

TEHNOLOGIJE UPRAVLJAČKIH SISTEMA

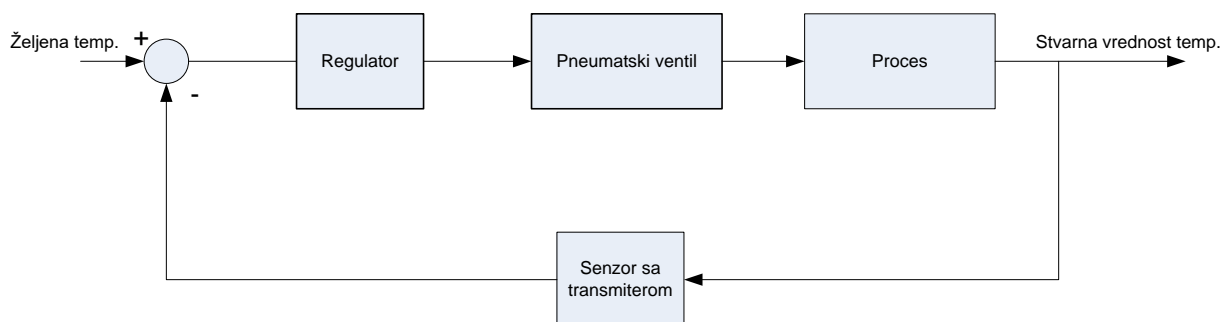
Zbirka zadataka

Sadržaj

1. Komponente sistema automatskog upravljanja	2
Otpornost.....	2
Kapacitivnost.....	3
Inercija.....	3
Kašnjenje (mrtvo vreme).....	3
Električne komponente.....	4
El. otpornost [Ω] (Zadatak 1).....	4
El. kapacitivnost [F] (Zadatak 2)	5
El. induktivnost [H] (Zadatak 3).....	5
Električno vreme kašnjenja (Zadatak 4).....	6
Hidrauličke komponente.....	6
Hidraulička otpornost	6
Hidraulička kapacitivnost (Zadatak 5).....	6
Hidraulička inertansa (Zadatak 6)	7
Hidrauličko kašnjenje (Zadatak 7).....	8
Mehaničke komponente.....	9
Mehanička otpornost (trenje) (Zadatak 8).....	9
Mehanička kapacitivnost (Zadatak 9)	10
Mehanička inercija (masa) (Zadatak 10).....	11
Mehaničko vreme kašnjenja (Zadatak 11).....	11
2. Karakteristike mernih instrumenata (Zadaci 12-16)	13
3. Upravljanje kontinualnim procesima (Zadatak 17).....	16
4. Procesne karakteristike.....	19
Integralni proces ili proces u obliku rampe (Zadatak 18)	19
Procesi prvog reda (Zadatak 19)	21
Procesi drugog reda	22
Mehanički procesi drugog reda (Zadatak 20)	22
Električni procesi drugog reda (Zadatak 21)	24
Proces sa vremenskim kašnjenjem (Zadatak 22).....	27

1. Komponente sistema automatskog upravljanja

Sistemi automatskog upravljanja često sadrže različite tipove komponenti. Na primer, na slici 1 proces i senzor su termičke komponente, transmitter i regulator su električne komponente, dok je (konačni) upravljački element pneumatski sistem.



Slika 1. Upravljanje temperaturom

Pojava različitih tipova komponenti bi mogla otežavati analizu i sintezu upravljačke petlje, ali se na sreću ponašanje ovih različitih komponenti može opisati pomoću četiri ista elementa:

1. **otpornosti,**
2. **kapacitivnosti,**
3. **inercije (induktivnosti) i**
4. **mrtvog vremena (kašnjenja).**

Za svaku komponentu ova četiri elementa se definišu preko tri veličine (tabela 1):

1. **količina;**
2. **potencijal i**
3. **vreme**

Tabela1. Prikaz promenljivih za određivanje 4 elementa svake fizičke komponente

Tip komponente	Promenljiva (veličina)		
	Količina	Potencijal	Vreme
električna	Kol. elektriciteta	Napon	(sekunda)
hidraulična	Zapremina tečnosti	Pritisak	(sekunda)
pneumatska	Masa	Pritisak	(sekunda)
termička	Toplotna energija	Temperatura	(sekunda)
mehanička	Daljina	Sila	(sekunda)

, pri čemu je:

- Količina – količina materijala, energije ili razdaljina
- Potencijal – sila koja teži da promeni količinu.

