

ELEKTROSTATIKA

➤ ELEKTROSTATIČKA SILA I KULONOV ZAKON

U prirodi postoje dve različite vrste naelektrisanja, koja su nazvana pozitivna i negativna. Prisustvo naelektrisanja je relativno teško primetiti jer su zbog zakona međusobnog privlačenja raznoimenih naelektrisanja ona uglavnom raspoređena tako da je makroskopska suma jednaka nuli. Da bi se naelektrisanje došlo do izražaja potrebna je neka vrsta "akcije". Još u 18-om veku proglašeno je da po definiciji u slučaju trljanja stakla svilom staklo postaje "pozitivno" naelektrisano. Danas se ovo objašnjava time da svila "odnosi" staklu elektrone, ostavljajući ga pozitivno naelektrisanim, dok ona postaje negativno naelektrisana. Drugi primer je trljanje plastike vunom – plastika postaje negativno naelektrisana a vuna pozitivno.

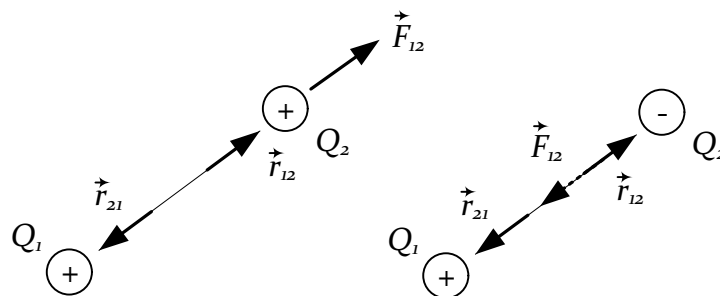
Kulonov zakon izražava silu koja deluje između čestice 1 sa naelektrisanjem q_1 [C] i čestice 2 sa naelektrisanjem q_2 [C], koje su međusobno udaljene r [m]. On glasi:

$$\vec{F}_{1na2} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \vec{r}_{12} [N]$$

gde je:

- $\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$ [F/m] – permitivnost sredine (dielektrična konstanta sredine);
- ε_0 [F/m] – permitivnost vakuumu ($\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ [F/m]);
- ε_r – relativna permitivnost sredine (za vazduh $\varepsilon_r \approx 1$)!

Izraz za Kulonovu silu, dat gore, izražen je u vektorskoj formi. Ilustracija dva naelektrisana tačkasta tela među kojima deluje Kulonova sila data je na slici ispod:



Na slici su prikazane dve situacije dejstva sile na naelektrisana tela. Vidi se da ako su naelektrisanja istog predznaka da je sila koja deluje među njima odbojna, a u situaciji kada su naelektrisanja raznoimena da je sila privlačnog karaktera.

Naravno, zakon akcije i reakcije važi za Kulonove sile (kako je $\vec{r}_{12} = -\vec{r}_{21}$ to je $\vec{F}_{1na2} = -\vec{F}_{2na1}$).

U situaciji kada bi imali više tačkastih naelektrisanja, ekvivalentna sila koja deluje na jedno razmatrano naelektrisanje mogla bi se naći primenom principa superpozicije tj. vektorskim sumiranjem sila kojima svako pojedinačno telo deluje na razmatrano naelektrisanje.

➤ JAČINA ELEKTRIČNOG POLJA I SKALARI – ELEKTRIČNI POTENCIJAL I NAPON

Ako u neki prostor unesemo naelektrisanu česticu i primetimo da na nju deluje sila, onda se kaže da u tom prostoru postoji "*električno polje*". Naravno unošenje relativno velikog naelektrisanja će zbog privlačenja i odbijanja sa izvorima postojećeg polja izazvati promenu polja, zbog toga se ovde podrazumeva unošenje naelektrisanog tela sa vrlo malom vrednošću naelektrisanja q . Električno polje se kvantitativno opisuje jačinom električnog polja:

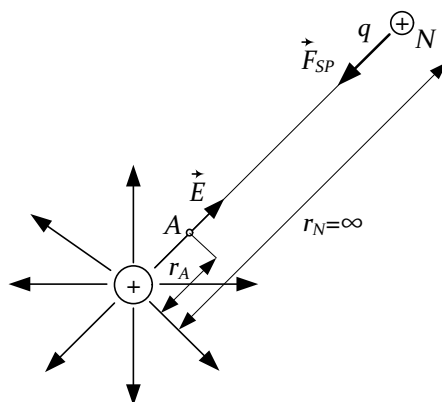
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{naq}}{q} [V/m]$$

Jedna od definicija električnog polja je: "*Električno polje predstavlja posebno fizičko stanje u okolini naelektrisanog tela koje se vidno manifestuje u pojavi mehaničke sile, koja deluje na naelektrisano telo uneseno u to polje* "

Umesto jačine električnog polja (koja je vektorska veličina) praktičnije je koristiti električni potencijal tačke od interesa u odnosu na referentnu tačku (*u beskonačnosti*). Ova veličina, kako joj i ime kaže: "*izražava mogućnost električnog polja da vrši rad*".

Potencijal je količnik rada potrebnog za premeštanje naelektrisanja q iz referentne tačke u tačku A i tog naelektrisanja:

$$V_A = \frac{A_{NA}}{q} = \frac{-\int_A^N \vec{F}_{SP} \cdot d\vec{l}}{q} = \int_A^N \vec{E} \cdot d\vec{l} [V]$$



Razlika potencijala između dve tačke A i B u električnom polju se naziva napon:

$$U_{AB} = V_A - V_B = \int_A^N \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_B^N \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A^N \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_N^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} [V]$$

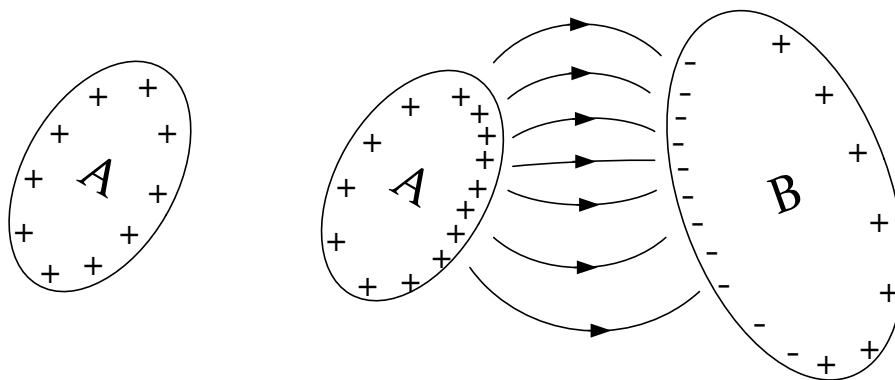
Poslednja relacija pokazuje da razlika potencijala u proizvoljnim tačkama A i B elektrostatičkog polja ne zavisi od izbora referentne tačke N i matematičkim iskazano jednaka je linijskom integralu vektora \vec{E} duž putanje proizvoljnog oblika od tačke A do tačke B.

➤ ELEKTROSTATIČKA INDUKCIJA

Ako razmatramo neko provodno naelektrisano telo, zapazićemo da će se naelektrisanja na površini tog tela rasporediti u vrlo tankom sloju i to tako da se, što je više moguće, udalje jedna od drugih (zbog dejstva odbojnih sila). Naravno, raspodela naelektrisanja na površini provodnih tela je u direktnoj zavisnosti sa oblikom provodnog tela. *Bitno je naglasiti da je veličina električnog polja unutar provodnih tela jednaka 0. Ova činjenica se koristi prilikom tzv. "oklapanja", kada se u metalni, Faradejev kavez postavlja element koji treba biti zaštićen od uticaja spoljašnjeg elektrostatičkog polja (česta primena u elektronici kada se kontrolni elementi postavljaju unutar metalnog kućišta).*

Zamislamo sada situaciju da u okruženje provodnog tela unesemo drugo nenaelektrisano telo. Primetićemo da će, u kratkom vremenskom intervalu tj. praktično trenutno, doći do *preraspodele* naelektrisanja na oba tela. Preraspodela naelektrisanja će trajati do trenutka postizanja ravnotežnog stanja. *Ova pojava, da se na površini*

nenaelektrisanog tela pojave opterećenja se naziva *elektrostatička indukcija*. Opterećenja tj. naelektrisanja koja su nastala dejstvom indukcije se nazivaju *indukovana opterećenja*. Potrebno je naglasiti da je i dalje algebarska suma naelektrisanja na telu na kojem je došlo do indukcije 0, samo je izvršena njihova preraspodela. Ilustracija je prikazana na slici, pri čemu slika levo odgovara situaciji kada je naelektrisano telo usamljeno, a slika desno odgovara situaciji kada se u okruženje naelektrisanog provodnog tela unese nenaelektrisano provodno telo:



➤ ELEKTROSTATIČKI PRETVARAČI. KONDENZATORI

Pojava sile između naelektrisanih čestica mogla bi se iskoristiti za pretvaranje električne energije u mehaničku, npr. pomoću motora. Međutim, zbog vrlo male vrednosti permitivnosti vakuuma dobijaju se veoma male sile. To znači da bi takvi motori za praktičnu upotrebu (u domaćinstvu, industriji...) morali biti enormno velikih dimenzija. Drugi način povećanja sile je povećanje jačine električnog polja, što zbog definicije znači i povećanje napona. Rad pri visokom naponu zahteva velika sredstva za izolaciju i predstavlja stalnu opasnost, zbog čega elektrostatički pretvarači električne energije u mehaničku nisu našli masovnu primenu. Videćemo da je u slučaju elektromagnetne sile, sila proporcionalna električnoj struji, a ne naponu, što omogućava znatno manje dimenzije pretvarača i rad pri manjem naponu.

