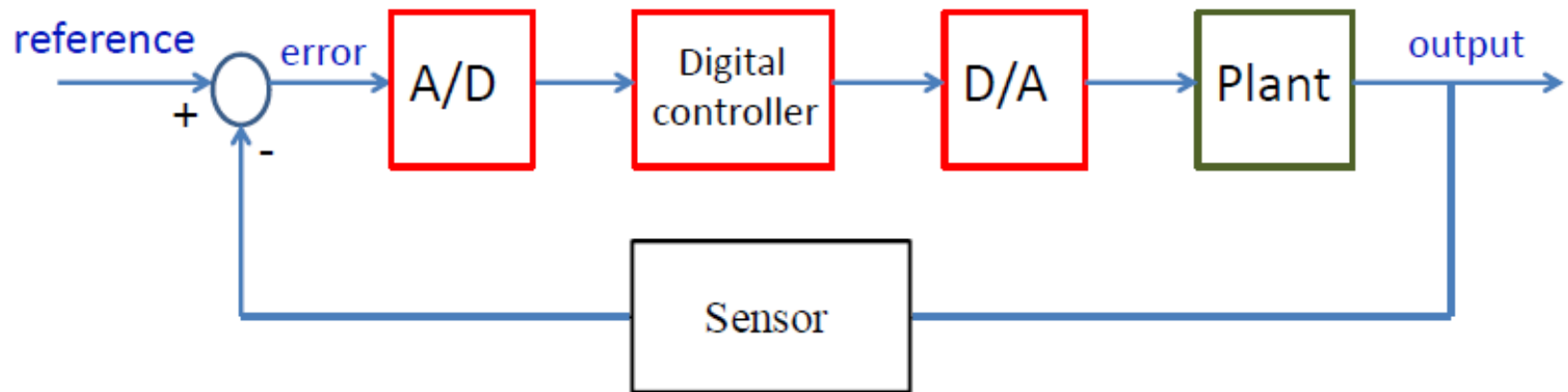


# Klasični (kontinualni) upravljački sistemi



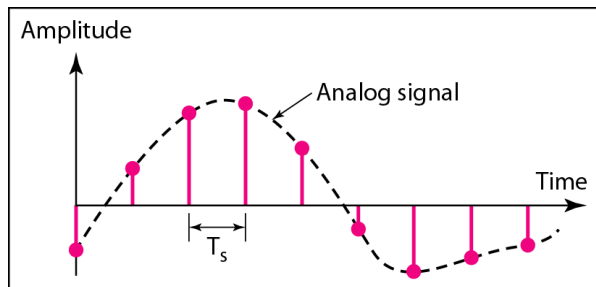
- Analogne komponente
- Veličina, kompleksnost, pouzdanost...
- Rekonfiguracija
- Modeluju se diferencijalnim jednačinama
- Jednostavna analiza

# Digitalni upravljački sistemi

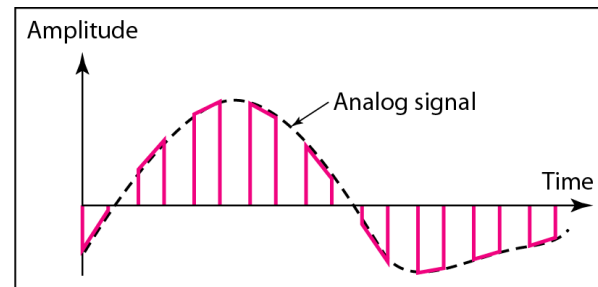


# A/D konverzija

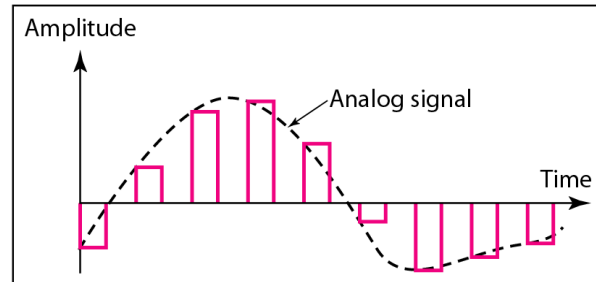
- Obuhvata vremensku i amplitudsku kvantizaciju
- **Vremenska kvantizacija** – odabiranje
- Ekvidistantni vremenski trenuci
- Razmak –  $T$ , perioda odabiranja
- Rezultat – povorka impulsa u trenucima  $kT$
- Idealna, prirodna i “flat-top”