Otpornost – suprotstavlja se kretanju materijala i energije. Predstavlja količinu potencijala potrebnu za promenu količine svake sekunde. Opšta formula za otpornost bi se mogla predstaviti na sledeći način:

$$Otpornost = \frac{dPotencijal}{d \frac{dKoličina}{dVreme}}$$

- električna otpornost $R = \frac{U}{I}$, $I = \frac{q}{t}$ – predstavlja promenu napona na krajevima otpornika potrebnu za povećanje protoka naelektrisanja za 1C tokom 1s
- hidraulična otpornost je mera povećanja razlike pritisaka na dva kraja cevi u cilju povećanja protoka za $1 \frac{m^3}{s}$, $R = \frac{P}{Q}$
- otpor protoku gasa (pneumatska otpornost) je mera povećanja razlike pritisaka na dva kraja cevi u cilju povećanja protoka za $1 \frac{kg}{s}$, $R = \frac{P}{W}$
- termički otpor predstavlja meru povećanja razlike temperature na krajevima materijala u cilju povećanja protoka toplote za $1 \frac{J}{s} [W]$, $R = \frac{T}{Q}$
- mehanički otpor je mera povećanja sile u cilju povećanja brzine za $\frac{1m}{s}$, $b = \frac{F}{v}$

Kapacitivnost – količina materijala, energije ili rastojanja potrebna za jediničnu promenu potencijala. Opšta formula za kapacitivnost bi se mogla predstaviti na sledeći način:

$$Kapacitivnost = \frac{dKoličina}{dPotencijal}$$

- $C = \frac{Q}{U}$ - električna kapacitivnost predstavlja količinu elektriciteta kondenzatora neophodnu za povećanje napona na njegovim krajevima za 1V
- kapacitivnost rezervoara predstavlja količinu tečnosti [m³] potrebnu da se doda da bi pritisak porastao za 1Pa
- gasna kapacitivnost rezervoara predstavlja količinu gasa [kg] potrebnu da se doda da bi pritisak porastao za 1Pa;
- mehanička kapacitivnost predstavlja iznos sabijanja opruge [m] neophodan da se sila u njoj poveća za 1N.

Inercija – je mera otpora promeni stanja kretanja. Predstavlja meru iznosa potencijala potrebnog za jediničnu promenu struje, protoka ili brzine u sekundi. Opšta formula za inerciju bi se mogla predstaviti na sledeći način:

$$Inercija = \frac{dPotencijal}{d \frac{dKoličina}{d \frac{dVreme}{dVreme}}}$$

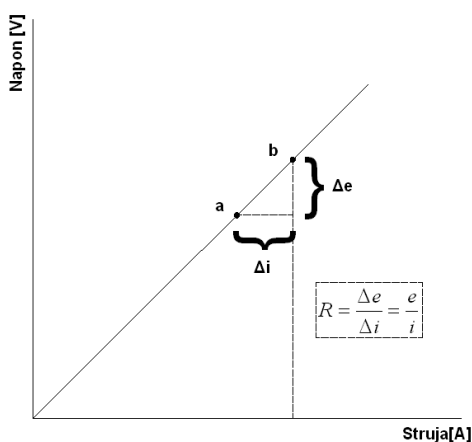
- induktivnost je mera povećanja napona sa ciljem povećanja struje za $1 \frac{A}{s}$, $U = L \frac{di}{dt}$
- inercija tečnosti je mera povećanja razlike pritisaka na dva kraja cevi u cilju ubrzanja protoka za $1 \frac{m}{s^2}$
- mehanička inercija je mera povećanja sile u cilju izazivanja ubrzanja od $1 \frac{m}{s^2}$