Ukoliko bi smo posmatrali jedno naelektrisano telo, možemo reći da to naelektrisano telo ima, u odnosu na neku referentnu tačku, potencijal V . Ukoliko tom naelektrisanom telu povećamo količinu naelektrisanja za neki iznos ΔQ naravno zaključujemo i da će se nivo potencijala, gledano u odnosu na istu tačku promeniti proporcionalno promeni naelektrisanja. Tako dolazimo do zaključka da je potencijal nekog usamljenog tela srazmeran sa njegovim naelektrisanjem i tu srazmernost obično pišemo kao:

$$Q = C \cdot V$$

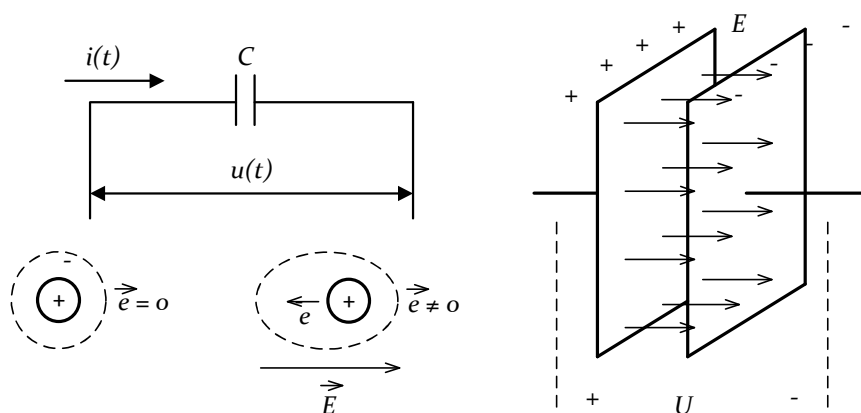
Koeficijent srazmernosti se naziva kapacitivnost i zavisi samo od oblika tela i dielektrika tj. izolatora koji okružuje naelektrisano telo. Kondenzatori su pasivne komponente (nisu pretvarači) koji se masovno primenjuju i rade na principu elektrostatičke sile. Kondenzator je sistem od dva provodna tela (zvana elektrode) sa izolatorom (dielektrikom) između njih. Naelektrisanja na provodnim telima će zbog ravnoteže uvek biti međusobno suprotna (jednaka po apsolutnoj vrednosti), pa se može definisati stalan odnos koji se naziva kapacitivnost:

$$C = \frac{Q}{V} [F]$$

Kako se između elektroda nalazi izolator, naelektrisanja se nikada ne kreću kroz njega (osim pri uništenju kondenzatora usled proboja). Zbog toga svaki kondenzator ima određeni maksimalni napon na koji se sme priključiti. Međutim pri priključenju promenljivog napona na kondenzator prema gornjoj jednačini za kapacitivnost količina naelektrisanja se menja, pri čemu se naelektrisanje kreće "okolnim putem", tj. kroz ostatak kola. Ipak se koristi izraz "struja kroz kondenzator", mada se, fizički posmatrano, slobodna naelektrisanja ne kreću kroz njega (već vezana naelektrisanja dipolnih struktura molekula dielektrika).

Pločasti kondenzator ima provodne obloge u vidu ravnih paralelnih ploča površine poprečnog preseka S i normalnog rastojanja između njih d . Kapacitivnost pločastog kondenzatora se računa na sledeći način:

$$C = \frac{Q}{U} = \varepsilon \cdot \frac{S}{d} [F]$$



Na slici iznad je ilustrovan šematska oznaka kondenzatora u električnim kolima, izgled pločastog kondenzatora kao strukture razmaknutih ploča sa dielektrikom koja ima

sposobnost da akumulira naelektrisanja putem polarizacije električnih dipola ("*elastičnosti u električnom smislu*") sa momentom \vec{e} kada se kroz ploče uspostavi vektor električnog polja \vec{E} .

Kondenzator kapacitivnosti C priključen na napon U je naelektrisan količinom naelektrisanja Q i sadrži energiju elektrostatičkog polja:

$$W = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 [J]$$

Ova osobina kondenzatora je značajna u primeni kondenzatora za stabilizaciju jednosmernog napona, filtriranje u svrhe frekvencijske selektivnosti spektra signala od interesa...

JEDNOSMERNE STRUJE

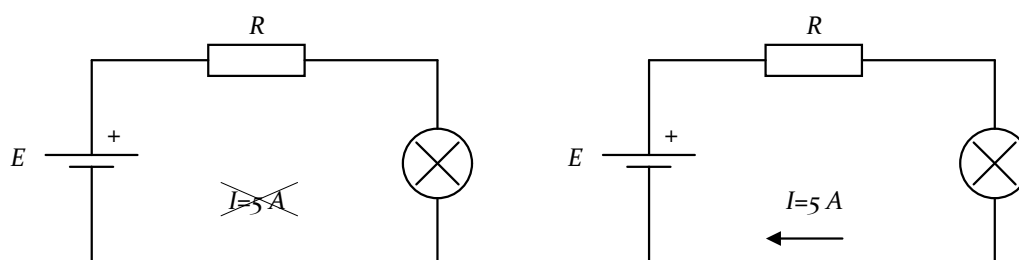
➤ ELEKTRODINAMIKA, POJAM ELEKTRIČNE STRUJE, SMER I VRSTE STRUJE

Električna struja predstavlja svako uređeno kretanje električnih opterećenja, bez obzira na uzroke ovog kretanja i vrstu električnih opterećenja koja učestvuju u kretanju. Pod vremenski konstantnom električnom strujom se podrazumeva organizovano, usmereno kretanje (za razliku od haotičnog toplotnog kretanja) velikog broja naelektrisanih čestica koje se u toku vremena ne menja. Ovo kretanje vrši se pod dejstvom stacionarnog električnog polja, koje, za razliku od elektrostatičkog polja, postoji i u unutrašnjosti provodnika i za njegovo održavanje je potreban stalan utrošak energije. Pod dejstvom električnog polja dolazi do kretanja naelektrisanih čestica.

Kako je kretanje naelektrisanih čestica golim okom nevidljivo korisna je analogija sa kretanjem fluida. Razlikujemo vremenski konstantne električne struje (analogija sa konstantnim protokom fluida), i vremenski promenljive električne struje. *Jačina (intenzitet) električne struje kroz površinu S se definiše kao količnik priraštaja količine naelektrisanja koje je kroz tu površinu prošlo $\Delta Q_{kroz S}$, i priraštaja vremena za koje je prošlo Δt :*

$$I = \frac{\Delta Q_{kroz S}}{\Delta t} [A]$$

Jedinica za jačinu električne struje, *amper*, je vrlo često u upotrebi, o čemu govori i činjenica da spada u jednu od sedam osnovnih mernih jedinica *SI* sistema. Pri tome treba obratiti pažnju da brojna vrednost jačine struje nije dovoljna informacija, *neophodno je definisati referentni smer struje kroz provodnik*. Na slici su prikazani nepravilan i pravilan način označavanja jačine struje kroz provodnik u šematski prikazanom električnom kolu. Označavanje referentnog smera je neophodno kako kod jednosmernih tako i kod naizmeničnih struja. Ako je jačina vremenski konstantne struje kroz provodnik 5 [A], onda u odnosu na označeni referentni smer jačina struje ima vrednost od 5 [A] ili od -5 A, zavisno od toga da li se referentni i stvarni smer poklapaju ili ne.



Čitava elektrotehnika bazira se na jednostavnom principu: *električna struja uvek ima smer od tačke s višim potencijalom prema tački s nižim potencijalom!* Ovde postoji potpuna analogija s tokom fluida u polju Zemljine teže. Zbog toga će smer struje u prikazanom kolu u izabranom referentnom smeru uvek biti pozitivan. Preciznije rečeno, stvarni i referenti smer struje se poklapaju, stoga je intenzitet električne struje pozitivan broj. Pod izvorom električne energije podrazumevamo element električnog kola čiji se krajevi stalno nalaze na različitim potencijalima.

➤ OTPORNOST, OMOV ZAKON

Ako se na krajeve provodnika priključi izvor, kroz provodnik će postojati (proteći) struja. Ako povećamo napon izvora, povećaće se i struja kroz provodnik. *Zaključak da je intenzitet električne struje kroz provodno telo I srazmeran priključenom naponu na njegovim krajevima U naziva se Omov zakon. Omov zakon važi samo za one otpornike čija otpornost ne zavisi od iznosa struje kroz otpornik ili od napona priključenog na njegove krajeve.* Takvi otpornici se nazivaju linearni. Izraz koji opisuje Omov zakon glasi:

$$I = \frac{1}{R} \cdot U$$

Koeficijent proporcionalnosti naziva se električna otpornost, jedinica za električnu otpornost je Ω . Električna otpornost provodnika predstavlja njegovu sposobnost da se suprotstavlja uspostavljanju struje kada se na njega priključi električni napon.