a. Ideal sampling



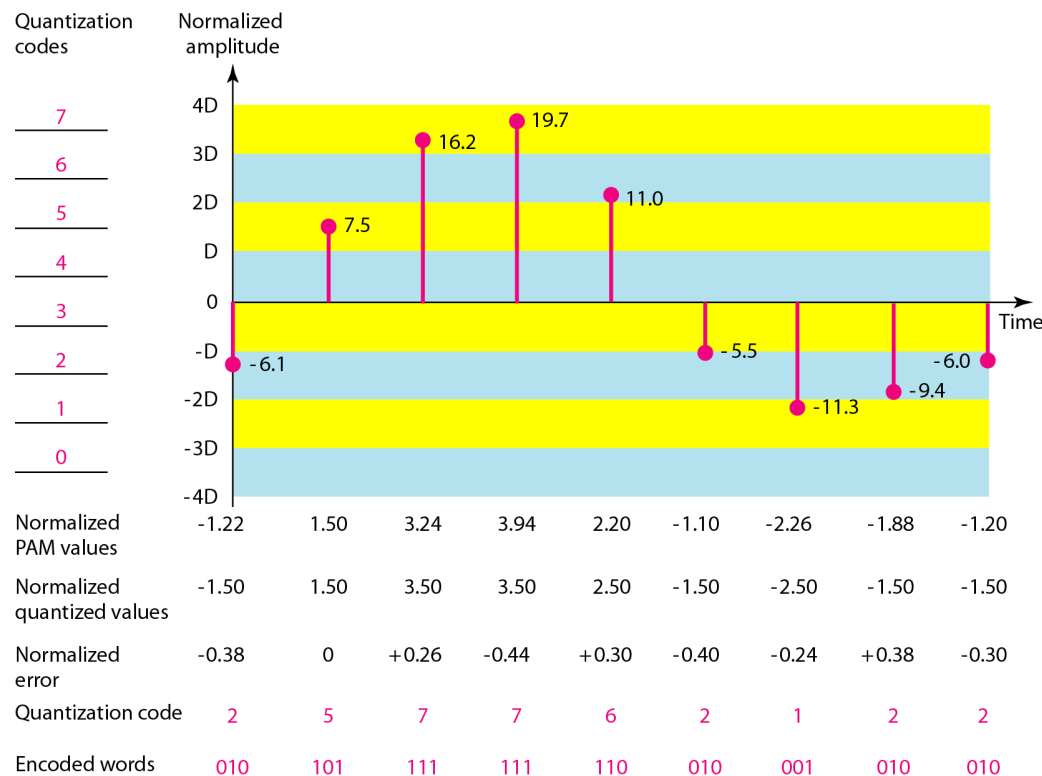
b. Natural sampling



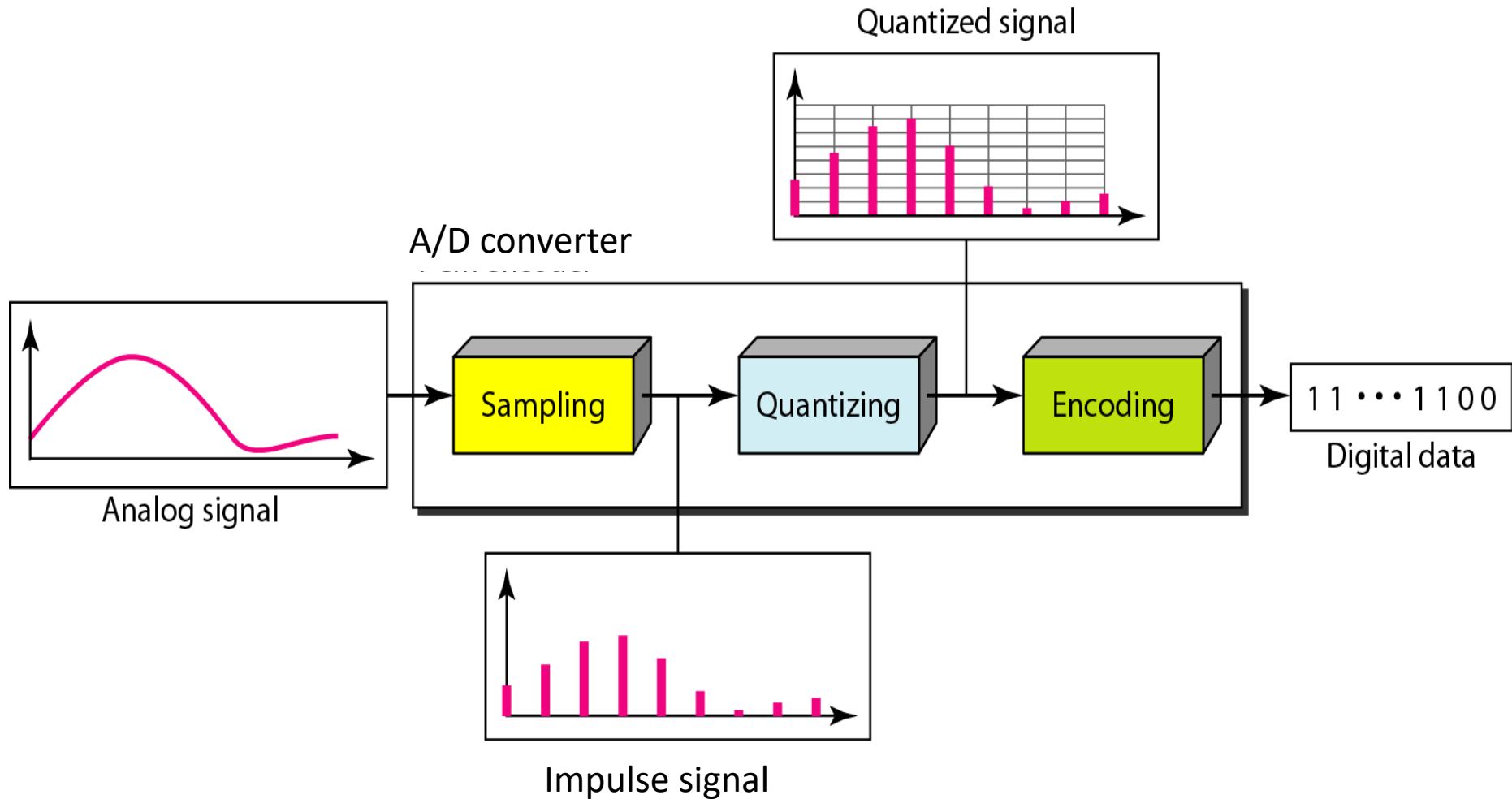
c. Flat-top sampling

# A/D konverzija

- Obuhvata vremensku i amplitudsku kvantizaciju
- **Amplitudska kvantizacija** – “zaokruživanje” na najbližu dostupnu diskretnu vrednost (nivo)
- Broj nivoa  $L$ , a time i tačnost, zavisi od rezolucije A/D konvertora
