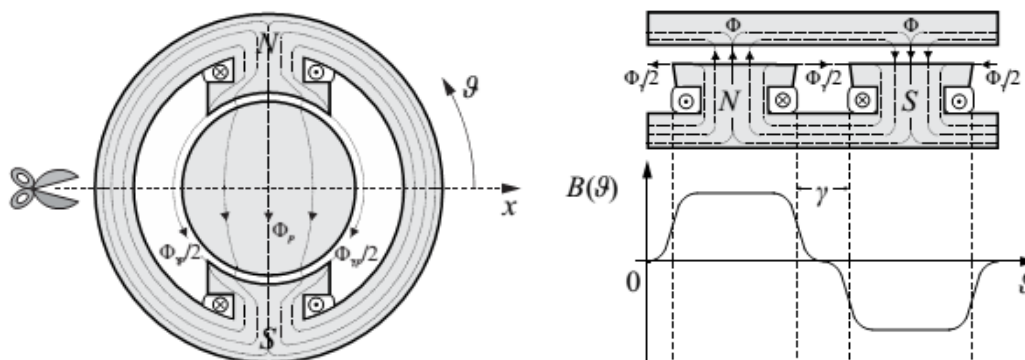


MAŠINE JEDNOSMERNE STRUJE

➤ PRINCIP RADA

Princip rada mašine jednosmerne struje (MJS) pojednostavljeno se može objasniti na primeru generatora. Kada se kroz provodnike namotaja statora uspostavi jednosmerna struja, ona će stvoriti stalno magnetsko polje vektora indukcije B , odgovarajućeg polariteta, vezanog za smer struje po pravilu desne zavoynice. Ovo polje je periodično i funkcija je samo prostorne koordinate ϑ (položaja na obimu mašine). Obrazuju se magnetski polovi, severni (N) i južni (S) pod kojima magnetska indukcija ima ekstremne i konstantne vrednosti!



Presek dvopolne mašine jednosmerne struje sa namotajem na statoru; magnetsko kolo (levo), razvijena šema sa raspodelom magnetske indukcije po obodu $B(\vartheta)$ (desno)

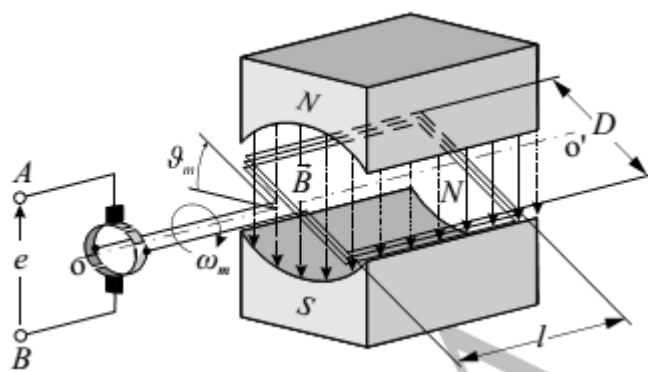
Kada se pomoću neke pogonske mašine rotor obrće konstantnom ugaonom brzinom ω , u njegovim provodnicima, dužine aktivne stranice l , će se usled presecanja sa linijama zajedničkog magnetskog fluksa vektora indukcije Φ_p indukovati odgovarajuća elektromotorna sila, po *Faradejevom* zakonu:

$$e = B \cdot l \cdot v$$

U prethodnom izrazu, sa v je označena periferna brzina kretanja provodnika $v = \omega \cdot D/2$ gde je sa D označena dužina bočne veze navojka. Budući da je u prethodnoj jednačini samo magnetska indukcija $B(\vartheta)$ promenljiva, oblik e će biti isti

kao i oblik magnetskog polja (indukcije B). Konture rasipnih flukseva $\Phi_v/2$ oko rotorskog kola su takođe prikazane na istoj slici, ali ne utiču na pojave vezane za indukovanje u rotoru!

Na slici ispod, prikazana je uprošćena dvopolna mašina jednosmerne struje sa stalnim (*permanentnim*) magnetima na statoru koja na efikasniji način predočava princip rada ovog elektromehaničkog pretvarača! Umesto *elektromagneta – sistem isturenih magnetskih polova + koncentrični namotaj pobude*, stalni prave imaju ulogu pravljenja magnetskog polja! Krajevi koncentričnog namotaja rotora, koji se vrti kružnom učestanošću $\omega_m = d\vartheta_m/dt$, završavaju na segmentima komutatora, dok su, zarad pojednostavljenog prikaza, ucrtane samo njegove konture odvojeno od magnetskog kola rotora!



Šematski presek pojednostavljene dvopolne mašine jednosmerne struje

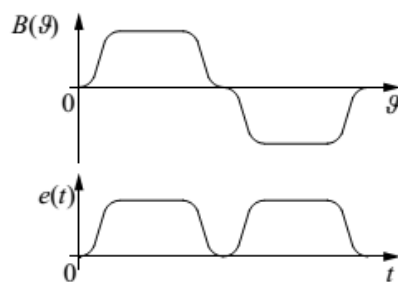
U dijametralno postavljenim provodnicima spojenim bočnim vezama dužine D , elektromotorne sile će biti suprotnog predznaka ali će se algebarski sabirati po konturi obilaska, tzv. sistem navojka. Kada je navojak rotora u položaju da je kroz njega fluks maksimalan, položaj $\vartheta_m = 0$, prema *Faradejevom* zakon, promena fluksa kroz navojak usled obrtanja, srazmerna elektromotornoj sili:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = 0$$

će biti jednaka nuli. Taj položaj nazivamo električnom neutralnom zonom.