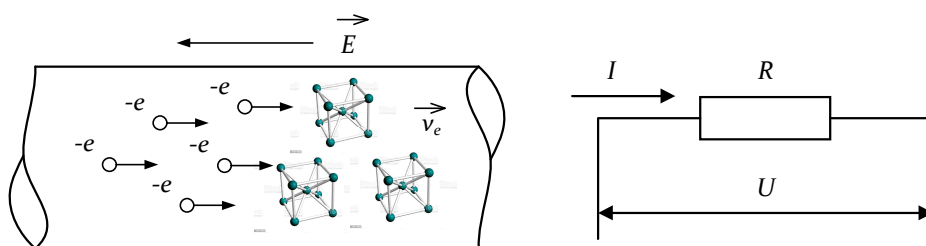
Pokazuje se da je električna otpornost pravog homogenog provodnika proporcionalna dužini l a obrnuto proporcionalna njegovoj površini poprečnog preseka S :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

Svaki provodni materijal karakteriše se konstantom ρ , koja se naziva specifična električna otpornost. Najmanju specifičnu električnu otpornost ima srebro, za njim slede bakar, zlato i aluminijum.

$$\rho_{Ag} = 0.016 \frac{\Omega mm^2}{m}, \rho_{Cu} = 0.017 \frac{\Omega mm^2}{m}, \rho_{Au} = 0.023 \frac{\Omega mm^2}{m}, \rho_{Al} = 0.028 \frac{\Omega mm^2}{m}$$

Šematska oznaka otpornika u električnim šemama kao i kristalna struktura provodničkog materijala kroz koju se usmereno kreću slobodni elektroni srednjom brzinom v_e pod dejstvom vektora električnog polja \vec{E} je prikazana na slici ispod!



Pošto je specifična električna otpornost provodnika zavisna od temperature jasno je da je i električna otpornost veličina koja zavisi od temperature. Otpornost bilo kog otpornika izrađenog od homogenog otpornog materijala menja se na i isti način kao i specifična otpornost ρ :

$$R_{\vartheta} = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \vartheta)$$

Podaci koji se daju za gornju jednačinu važe za temperaturu 0 [°C].

U praksi se najčešće daju podaci o otpornosti i temperaturnom koeficijentu otpornosti za temperaturu od 20 [°C]. U tom slučaju jednačina za proračun električnog otpora se modifikuje i glasi:

$$R_{\vartheta} = R_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot (\vartheta - 20))$$

Temperaturni koeficijent provodnika od bakra na temperaturi 20 [°C] iznosi $\alpha = 0.00392$ [1/°C].

Recipročna vrednost otpornosti otpornika predstavlja njegovu provodnost G i daje se u simensima [S].

➤ DŽULOV ZAKON, SNAGA ELEKTRIČNE ENERGIJE

Kako je električna struja usmereno kretanje naelektrisanja, pri tom kretanju dolazi do sudaranja sa ostalim česticama i oslobađanja toplotne energije. Džulov zakon glasi: *ako su krajevi provodnika otpornosti R priključeni na napon U , i pri tome kroz njega postoji električna struja jačine I , snaga električne energije koja se u provodniku (otporniku) pretvara u toplotu iznosi:*

$$P = U \cdot I \text{ [W]}$$

Električna snaga se izražava u vatima. Džulov zakon se može napisati i pomoću otpornosti koja se dobija iz Omovog zakona:

$$P = R \cdot I^2 \text{ [W]}$$

Pokazuje se da je povoljnije vršiti prenos električne energije višim naponom amanjom strujom, jer će tako biti postignuti manji gubici. Naravno upotreba višeg napona zahteva dodatna ulaganja za njegovo dobijanje i izolaciju, pa se između ove dve suprotne tendencije pravi kompromis.

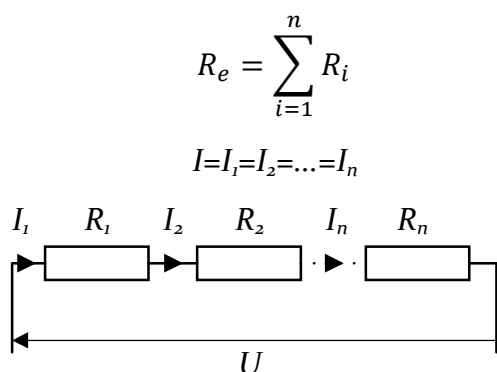
Električna energija koja se u otporniku pretvori u toplotu u toku vremena t računa se kao:

$$W = P \cdot t \text{ [J]}$$

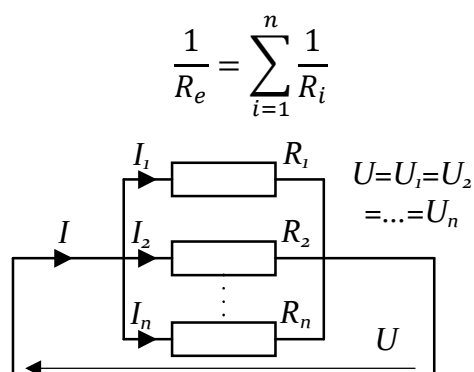
➤ REDNA I PARALELNA VEZA OTPORNIKA – EKVIVALENTIRANJE PASIVNE

OTPORNIČKE MREŽE

Ako su otpornici vezani na red, kroz njih postoji jednaka struja, dok se oni u opštem slučaju nalaze na različitim naponima. Zaključak je da se dodavanjem otpornika na red struja izvora (ujedno i struja u kolu) smanjuje.



Ako su otpornici vezani paralelno, oni su priključeni na isti napon, dok kroz njih protiče u opštem slučaju različita struja. Zaključak je da se dodavanjem otpornika paralelno struja izvora povećava.



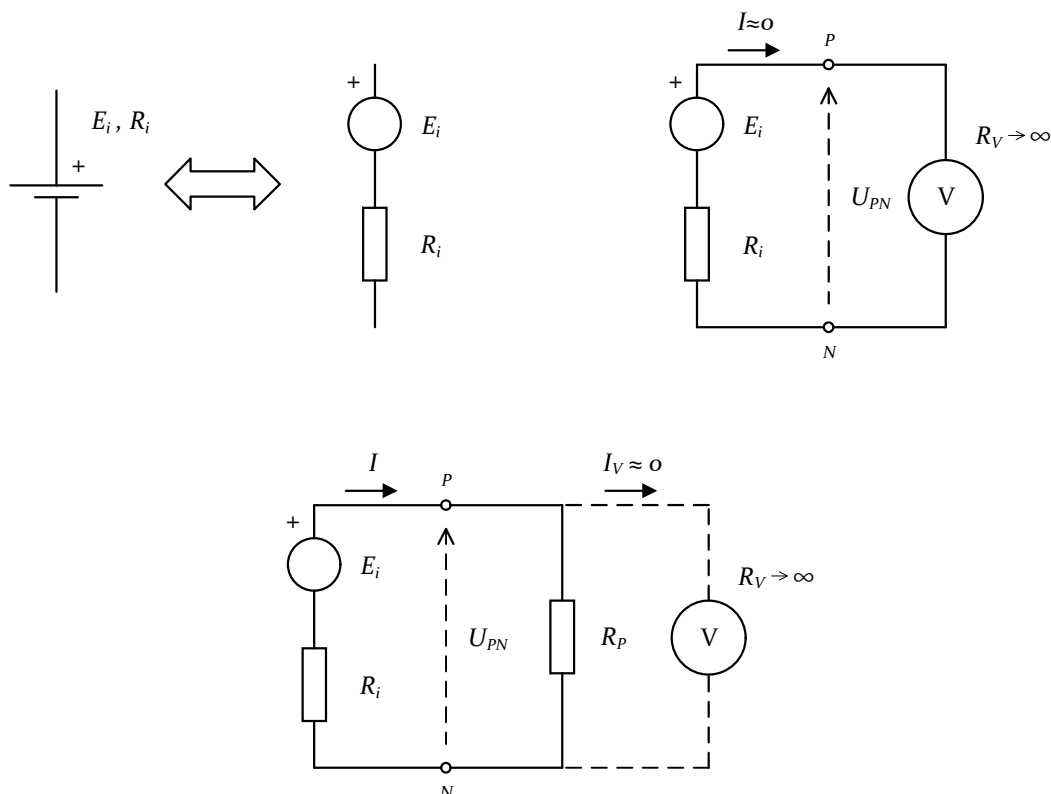
➤ ELEKTROMOTORNA SILA I UNUTRAŠNJA OTPORNOST GENERATORA

Električni izvor je uređaj sa dva kraja (priključka) koji naelektrisanja sa jednog svog kraja premešta na drugi kraj pomoću neelektričnih sila. Te sile mogu biti hemijske, mehaničke, toplotne, svetlosne, elektromagnetne... Pri tome se izvori koji pretvaraju mehaničku energiju u električnu obično nazivaju generatori. Svaki električni izvor se karakteriše elektromotornom silom E_i i unutrašnjom otpornošću R_i .

Stanje u kojem kroz izvor ne postoji struja, tj. kada krajeva izvora nisu povezani ni u kakvo električno kolo naziva se prazan hod izvora. Za izvor u stanju praznog hoda koristi se i izraz "*neopterećen*" izvor. Nasuprot ovome, stanje izvora u kome su njegovi krajevi direktno povezani provodnikom zanemarljive otpornosti naziva se kratak spoj. Elektromotorna sila (EMS) izvora jednaka je naponu na krajevima generatora u stanju praznog hoda:

$$E_i = U_{PN}$$

Na slici je prikazana ekvivalentna šema realnog izvora, koja se sastoji od redne veze idealnog naponskog izvora i otpornika. *Idealan naponski izvor je element električnog kola na čijim krajevima je napon uvek jednak datom, bez obzira kolika struja postoji kroz njega.* U ovom slučaju je napon idealnog izvora jednak elektromotornoj sili realnog izvora E_i .