- Rezultat – povorka impulsa kvantizovana po nivou (amplitudi)



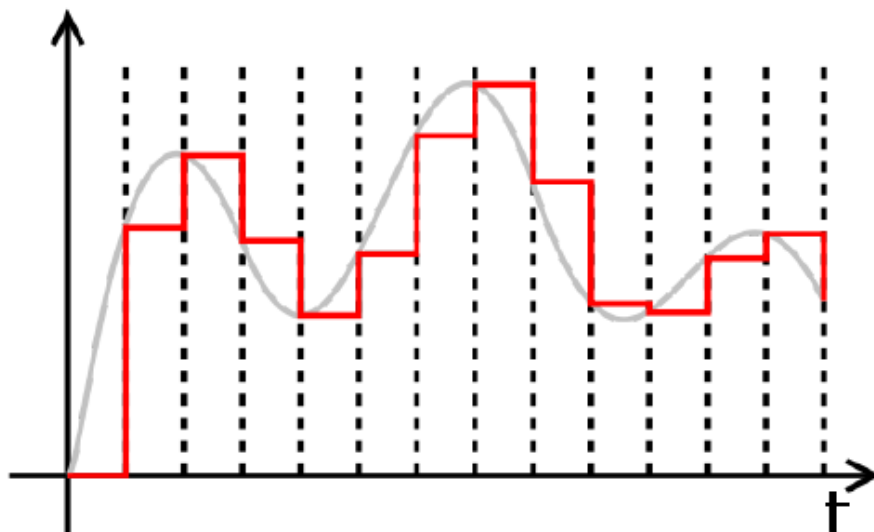
# A/D konverzija





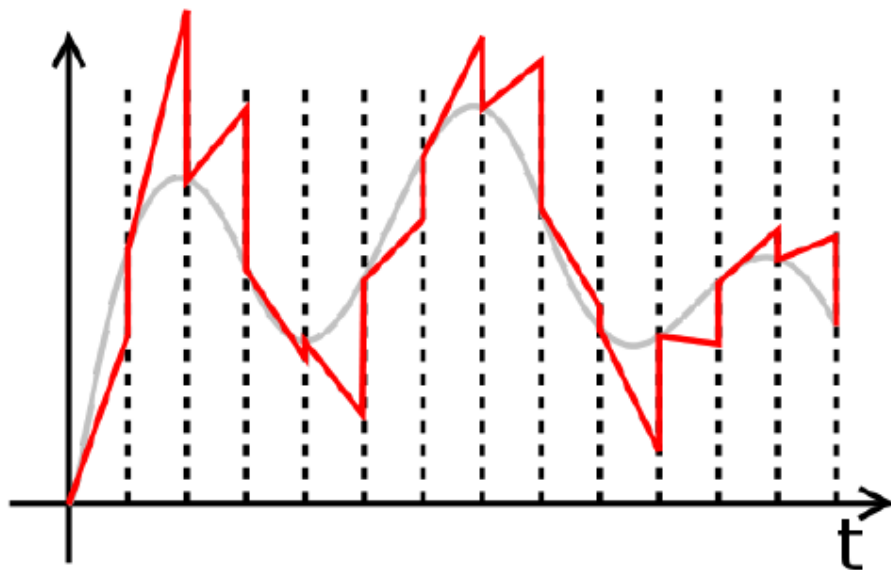
# D/A konverzija

- Kreiranje analognog signala na osnovu digitalnog (interpolacija)
- Kolo zadržke
  - Nultog reda (ZOH)
  - Prvog reda (FOH)
  - ...
- Kolo zadržke nultog reda
  - Zadržava vrednost sve do sledećeg odbirka
  - Najčešći tip zadržke