Kašnjenje (mrtvo vreme) – je vremenski interval koji protekne od trenutka pojave signala na ulazu u sistem i pojave odgovarajućeg signala na njegovom izlazu. Element čistog vremenskog kašnjenja ne

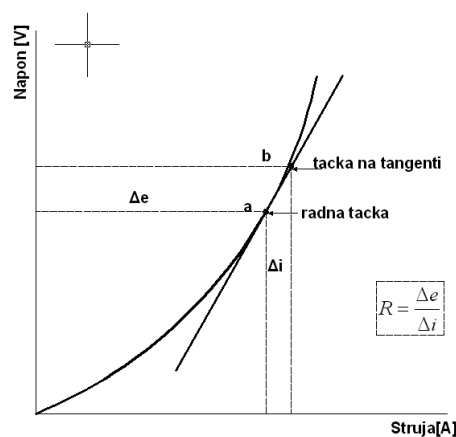
menja amplitudu ulaznog signala, već ga samo pomera u vremenu. $t_d = \frac{D}{v}$ [s] gde su D i v razdaljina koja se prelazi i brzina respektivno.

Električne komponente

El. otpornost [Ω] (Zadatak 1) izražava se preko omovog zakona $R = \frac{e}{i}$ [Ω] – jednačina prave u linearnom otporniku – statična otpornost (slika 2). U slučaju nelinearnog elementa (npr. dioda) definiše se dinamička otpornost $R = \frac{\Delta e}{\Delta i}$ [Ω] koja je u stvari tangenta u radnoj tački. Ovo znači da se nelinearna karakteristika elementa može aproksimirati linearnom u uskom opsegu oko radne tačke (slika 3).



Slika 2. Statična (linearna) otpornost



Slika 3. Dinamička otpornost

Dinamička otpornost jednaka je brzini promene napona u odnosu na struju $R = \frac{de}{di}$ [Ω].

ZADATAK 1:

- Za električnu komponentu znamo da ima linearnu VoltAmper karakteristiku (slika 2). Ako na krajeve komponente dovedemo 24 V dobijamo izmerenu struju 12 mA. Odrediti otpornost komponente.

- b. Data je svetlosna sijalica sa nelinearnom karakteristikom. Odrediti otpornost sijalice pri naponu od 6 V ako je poznato da:
- napon od 5.95 V daje 0.500 A
 - napon od 6.05 V daje 0.504 A

Rešenje:

- a. VoltAmper karakteristika je prava linija pa primenjujemo jednačinu:

$$R = \frac{e}{i} = \frac{24 V}{0.012 A} = 2000 \Omega$$

- b. Električna otpornost nelinearne komponente se aproksimira jednačinom:

$$R = \frac{\Delta e}{\Delta i}$$

$$\Delta e = 6.05 V - 5.95 V = 0.1 V$$

$$\Delta i = 0.504 A - 0.5 A = 0.004 A$$

$$R = \frac{\Delta e}{\Delta i} = \frac{0.1 V}{0.004 A} = 25 \Omega$$

El. kapacitivnost [F] (Zadatak 2) – predstavlja količinu naelektrisanja akumuliranu u kondenzatoru koja izaziva jediničnu promenu napona.

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta e} - \text{električna kapacitivnost} \quad \Rightarrow \quad \Delta q = C * \Delta e$$

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = I = c \frac{\Delta e}{\Delta t} - \text{struja kondenzatora}$$

ZADATAK 2:

Strujni impuls amplitude 0.1 mA i trajanja 100 ms je doveden na el. kondenzator. Napon na kondenzatoru se povećao sa 0 V na +25 V. Odrediti kapacitivnost kondenzatora.