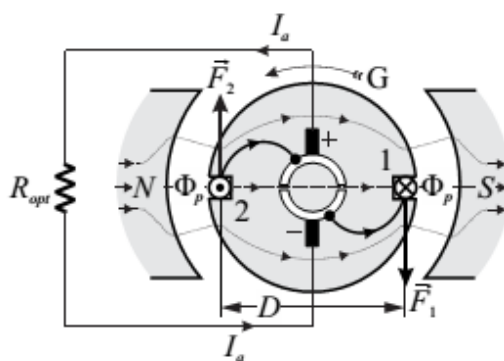
Zahvaljujući delovanju komutatora koji se vrti sa rotorski navojkom i nepomičnim grafitnim četkicama mehanički pričvršćenim za stator, polaritet e , u odnosu na spoljašnje kolo sa priključcima A i B , neće se menjati jer, uz nepromenjeni smisao obrtanja, priključci mašine su uvek povezani sa onim aktivnim provodnikom koji se nalazi pod istim magnetskim polom (priključak A sa polom N , priključak B sa S). Prema tome, pomoću komutatora se naizmenične elektromotorne sile u

provodnicima "ispravljaju–presmeravaju", što ima za posledicu jednosmerni napon u spoljašnjem električnom kolu.



Usmerački efekat komutatora na rezultatnu indukovanu elektromotornu silu u spoljašnjem električnom kolu između priključaka A i B

Ukoliko se između električnih priključaka A i B veže električno opterećenje modelovano termogenim otpornikom R_{opt} , kroz pomenuto zatvoreno kolo će proteći struja I_a . Ista struja u kolu rotora, u sadejstvu sa magnetskim poljem indukcije B , obrazuje elektromagnetsku silu na svaki od dve aktivne stranice navojka, F_2 pod N polom i F_1 pod S polom, slika ispod.



Ilustracija obrazovanja sprega sila na rotoru za generatorski režim rada MJS

U dijametralno postavljenim provodnicima rotora obrazuju se sile istih intenziteta i pravaca ali suprotnih smerova:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \rightarrow F = |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = B \cdot I_a \cdot l$$

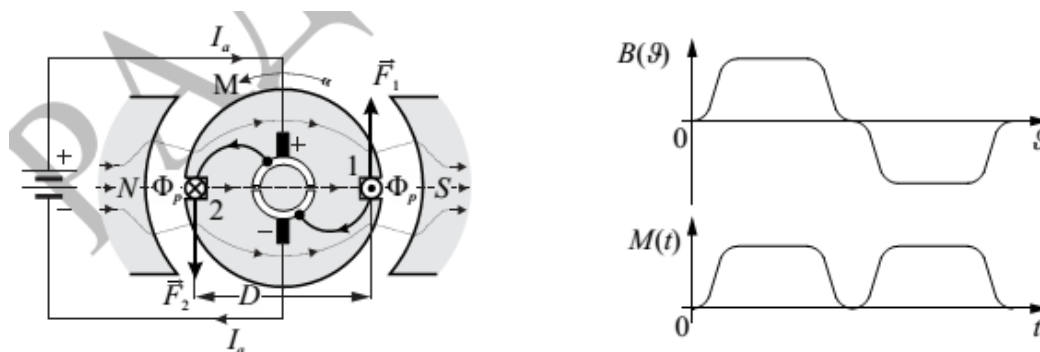
odnosno nastaje rezultatni spreg sila koji se još naziva i elektromagnetski momenat mašine jednosmerne struje:

$$M = F \cdot D = B \cdot I_a \cdot l \cdot D = B \cdot I_a \cdot S = \Phi_p \cdot I_a$$

gde je $S = l \cdot D$ ekvivalentni poprečni presek navojka rotora kroz koji prolazi fluks vektora B od strane statora, $\Phi_p = B \cdot S$.

Opisani režim rada *MJS* jeste *generatorski* režim, gde se mehanička snaga na vratilu, putem spreznog magnetskog polja, pretvara u električnu, za napajanje električnog potrošača! Elektromagnetski momenat M se tada suprotstavlja kretanju rotora, kao i momentu pogonske mašine na mehaničkom vratilu!

U slučaju motorskog režima rada, na priključke namotaja rotora se dovodi električni izvor koji kroz zatvoreno kolo rotora propušta struju intenziteta I_a . Kao i u slučaju režima rada generatora, uspostavlja se spreg sila M , koji u ovom slučaju podstiče obrtanje rotora. Ilustracija obrazovanja sprega sila na rotora za ovaj slučaj je prikazana na slici ispod!



Ilustracija obrazovanja sprega sila na rotoru za motorski režim rada MJS (levo) i usmerački efekat na rezultatni elektromagnetski momenat MJS (desno)

Usled obrtanja rotorskog namotaja u magnetskom polju statora, u svakoj od aktivnih stranica provodnika se indukuju elektromotorne sile intenziteta $e = B \cdot l \cdot v$. Rezultantna elektromotorna sila navojka E je dvostruko veća jer se one algebarski sabiraju u navojku:

$$E = 2 \cdot e = 2 \cdot B \cdot l \cdot v = 2 \cdot B \cdot l \cdot \omega \cdot D/2 = \Phi_p \cdot \omega$$

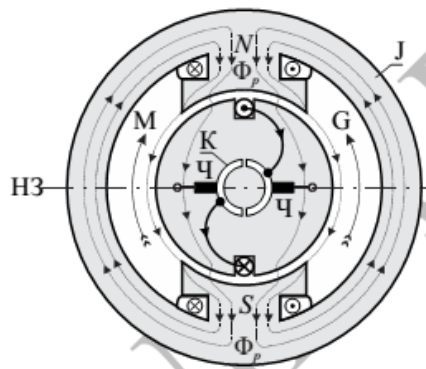
Koeficijent srazmere između rezultantne elektromotorne sile navojka rotora E i ugaone brzine obrtanja ω predstavlja rezultantni fluksni obuhvat namotaja rotora Φ_p .

Konverzija energije iz električne u mehaničku je ponovo izvršena kroz sprežno magnetsko polje! Važno je napomenuti da je promena režima rada *MJS* ostvarena promenom toka energije, bez izmene konstrukcije! Ova osobina se naziva reverzibilnost!