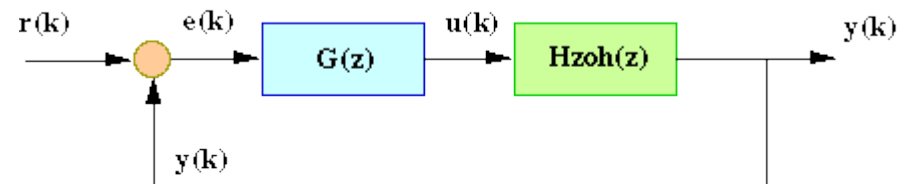
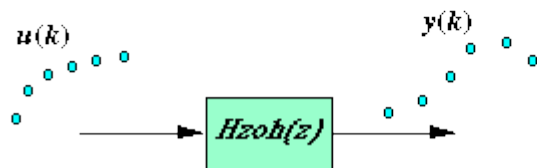
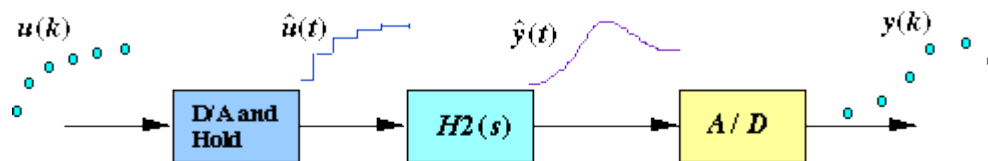
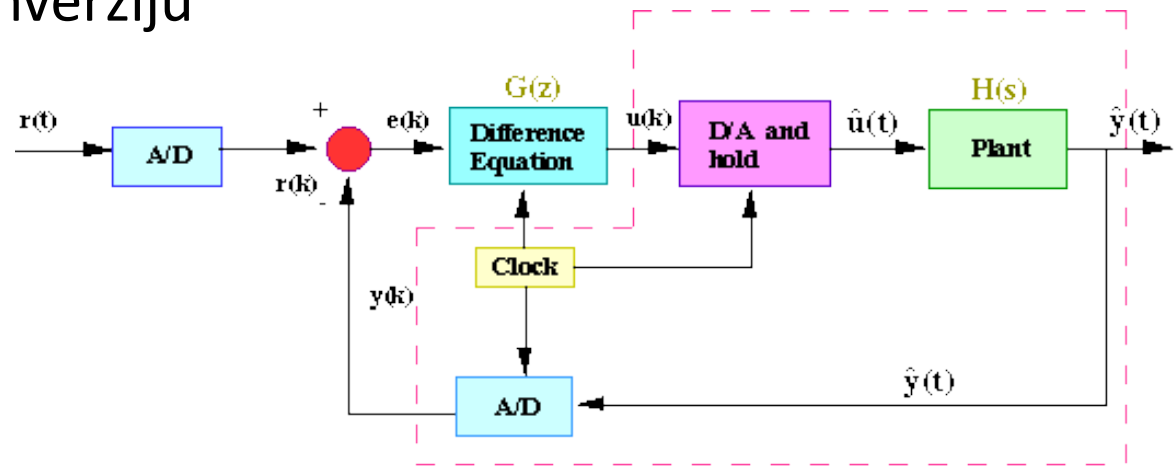
# D/A konverzija

- Kreiranje analognog signala na osnovu digitalnog (interpolacija)
- Kolo zadržke
  - Nultog reda (ZOH)
  - Prvog reda (FOH)
  - ...
- Kolo zadržke prvog reda
  - Aproksimira vrednosti na osnovu dve prethodne
  - Teže za implementaciju