Kada se voltmetrom meri napon izvora dobija se elektromotorna sila jer je struja kroz voltmetar (a time i izvor) vrlo mala pošto je otpornost voltmetra "ogromna" (svojim priključenjem u kolo, idealan voltmetar ne remeti stanje u ostatku kola; R_V):

$$U_{PN} = E_i - R_i \cdot I = E_i - R_i \cdot \frac{E_i}{R_i + R_V} \cong E_i$$

Međutim, kada se meri napon izvora priključenog u električno kolo dobija se napon izvora manji od elektromotorne sile:

$$U_{PN} = E_i - R_i \cdot I = E_i - R_i \cdot \frac{E_i}{R_i + R_P} = \frac{R_P}{R_i + R_P} \cdot E_i < E_i$$

U slučaju kratkog spoja struja izvora je određena količnikom njegove *EMS* i unutrašnje otpornosti:

$$I_{ks} = \frac{E_i}{R_i}$$

Dakle, unutrašnja otpornost izvora je mera njegovog kvaliteta – što je ona manja izvor je kvalitetniji (ali i skuplji i većih dimenzija). S druge strane, kvalitetniji izvor poseduje i veću struju kratkog spoja što je nepovoljno prilikom kvara; može doći do destrukcije izvora ili elemenata električnog kola.

➤ KIRHOFOVI ZAKONI – REŠAVANJE ELEKTRIČNIH KOLA

Pod pojmom rešavanja električnih kola podrazumeva se proračun svih struja kroz grane kola, napona na svim elementima kola, snaga pojedinih elemenata... Generalni metod za rešavanje jeste primena *Kirhofovih* zakona za čvorove i konture električnog kola (mreže) od interesa!

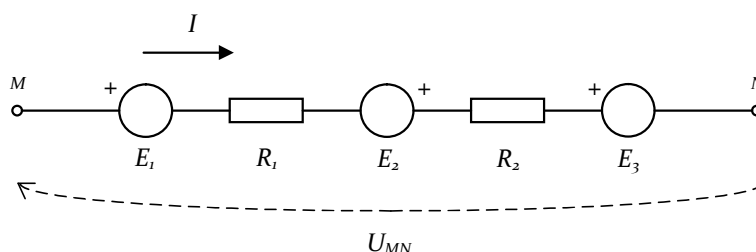
Pre davanja oblika *Kirhofovih* zakona potrebno je ponoviti da je napon između dve proizvoljne tačke u električnom kolu jednak zbiru napona između krajeva svih elemenata duž putanje od jedne do druge tačke:

$$U_{MN} = \left(\sum R \cdot I - \sum E \right)_{M-N} = \sum_M^N (R \cdot I - E)$$

Putanja od tačke M do tačke N je proizvoljna. Član $R \cdot I$ ulazi u zbir sa pozitivnim predznakom ako se referentni smer struje poklapa sa smerom kretanja od M do N , a sa negativnim predznakom ako je referentni smer struje suprotan smeru putanje. *EMS* ulazi u zbir sa pozitivnim predznakom ako joj se referentni smer poklapa sa smerom putanje (u izrazu za napon se onda javlja $-E$), a sa negativnim predznakom ako joj je referentni smer

suprotan smeru putanje (u izrazu za napon se onda javlja E). Pravilo je ilustrovano slikom ispod:

$$U_{MN} = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + E_1 - E_2 + E_3$$



Postoje dva *Kirhofova* zakona koja se najlakše mogu zapamtiti kao strujni i naponski *Kirhofov* zakon.

Strujni Kirhofov zakon (*SKZ*) zasnovan je na principu održanja naelektrisanja – naelektrisanje se u prirodi ne može ni stvoriti ni uništiti. *SKZ* glasi:

"Zbir jačina struja koje ulaze u čvor jednak je zbiru struja koje izlaze iz čvora"

$$\sum_{i=1}^n I_n = 0$$

Pri primeni *SKZ* treba se držati pravila da struja koja "ulazi" u razmatrani čvor pri primeni gornje jednačine ima negativan predznak, a da struja koja "izlazi" iz razmatranog čvora pri primeni gornje jednačine ima pozitivan predznak.

Naponski *Kirhofov* zakon (*NKZ*) zasniva se na jednostavnoj činjenici da je razlika potencijala u jednoj istoj tački jednaka nuli. *NKZ* glasi:

"Zbir napona u zatvorenoj konturi jednak je nuli"

$$\sum E - \sum R \cdot I = 0$$

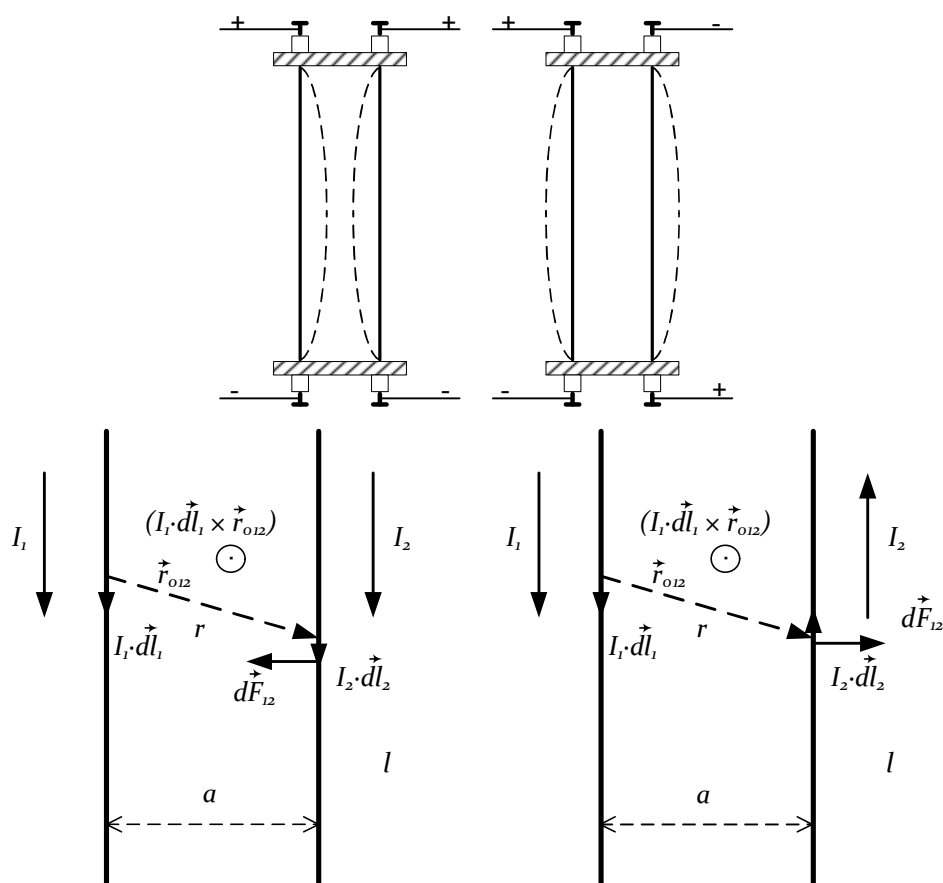
Ispred E i $R \cdot I$ se podrazumeva pozitivan predznak ako je smer EMS , odnosno referentni smer struje, isti kao smer obilaženja po konturi, a negativan predznak u suprotnom slučaju.

Prilikom rešavanja električnih kola metodama neposredne primene *Kirhofovih* zakona za električnu mrežu sa n_Σ čvorova i n_g grana, postavlja se $(n_\Sigma - 1)$ nezavisnih jednačina po prvom *Kirhofovom* zakonu i $n_g - (n_\Sigma - 1)$ nezavisnih jednačina po drugom *Kirhofovom* zakonu. Ukupan broj postavljenih jednačina je n_g koliko ima struja nepoznatih intenziteta.

ELEKTROMAGNETIZAM

➤ BIO-SAVAROV ZAKON

Kada električna struja protiče kroz provodnik, njeno delovanje se ne oseća samo u provodniku nego i u okolnom prostoru. Ovo delovanje može biti primećeno na razne načine. Eksperiment pokazuje da će se dva provodnika kroz koje protiče struja u istom smeru privlačiti (sila je privlačna), a ako su te struje suprotnog smera odbijaće se jedan od drugog (sila je odbojna).



Prostor oko provodnika sa strujom, u kome deluju magnetne sile, naziva se magnetnim poljem. Linije koje se protežu u pravcu delovanja magnetnih sila nazivaju se magnetne linije sile. Smer magnetnih linija sile oko provodnika kroz koji protiče struja

određuje se pravilom desnog zavrtnja. Ako palac usmerimo u pravcu proticanja struje kroz provodnik, prsti stisnute šake će ukazivati na smer linija magnetnog polja.

Sila koja deluje između kontura kroz koje protiče struja izračunava se primenom Bio–Savar–ovog zakona.

$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I_2 d\vec{l}_2 \times (I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{012})}{r^2} [N]$$

gde je:

- $I_1 d\vec{l}_1$ – strujni element konture 1;
- $I_2 d\vec{l}_2$ – strujni element konture 2;
- \vec{r}_{012} – jedinični element (ort) usmeren od strujnog elementa konture 1 prema strujnom elementu konture 2;
- $d\vec{F}_{12}$ – elementarna sila;
- $\mu_0 [H/m]$ – magnetna permeabilnost vakuumu ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} [H/m]$);

Intenzitet vektora sile između dva provodnika dužine l na međusobnom rastojanju a , u vakuumu iznosi:

$$F_{12} = \mu_0 \cdot \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{2\pi \cdot a}$$

pri čemu je:

- I_1 – intenzitet struje kroz provodnik 1;
- I_2 – intenzitet struje kroz provodnik 2;

Magnetna permeabilnost (propustljivost) je mera sposobnosti određene materije da se namagnetise.