➤ ELEMENTI KONSTRUKCIJE

Pod pojmom mašine jednosmerne struje smatramo rotacione električne mašine koje imaju četkice i komutator a napajaju se jednosmernim naponom (nemaju nikakav uređaj energetske elektronike).

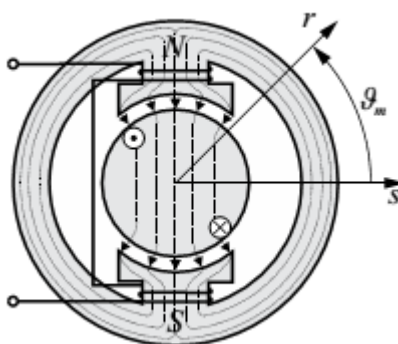
Razlikujemo nepomični deo mašine, tzv. *stator*, i pomični deo, *rotor*! Svaki od pomenutih delova ima svoje magnetsko i električno kolo!



Šematski presek pojednostavljene dvopolne mašine jednosmerne struje (oznake odgovaraju generatorskom režimu rada) – J- jaram, S i N- glavni polovi, P- pobudni namotaj, PN- polni nastavci, A- indukt, K- komutator, Č- četkice, NZ- neutralna zona (osa), 1 i 2 - pojednostavljeni namotaj rotora

- *konstrukcija statora*

Namotaj na statoru ima ulogu da proticanjem jednosmerne struje stvori magnetsko polje u mašini.



Izgled magnetskog kola statora i postavljanje namotaja pobude MJS

Magnetno kolo statora kod *MJS* je prepoznatljivo po postojanju "isturenosti" tj. polova (nema cilindričan oblik)! Oko glavnih polova nalazi se namotaj pobude koji je koncentričan a čiji je smer namotavanja takav da se po obimu naizmenično smenjuju severni i južni pol. Kod mašina velike snage magnetno kolo statora ima i pomoćne polove. Oni su uži i kraći od glavnih polova i nalaze se između svaka dva susedna glavna pola. Pomoćni namotaji su vezani redno sa rotorskim namotajem. Pomoćni polovi imaju ulogu da smanje iskrenje četkica.

Prilikom proticanja jednosmerne struje kroz namotaj pobude uspostavlja se konstantno magnetsko polje na statoru! Zbog toga se magnetsko kolo statora može

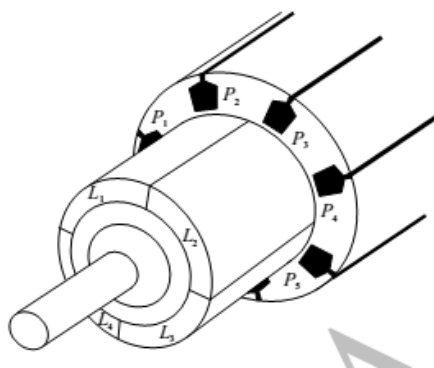
izrađivati iz jednog komada. Ipak, iz tehnoloških razloga, se magnetsko kolo statora izrađuje od feromagnetskih limova.

Alternativna konstrukciona varijanta *MJS* podrazumeva da se umesto namotaja na statoru ugrade stalni magneti čija će uloga biti da stvore konstantno magnetsko polje!

▪ *konstrukcija rotora*

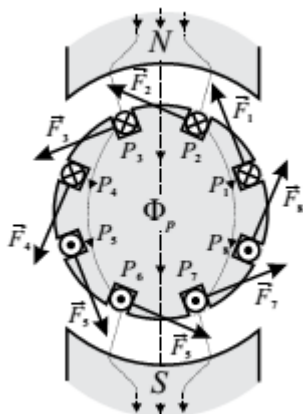
Magnetsko kolo rotora je cilindričnog oblika (ako se zanemare žlebovi za smeštaj namotaja) i izrađuje se od izolovanih feromagnetskih limova radi smanjenja gubitaka usled vrtložnih struja. Kroz namotaj na rotoru protiče struja, a on se nalazi u stranom magnetskom polju (polju koje stvara stator). Kod *MJS* se rotorski namotaj napaja mehaničkim kontaktom preko grafitnih četkica i komutatora.

Četkice se nalaze u držaču četkica koji je pričvršćen za stator. Svaku četkicu na komutator pritiska opruga radi ostvarenja što boljeg kontakta. Na vratilu se nalazi komutator na koji naležu četkice. Komutator ima izgled polisegmentnog prstena: čine ga segmenti (*lamelle* ili *kriške*) od tvrdog bakra izolovani međusobno i u odnosu na vrtilo. Sa lamela polaze provodnici rotorskog namotaja. Komutator i četkice su osetljivi na mehanička i električna oštećenja što predstavlja slabu tačku motora jednosmerne struje, slika ispod.



Postavljanje provodnika rotora; pogled sa strane komutatora

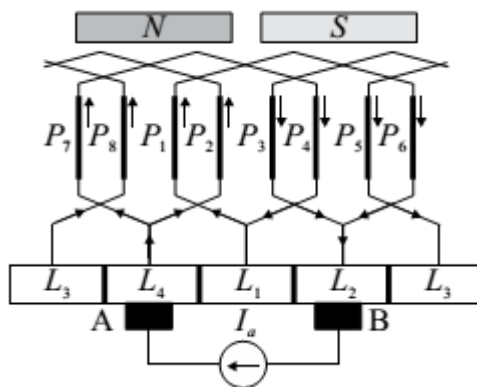
Namotaj rotora je najsloženiji deo *MJS*. Na prethodnim slikama je on prikazan kao jedna koncentrična kontura od dva provodnika sa strujama suprotnih smerova ispod suprotnih polova pobude. U praksi, u cilju iskorišćenja raspoloživog prostora i nastojanja da se umanje pulsacije momenta a time i oblik elektromotorne sile približio idealnom jednosmernom naponu, umesto jednog navojka, rotor se gradi sa žlebovima sa provodnicima postavljenim po celom obimu!