# Digitalni ekvivalent sistema

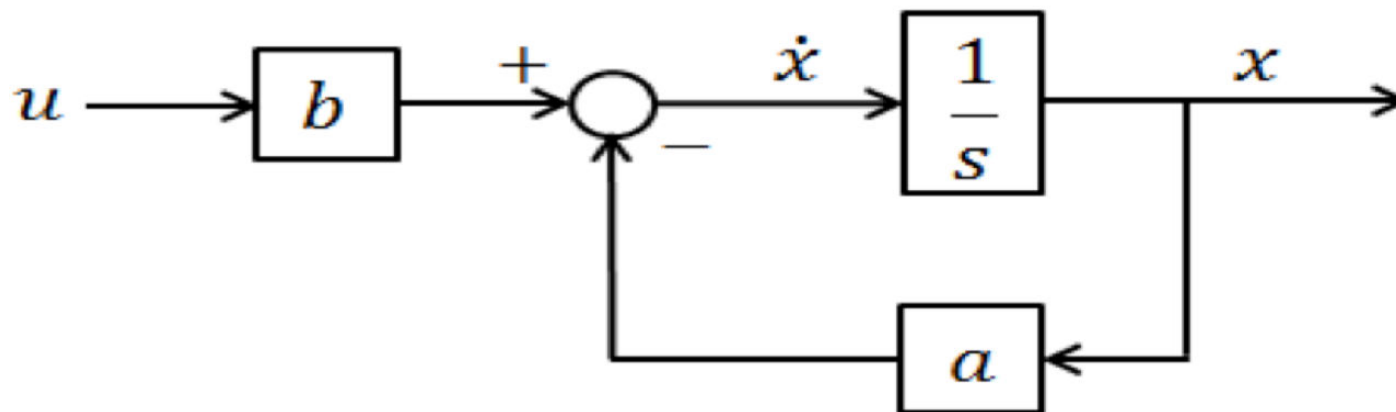
- Deo sistema koji obuhvata objekat upravljanja, senzor i kola za A/D i D/A konverziju



# Modelovanje

- Kontinualni sistemi – diferencijalne jednačine

$$\dot{x} = -ax + bu$$



- Integracijom (rešavanjem d.j.) dobijamo kontinualno rešenje, za svaki vremenski trenutak

# Modelovanje

- Diskretni sistemi – diferencne jednačine
- Dobijaju se primenom numeričke integracije
- Funkcija prenosa integratora:

$$H(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{1}{s} \quad \Leftrightarrow \quad \dot{u}(t) = e(t) \quad \Leftrightarrow \quad u(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau$$

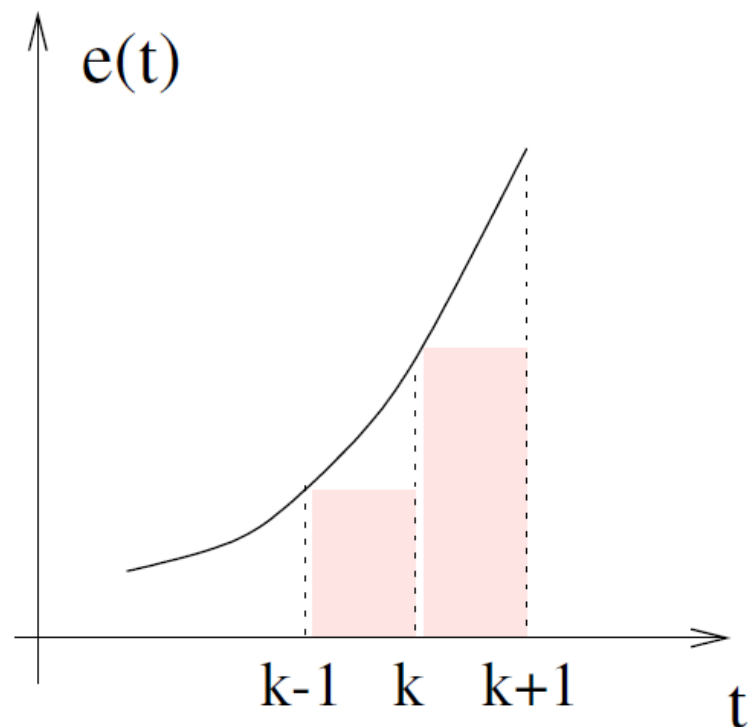
- Izlaz u trenutku  $t=kT_s$ :

$$u(kT_s) = \int_0^{(k-1)T_s} e(\tau) d\tau + \int_{(k-1)T_s}^{kT_s} e(\tau) d\tau$$
$$u(kT_s) = u((k-1)T_s) + \begin{cases} \text{area of } e(\tau) \\ \text{over } (k-1)T_s \leq \tau < kT_s \end{cases}$$

# Modelovanje

- Diskretni sistemi – diferencne jednačine
- Dobijaju se primenom numeričke integracije
- Različiti metodi
  - Euler forward
  - Euler backward
  - Tustin (Bilinear)
  - ...

