



Univerzitet u Novom Sadu
Fakultet tehničkih nauka



Dokumentacija za projektni zadatak

Studenti: Duško Gajinović, EM 7/2016
Milan Šaš, EM 2/2016

Predmet: Digitalni Upravljački Sistemi

Broj projektnog zadatka: 7

Mentori: prof. Zoran Jeličić
Mc. Vukan Turkulov
Dipl.ing. Aleksandra Mitrović

SADRŽAJ

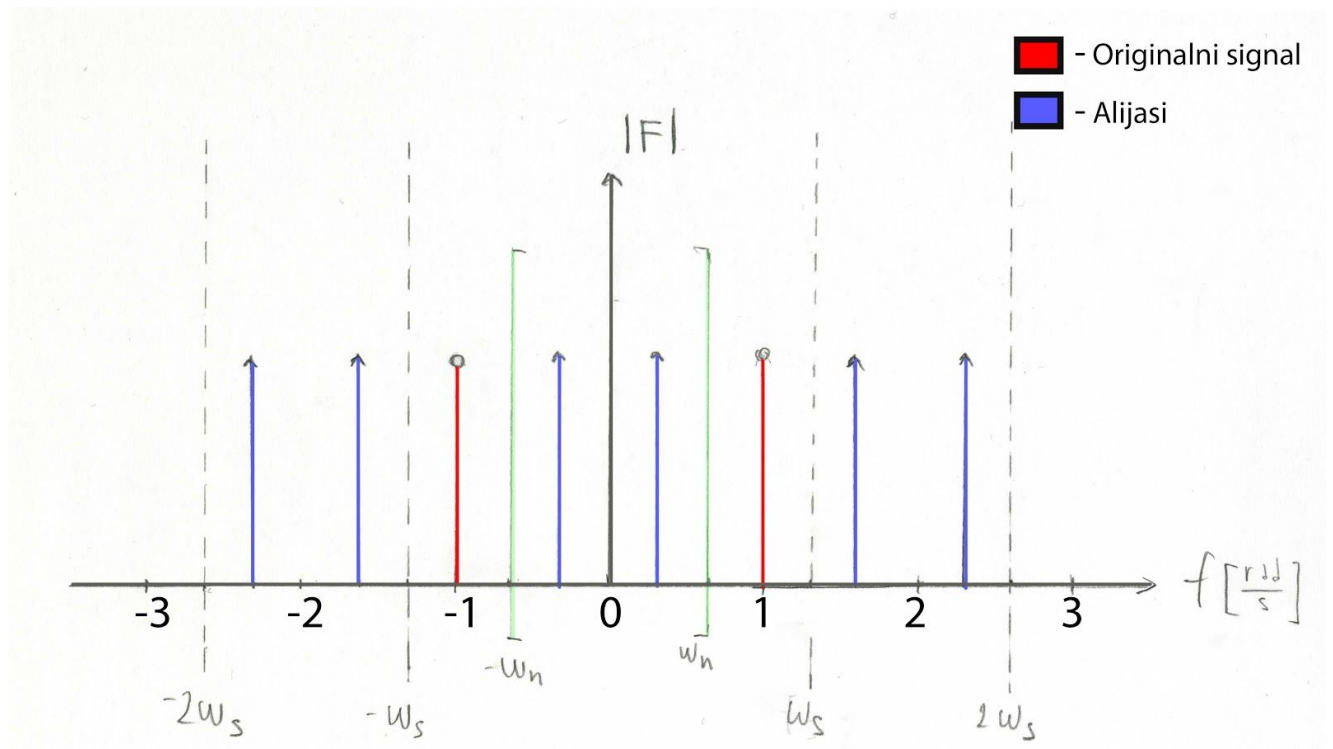
Uvod	3
Zadatak 1 – Odabiranje učestanošću T	4
Zadatak 2 – Predlaganje frekvencije odabirana	6
Zadatak 3 – Asimptotski i realni Bodeov dijagram	8
Zadatak 4 – Implementacija filtra u digitalnoj tehnici	10
Zadatak 5 – Implementacija filtara	14
Zadatak 6 – Upravljanje pomoću P regulatora	21
Zaključak	24
Literatura	25

1. Uvod

Ova dokumentacija je rađena za predmetni projekat iz predmeta "Digitalni Upravljački Sistemi" na trećoj godini smera Merenje i Regulacija. Dokumentacija predstavlja naša rešenja za zadate probleme i naš način razmišljanja u rešavanju istih. U nastavku sledi detaljno objašnjenje rešenja za svaki zadatak.

2. Zadatak 1 – Odabiranje učestanošću T

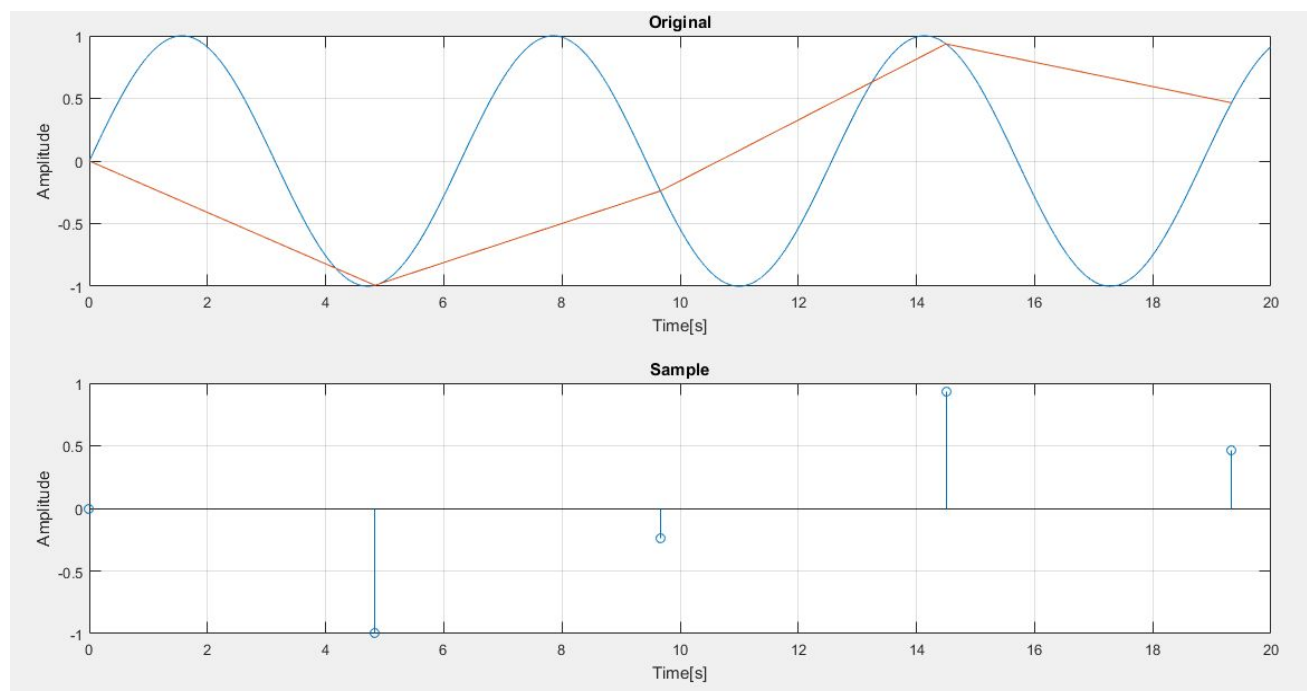
U ovom zadatku dat je prostopreiodični signal $f(t) = \sin(t)$ koji se odabira kružnom učestanošću od $1.3 \frac{rad}{s}$ koja ne zadovoljava uslove teoreme odabiranja. Po definiciji, naša učestanost odabiranja mora da bude minimum dva puta veća od najveće učestanosti signala, što ovde nije slučaj.