Postavljanje provodnika rotora; struje i odgovarajuće sile koje stvaraju rezultatni obrtni momenat

Kroz sve provodnike ispod jednog pola protiču struje jednog smera, a kroz provodnike pod suprotnim polom suprotnog smera, što je zasluga komutatora i četkica! U svakom žlebu se obično nalazi veći broj provodnika! Prema načinu spajanja provodnika u žlebovima rotora postoje petljast i valoviti namotaj!

Razvijena šema namotaja rotora sa četiri žleba u kojima je smešteno osam provodnika $P_1 - P_2$ i četiri lamele $L_1 - L_4$ je prikazana na slici ispod!



Razvijena šema dvoslojnog namotaja rotora sa osam provodnika smeštenih u četiri žleba i sa komutatorom sa četiri lamele

➤ PODELA MJS

Već je rečeno da se prema konstrukciji statora razlikuju dve vrste MJS:

- MJS sa namotajem na statoru;
- MJS sa stalnim magnetima na statoru;

Prema načinu spajanja namotaja pobude u odnosu na namotaj indukta (namotaj indukta je drugi naziv za namotaj rotora), razlikujemo sledeće osnovne vrste pobude:

- *nezavisna pobuda* – kod koje je namotaj pobude spojen na poseban spoljašnji izvor napona, koji je potpuno nezavisan od prilika u mašini. Pobudni namotaj je dimenzionisan prema tom spoljnjem naponu. Vrednost pobudne struje može se podešavati, nezavisno od prilika u samoj mašini, ako u strujnom kolu pobude postoji promenljivi otpornik ili odgovarajući pretvarač energetske elektronike;
- *otočna (paralelna) pobuda* – kod koje je pobudni namotaj spojen paralelno na namotaj indukta. Pobudna struja kreće se u granicama 1% do 5% struje indukta, pri čemu se manja vrednost odnosi na mašine većih snaga. Za postizanje potrebne magnetopobudne sile (NI), pošto je struja magnećenja mala, potrebno je da paralelni namotaj ima veliki broj navojaka. Otpor paralelnog namotaja je izraženo velik;
- *redna (serijska) pobuda* – kod koje je pobudni namotaj spojen na red sa namotajem indukta. Za dimenzionisanje namotaja pobude merodavna je struja indukta. Za postizanje odgovarajuće magnetopobudne sile, pošto je struja velika, broj navojaka namotaja redne pobude ne mora biti velik. Teži se da otpor rednog namotaja pobude bude što manji, kako bi pad napona na njemu bio što manji;
- *složena pobuda* – gde pored glavnog, nezavisnog ili paralelnog, postoji i pomoćni, redni pobudni namotaj. U zavisnosti od toga da li su glavni i pomoćni pobudni namotaj izvedeni tako da im se fluksevi potpomažu ili suprotstavljaju, razlikujemo aditivnu, odnosno diferencijalnu, složenu pobudu.

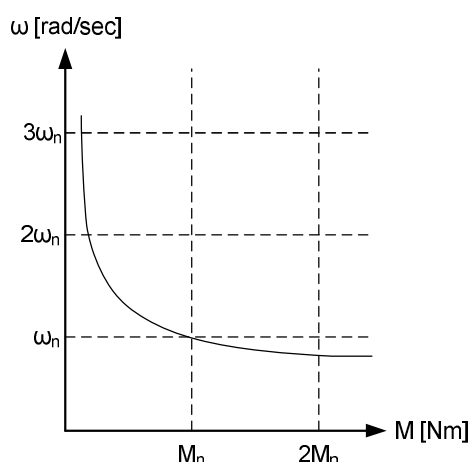
➤ OBLAST PRIMENE

Iako *MJS* mogu da rade kao generatori (reverzibilnost električnih mašina), one se gotovo uopšte ne upotrebljavaju u tu svrhu. Razlog tome je dobijanje jednosmernog napona pomoću daleko manjih, jeftinijih i pouzdanijih uređaja - ispravljača (uređaji energetske elektronike). Jedini izuzetak su mašine male snage koje služe kao davači brzine – tahogeneratori.

MJS se koriste kao motori. U odnosu na mašine naizmenične struje (asinhrona i sinhrona) karakteristike *MJS* su drastično lošije: za istu snagu i momenat teže su (2–3 puta), skuplje (pored više materijala komplikovanja je izrada rotora) i manje su pouzdane (četkice i komutator oštećuje trenje i električna struja – pojava iskrenja).

Nezavisno pobuđen motor jednosmerne struje se od svih vrsta *MJS* najčešće primenjuje u elektromotornim pogonima za upravljanje i regulaciju brzine obrtanja.

Redno pobuđen motor jednosmerne struje se u praksi najčešće primenjuje u električnoj vuči. Ovaj motor predstavlja veoma fini menjač brzine (bez skupih sklopova zupčanika). Iz mehaničke karakteristike se vidi da je veoma opasno ostaviti redni motor neopterećen ($0 \rightarrow M$, $\infty \rightarrow n$), jer tada može doći do eksplozije rotora. U mehanici se to postiže sklopovima zupčanika. Kod jako velikih snaga nemoguće je napraviti tako veliki menjač, pa se tada se mora pristupiti električnom rešenju prenosa snage. Tako npr. kod dizel električnih lokomotiva dizel motor pogoni jednosmerni generator, a redni motori jednosmerne struje, koji se napajaju iz jednosmernog generatora a nalaze u točkovima, pokreću lokomotivu.



