

# Priprema za drugi kolokvijum

Anja Buljević

Aleksandra Mitrović

Smilja Stokanović

6. januar 2021.

1. Naći ekstremalu  $x(t)$  koja integralu

$$I = \int_0^1 \dot{x}^2 dt$$

saopštava ekstremnu vrednost ukoliko je  $x(0) = 1$ ,  $x(1) = 1$  i  $\int_0^1 x dt = 2$ .

$$x(t) = -6t^2 + 6t + 1$$

2. Za sistem  $\dot{x}(t) = 1 + u(t)$  naći optimalno upravljanje  $u_{opt}(t)$  koje kriterijumu optimalnosti saopštava ekstremnu vrednost, ako je

(a)  $I = \frac{1}{2} \int_0^1 u(t)^2 dt$  i ako je  $x(0) = 0$  i  $x(1) = 2$

(b)  $I = (x(1) - 2)^2 + \frac{1}{2} \int_0^1 u(t)^2 dt$  i ako je  $x(0) = 0$ .

Izračunati vrednosti kriterijuma optimalnosti i komentarisati dobijene rezultate.

(a)

$$u = 1$$

$$x(t) = 2t$$

$$I = 0.5$$

(b)

$$u = 2/3$$

$$x(t) = \frac{5}{3}t$$

$$I = 3$$

3. Naći ekstremalu  $x(t)$  koja integralu

$$I = -\frac{x^2(1)}{2} + \int_0^1 (\dot{x}^2 - x) dt$$

saopštava ekstremnu vrednost.

$$x(t) = -\frac{t^2}{4} - \frac{3}{4}$$

4. Za sistem  $\dot{x}(t) = 1 - u^2(t)$  naći optimalno upravljanje  $u_{opt}(t)$  koje kriterijumu optimalnosti saopštava ekstremnu vrednost, ako je  $I = \int_0^1 (u(t) + x(t)) dt$  i  $x(0) = 1$ .

Izračunati i vrednosti optimalnog kretanja u prostoru stanja  $x_{opt}$ .

$$u(t) = \frac{1}{2(-t+1)}$$

$$x(t) = t - \frac{1}{4} \frac{1}{1-t} + \frac{5}{4}$$

5. Naći ekstremalu  $x(t)$  koja integralu

$$I = \int_0^\pi \dot{x}^2 dt$$

saopštava ekstremnu vrednost ukoliko je  $x(0) = 2$ ,  $x(\pi) = \pi + 2$  i  $\int_0^\pi \dot{x} \cos(t) dt = \pi$ .

$$x(t) = 2 \sin t + t + 2$$

6. Za sistem  $\dot{x}(t) = -\frac{625}{2}t^2 + 3x + 4u(t)$  naći optimalno upravljanje  $u_{opt}(t)$  koje kriterijumu optimalnosti

$$I = \int_0^1 (-x^2 - u^2) dt$$

saopštava ekstremnu vrednost ako je  $x(0) = 1$  i  $x(1)$  nije zadato.

$$u(t) = 2 \left[ -\frac{108e^5 + 8e^{-10}}{4(1 + 4e^{-10})} e^{5t} + \frac{2 - 108e^{-5}}{1 + 4e^{-10}} e^{-5t} + 25t^2 + 2 \right]$$