➤ **MAGNETNA INDUKCIJA – MAGNETNA PROPUSTLJIVOST**

Svako magnetno polje je okarakterisano ne samo svojim smerom u prostoru već i svojim magnetnim stanjem. Mehaničke sile koje deluju na jedan provodnik kroz koji protiče struja imaju različitu vrednost u raznim magnetnim poljima. *Eksperimentalno je utvrđeno da na provodnik kroz koji postoji električna struja intenziteta I , a koji se nalazi u magnetnom polju indukcije B , deluje mehanička sila F , koja je u slučaju pravog provodnika jednaka:*

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$$

Za određivanje smera mehaničke sile na provodnik primenjuje se *Arnold–ovo pravilo* leve ruke: *Ako levu ruku postavimo tako da magnetne linije sile padaju na dlan, a da ispruženi prsti pokazuju smer struje u provodniku, onda ispruženi palac pokazuje smer delovanja mehaničke sile.*

U gornjem izrazu dobijamo za slučaj pravog provodnika koji je normalno postavljen na magnetne linije homogenog polja da je intenzitet sile jednak:

$$F = B \cdot I \cdot l$$

Magnetna indukcija B je brojno jednaka mehaničkoj sili koja deluje na jedinicu dužine provodnika kroz koji protiče struja jednaka jedinici jačine struje. Za jedinicu magnetne indukcije u *SI* sistemu usvojena je jedinica $[T]$ (*tesla*).

Bio–Savar–ov zakon i vektor magnetske indukcije

Ako bi smo obratili pažnju na *Bio–Savar–ov zakon* i napisali ga u obliku:

$$d\vec{F}_{12} = I_2 d\vec{l}_2 \times \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{012}}{r^2} \right)$$

uočavamo da izraz u zagradi ne sadrži ni jedan element koji karakteriše konturu 2, sem njenog položaja u odnosu na konturu 1. *Stoga, izraz u zagradi možemo uzeti kao osnovnu veličinu za opisivanje magnetnog polja preostale konture sa strujom I . Ta veličina se naziva vektor magnetske indukcije:*

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

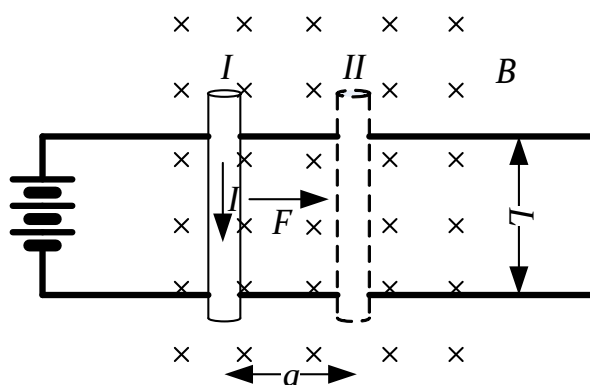
Rečeno je da magnetna permeabilnost predstavlja sposobnost materijala da se namagnetiše. *Eksperimentalno je utvrđeno da ukoliko je veća magnetna permeabilnost sredine, utoliko je, uz nepromenjene ostale uslove, veća vrednost magnetne indukcije koja se u toj sredini uspostavi.* Ranije je definisana magnetna permeabilnost vakuuma. U prirodi postoje materije koje imaju permeabilnost veću ili manju od vakuuma. *Relativna permeabilnost μ_r je karakteristika materijala i pokazuje koliko puta je permeabilnost određene materije veća ili manja od permeabilnosti vakuuma μ_0 .*

Magnetnu permeabilnost materijala računamo kao:

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0 [H/m]$$

➤ **MAGNETNI FLUKS – RAD SILA MAGNETNOG POLJA**

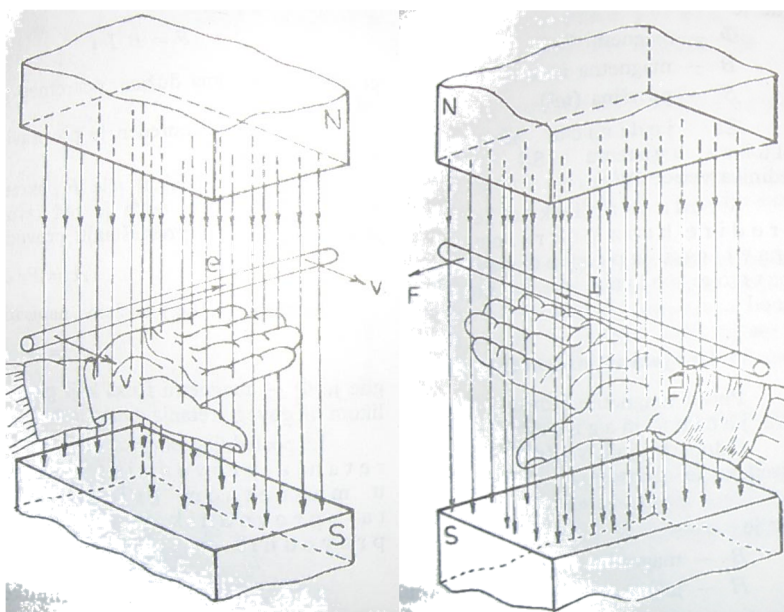
Prethodno je definisano na koji način se nalazi sila koja na provodnik kroz koji postoji struja deluje u elektromagnetnom polju.



Ako razmotrimo situaciju na gornjoj slici jasno je da će pod dejstvom struje I kroz provodnik u homogenom polju doći do pojave sile F koja će delovati na provodnik. Sila će biti jednaka $F = B \cdot I \cdot l$. Ako pod dejstvom te sile dođe do pomeranja provodnika iz položaja I do II jasno je da će sila da izvrši rad jednak:

$$A = F \cdot a = B \cdot I \cdot l \cdot a = B \cdot I \cdot S = (B \cdot S) \cdot I = \Phi \cdot I$$

gde je Φ magnetni fluks (skalar koji opisuje rad sila magnetnog polja) $\Phi = B \cdot S$ koji je jednak proizvodu magnetne indukcije B i površine S koju taj fluks "prožima". Površina S je u stvari aktivni deo provodnika koji učestvuje u interakciji polja i struje koja formira silu na provodnik.



Određivanje smeru indukovane EMS (levo) i sile na provodnik (desno)

➤ ELEKTROMAGNETNA INDUKCIJA

Kada je *Ersted* 1820. otkrio da svaka električna struja oko sebe stvara magnetno polje, bilo je to epohalno otkriće koje je promenilo istoriju, jer je omogućilo masovno i pouzdano pretvaranje električne energije u mehaničku. *Faradej* je na osnovu *Erstedovog* otkrića došao na obrnutu ideju: Ako tok struje stvara magnetno polje, možda magnetno polje (npr. stalnog magneta) stvara struju? Postavio je stalni magnet pored namotaja i ampermetar naravno nije ništa pokazivao. Ali kad je naglo primicao i odmicao magnet primetio je da se kazaljka ampermetra pomera! Time je otkriven jedan od najznačajnijih zakona elektrotehnike – *Faradejev zakon elektromagnetne indukcije*:

"Ako se provodnici kreću u magnetnom polju, ili se magnetno polje u kome se oni nalaze menja, u njima se indukuje elektromotorna sila proporcionalna izvodu fluksa":

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} [V]$$

Ako razmotrimo situaciju pravolinijskog provodnika videćemo da je vrednost EMS proporcionalna vrednosti magnetne indukcije, brzini kretanja provodnika i aktivnoj dužini provodnika:

$$e = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l} [V]$$

Za određivanje smera indukovane elektromotorne sile primenjuje se Arnold–ovo pravilo desne ruke: "Ako desnu ruku postavimo tako da linije sile padaju na dlan, a ispruženi palac pokazuje pravac kretanja provodnika, tada će ostali ispruženi prsti pokazivati smer indukovane elektromotorne sile. "

Poznato je da kod mehaničkog kretanja postoji zakon inercije, prema kome inerciona sila deluje tako da se protivi promeni vektora brzine tela. *Analogno tome, indukovana EMS uvek ima takav smer da teži uspostaviti struju koja stvara magnetno polje suprotno promeni postojećeg magnetnog polja. Primer: ako magnetno polje slabi, smer indukovane EMS je takav da se struja koju ona stvara "protivi" ovoj promeni tako što ga pojačava. Zakon o određivanju smera indukovane EMS naziva se Lencovo pravilo.*

➤ ELEKTROMOTORNA SILA SAMOINDUKCIJE I MEĐUINDUKCIJE – POJAM

INDUKTIVNOSTI KALEMA

Posmatrajmo električno kolo – kalem (sistem redno vezanih navojaka tanke žice) u kome se intenzitet struje menja. Jasno je da će se u okolini tog kola pojaviti promenljivo magnetno polje opisano sa promenljivim vektorom magnetske indukcije. Naravno, jedan deo

linija polja će "prolaziti" kroz električne provodnike razmatranog kola, izazivajući u njemu, prema Faradejevom zakonu, *EMS*. Ova *EMS*, koja je smera određenog *Lencovim* pravilom, se naziva *EMS samoindukcije* jer je mesto i uzrok njenog postojanja jedna te ista kontura.

$$e = -L \cdot \frac{di}{dt}$$

- L – koeficijent samoindukcije – (samo)induktivnost kalema [H] (jedinica *Henri*);

Induktivitet proizvoljne zatvorene konture predstavlja sposobnost iste da se suprotstavlja brzini uspostavljanja struje kada se na njega priključi električni napon – tzv. magnetna inercija konture na uspostavljanje struje ("*protoka električnog fluida*")!