Karakteristika momenta motora jednosmerne struje sa rednom pobudom

➤ ENERGETSKI BILANS

Gubici koji se pojavljuju kod mašina jednosmerne struje mogu da se podela na:

- *gubici u namotaju statora* – usled proticanja jednosmerne struje (Džulovi gubici u statoru) $P_{cus} = R_P \cdot I_P^2$, (kod *MJS* sa stalnim magnetima ovi gubici ne postoje);
- *gubici u namotaju rotora* – usled proticanja struje kroz rotorski namotaj $P_{cur} = R_a \cdot I_a^2$, uključeni su otpori svih namotaja u kolu indukta i prelazni otpor na četkicama;
- *mehanički gubici* – usled obrtanja rotora (trenje rotora o vazduh i četkica o komutator kao i ventilacija ako je samoventilirajuća *MJS*);

- *gubici u magnetskom kolu rotora* – usled obrtanja rotora gde se magnetsko kolo preseca sa linijama polja i gubici na polnim nastavcima statora usled pulsacije struje (Napomena: gubici u gvožđu statora – jarmu *ne postoje* jer je polje kroz njega konstantno).

➤ JEDNAČINE STACIONARNOG STANJA MJS SA NEZAVISNOM POBUDOM

- *Jednačina naponske ravnoteže namotaja rotora*
 - *za generatorski režim rada;*

$$E = U_a + R_a \cdot I_a$$

Rezultantna elektromotorna sila rotorskog namotaja E daje napon na priključkama U_a umanjen za komponentu pada napona na otporu namotaja rotora!

- *za motorski režim rada;*

$$U_a = E + R_a \cdot I_a$$

Rezultantna elektromotorna sila rotorskog namotaja E drži ravnotežu naponu na priključkama U_a !

U vrednost R_a su uključeni otpori svih namotaja u kolu indukta i prelazni otpor na četkicama.

- *Jednačina naponske ravnoteže namotaja statora*

$$U_P = R_P \cdot I_P$$

U kolu statora, priključenom naponu U_P ravnotežu drži samo omska komponenta pada napona!

- *Definicioni obrazac za elektromagnetski momenat*

$$M = \Phi_P \cdot I_a$$

Obrtni momenat M u režimu motora obezbeđuje pogon radnom mehanizmu, dok u režimu generatora drži ravnotežu (deluje protiv) momentu pogonske mašine.

- *Definicioni obrazac za indukovanu elektromotornu silu u namotaju rotora*

$$E = \Phi_P \cdot \omega$$

Indukovana elektromotorna sila je srazmerna proizvodu fluksnog obuhvata Φ_P i ugaone brzine obrtanja rotora ω .

➤ **MOMENTNA KARAKTERISTIKA MJS SA NEZAVISNOM POBUDOM**

Momentna karakteristika *MJS* (mehanička karakteristika) predstavlja zavisnost brzine obrtanja rotora od elektromagnetskog momenta, $\omega = f(M)$.

Na slici ispod, *karakteristika 1* predstavlja prirodnu (karakteristika koja se ima pri nominalnim uslovima napajanja motora U_{an} i Φ_{Pn} i bez dodatih otpora u kolu rotora $R_d = 0$) momentnu karakteristiku motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom. Nominalna radna tačka sa kordinatama (ω_n, M_n) se ima pri nominalnom momentu opterećenja!

Momentna karakteristika se može analitički iskazati korišćenjem definicionog obrasca za ugaonu brzinu obrtanja rotora kada se ista izrazi u zavisnosti od elektromagnetskog momenta:

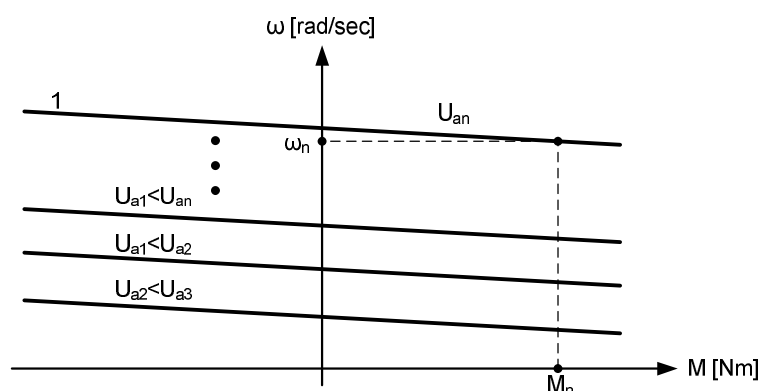
$$E = \Phi_P \cdot \omega \rightarrow \omega = \frac{E}{\Phi_P} = \frac{U_a - R_a \cdot I_a}{\Phi_P} = \frac{U_a - R_a \cdot M / \Phi_P}{\Phi_P}$$

odakle se, nakon preuređenja, dobija:

$$\omega = \frac{U_a}{\Phi_P} - \frac{R_a}{\Phi_P^2} \cdot M = \omega_0 - \Delta\omega$$

- $\omega_0 = U_a / \Phi_P$ – brzina obrtanja praznog hoda;
- $\Delta\omega = R_a / \Phi_P^2 \cdot M$ – pad brzine.

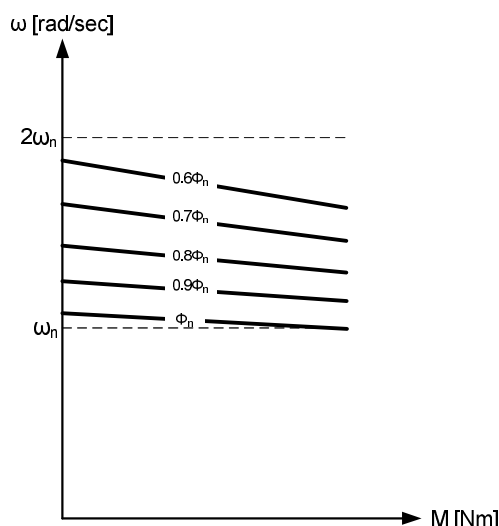
Prikazana jednačina opisuje linearnu zavisnost između brzine obrtanja i momenta *MJS*, gde brzina obrtanja pada sa porastom momenta opterećenja! Konstrukcijom se nastoji obezbediti da vrednost otpora $R_a \rightarrow 0$, što povlači na zaključak da se brzina obrtanja vrlo malo menja sa promenom opterećenja, tzv. „tvrda“ karakteristika.