Rešenje:

$$I = c \frac{\Delta e}{\Delta t} - \text{struja kondenzatora}$$

$$C = I \frac{\Delta t}{\Delta e} = 0.0001 A * \frac{0.1 s}{25 V - 0 V} = 0.4 \mu F \quad [A \frac{s}{V} = F]$$

El. induktivnost [H] (Zadatak 3) – predstavlja napon koji uzrokuje jediničnu promenu struje svake sekunde. Konstitutivna relacija između napona i struje je data sledećim izrazom: $e = L \frac{\Delta i}{\Delta t}$, odnosno

$$e = L \frac{di}{dt}$$

ZADATAK 3:

Naponski impuls amplitude 5 V i trajanja 20 ms je doveden na kalem. Struja kroz kalem se za to vreme povećala sa 1 A na 2.1 A. Odrediti induktivnost kalema.

Rešenje:

$$L = \frac{e}{\frac{\Delta i}{\Delta t}}$$

$$L = e \frac{\Delta t}{\Delta i} = (5 \text{ V}) * \frac{0.02 \text{ s}}{2.1 \text{ A} - 1 \text{ A}} = 0.0909 \text{ H} \quad [V \frac{s}{A} = H]$$

Jedinica električne induktivnosti je Henry (H). ■

Električno vreme kašnjenja (Zadatak 4) – je vreme potrebno električnom signalu od izvora do odredišta. U većini SAU-a, električno vreme kašnjenja se može zanemariti zbog relativno malih razdaljina.

Brzina signala na prenosnoj liniji se naziva *brzina propagacije* v_p i kod električnih komponenti uzima opsege od $(2 \times 10^8 - 3 \times 10^8)$ m/s. Sledeća relacija prikazuje odnos između vremena kašnjenja i brzine propagacije:

$$t_d = \frac{D}{v_p} [s]$$

ZADATAK 4:

- Odrediti električno mrtvo vreme kašnjenja na 600 m dugoj liniji prenosa ako je brzina propagacije 2.3×10^8 m/s.
- Odrediti vreme kašnjenja signala sa svemirskog šatla koji se nalazi na visini od 2000 km u odnosu na zemaljsku stanicu koja prima signal. Signal se prostire brzinom od 3×10^8 m/s.

Rešenje:

$$a. \quad t_d = \frac{D}{v_p} = \frac{600 \text{ m}}{2.3 * 10^8 \frac{m}{s}} = 2.61 * 10^{-6} \text{ s} = 2.61 \mu s$$

$$b. \quad t_d = \frac{D}{v_p} = \frac{2 * 10^6 \text{ m}}{3 * 10^8 \frac{m}{s}} = 0.67 * 10^{-2} \text{ s} = 6.7 \text{ ms} \quad \blacksquare$$

Hidrauličke komponente

Sve četiri značajne veličine za hidrauličke komponente definišu se analogno električnim.

Hidraulička otpornost – Definiše se kao potrebno povećanje pritiska koje uzrokuje jedinično povećanje protoka tečnosti.

Hidraulička kapacitivnost (Zadatak 5) – Definiše se kao potrebno povećanje količine tečnosti da bi se obezbedilo jedinično povećanje pritiska u rezervoaru. $C_L = \frac{\Delta V}{\Delta p}$.

C_L – hidraulična kapacitivnost [m^3/Pa]

ΔV – povećanje količine [m^3]

Δp – povećanje pritiska [Pa]

Povećanje pritiska se određuje iz izraza za hidrostatički pritisak $\Delta p = \rho g \Delta H$, gde je ΔH povećanje nivoa tečnosti u rezervoaru. Kako je promena nivoa tečnosti u sudu jednaka odnosu promene

količine tečnosti u sudu i površine (tečnosti) suda $\Delta H = \frac{\Delta V}{A}$, zamenom u prethodne jednačine se dobija:

$$\Delta p = \rho g \frac{\Delta V}{A} \quad \text{ili preko težine} \quad \Delta p = \frac{\Delta Q}{A} = \frac{\Delta m g}{A} = \frac{\rho \Delta V g}{A}$$

$$C_L = \frac{\Delta V}{\Delta p} = \frac{\Delta V A}{\rho g \Delta V} = \frac{A}{\rho g} \left[\frac{m^3}{Pa} \right]$$

ZADATAK 5:

Rezervoar za tečnost ima prečnik od 183 cm. Odrediti kapacitivnost suda za sledeće tečnosti:

- Voda ($\rho=1000\text{kg/m}^3$)
- Ulje ($\rho=880\text{kg/m}^3$)

Rešenje:

$$C_L = \frac{A}{\rho g}$$

A je poprečni presek.

$$C_L = \frac{d^2 \pi}{4 \rho g} = \frac{\pi (1.83 \text{ m})^2}{4 \rho g}, g = 9.81 \frac{m}{s^2} \text{ odakle sledi da je } C_L = \frac{0.268}{\rho}$$

Voda

$$\rho=1000\text{kg/m}^3 \quad C_L = \frac{0.268}{1000} = 2.68 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{Pa}$$

Ulje

$$\rho=880\text{kg/m}^3 \quad C_L = \frac{0.268}{880} = 3.05 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{Pa} \quad \blacksquare$$

Hidraulička inertansa (Zadatak 6) – je vrednost pada pritiska duž cevi koja je potrebna za jedinično povećanje protoka u svakoj sekundi.

$$I_L = \frac{p}{\Delta Q / \Delta t} \left[\frac{Pa \cdot s^2}{m^3} \right]$$

I_L - Hidraulička inertansa

p – pad pritiska u cevi [Pa]

ΔQ - promena u količini protoka [m^3/s]

Δt – vremenski interval [s]

Sledi praktičnija definicija inertanse:

Pad pritiska deluje na poprečni presek cevi (površine A) i stvara silu koja je jednaka:

$$F = p \cdot A.$$

Ova sila će ubrzavati tečnost u cevi po Njutnovom zakonu kretanja:

$$F = p \cdot A = m \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Masa tečnosti u cevi jednaka je proizvodu specifične gustine tečnosti i zapremine. Zapremina je jednaka poprečnom preseku cevi pomnoženom sa dužinom cevi:

$$m = \rho \cdot A \cdot l.$$

Promena protoka je površina poprečnog preseka pomnožena sa promenom brzine:

$$\Delta Q = A \cdot \Delta v$$

Kombinujući prethodne jednačine dolazimo do:

$$\rho \cdot A \cdot l \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = p \cdot A$$

i do konačnog izraza:

$$I_L = \frac{p}{\Delta Q / \Delta t} = \frac{p}{A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}} = \frac{p}{\frac{p \cdot A}{\rho \cdot l}} = \frac{\rho l}{A} \left[\frac{\text{Pa} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^3} \right]$$

Ili

$$F = p \cdot A = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow p = \frac{m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}}{A}$$

$$I_L = \frac{\frac{m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}}{A}}{A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}} = \frac{m}{A^2} = \frac{\rho \cdot V}{A^2} = \frac{\rho \cdot A \cdot l}{A^2} = \frac{\rho l}{A} \left[\frac{\text{Pa} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^3} \right]$$

ZADATAK 6:

Odrediti hidrauličku inertansu vode u cevi prečnika 2.1 cm i dužine 65m.

Rešenje:

$$I_L = \frac{\rho l}{A}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$a = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (0.021)^2}{4} = 3.46 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$I_L = \frac{\rho l}{a} = \frac{(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})(65 \text{ m})}{3.46 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 1.88 \cdot 10^8 \frac{\text{Pa} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^3}$$

■

Hidrauličko kašnjenje (Zadatak 7) – javlja se pri prenosu tečnosti duž cevi pri čemu važi:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi d^2} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$t_d = \frac{D}{v} [\text{s}]$$

Gde su:

- D – razdaljina
- v – prosečna brzina
- t_d – vreme kašnjenja

ZADATAK 7:

Tečnost teče kroz cev dugačku 200 m, prečnika 6 cm. Protok tečnosti je 0.0113 m³/s. Odrediti vremensko kašnjenje.