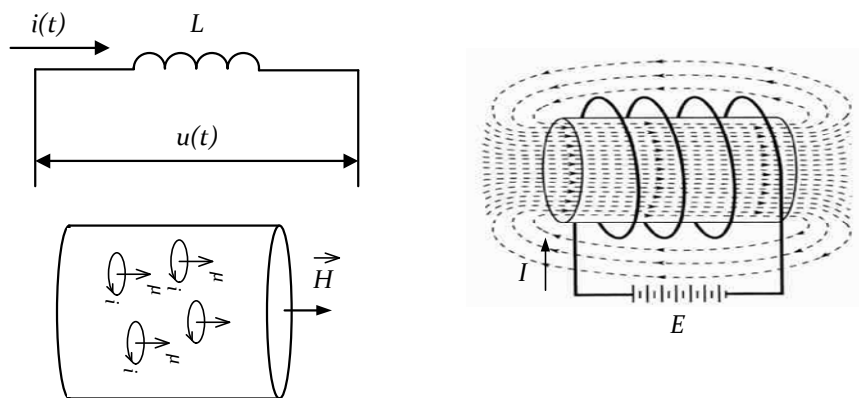
Induktivnost L predstavlja koeficijent srazmere između fluksa koji prožima konturu i struje kroz tu konturu

$$\Phi = L \cdot I$$

Za slučaj kalema (namotana tanka torusna struktura sa N navojaka žice gusto motane oko feromagnetnog jezgra površine poprečnog preseka S i srednjeg poluprečnika R) važi:

$$L = \mu \cdot S \cdot \frac{N^2}{2\pi \cdot R} [H]$$

Na slici ispod je ilustrovana šematska oznaka kalema u električnim kolima, i torusna struktura sa feromagnetnim materijalom kroz čije navojke postoji struja I koja orijentiše vrtložne amperove struje magnetnog momenta $\vec{\mu}$ oko orbite atoma pod dejstvom vektora magnetnog polja \vec{H} .



U drugoj situaciji posmatrajmo dva odvojena namotaja postavljena jedan do drugog. Ukoliko u jednom od njih menjamo jačinu struje doći će (po *Faradejevom* i *Lencovom* zakonu) do indukovanja *EMS* u drugom. Ova pojava se naziva pojava *međui indukcije* i izračunava se kao:

$$e_2 = -M \cdot \frac{di_1}{dt}$$

- M – koeficijent međuinuktivnosti koji zavisi od dimenzija, oblika i međusobnog položaja namotaja i od magnetne permeabilnosti sredine!

➤ AMPEROV ZAKON

Amperov zakon se odnosi na cirkulaciju vektora jačine magnetnog polja \vec{H} i glasi: Cirkulacija vektora jačine magnetnog polja jednaka algebarskom zbiru svih struja koje prolaze kroz zamišljenu površinu oslonjenu na konturu C (sa proizvoljnim koncentrisanim brojem navojaka N), po kojoj se određuje cirkulacija vektora \vec{H} .

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum N \cdot I$$

Za linearne sredine (u magnetnom pogledu) važi linearna veza:

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$$

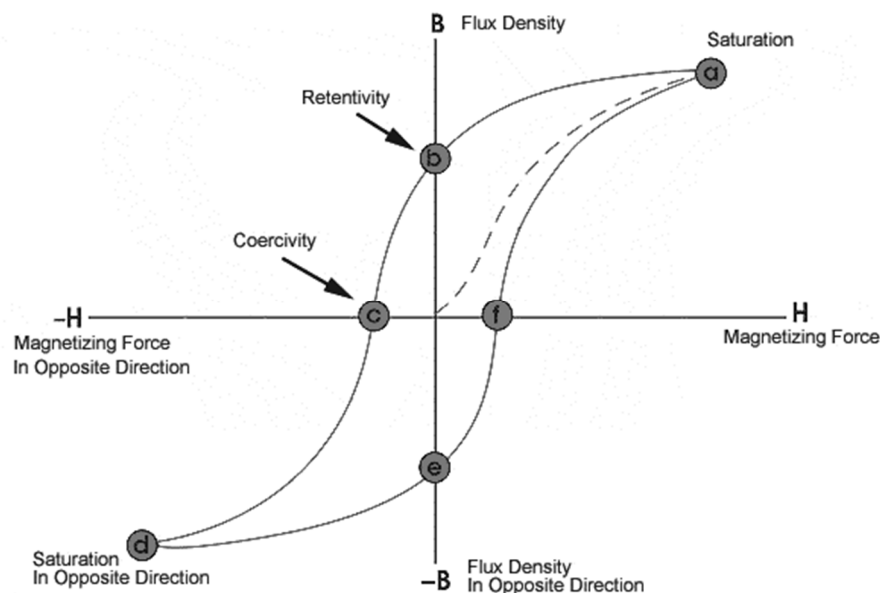
Potrebno je znati da je jačina magnetskog polja samo računska veličina koja nema pravo značenje u prirodi nego nam služi kao računsko pomagalo. Magnetska indukcija je veličina koja potpuno određuje prilike u magnetnom polju. Ona ne samo da je glavna, nego je i jedina veličina magnetnog polja.

➤ MAGNETNE OSOBINE MATERIJJE – PRISUSTVO MATERIJALA U MAGNETNOM POLJU

Materijali se na osnovu načina interakcije sa spolja primenjenim magnetnim poljem dele na:

- *paramagnetike* – materijali koji slabo pojačavaju spoljašnje polje (vazduh, aluminijum, olovo, platina...);
- *dijamagnetike* – materijali koji slabe spoljašnje polje (bizmut, grafit, živa...);
- *feromagnetike* – materijali koji jako pojačavaju spoljašnje polje (kobalt, nikl, meki čelik, permaloj...)!

Magnetna permeabilnost feromagnetnih materijala je veličina koja zavisi od jačine magnetnog polja. Međutim, ova zavisnost ima vrlo komplikovan nelinearni karakter, zbog čega se *pri proračunima magnetnog polja u feromagnetnim materijalima koriste krive magnećenja koje pokazuju zavisnost magnetne indukcije B od jačine magnetnog polja H .*



Na slici je prikazana tipična histerezisna petlja feromagnetnog materijala sa karakterističnim tačkama. Sa isprekidanom linijom je predstavljena kriva prvobitnog magnetisanja materijala.

Na osnovu histerezisne petlje izvršena je podela feromagnetnih materijala na magnetno meke i magnetno tvrde. Osnovna karakteristika magnetno mekih materijala je uska histerezisna petlja, veliki remanentni magnetizam i malo koercitivno polje. Odlikuju se i malih histerezisnim gubicima pa se ovi materijali koriste za izradu magnetnih kola električnih mašina. Osnovna karakteristika magnetno tvrdih materijala je široka histerezisna petlja, mali remanentni magnetizam i veliko koercitivno polje. Polja primena podrazumeva indukciione peći i izrada stalnih magneta!

➤ KIRHOFOVI ZAKONI ZA MAGNETNA KOLA – POJMOVI MAGNETNE STRUJE I MAGNETOPOBUDNE SILE

Pri ovoj analizi posmatraju se samo idealna magnetna kola. U takvu grupu spadaju i tanka magnetna kola (kola kod kojih je dimenzija poprečnog preseka neznatna u odnosu na dužinu grane kola).

Prvi Kirhofov zakon za magnetna kola (Zakon konzervacije magnetnog fluksa) glasi:

$$\sum \Phi = 0$$

Drugi Kirhofov zakon za magnetna kola (Amperov zakon) glasi:

$$\sum_c (\pm H_K \cdot l_k) = \sum_c (\pm N \cdot I)_k$$

Primetiti analogiju Kirhofovih zakona za mag. kola sa Kirhofovima za električna kola. Ulogu magnetne struje ima fluks, a ulogu EMS proizvod $N \cdot I$ koji se često naziva i magnetopobudna sila.

➤ ENERGIJA MAGNETNOG POLJA

Da bi se u prigušnici uspostavila struja jačine i potrebno je uložiti energiju u iznosu:

$$A = W = \frac{1}{2} \cdot \Phi \cdot I = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Phi^2}{L} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 [J]$$

gde se faktor $1/2$ pojavljuje u slučaju da se koriste maksimalne (a ne efektivne) vrednosti fluksa Φ i struje I .

Ova snaga se akumulira u magnetnom polju i kasnije se pri smanjenju struje do nule može dobiti iz njega. Struja u prigušnici se ne može trenutno prekinuti, jer bi to značilo uništenje energije u magnetnom polju, što je nemoguće. Zbog toga se u slučaju naglog prekida struje indukuje visok napon prema izrazu:

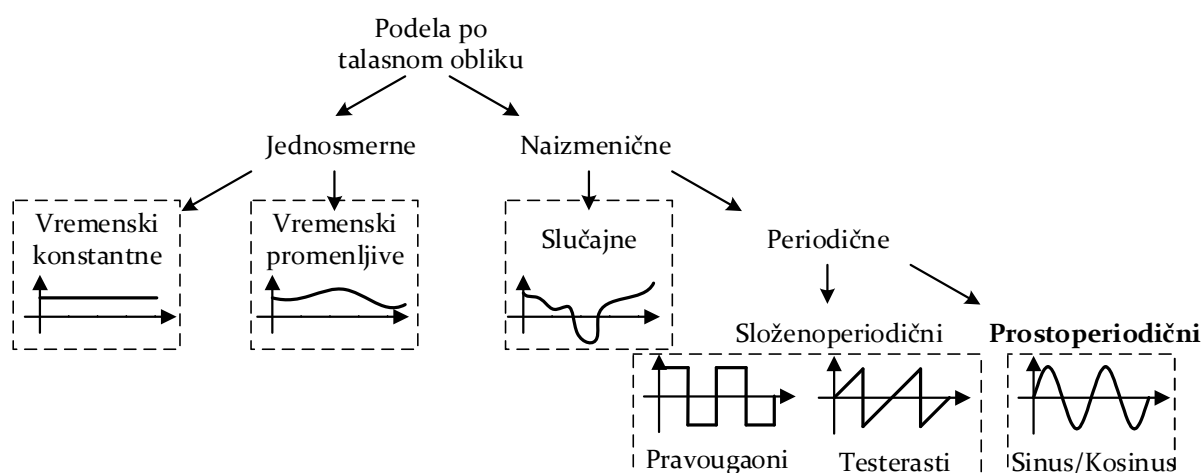
$$e = -L \cdot \frac{di}{dt}$$

i zbog toga dolazi do proboja i oslobađanja energije u vidu varnice.