Familija karakteristika momenta motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom pri promeni napona napajanja armaturnog kola

Korišćenjem analitičkog obrasca možemo da ispitamo uticaj promena napona napajanja indukta na mehaničku karakteristiku. Praktično, pri smanjenju napona napajanja dolazi do translatornog pomeranja prirodne mehaničke karakteristike na niže. Brzina obrtanja praznog hoda se srazmerno menja sa naponom rotora, dok koeficijent pada brzine ostaje nepromenjen!

Na sledećoj slici su date mehaničke karakteristike motora sa nezavisnom pobudom pri nominalnom naponu napajanja armaturnog kola U_{an} , a za razne vrednosti pobude počev od nominalnog fluksa Φ_{Pn} , pa do 60% te vrednosti u skokovima po 10% naniže. Karakteristike se pomiču na gore (znači pri smanjenju pobude brzina raste), a istovremeno se i koeficijent pada brzine uvećava.



Familija karakteristika momenta motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom pri promeni struje pobude

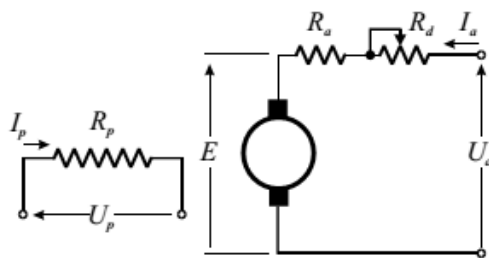
➤ **EKSPLOATACIJA MJS**

Pod pojmom eksploatacija *MJS* podrazumeva se puštanje u rad i regulacija brzine obrtanja/položaja rotora!

▪ *puštanje u rad*

Puštanje motora jednosmerne struje iz stanja mirovanja je složen problem. Pošto se radi o nezavisno pobuđenom motoru onda je pre priključka strujnog kola indukta motor potrebno pobuditi punim fluksom Φ_{Pn} , kako se ne bi pojavila mogućnost pobega (velikog povećanja brzine) motora usled slabog fluksa (postoji magnetska remanencija

usled histerezisa ukoliko magnetsko kolo nije pre toga bilo nenamagnetisano). Dakle, tek kod potpuno pobuđenog motora (uspostavljena nominalna pobudna struja), indukt se priključuje na napon izvora (jednosmerne mreže). Prilikom puštanja u rad u motoru se mogu javiti veoma velike struje, što se može videti iz jednostavne analize koja sledi. U trenutku puštanja u rad imamo: $n = 0 \rightarrow E = 0$. Iz naponske jednačine motora $U_a = E + R_a I_a$ sledi $I_a = U_a / R_a \gg I_n$. Dozvoljena polazna struja ograničena je vrednošću koju motor može da komutuje bez varničenja ili dozvoljenim opterećenjem mreže odnosno priključaka za napajanje motora. Za ograničenje struje prilikom puštanja motora u rad koriste se specijalni otpori priključeni na red sa namotajem indukta. Oni su tako odabrani da struja pri puštanju u rad ne bude mnogo veća, npr. najviše dva puta, od naznačene. Otpornici za puštanje u rad mogu ponekad i da služe za regulisanje brzine obrtanja, ali tada moraju da trajno izdrže punu struju opterećenja motora. Ako služe samo za pokretanje, onda su dimenzionisani za kratkotrajni rad i kao takvi su znatno jeftiniji.



Dodavanje otpornosti u kolo armature u svrhe ograničenja polazne struje prilikom zaleta MJS

Drugi način puštanja u rad bi bio, da nakon uspostavljanja nominalne pobude u motoru, obezbedimo postepeno podizanje napona indukta. Često se za to koriste tiristorski ispravljači ili *DC-DC* pretvarači (čoperi).

Kod motora manjih snaga relativne vrednosti otpora indukta su veće, tako da nije potrebno koristiti otpornike za puštanje u rad jer je struja puštanja neznatno veća od naznačene.

- *regulacija brzine obrtanja/pozicije rotora*

Mogućnost kontinualnog regulisanja brzine obrtanja u širokim granicama je održala motore jednosmerne struje u konkurenciji sa naizmeničnim motorima kod pogona sa promenljivom brzinom obrtanja. Prema ranije navedenom izrazu:

$$\omega = \frac{U_a}{\Phi_p} - \frac{R_a}{\Phi_p^2} \cdot M$$

brzinu obrtanja motora jednosmerne struje možemo vršiti na tri osnovna načina:

- *promenom napona napajanja armaturnog namotaja U_a ;*
- *promenom pobudnog fluksa u mašini Φ_p ;*
- *promenom otpora u kolu indukta.*

Od ova tri navedena načina, praktično se najčešće primenjuju prva dva načina.

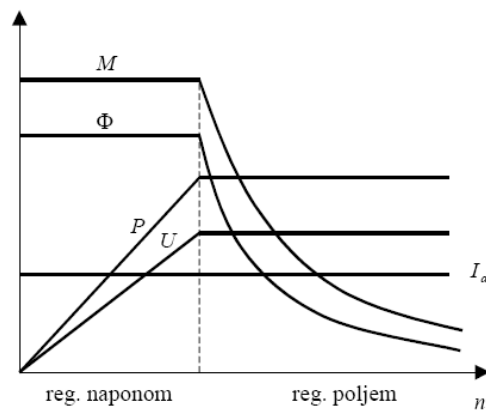
Regulacija naponom armature je efikasna počevši od brzine obrtanja jednako nuli, pa do brzine koja odgovara naznačenom naponu motora, uz neku konstantnu, obično naznačenu pobudu. To je veliki opseg regulacije, i kod mašina sa nezavisnim hlađenjem, u odnosu na brzinu obrtanja, motor se u celom ovom opsegu može opteretiti konstantnom strujom, odnosno konstantnim momentom (uz konstantnu pobudu), tako da je snaga motora proporcionalna brzini obrtanja, odnosno približno proporcionalna sa naponom. Kod motora hlađenih ventilatorom ugrađenim na vratilu mašine, kod manjih brzina se mora smanjiti struja, odnosno momenat, da ne bi došlo do pregrevanja.