Slika 1 - Spektar signala odbirkovanog lošom frekvencijom

$$\omega_s - \text{frekvencija odabiranja} [1.3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}] \quad \omega_n - \text{Ninkvistova frekvencija} [0.65 \frac{\text{rad}}{\text{s}}]$$

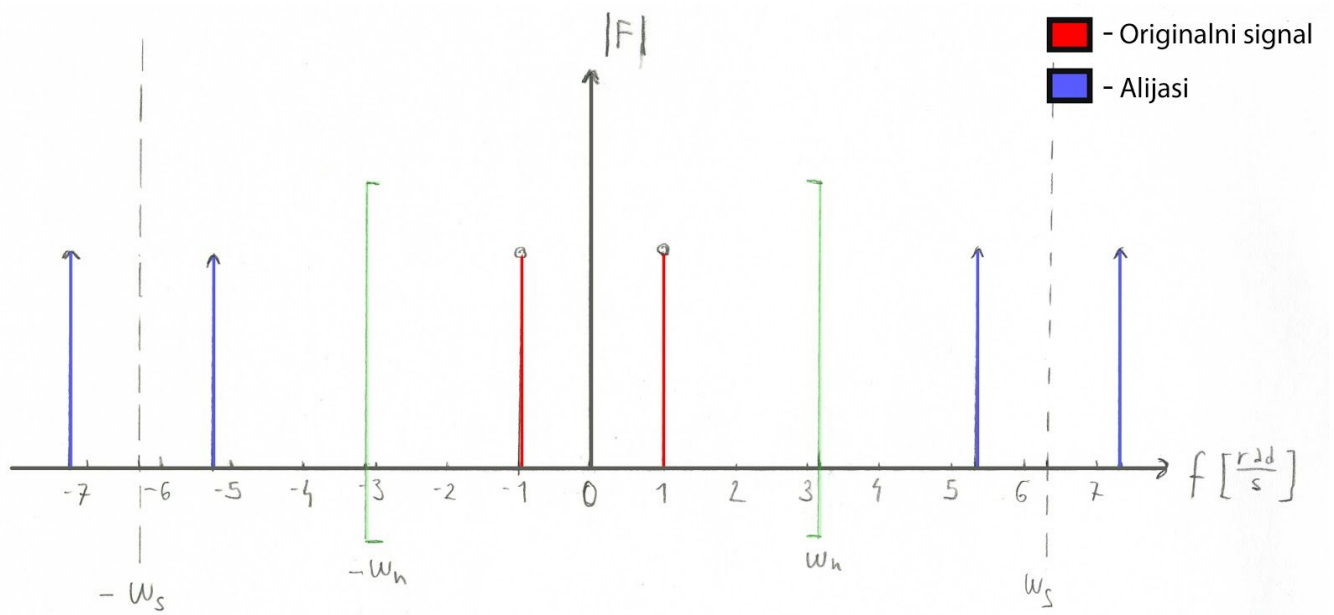
Na slici 1 nalazi se spektar signala na kome je prikazano kako izgleda početni signal odbirkovan zadatom periodom. Kao što se može videti imamo loše odbirkovan signal. Do ovoga je došlo zato što se frekvencija odabiranja manja od frekvencije koja je, po definiciji, zadovoljavajuća za ovaj signal. Na sledećoj slici se može videti grafik loše odbirkovanog signala.



Slika 2 - Signal odbirkovan lošom frekvencijom

3. Zadatak 2 – Predlaganje frekvencije odabiranja

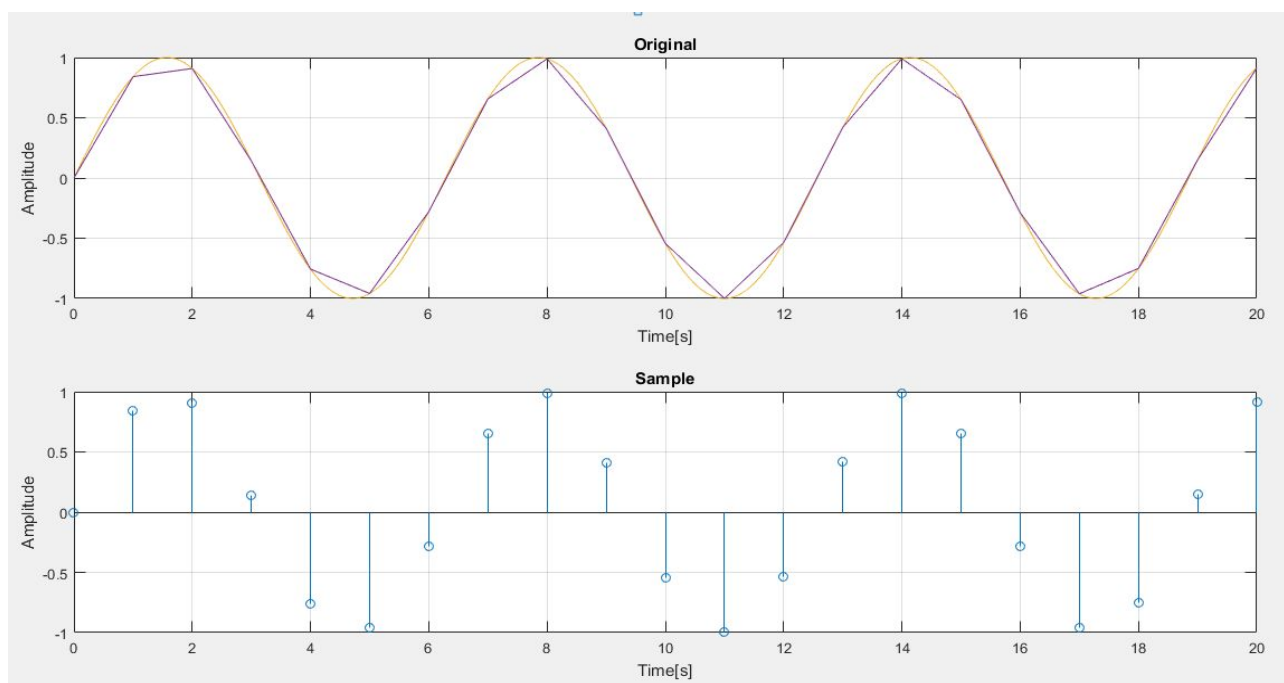
Naš predlog, na osnovu teoreme odabiranja, je da frekvencija odabiranja bude $2\pi \frac{rad}{s}$. Do ove vrednosti smo došli tako što smo koristili teoremu odabiranja koja kaže: $\omega_n = \frac{f_s}{2}$, gde je ω_n – Ninkvistova frekvencija, ω_s – frekvencija odabiranja. Prostim matematikom dobijamo da naša frekvencija odabiranja mora da bude najmanje $2 \frac{rad}{s}$. Na slici 3 se vidi rezultat promene frekvencije odabiranja.