NAIZMENIČNE STRUJE

➤ PODELA FIZIČKIH VELIČINA PO TALASNOM OBLIKU

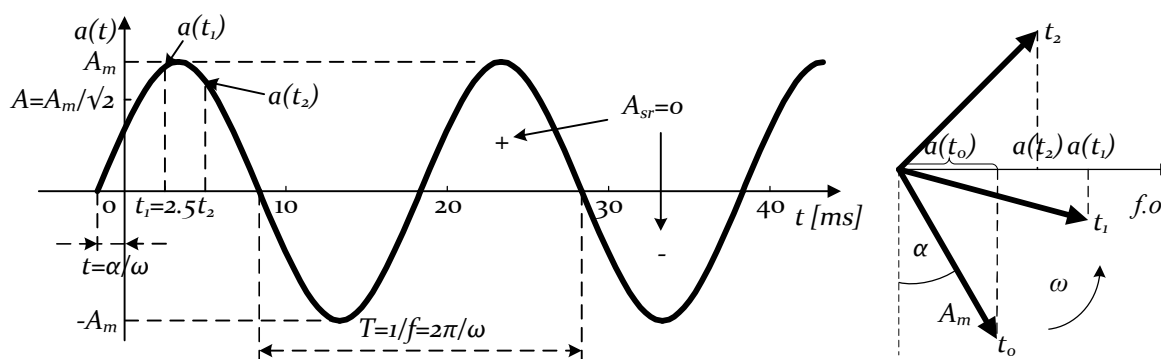
- *Jednosmerna veličina* – fizička veličina čiji intenzitet u toku vremena ima isti znak.
 - *Vremenski konstantna jednosmerna veličina* – jednosmerna fizička veličina čiji se trenutna vrednost ne menja u toku vremena.
- *Naizmjenična veličina* – fizička veličina čiji intenzitet u toku vremena menja znak.
 - *Periodična naizmjenična veličina* – naizmjenična veličina čije se oscilacije talasnog oblika smenjuju ciklično u fiksnom vremenskom intervalu!
 - *Prostoperiodična naizmjenična veličina* – oscilacije talasnog oblika se smenjuju po zakonu tipa sinusa i kosinusa!
 - *Složenoperiodična naizmjenična veličina* – oscilacije talasnog oblika predstavljaju *Fourier*-ovu kompoziciju (superpoziciju) prostoperiodičnih oscilacija tipa sinusa/kosinusa!



➤ ANALITIČKI ZAPIS NAIZMENIČNE PROSTOPERIODIČNE VELIČINE

$$a(t) = A_m \sin(\omega t + \alpha) = \sqrt{2}A \sin(\omega t + \alpha)$$

- *Amplituda* A_m – maksimalna vrednost (najveća vršna) koju dostiže naizmjenična prostoperiodična veličina u vremenskom intervalu od jedne periode oscilacija!
- *Efektivna vrednost* $A = A_m/\sqrt{2}$ – intenzitet (jačina) ekvivalentne vremenski konstante veličine koja za isto vreme proizvede istu količinu energije (ima isti učinak) kao posmatrana naizmjenična veličina!
- *srednja vrednost* $A_{sr} = 0$ – količina ukupnog fluksa (integrala vremena) fizičke veličine koja prođe kroz poprečni presek medijuma za prenos energije u toku jedne periode oscilovanja!
- *Kružna učestanost* ω – ugaona brzina obrtanja fazora naizmjenična prostoperiodične veličine u faznoj ravni!
- *Frekvencija* $f = \omega/2\pi$ – broja ponavljanja oscilacija u jedinici vremena!
- *Perioda* $T = 1/f$ – vremenski interval trajanja jedne pune oscilacije vremenski promenljive veličine!
- *Fazni (početni) stav* α – ugao koji zaklapa fazor naizmjenične prostoperiodične veličine sa faznom osom u početnom trenutku posmatranja!



➤ OTPORNIK, KALEM I KONDENZATOR U KOLU NAIZMENIČNE STRUJE

$$u(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + \theta) \text{ [V]}$$

$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi) \text{ [A]}$$

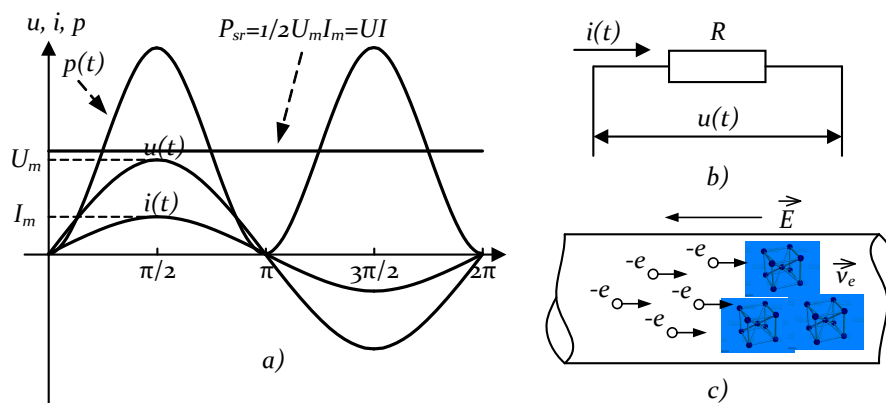
$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = P_{sr} + P_m \cdot \sin(2\omega t + \phi) \text{ [W]}$$

Izraz za trenutnu vrednost električne snage

$$p(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + \theta) \cdot I_m \cdot \sin(\omega t + \psi) = \frac{U_m I_m}{2} \cdot [\cos(\theta - \psi) + \sin(2\omega t + \theta + \psi)]$$

$$p(t) = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot [\cos \varphi + \sin(2\omega t + \theta + \psi)] = U \cdot I \cdot [\cos \varphi + \sin(2\omega t + \theta + \psi)] [W]$$

- slučaj kada je priključen otpornik otpornosti R :



$$i(t) = \frac{u(t)}{R} = \frac{U_m \cdot \sin(\omega t + \theta)}{R} = \frac{U_m}{R} \cdot \sin(\omega t + \theta)$$

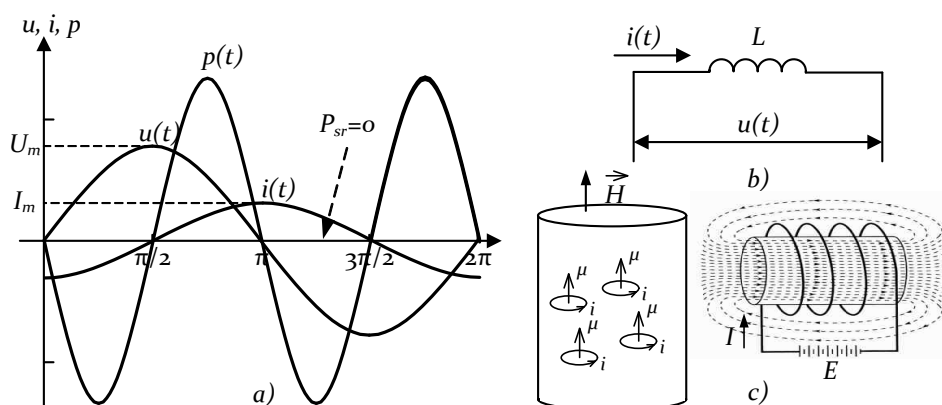
$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = R \cdot i(t) \cdot i(t) = R \cdot i^2(t) = P_t$$

Amplituda struje: $I_m = U_m/R$, efektivna vrednost: $I = I_m/\sqrt{2}$.

Fazni stav struje: $\psi = \theta$; Fazna razlika (pomeraj): $\varphi = \theta - \psi = \theta - \theta = 0$ – struja i napon kod čisto otpornog potrošača su u fazi!!!

Srednja snaga: $P_{sr} = \int p(t) dt = U_m I_m / 2 = (U_m / \sqrt{2}) \cdot (I_m / \sqrt{2}) = U \cdot I$ gde su U i I efektivne vrednosti naizmeničnog prostoperiodičnog napona i struje.

- slučaj kada je priključen kalem induktivnosti L



$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \xrightarrow{\text{za } I_0=0} i(t) = \frac{1}{L} \int u(t) \cdot dt = \frac{U_m}{L} \int \sin(\omega t + \theta) dt$$

$$= \frac{U_m}{L} \left(-\frac{1}{\omega} \cos(\omega t + \theta) \right)$$

$$i(t) = \frac{U_m}{\omega L} \cdot \sin(\omega t + \theta - 90^\circ)$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \cdot i(t) = L \cdot i(t) \frac{di(t)}{dt} = \frac{dA_m(t)}{dt}$$

Amplituda struje: $I_m = U_m / (\omega \cdot L)$ – definicija reaktanse kalema $X = X_L = \omega \cdot L$ [Ω]

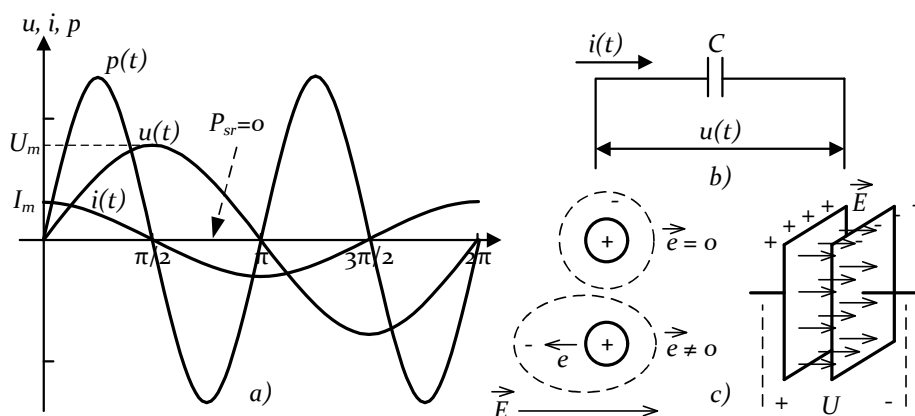
Fazni stav struje: $\psi = \theta - 90^\circ$

Fazna razlika (pomeraj): $\varphi = \theta - \psi = \theta - (\theta - 90^\circ) = 90^\circ$ – struja kasni ($\varphi > 0$) za naponom za 90° kod čisto induktivnog potrošača!!!