Rešenje:

$$t_d = \frac{l}{v} = \frac{l}{\frac{Q}{A}} = \frac{l}{\frac{Q}{\frac{d^2 \pi}{4}}} = \frac{200 \text{ m}}{\frac{0.0113 \text{ m}^3/\text{s}}{\frac{0,06^2 \pi}{4}}} = \frac{200 \text{ m}}{4 \text{ m/s}} = 50 \text{ s}$$

■

Mehaničke komponente

Mehanička otpornost (trenje) (Zadatak 8) je osobina mehaničkog sistema da se opire kretanju. Predstavlja potrebno povećanje sile koja proizvodi povećanje brzine od 1 m/s.

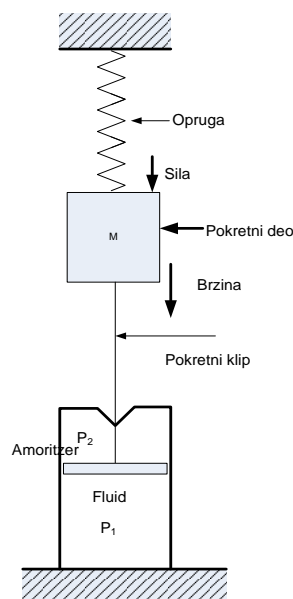
Čisto, viskozno trenje:

$$B = \frac{F}{v} \left[N \cdot \frac{s}{m} \right]$$

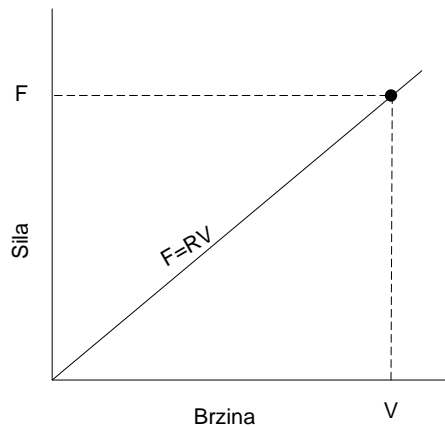
Za opisivanje mehaničke otpornosti koristi se amortizer predstavljen na slici 5. Cilindar je nepokretan a klipnjača (pokretni klip) je povezana sa pokretnim delom. Kada se pokretni deo pomera, fluid u cilindru se kreće kroz otvore oko klipa od jedne do druge strane. Protok fluida kroz otvor je proporcionalan brzini pokretnog dela. Razlika pritisaaka je neophodna da prouzrokuje kretanje fluida kroz otvor. Ova razlika pritisaaka proizvodi silu koja se protivi kretanju. Ta sila je proporcionalna razlici pritisaaka i površini klipa.

Ako je protok fluida kroz otvor mali, kretanje je laminarno i sila je proporcionalna brzini što je prikazano na slici 6. Mehanička otpornost koja proizvodi silu proporcionalnu brzini se naziva viskozno trenje. Ako je protok veliki, kretanje je turbulentno i sila je tada proporcionalna kvadratu brzine, što je grafički predstavljeno na slici 7. Naravno, u okviru radne tačke je moguće izvršiti aproksimaciju parabole tangentom u datoj tački.

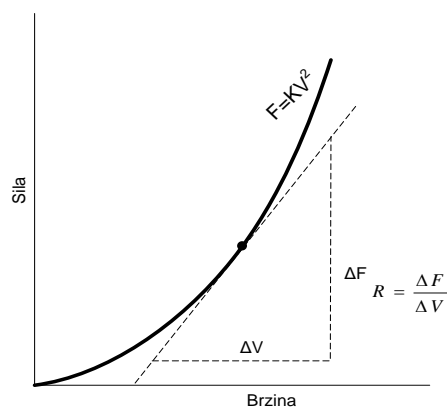
$$R_m = B = \frac{\Delta F}{\Delta v} \left[N \cdot \frac{s}{m} \right]$$



Slika 5. Amortizer



Slika 6. Mehanička otpornost kod laminarnog toka fluida u amortizeru



Slika 7. Mehanička otpornost kod turbulentnog toka fluida u amortizeru

ZADATAK 8:

Amortizer se koristi za obezbeđivanje mehaničke otpornosti. Tok je laminaran, pa važi linearna veza između brzine i sile. Obavljen je eksperiment koji je pokazao da sila od 98 N proizvodi brzinu od 24 m/s. Odrediti mehaničku otpornost R_m .