Slika 3 - Spektar signala odbirkovanog lošom frekvencijom

ω_s – frekvencija odabiranja $[2\pi \frac{rad}{s}]$ ω_n – Ninkvistova frekvencija $[\pi \frac{rad}{s}]$

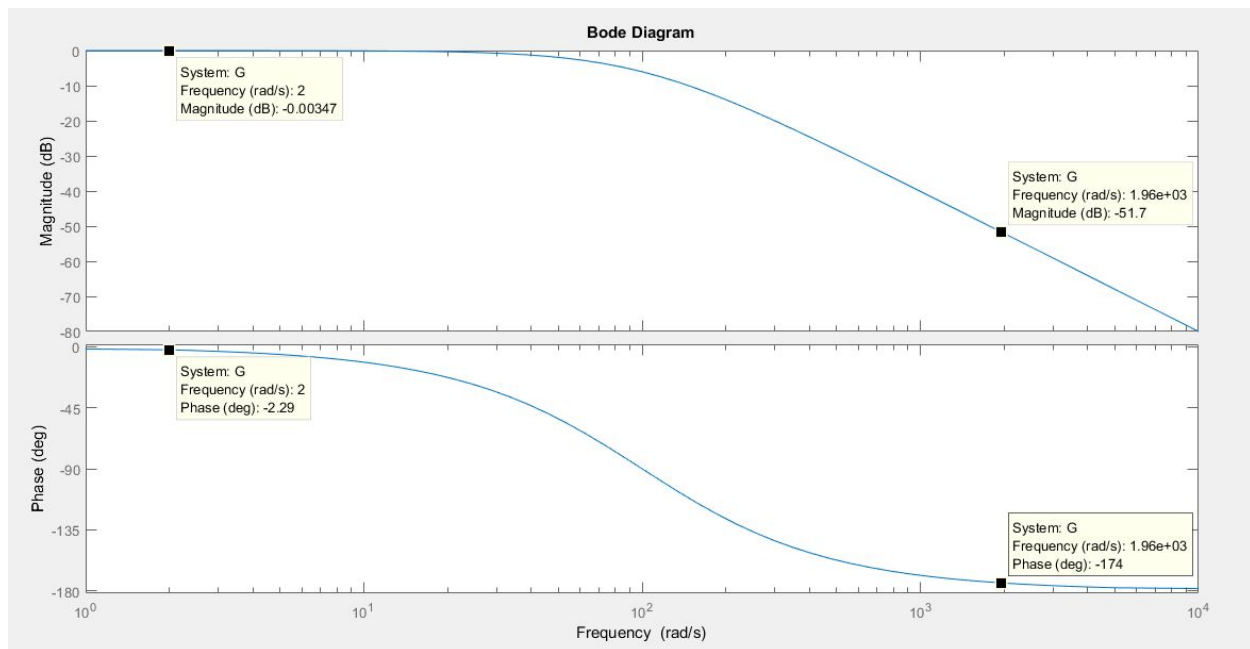
Može se zaključiti da je izbor frekvencije odabiranja zadovoljavajući što je i željena posledica. Svako povećanje frekvencije odabiranja daje bolje rezultate. Na sledećoj slici se može videti grafik dobro odbirkovanog signala.



Slika 4 - Signal odbirkovan dobrom frekvencijom

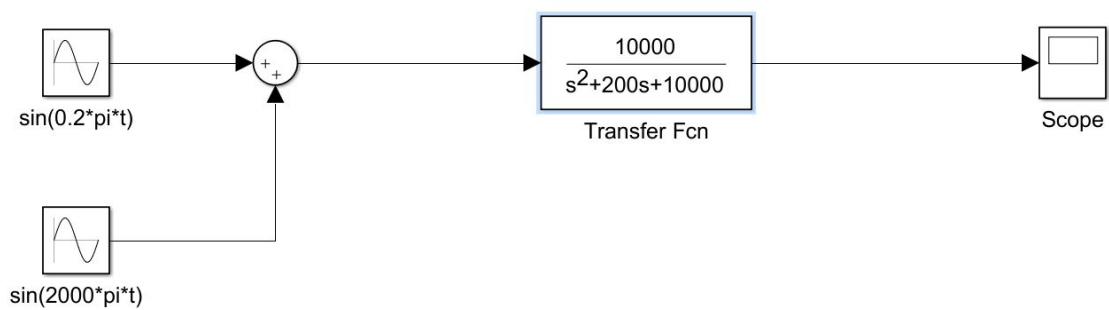
4. Zadatak 3 – Asimptotski i realni Bodeov dijagram

Za dati filter $G(s) = \frac{10000}{(s+100)^2}$ potrebno je nacrtati asimptotski i realni Bodeov dijagram. Potrebno je odrediti izlazni signal sistema ukoliko mu se dovede signal $f(t) = \sin(0,2\pi t) + \sin(2000\pi t)$. Na slici 5 se vidi Bodeov dijagram.



Slika 5 - Bode-ov dojagram

Kao što se i vidi sa dijagrama naš filter odlično potiskuje šum (≈ -52 dB) dok sproiji sinus prođe gotovo ne promenjen što je i bila naša želja. Možemo da zaključimo da filter radi svoj posao za dati ulaz. Na sledećoj slici se nalazi šema kola iz Simulink-a i prateći dijagram odziva sa Scope-a.



Slika 6 - Šema u Simulink-u



Slika 7 - Odziv na Scope-u u Simulink-u

Kao što smo i ranije zaključili dati filter za dati ulazni signal odrađuje posao filtera i na izlazu imamo gotovo nepromenjeni željeni signal.

5. Zadatak 4 – Implementacija filtra u digitalnoj tehnici

U ovom zadatku filter iz prethodnog zadatka, koji je u kontinualnom domenu, potrebno je transformisati u digitalni ekvivalent sledećim metodama:

- **Impulsno – invarijantnom**
- **Step – invarijantnom**
- **Tustinovom aproksimacijom**

Impulsno – invarijantna metoda

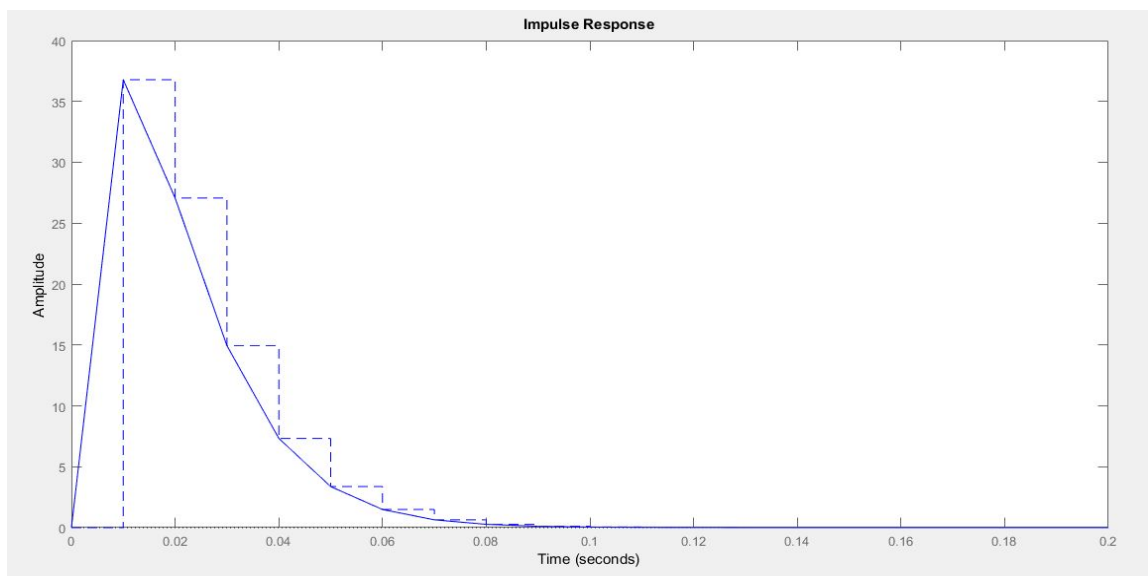
U ovoj metodi koristi se sledeća zavisnost:

$$G(z) = \mathcal{Z}\left\{\left(\hat{Z}(-1) \{1 * G(s)\}\right)\right\}$$

Pretpostavljamo da se na ulaz oba sistema dovodi Dirakov impuls pa njihovi odzivi u trenucima odabiranja moraju biti isti. Vođeni ovom pretpostavkom dobijamo da je

$$G(z) = \frac{10000 * T^2 * e^{-100 * T} * z}{z^2 - 2 * e^{-100 * T} + e^{-200 * T}}$$

Ukoliko ovaj sistem poredimo sa kontinualnim vidimo kako naš digitalni sistem prati kontinualni u da se poklapaju u vrednostima odabiranja. Na slici 8 je dat odziv kotinualnog i diskretnog sistema na Impulsni ulaz.



Slika 8 - Grafik odziva Impulsno - Invarijantne transformacije

Step – invarijantna metoda

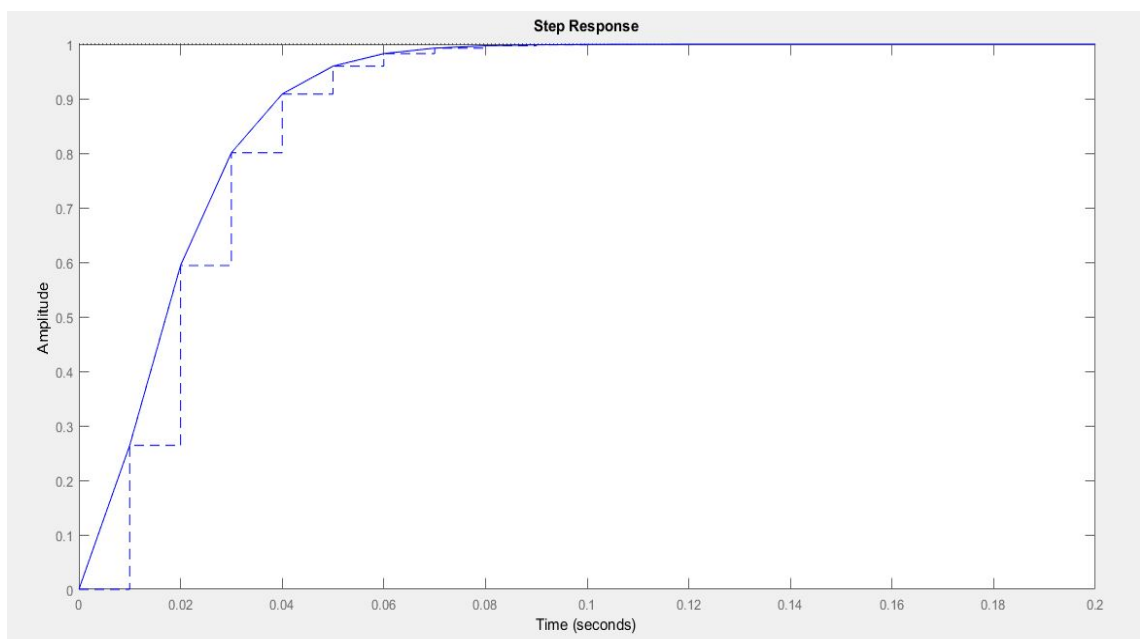
U ovoj metodi koristi se sledeća zavisnost:

$$G(z) = \frac{z-1}{z} * Z\left\{\left(\hat{Z}(-1) \left\{\frac{G(s)}{s}\right\}\right)\right\}$$

Pretpostavljamo da se na ulaz oba sistema dovodi Step pobuda pa njihovi odzivi u trenucima odabiranja moraju biti isti. Vođeni ovom pretpostavkom dobijamo da je

$$G(z) = \frac{(1-100*T*e^{-100*T}-e^{-100*T})*z+e^{-200*T}+100*T*e^{-100*T}-e^{-100*T}}{z^2-(2*e^{-100*T})*z+e^{-200*T}}$$

Ukoliko ovaj sistem poredimo sa kontinualnim vidimo kako naš digitalni sistem prati kontinualni i da se poklapaju u vrednostima odabiranja. Na slici 9 je dat odziv kotinualnog i diskretnog sistema na Step ulaz.



Slika 8 - Grafik odziva Step - Invarijantne transformacije

Tustinova metoda

U ovoj metodi koristi se direktna smena koja glasi:

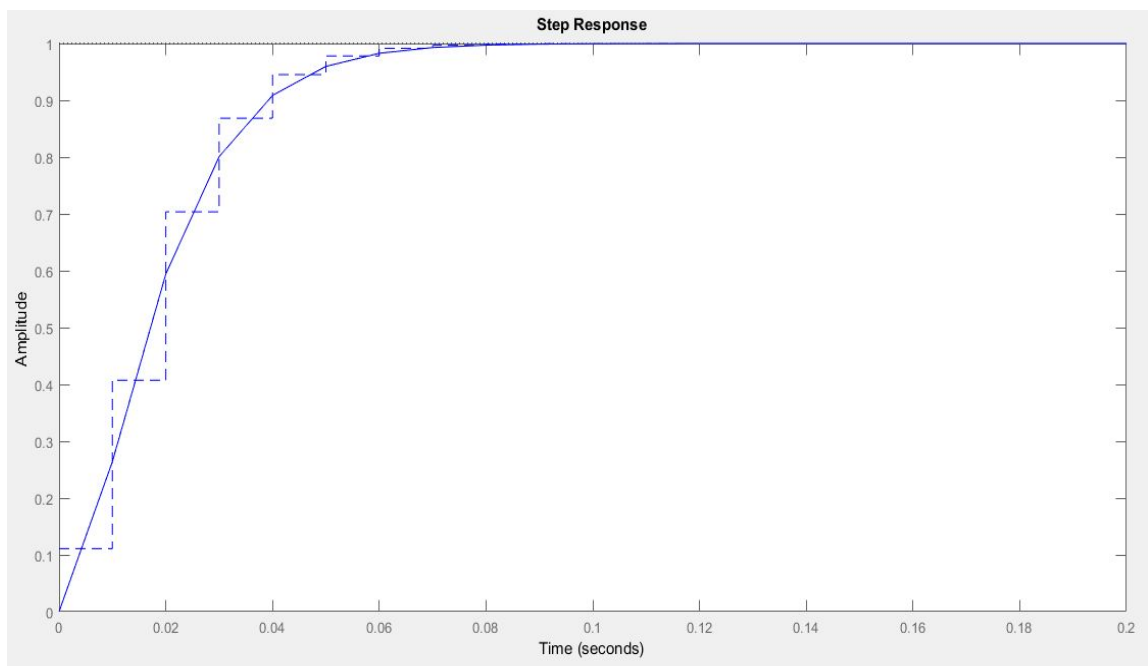
$$s = \frac{z-1}{z+1} \frac{2}{T}$$

gde je T – vreme odabiranja.