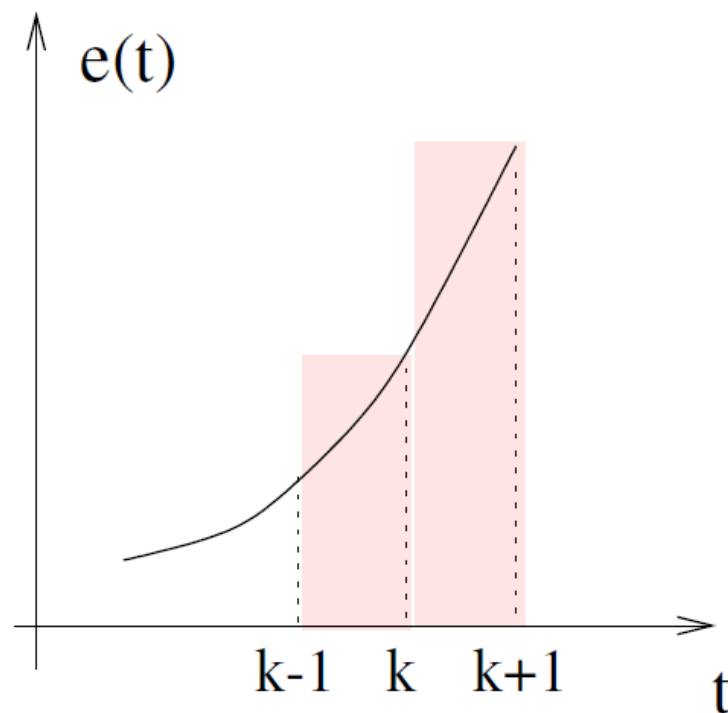
$$u(kT_s) = u((k-1)T_s) + T_s e((k-1)T_s)$$



# Modelovanje

- Diskretni sistemi – diferencne jednačine
- Dobijaju se primenom numeričke integracije
- Različiti metodi
  - Euler forward
  - Euler backward
  - Tustin (Bilinear)
  - ...

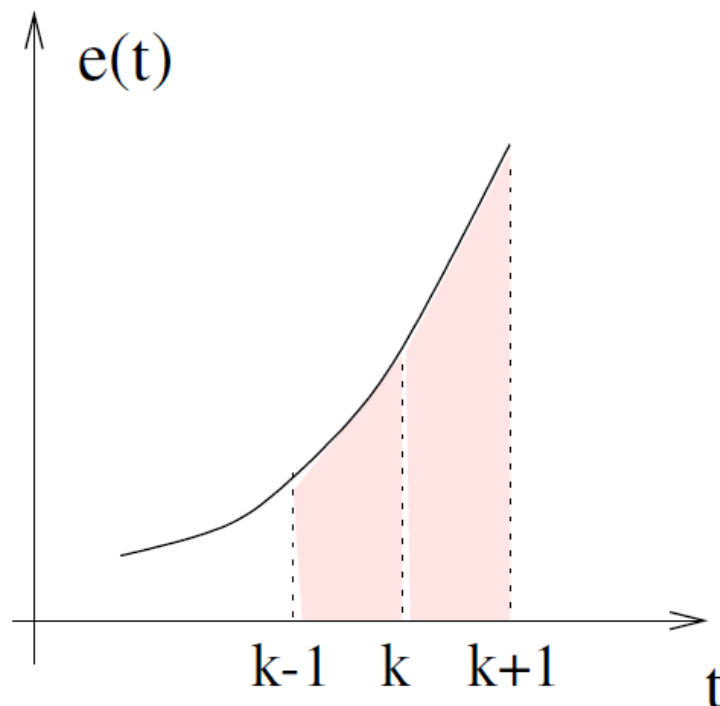
$$u(kT_s) = u((k-1)T_s) + T_s e(kT_s)$$



# Modelovanje

- Diskretni sistemi – diferencne jednačine
- Dobijaju se primenom numeričke integracije
- Različiti metodi
  - Euler forward
  - Euler backward
  - Tustin (Bilinear)
  - ...

$$u(kT_s) = u((k-1)T_s) + T_s \frac{e(kT_s) + e((k-1)T_s)}{2}$$





# Modelovanje

- Diskretni sistemi – diferencne jednačine
- Dobijaju se primenom numeričke integracije
- Različiti metodi
  - Euler forward
  - Euler backward
  - Tustin (Bilinear)
  - ...
- Svaka ima svoje prednosti i nedostatke

# Modelovanje

- Diskretni sistemi – diferencne jednačine
- Diferencijalna jednačina

$$\dot{x} = -ax + bu$$

- Primenimo transformaciju

$$\dot{x} \approx \frac{x(k+1) - x(k)}{T_s}$$

- Dobija se

$$\frac{x(k+1) - x(k)}{T_s} = -ax(k) + bu(k)$$

$$x(k+1) = (1 - T_s a)x(k) + T_s bu(k)$$

Diferencna jednačina

# Modelovanje

- Primer – PI regulator
- Zakon upravljanja:

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + K_I \cdot \int_0^t e(t) dt$$

- Pa imamo:

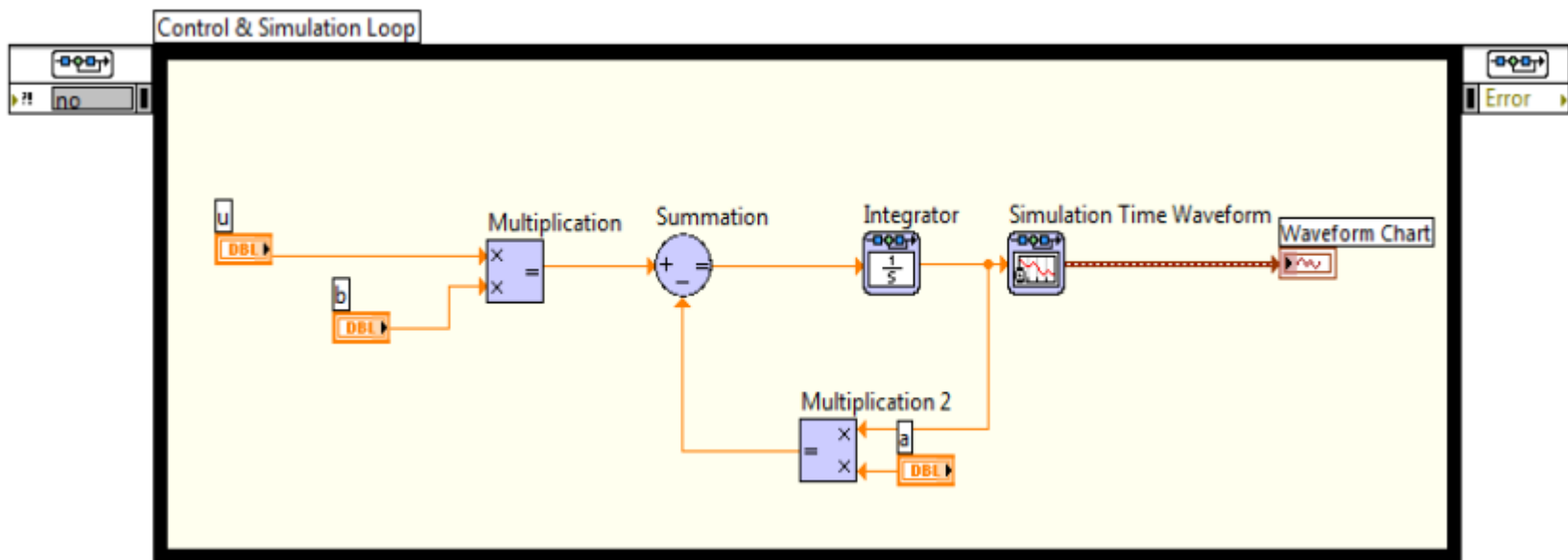
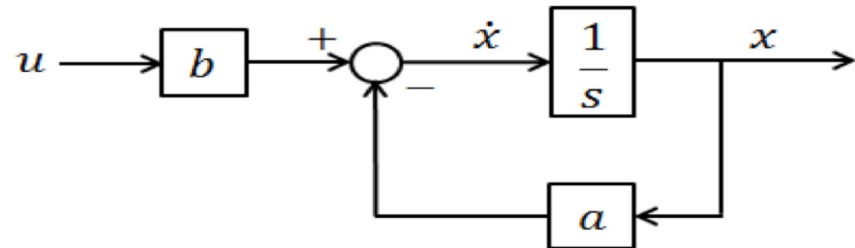
$$u(kT) = K_p \cdot e(kT) + I((k-1)T) + K_I \cdot e(kT) \cdot T$$