Idealan kalem je čisto reaktivan element! Troši reaktivnu snagu. (dogovorno!)

Srednja snaga: $P_{sr} = \int p(t) \cdot dt = 0$ – koristan rad je jednak nuli, energija cirkuliše (osciluje između električnog izvora i magnetnog polja kao skladišta energije) – potrošnja reaktivne snage

- slučaj kada je priključen kondenzator kapacitivnosti C :



$$i(t) = \frac{d(q(t))}{dt} = \frac{d(C \cdot u(t))}{dt} = C \cdot \frac{du(t)}{dt} = C \cdot \frac{d(U_m \cdot \sin(\omega t + \theta))}{dt}$$

$$i(t) = C \cdot U_m \cdot (\omega \cdot \cos(\omega t + \theta)) = \frac{U_m}{1/(\omega C)} \cdot \sin(\omega t + \theta + 90^\circ)$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = u(t) \cdot C \cdot \frac{du(t)}{dt} = C \cdot u(t) \frac{du(t)}{dt} = \frac{dA_e(t)}{dt}$$

$$A_e = C \cdot \int u \cdot du = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$$

Amplituda struje: $I_m = \omega C \cdot U_m$ – definicija reaktanse kondenzatora $X = X_C = 1/(\omega C)$ [Ω]

Fazni stav struje: $\psi = \theta + 90^\circ$

Fazna razlika (pomeraj): $\varphi = \theta - \psi = \theta - (\theta + 90^\circ) = -90^\circ$ – struja prednjači ($\varphi < 0$) naponu za 90° kod čisto kapacitivnog potrošača!!!

Idealan kondenzator je čisto reaktivan element! Proizvodi reaktivnu snagu. (dogovorno!)

Srednja snaga: $P_{sr} = \int p(t) \cdot dt = 0$ – koristan rad je jednak nuli, energija cirkuliše (osciluje između izvora i elektrostatičkog polja).

➤ **POJMOVI IMPEDANSE, REAKTANSE, FAKTORA SNAGE, TRENUTNE, AKTIVNE, REAKTIVNE I PRIVIDNE SNAGE**

- Impedansa potrošača se definiše kao količnik efektivnih vrednosti napona i struje na potrošaču:

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + X^2} [\Omega]$$

- Uticaj reaktivnih elemenata u naizmeničnom domenu na sposobnost kretanja naelektrisanih čestica ($\omega \neq 0$)
- L je kratak spoj za jednosmernu struju ($\omega \cdot L = 0$), C je otvorena veza za jednosmernu struju ($1/(\omega \cdot C) \rightarrow \infty$)
- Trenutna snaga potrošača je jednaka proizvodu trenutnih vrednosti napona i struja:

$$p(t) = U \cdot I \cdot [\cos \varphi + \sin(2\omega t + \theta + \psi)] [W]$$

- Aktivna snaga brojno je jednaka srednjoj vrednosti trenutne snage:

$$P = P_{sr} = \int p(t) dt \Rightarrow P = UI \cos \varphi [W]$$

- Reaktivna snaga predstavlja meru oscilovanja (naizmeničnu razmenu) energije između izvora električne energije i elektromagnetnog polja:

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi [VAr]$$

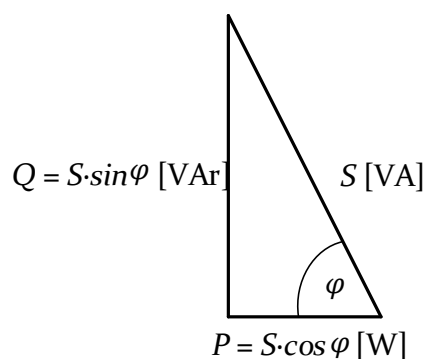
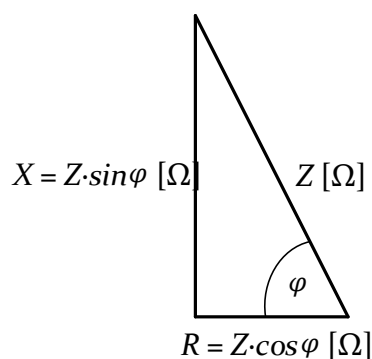
- Prividna snaga se definiše kao:

$$S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2} [VA]$$

- Faktor snage se definiše kao odnos aktivne i prividne snage potrošača:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

- Trougao impedansi i trougao snaga:



| Otporni potrošač – R | Induktivni potrošač – L | Kapacitivni potrošač – C |
|--|---|--|
| $Z = \frac{U}{I} = R$ | $Z = \frac{U}{I} = \omega \cdot L$ | $Z = \frac{U}{I} = \frac{1}{\omega \cdot C}$ |
| $\varphi = 0 \rightarrow \cos \varphi = 1$ | $\varphi = 90^\circ \rightarrow \cos \varphi = 0$ | $\varphi = -90^\circ \rightarrow \cos \varphi = 0$ |
| $P = U \cdot I$ | $P = 0$ | $P = 0$ |
| $Q = 0$ | $Q = U \cdot I$ | $Q = -U \cdot I$ |

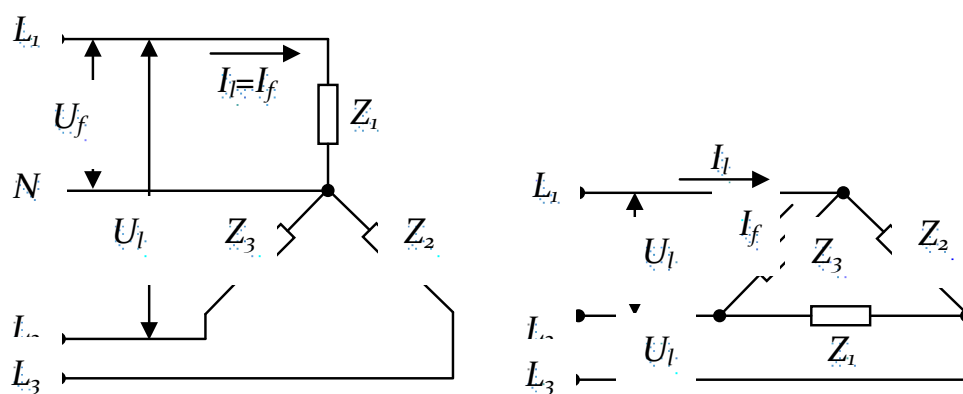
➤ TROFAZNI SISTEM NAIZMENIČNIH NAPONA

Tri izvora naizmjeničnog napona iste frekvencije a međusobno pomenih za po trećinu periode čine trofazni sistem napona. Njihovi naponi glase:

$$u_1(t) = \sqrt{2}U \cdot \sin(\omega t), u_2(t) = \sqrt{2}U \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), u_3(t) = \sqrt{2}U \cdot \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

Ovakva trojka napona zovu se *simetrični naponi (direktnog redosleda)*!

Tri takva izvora ili potrošača se nikada ne realizuju sa 6 priključaka, već se vezuju kao na slici (*zvezda levo ili trougao desno*).



U svakom slučaju snaga trofaznog izvora (potrošača) je jednaka zbiru snaga pojedinačnih (monofaznih) izvora. Ako su izvor i potrošač simetrični (jednake struje po intenzitetu) onda su sve tri snage jednake pa je snaga trofaznog izvora (potrošača):

$$P = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi \text{ [W]}$$

Trofazni sistem se koristi zbog dve svoje prednosti u odnosu na monofazni sistem. Prva prednost je 50 % uštede u materijalu za provodnike. Kada je priključen trofazni uravnoteženi potrošač na sistem trofaznih simetričnih kroz provodnike mreže će proteći struje (linijske):

$$i_1(t) = \sqrt{2}I \cdot \sin(\omega t - \varphi), i_2(t) = \sqrt{2}I \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right), i_3(t) = \sqrt{2}I \cdot \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right)$$

čiji je zbir:

$$i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = 0$$

Dakle, povratni provodnici su potpuno nepotrebni!

Druga prednost je postojanje trofaznog asinhronog (ili sinhronog) motora, o čemu će biti reči kasnije.

➤ GEOMETRIJSKI PREDSTAVNICI NAIZMENIČNIH VELIČINA – FAZORI

Neka je naizmenična veličina $a(t) = A_m \sin(\omega t + \alpha) = \sqrt{2}A \sin(\omega t + \alpha)$. Ova veličina se može predstaviti kao projekcija na faznu osu obrtnog vektora koji rotira ugaonom brzinom ω oko koordinatnog početka. Ako su svi izvori u kolu iste frekvencije onda će sve veličine u kolu biti iste frekvencije i vektori će biti u stalnom međusobnom položaju. Zbog toga nije neophodno crtati ih kako rotiraju, već je dovoljno predstaviti ih u jednom, bilo kom trenutku vremena.