Posle smene dobijamo sledeću funkciju:

$$G(z) = \frac{10000*T^2*z^2 + 20000*T^2*z + 10000*T^2}{(4+400*T+10000*T^2)*z^2 + (20000*T^2-8)*z + 4+10000*T^2-400*T}$$

Ukoliko ovaj sistem poredimo sa kontinualnim vidimo kako naš digitalni sistem prati kontinualni. Na slici 10 je dat odziv kotinualnog i diskretnog sistema na Step ulaz.



Slika 10 - Grafik odziva Tustinove transformacije

6. Zadatak 5 – Implementacija filtara

U ovom zadatku potrebno je implementirati filtere iz prethodnog zadatka koristeći *MATLAB Embedded Function*. Takođe, potrebno je i porediti zauzeće memorije svakog filtera.

Impulsno – invarijantni sistem

```
function y = fcn(u)

persistent y1 y2 u1 u2 A B C D;

T=0.01;

A=10000*T*T*exp(-100*T);

B = 1;

C = -2*exp(-100*T)

D = exp(-200*T)

if isempty(y1)

    y1 = 0;

end

if isempty(y2)

    y2 = 0;

end

if isempty(u1)

    u1 = 0;

end

if isempty(u2)

    u2 = 0;

end

y = (-C*y1 - D*y2 + A*u1)/B;

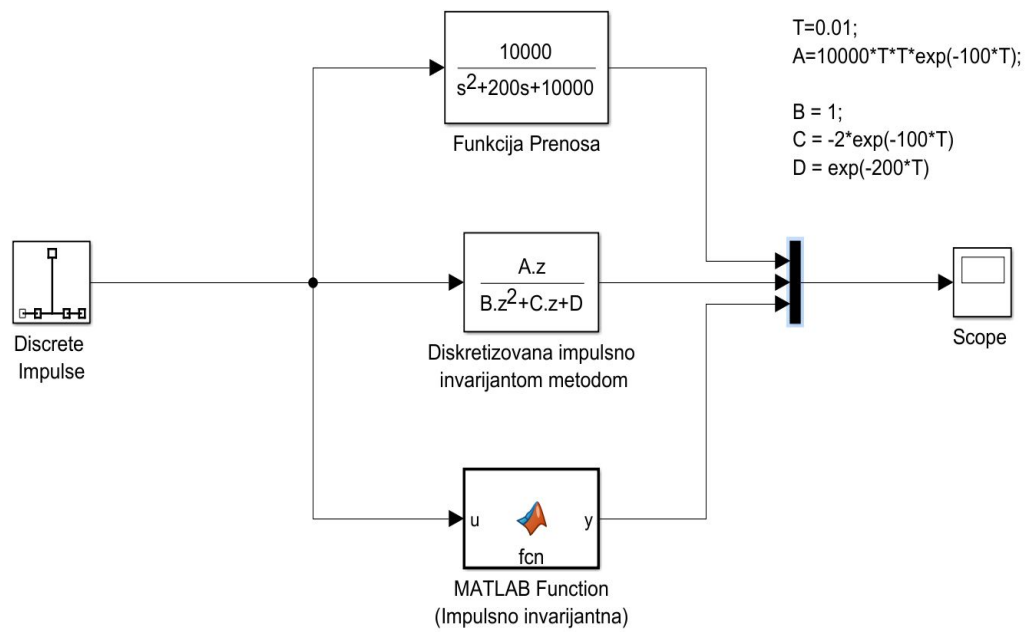
y2 = y1;

y1 = y;

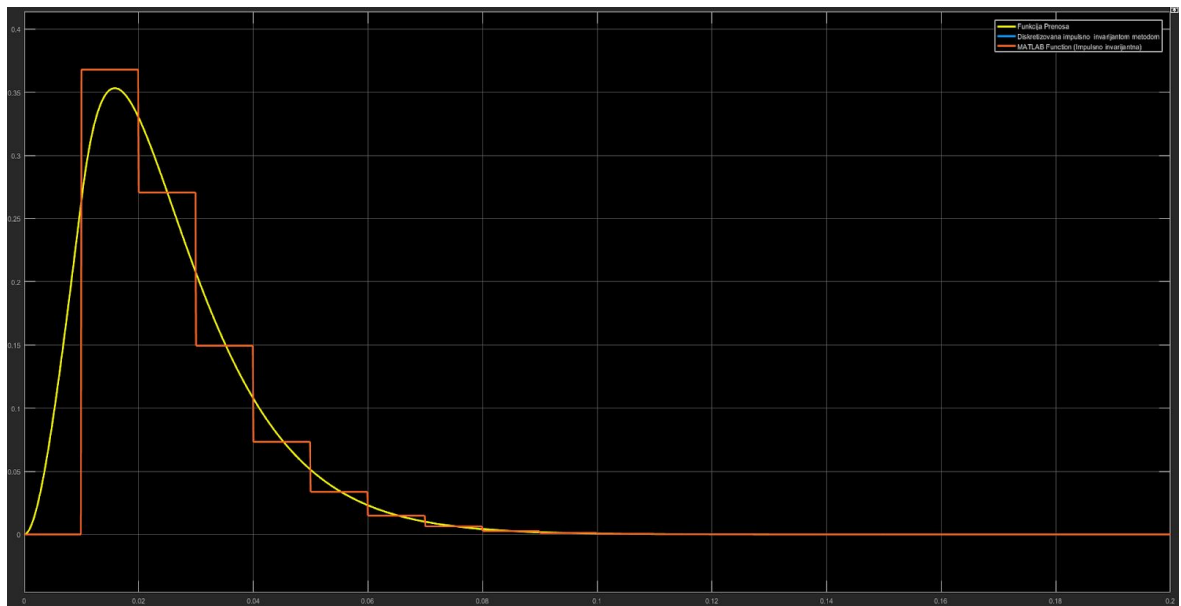
u2 = u1;

u1 = u;
```

U nastavku slede slike na kojima se nalaze šeme u Simulink-u i grafik sa Scope-a.