Regulacija poljem se sprovodi tako da se priključeni napon drži na konstantnoj vrednosti, a magnetsko polje se smanjuje smanjenjem struje pobude. Opseg regulacije je otprilike 2: 1 za motore normalne izvedbe, tj. sa regulacijom brzine se može ići do dvostruke vrednosti u odnosu na brzinu kod punog magnetnog fluksa. Dalje smanjenje fluksa se ne praktikuje, jer bi rad motora mogao da postane nestabilan, te može lako da pobegne (eksplozija rotora), nastupaju poteškoće kod komutacije, a mora se voditi računa i o mehaničkim naprezanjima usled centrifugalnih sila koja rastu sa kvadratom brzine obrtanja.

Upravljanje brzinom obrtanja *dodavanjem otpora u kolo indukta* se vrši u slučaju da se u pogonu ima neupravljiv izvor konstantnog napona (tradicionalni pogoni koji nisu imali pretvarače energetske elektronike). Ovakva kontrola je danas neopravdana sa aspekta energetske efikasnosti jer se na račun uvećanja gubitaka u kolu indukta smanjuje brzina obrtanja.

Za regulaciju brzine obrtanja motora jednosmerne struje prirodno je da se konstantni momenat postiže regulacijom napona, dok se konstantna snaga postiže regulacijom poljem.

Upravljačka karakteristika *MJS* sa nezavisnom pobudom u celokupnom opsegu brzina, koji pored baznog opsega uključuje i brzine obrtanja veće od nominalne (opseg slabljenja polja) je grafički ilustrovana u nastavku.



Upravljačka karakteristika MJS u celokupnom opsegu brzina obrtanja

➤ DINAMIČKI MODEL MJS SA NEZAVISNOM POBUDOM – NE IDE NA ISPIT

Dinamički model *MJS* sa nezavisnom pobudom predstavlja nadogradnju modela u stacionarnom stanju kada su u jednačine uključeni i inercioni elementi koji modeluju konačnu brzinu uspostavljanja struje I_a , fluksa Φ_P i brzine obrtanja rotora ω na eksitacione varijable, napona rotora U_a , napona pobude U_P i elektromagnetskog momenta M .

Jednačina naponske ravnoteže namotaja rotora:

$$L_a \cdot \frac{dI_a}{dt} = U_a - E - R_a \cdot I_a$$

Jednačina naponske ravnoteže namotaja statora:

$$\frac{d\Phi_P}{dt} = U_P - R_P \cdot I_P$$

Jednačina mehaničke ravnoteže (balansa) – mehanički podsistem:

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt} = M - M_{opt}$$

Definicija indukovane elektromotorne sile rotacije:

$$E = \Phi_P \cdot \omega$$

Definicija elektromagnetnog momenta nezavisno pobuđene mašine jednosmerne struje:

$$M = \Phi_P \cdot I_a$$

- L_a – induktivnost rotorskog namotaja – parametar *akumulacije* magnetske energije u elektromagnetnom podsistemu namotaja rotora;

- J – momenat inercije obrtnih masa mašine jednosmerne struje – parametar *akumulacije* kinetičke energije u mehaničkom podsistemu;
- M_{opt} – momenat opterećenja na vratilu rotora.

Matematički model mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom se sastoji od skupa tri diferencijalne jednačine prvog reda i dve skalarne jednačine. Model opisuje sistem međusobno spregnutih jednačina (podsistema) koje opisuju proces elektromehaničke konverzije u mašini.

U narednim analizama će se podrazumevati da je fluks u mašini konstantan i nominalan, $\Phi_P = \Phi_{Pn}$, pa se isti tretira kao parametar u modelu. Odgovarajuća druga diferencijalna jednačina gornjeg dinamičkog modela postaje algebarska, sistem se svodi na sistem drugog reda.

Prikazan u formi prostora stanja sa ulaznim varijablama U_a i M_{opt} , varijablama stanja I_a i ω , model postaje:

$$\begin{aligned} T_a \cdot \frac{dI_a}{dt} &= -I_a + \frac{1}{R_a} \cdot (U_a - \Phi_P \cdot \omega) \\ J \cdot \frac{d\omega}{dt} &= (\Phi_P \cdot I_a - M_{opt}) \end{aligned}$$

uz definisanu vremensku konstantu:

- $T_a = L_a/R_a$ – vremenska konstanta elektromagnetskog podsistema;

Sistem je linearan te se može napisati u matricnoj notaciji:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_a \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_a} & -\frac{\Phi_P}{R_a T_a} \\ \frac{\Phi_P}{J} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_a T_a} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_a \\ M_{opt} \end{bmatrix}$$

Ukoliko se uzme u obzir da je vektor izlaza $[\omega \ I_a]^T$ tada važi jednačina izlaza:

$$\begin{bmatrix} \omega \\ I_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_a \\ M_{opt} \end{bmatrix}$$

Odgovarajuće matrice sistema A , ulaz B , izlaza C kao i direktne matrice D su definisane na sledeći način:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_a} & -\frac{\Phi_P}{R_a T_a} \\ \frac{\Phi_P}{J} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_a T_a} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dok su vektori varijabli stanja \mathbf{x} , ulaza \mathbf{u} i izlaza \mathbf{y} :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} I_a \\ \omega \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} U_a \\ M_{opt} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \omega \\ I_a \end{bmatrix}$$