Diferencna jednačina upravljanja

# Simulacija

- Sistem prvog reda - kontinualni

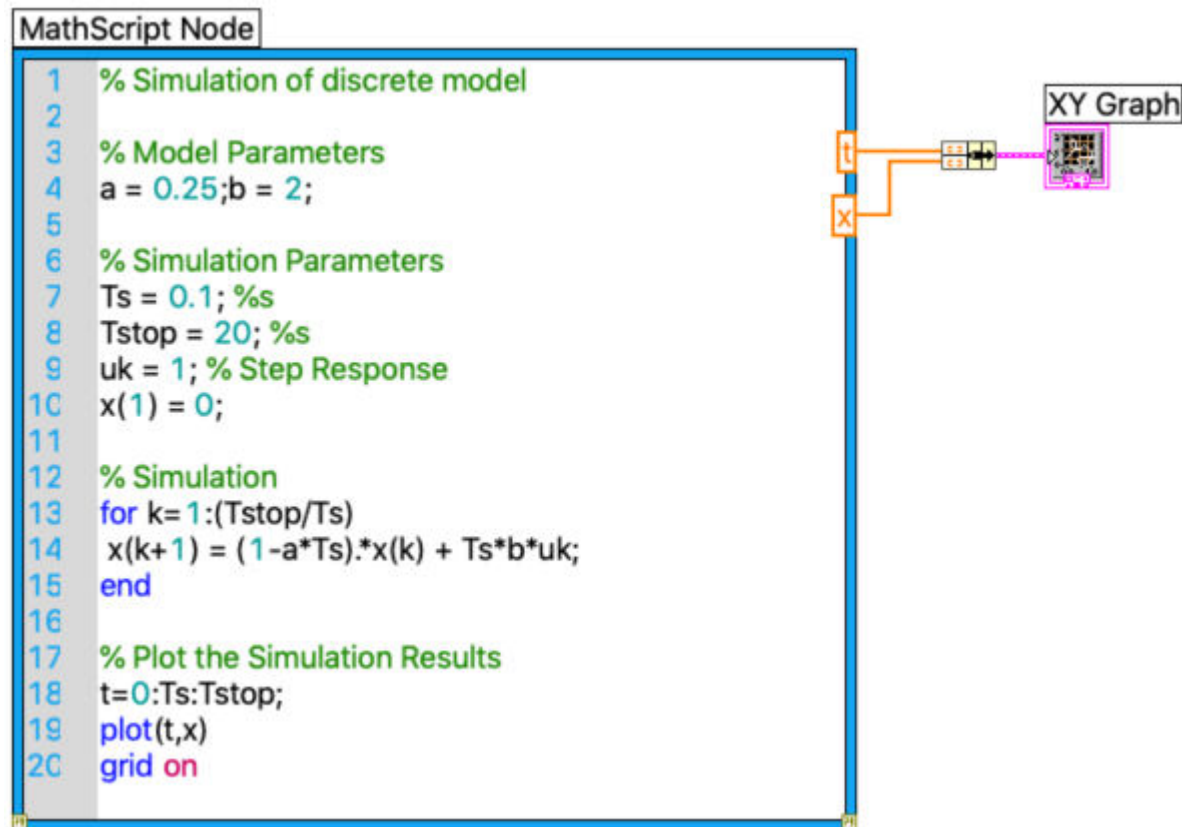
$$\dot{x} = -ax + bu$$



# Simulacija

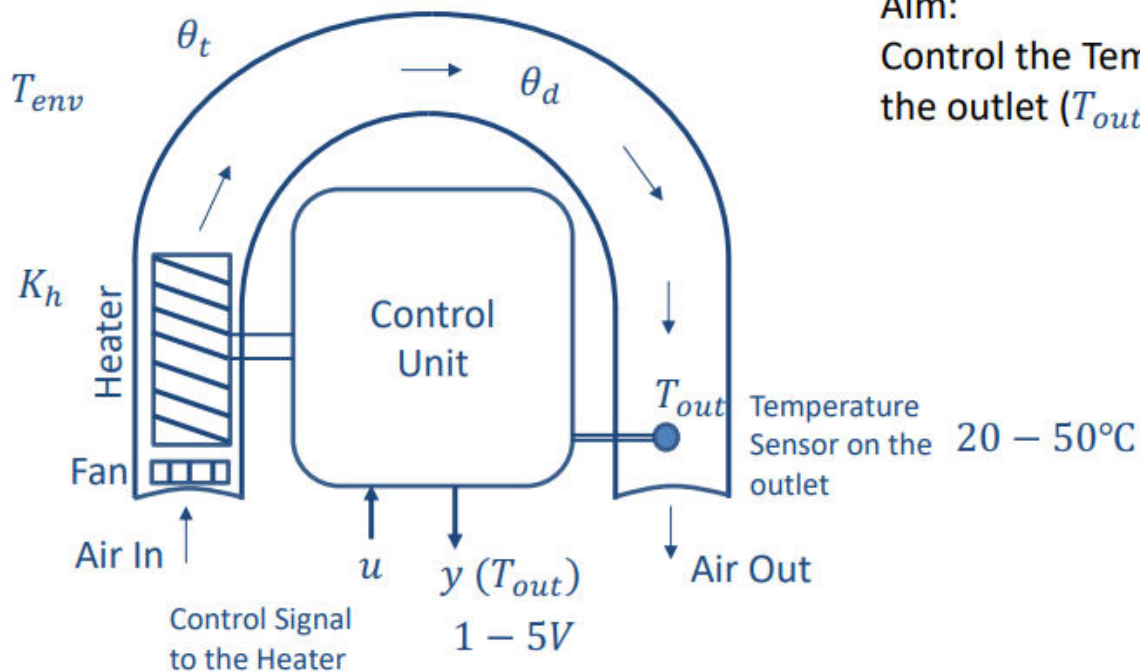
- Sistem prvog reda - diskretni

$$\dot{x} = -ax + bu \qquad x(k+1) = (1 - T_s a)x(k) + T_s b u(k)$$



# Simulacija

- Sistem sa grejačem



$$\dot{T}_{out} = \frac{1}{\theta_t} \{-T_{out} + [K_h u(t - \theta_d) + T_{env}]\}$$

$$T_{out}(k + 1) = T_{out}(k) + \frac{T_s}{\theta_t} \{-T_{out}(k) + K_h u(k) + T_{env}\}$$

# Simulacija

- Sistem sa grejačem