Slika 11 - Šema za Impulsno - Invarijantnu transformaciju u Simulink-u

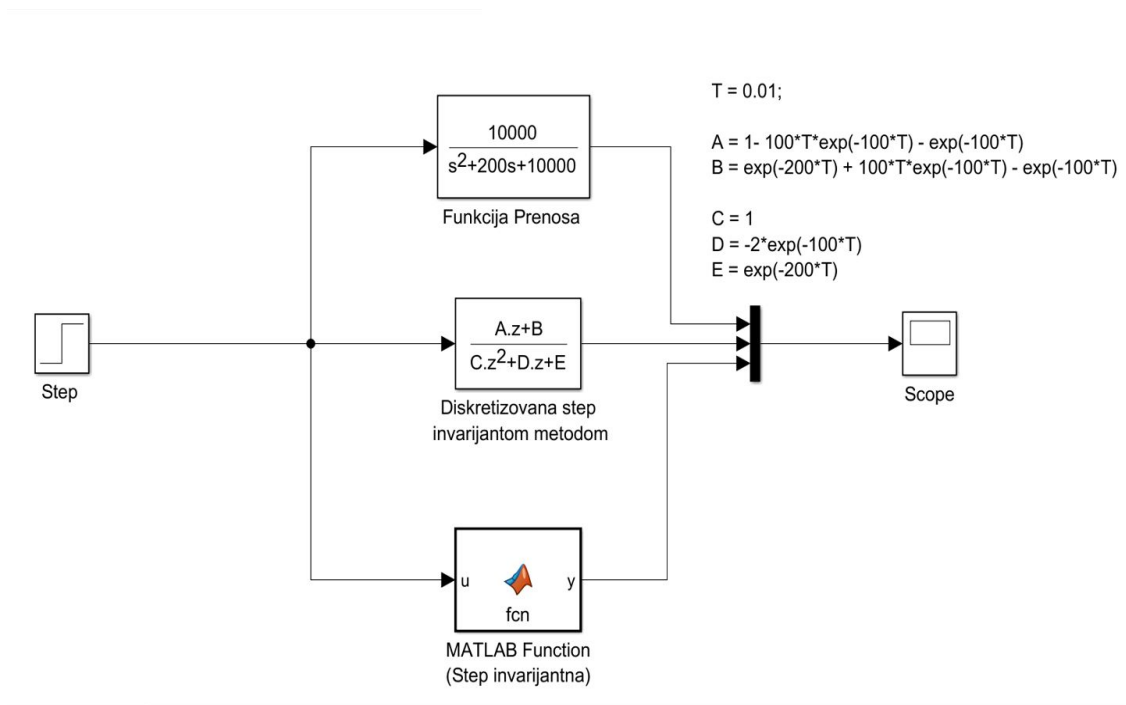


Slika 12 - Odziv na Impulsno - Invarijantnu transformaciju na Scope-u

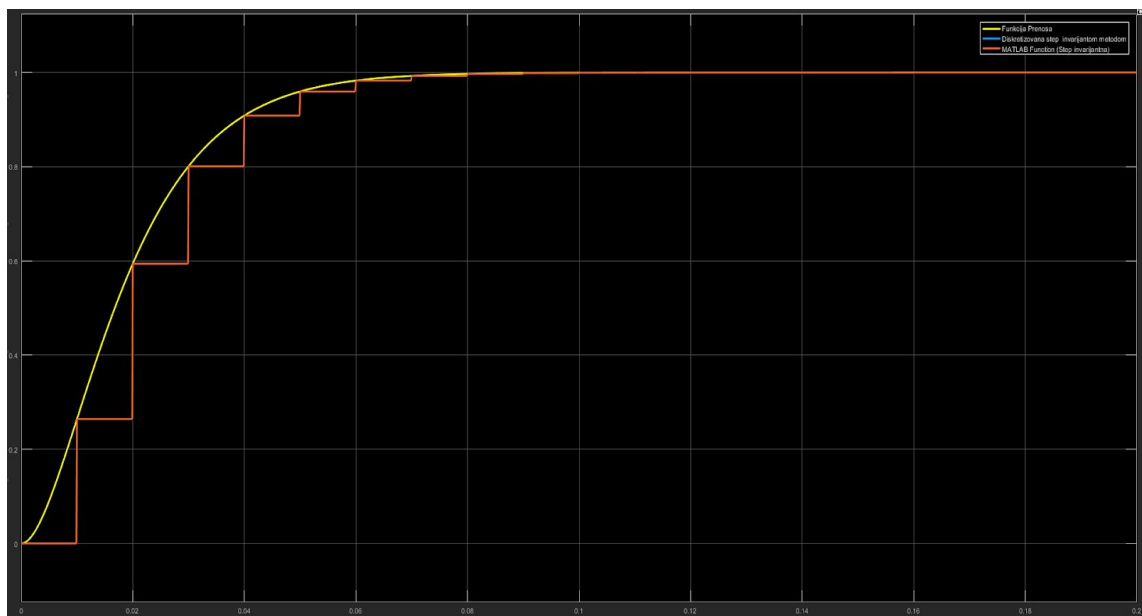
Step – invarijantni sistem

```
function y = fcn(u)
persistent y1 y2 u1 u2 A B D E;
T = 0.01;
A = 1- 100*T*exp(-100*T) - exp(-100*T);
B = exp(-200*T) + 100*T*exp(-100*T) - exp(-100*T);
D = -2*exp(-100*T);
E = exp(-200*T);
if isempty(y1)
    y1 = 0;
end
if isempty(y2)
    y2 = 0;
end
if isempty(u1)
    u1 = 0;
end
if isempty(u2)
    u2 = 0;
end
y = -D*y1 - E*y2 +A*u1 +B*u2;
y2 = y1;
y1 = y;
u2 = u1;
u1 = u;
```

U nastavku slede slike na kojima se nalaze šeme u Simulink-u i grafik sa Scope-a.