Predstavljen u operatorskom domenu putem mehanizma funkcije prenosa od vektora ulaza \mathbf{u} do vektora izlaza \mathbf{y} :

$$\mathbf{H}(p) = \frac{\mathbf{y}(p)}{\mathbf{u}(p)} = \mathbf{C} \cdot (p\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{D}$$

dobija se uvrštavanjem matrica \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} i \mathbf{D} sledeća matrična funkcija prenosa:

$$\begin{bmatrix} \omega \\ I_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Phi_P/R_a}{J \cdot T_a \cdot p^2 + J \cdot p + \Phi_P^2/R_a} & \frac{-(T_a \cdot p + 1)}{J \cdot T_a \cdot p^2 + J \cdot p + \Phi_P^2/R_a} \\ \frac{J/R_a}{J \cdot T_a \cdot p^2 + J \cdot p + \Phi_P^2/R_a} & \frac{\Phi_P/R_a}{J \cdot T_a \cdot p^2 + J \cdot p + \Phi_P^2/R_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_a \\ M_{opt} \end{bmatrix}$$

Svaki od članova matrice prenosa sistema predstavlja pojedinačne funkcije prenosa od odgovarajućeg ulaza do izlaza.

Imenici funkcija prenosa od ulaza do izlaza su identični i definišu polove sistema tj. određuju tranzijentne karakteristike sistema motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom. Imenilac funkcije prenosa sistema predstavlja karakterističnu jednačinu sistema koja se dobija kao:

$$\det(p\mathbf{I} - \mathbf{A}) = J \cdot T_a \cdot p^2 + J \cdot p + \Phi_P^2/R_a = 0$$

i ima za rešenja:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2T_a} \pm j \sqrt{\frac{\Phi_P^2/R_a}{T_a \cdot J} - \frac{1}{4T_a^2}}$$

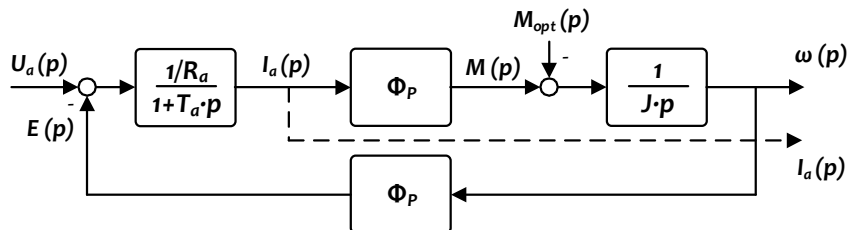
Karakteristična jednačina se može predstaviti u specijalnom obliku:

$$p^2 + 2\zeta\omega_n \cdot p + \omega_n^2 = 0$$

gde je ζ faktor relativnog prigušenja a ω_n prirodna neprigušena učestanost sistema.

Oba parametra predstavljaju frekvencijske karakteristike sistema drugog reda za koje važi:

- $\zeta \geq 1$ – postiže se aperiodičan odziv,
- $0 < \zeta < 1$ – postiže se prigušeno oscilatoran odziv.



Opšta blok šema elektromotornog pogona MJS sa stalnom pobudom

- *Identifikacija funkcija prenosa sistema drugog reda (bez konačne nule):*

$$\frac{\omega(p)}{U_a(p)} = \frac{I_a(p)}{M_{opt}(p)} = \frac{1}{\Phi_p} \cdot \frac{\Phi_p^2 / (R_a \cdot J \cdot T_a)}{p^2 + (1/T_a) \cdot p + \Phi_p^2 / (R_a \cdot J \cdot T_a)}$$

$$= K \cdot \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\zeta\omega_n \cdot p + \omega_n^2} = 0$$

Pojačanje iznosi:

$$K = \frac{1}{\Phi_p}$$

Faktor relativnog prigušenja i neprigušena prirodna učestanost oscilovanja se određuju identifikacijom koeficijenata polinoma drugog reda

$$2\zeta\omega_n = \frac{1}{T_a}, \quad \omega_n^2 = \frac{\Phi_p^2}{(R_a \cdot J \cdot T_a)}$$

čime se dobija:

$$\zeta = \frac{\sqrt{R_a}}{2\Phi_p} \cdot \sqrt{\frac{J}{T_a}}, \quad \omega_n = \frac{\Phi_p}{\sqrt{R_a \cdot J \cdot T_a}}$$

- *Identifikacija funkcija prenosa sistema drugog reda kada postoji konačna nula:*

Slučaj sistema sa konačnom nulom u koordinatnom početku:

$$\frac{I_a(p)}{U_a(p)} = \frac{1}{R_a} \cdot \frac{(1/T_a) \cdot p}{p^2 + (1/T_a) \cdot p + \Phi_p^2 / (R_a \cdot J \cdot T_a)} = K \cdot \frac{2\zeta\omega_n \cdot p}{p^2 + 2\zeta\omega_n \cdot p + \omega_n^2} = 0$$

Pojačanje iznosi:

$$K = \frac{1}{R_a}$$

dok su parametri relativnog prigušenja i neprigušene prirodne učestanosti identični kao u slučaju funkcije prenosa kada ne postoji konačna nula.

Slučaj sistema sa konačnom nulom na realnoj osi van koordinatnog početka:

$$\frac{\omega(p)}{M_{opt}(p)} = -\frac{(1/J) \cdot (p + 1/T_a)}{p^2 + (1/T_a) \cdot p + \Phi_p^2 / (R_a \cdot J \cdot T_a)} = K \cdot \frac{(p + 2\zeta\omega_n)}{p^2 + 2\zeta\omega_n \cdot p + \omega_n^2} = 0$$

Pojačanje K i presečna učestanost integracije ω_{pr} iznose redom:

$$K = -\frac{1}{J}$$

dok su parametri relativnog prigušenja i neprigušene prirodne učestanosti identični kao u slučaju funkcije prenosa kada ne postoji konačna nula.