Rešenje:

$$R_m = \frac{F}{v} = \frac{98 \text{ N}}{24 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4.08 \text{ N} \frac{\text{s}}{\text{m}} \quad \blacksquare$$

Mehanička kapacitivnost (Zadatak 9) – definiše se kao potrebno sabijanje opruge koje će izazvati jedinično povećanje sile.

$$C_m = \frac{\Delta x}{\Delta F} = \frac{1}{k} \left[\frac{\text{m}}{\text{N}} \right]$$

Gde je k koeficijent zatezanja opruge.

ZADATAK 9:

Opruga se koristi da obezbedi mehaničku kapacitivnost u sistemu. Sila od 100 N sabija oprugu 30 cm. Odrediti mehaničku kapacitivnost i koeficijent opruge.

Rešenje:

$$c_m = \frac{\Delta x}{\Delta F} = \frac{0.3 \text{ m}}{100 \text{ N}} = 0.003 \frac{\text{m}}{\text{N}}$$

$$k = \frac{1}{c_m} = 333.3 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad \blacksquare$$

Mehanička inercija (masa) (Zadatak 10) – brojno je jednaka sili koja uzrokuje jediničnu promenu brzine svake sekunde (odnosno jediničnu promenu ubrzanja).

$$F_{pros} = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ prosečna sila}$$

$$F = m \frac{dv}{dt} \text{ trenutna sila}$$

ZADATAK 10:

Automobil A ima masu od 1500 kg. Odrediti prosečnu silu koja je potrebna za ubrzavanje automobila A od 0 m/s do 27.5 m/s za 6s. Automobil B zahteva prosečnu silu od 8000 N za ubrzavanje od 0 m/s do 27.5 m/s za 6s. Odrediti masu automobila B.

Rešenje:

$$F_{pros} = m \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Automobil A:

$$F_{pros} = 1500 \text{ kg} \cdot \frac{27.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \text{ s}} = 6875 \text{ N}$$

Automobil B:

$$8000 \text{ N} = m \cdot \frac{(27.5 - 0) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \text{ s}}$$

$$m = 8000 \text{ N} \cdot \frac{6 \text{ s}}{27.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1745 \text{ kg} \quad \blacksquare$$

Mehaničko vreme kašnjenja (Zadatak 11) – predstavlja vreme potrebno da se materijal transportuje sa jednog mesta na drugo.

ZADATAK 11:

- Kaišni transporter je dugačak 30 m a brzina kretanja kaiša je 3 m/s. Odrediti vreme kašnjenja između ulaznog i izlaznog kraja transportera.
- Napisati jednačinu za izlazni maseni protok $f_o(t)$ u funkciji ulaznog masenog protoka $f_i(t)$.

Rešenje:

- a. Za određivanje mehaničkog vremena kašnjenja važi ista jednačina kao i u slučaju određivanja električnog kašnjenja:

$$t_d = \frac{D}{v} = \frac{30 \text{ m}}{3 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 10 \text{ s}$$

- b. Izlazni maseni protok $f_o(t)$ u funkciji ulaznog masenog protoka $f_i(t)$:

$$f_o(t) = f_i(t - t_d) = f_i(t - 10)$$

■

2. Karakteristike mernih instrumenata (Zadaci 12-16)

ZADATAK 12:

Izračunati aritmetičku srednju vrednost i standardnu devijaciju sledećih merenja temperature: 207°C, 204°C, 205°C, 205°C i 206°C.