Slika 13 - Šema za Step - Invarijantnu transformaciju u Simulink-u

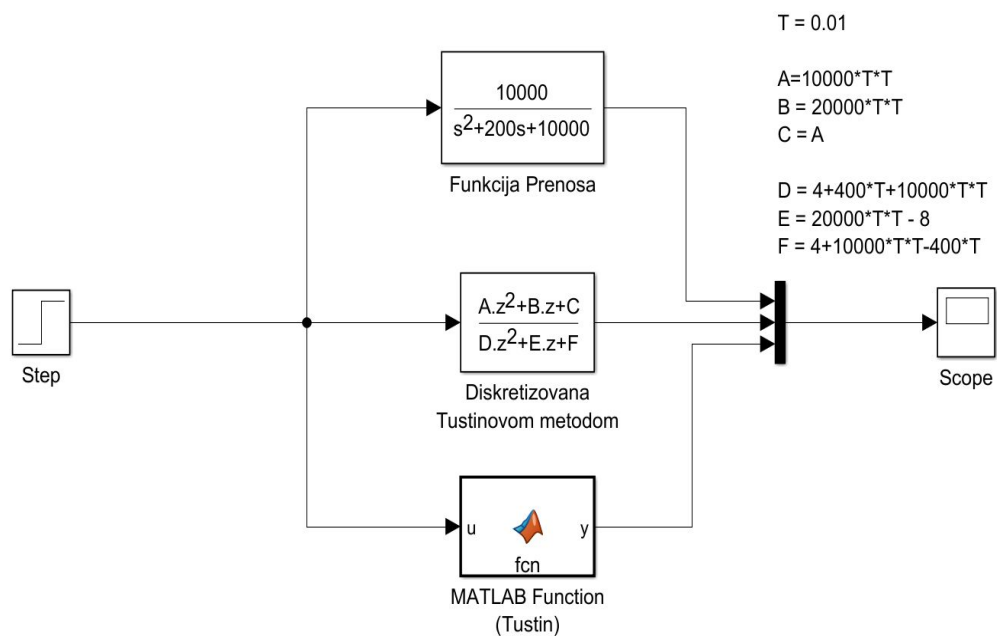


Slika 14 - Odziv na Step - Invarijantnu transformaciju na Scope-u

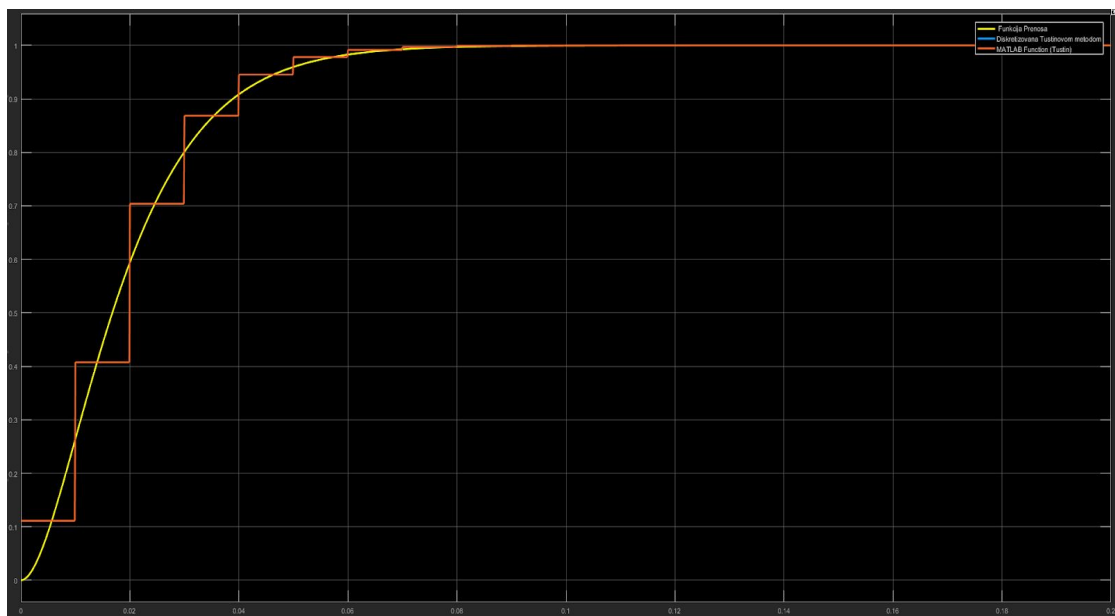
Tustinova aproksimacija

```
function y = fcn(u)
persistent y1 y2 u1 u2 A B C D E F;
T=0.01;
A=10000*T*T
B = 20000*T*T
C = A
D = 4+400*T+10000*T*T
E = 20000*T*T - 8
F = 4+10000*T*T-400*T
if isempty(y1)
    y1 = 0;
end
if isempty(y2)
    y2 = 0;
end
if isempty(u1)
    u1 = 0;
end
if isempty(u2)
    u2 = 0;
end
y = (-E*y1 - F*y2 + A*u + B*u1 + C*u2)/D;
y2 = y1;
y1 = y;
u2 = u1;
u1 = u;
```

U nastavku slede slike na kojima se nalaze šeme u Simulink-u i grafik sa Scope-a.



Slika 15 - Šema za Tustinovu transformaciju u Simulink-u



Slika 16 - Odziv na Tustinovu transformaciju na Scope-u

Što se tiče diskusije zauzeća memorije možemo da zaključimo sledeće:

- Za Impulsno – Invarijantnu transformaciju potrebno je pamtit i jedno prošlo stanje ulaza i dva prošla stanja izlaza
- Za Step – Invarijantnu transformaciju potrebno je pamtit dva prošla stanja ulaza i dva prošla stanja izlaza
- Za Tustinovu transformaciju potrebno je pamtit dva prošla stanja ulaza i dva prošla stanja izlaza

7. Zadatak 6 – Upravljanje pomoću P regulatora

U ovom zadatku nam je data funkcija prenosa u kontinualnom domenu $G(s) = \frac{e^{-0,1*s}}{s+1}$. Potrebno je pronaći digitalni ekvivalent sistema, ukoliko je perioda odabiranja $T = 0,07sec$. Ovim sistemom se upravlja pomoću P regulatora pa je potrebno diskutovati zavisnost stabilnosti sistema od pojačanja kp .

Pošto imamo kašnjenje u sistemu prvo je potrebno uraditi modifikovanu Z transformaciju. Kada se odradi ova transformacija, u kojoj parameter m iznosi 0,57, dobijemo sledeću funkciju prenosa sistema u diskretnom domenu:

$$G(z) = \frac{0,0391*z+0,0285}{z^2*(z-0,09324)}$$

Pošto je naš regulator P tipa zaključujemo da je njegova funkcija prenosa

$$D(z) = kp$$

Za dalji rad potrebno je da pronađemo funkciju spregnutog prenosa Wsp .

$$\begin{aligned} Wsp(z) &= \frac{D(z)*G(z)}{1+D(z)*G(z)} = \\ &= \frac{kp*(0,0391*z+0,0285)}{z^3-0,9324*z^2+kp*0,0391*z+kp*0,0285} \end{aligned}$$

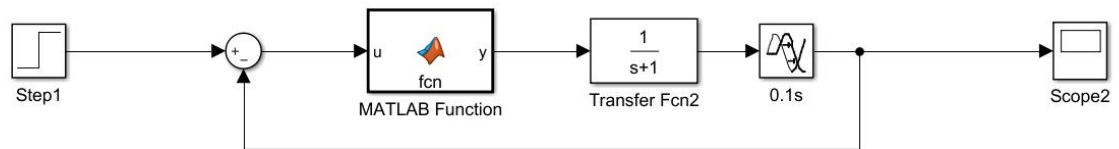
Odavde možemo da zaključimo da je karakteristični polinom

$$f(z) = z^3 - 0,9324*z^2 + kp * 0,0391 * z + kp * 0,0285$$

Za dalju diskusiju potrebno je da uradimo diskusiju stabilnosti na osnovu Jurijevog kriterijuma koji ima sledeće uslove:

- $f(1) > 0$
- $(-1)^n f(-1) > 0$
- $|a_0| < |a_n|$
- $|M_0| > |M_2|$

Kada prođemo kroz sve tačke ovog kriterijuma dobijemo da vrednost parametra k_p treba da bude između $0 < k_p < 13.096$ kako bi dati sistem bio stabilan.

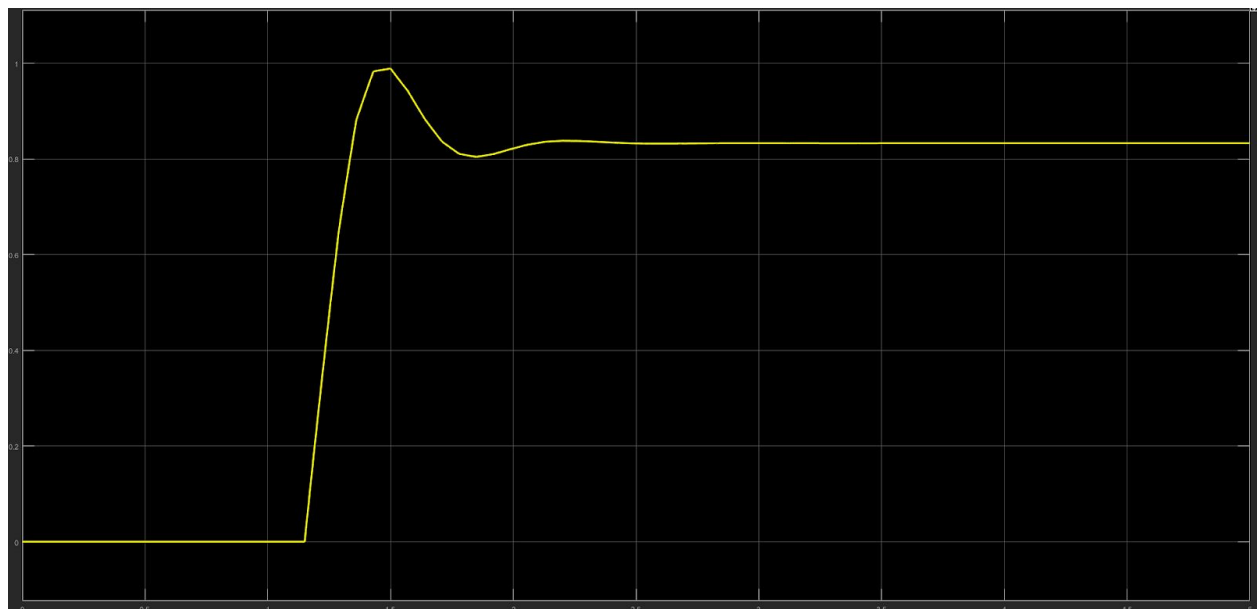


Slika 17 - Šema u Simulink-u

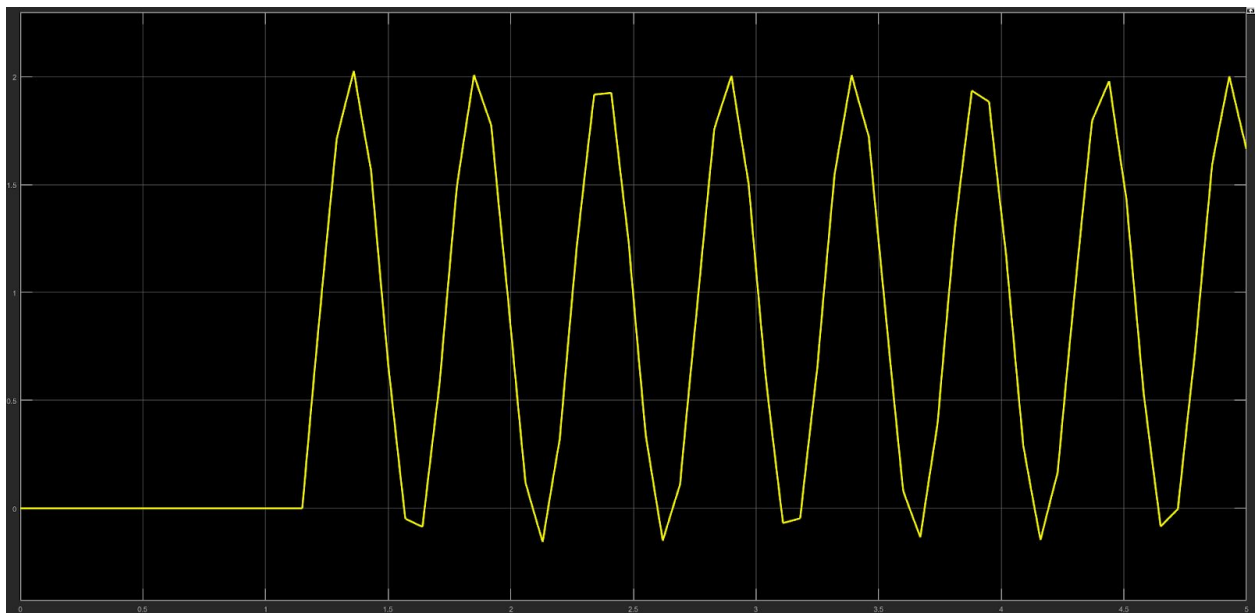
MATLAB Function:

```
function y = fcn(u)
Kp = 5;
y = Kp*u;
```

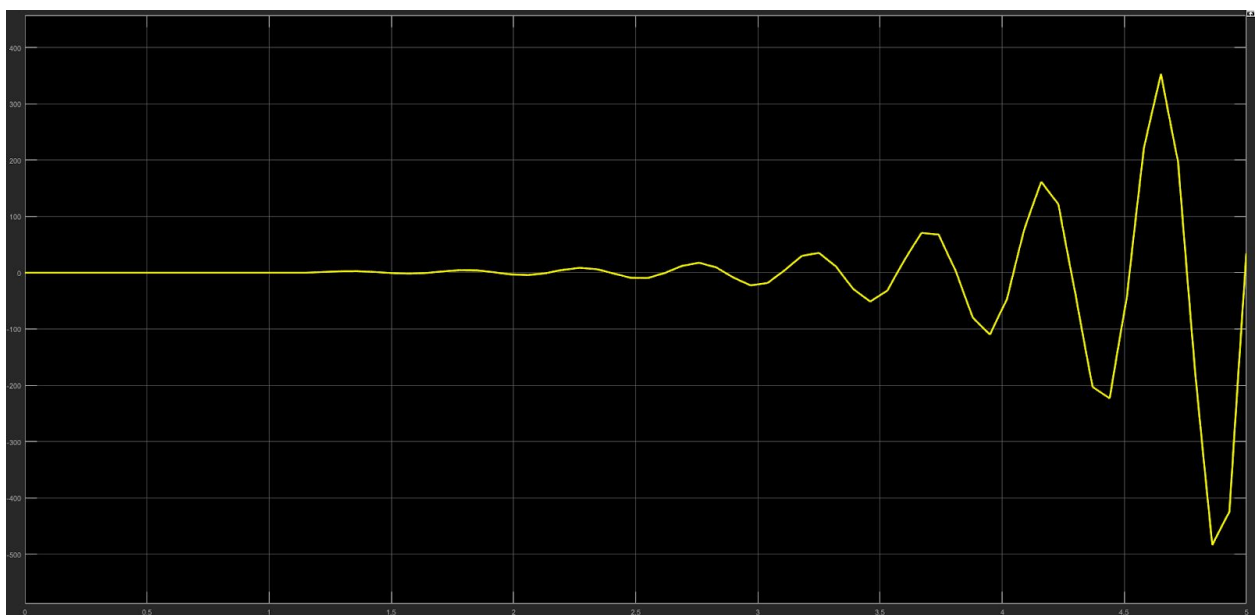
U nastavku su prikazani primeri stabilnog, granično stabilnog i nestabilnog sistema:



Slika 18 - Odziv diskretnog sistema, $k_p = 5$



Slika 19 - Odziv diskretnog sistema na granici stabilnosti, $k_p = 13.096$



Slika 20 - Odziv nestabilnog diskretnog sistema, $k_p = 18$

8. Zaključak

Ovaj projekat je pokazao šta sve znamo ili mislimo da znamo. Rešili smo ga kako smo znali i umeli, uz pomoć asistenata i ostalih kolega. Ovom prilikom želimo da se zahvalimo svima koji su nam pomogli u rešavanju projekta i poželimo sreću u narednom radu.

9. Literatura

1. Predavanja i ostala dokumentacija sa sajta
<http://www.automatika.ftn.uns.ac.rs/nastavni-materijali>
2. Karl Johan Åström, Björn Wittenmark: "Computer Controlled Systems -- Theory and Design", 3rd Edition, Prentice Hall 1997.
3. Milić R. Stojić: "Digitalni upravljački sistemi", 5. izdanje, Akademska misao, Beograd, 2004.
4. Milan R. Rapaić, Zoran D. Jeličić, "Projektovanje linearnih regulatora i estimatora u prostoru stanja", FTN Izdavaštvo, Novi Sad, 2014
5. Wolfram alpha <https://www.wolframalpha.com/>
6. Symbolab <https://www.symbolab.com/>
7. Desmos <https://www.desmos.com/calculator>
8. Matlab Support
https://www.mathworks.com/matlabcentral/answers/index/?s_tid=gn_mlc_an