Rešenje:

Standardna devijacija: $Sx = \sqrt{\frac{d1^2 + d2^2 + \dots + dn^2}{n}}$

Gde je $d_i = X_i - X_{sr}$ devijacija i-te observacije (i-tog merenja), a X_{sr} je aritmetička srednja vrednost.

$$x_{sr} = \frac{207 + 204 + 205 + 205 + 206}{5} = 205.4^\circ\text{C}$$

$$d_1^2 = (207 - 205.4)^2 = (1.6)^2 = 2.56$$

$$d_2^2 = (204 - 205.4)^2 = (-1.4)^2 = 1.96$$

$$d_3^2 = (205 - 205.4)^2 = (-0.4)^2 = 0.16$$

$$d_4^2 = (205 - 205.4)^2 = (-0.4)^2 = 0.16$$

$$d_5^2 = (206 - 205.4)^2 = (0.6)^2 = 0.36$$

$$Sx = \sqrt{\frac{2.56 + 1.96 + 0.16 + 0.16 + 0.36}{5}} = 1.14^\circ\text{C} \quad \blacksquare$$

ZADATAK 13:

Potenciometar sa 1200 obrtaja se koristi za merenje rotacione pozicije osovine. Ulazni opseg je od -175° do +175°. Izlazni opseg je od 0 do 10 V. Izračunati veličinu mernog opsega, osetljivost senzora u voltima po stepenu i prosečnu rezoluciju u voltima i u procentima mernog opsega.

Rešenje:

Veličina mernog opsega je razlika između gornje i donje granice mernog opsega.

$$\text{Veličina mernog opsega} = 175^\circ - (-175^\circ) = 350^\circ$$

Osetljivost mernog instrumenta je odnos promene na izlazu prema promeni na ulazu koja je prouzrokovala promenu na izlazu.

$$\text{Osetljivost} = \frac{(10-0)}{350} = 0.0286 \text{ V/stepenu}$$

Rezolucija mernog instrumenta je jedinični pomeraj izlaza. Obično se izražava u procentima izlaznog opsega instrumenta. Prosečna rezolucija, izražena u procentima izlaznog opsega, je 100 podeljeno sa ukupnim brojem pomeraja na celom opsegu instrumenta.

$$\text{Prosečna rezolucija (\%)} = \frac{100}{N} = \frac{100}{1200} = 0.0833\% \text{ veličine mernog opsega}$$

$$\text{Prosečna rezolucija} = \frac{10}{1200} = 0.00833 \text{ V}$$

■

ZADATAK 14:

Taho-generator je uređaj koji se koristi za merenje brzine obrtaja motora sa unutrašnjim sagorevanjem, električnih motora i drugih uređaja. Tahometar proizvodi napon proporcionalan brzini obrtaja. Neka je odnos tahometra 5.0 V na 1000 obrtaja u minuti (revolutions per minute - rpm), opseg od 0 do 5000 rpm i tačnost od $\pm 0.5\%$. Ako je izlaz tahometra 21 V, koja je idealna vrednost brzine? Koja je minimalna i maksimalna moguća vrednost brzine?

Rešenje:

Opseg tahometra je od 0 do 25 V, što odgovara brzinama od 0 do 5000 rpm. Idealna vrednost brzine je jednaka 200 puta izlazni napon.

$$\text{Idealna brzina} = 21 \times 200 = 4200 \text{ rpm}$$

$$\text{Tačnost je } \pm 0.5\% \text{ pune skale, odnosno } \pm 0.005 \times 5000 \text{ rpm} = \pm 25 \text{ rpm}$$

$$4175 \leq \text{brzina} \leq 4225$$

■

ZADATAK 15:

Temperaturna merenja iz zadatka 12 su vršena radi testiranja ponovljivosti (preciznosti). Temperaturni transponder korišćen u testiranju ima gornju granicu opsega od 200°C i donju granicu opsega od 100°C . Svako merenje je vršeno tako što je sonda pomerana iz kanistera ulja na 100°C u kanister ulja na 200°C . Ustaljena temperatura je merena i sonda je vraćana nazad u hladnije ulje za sledeće merenje. Izračunati bias (odstupanje, grešku tačnosti) i ponovljivost u stepenima Celzijusima i u procentima mernog opsega.

Rešenje:

$$\text{Veličina mernog opsega} = 200^{\circ}\text{C} - 100^{\circ}\text{C} = 100^{\circ}\text{C}$$

Bias (sistemska greška) je odstupanje srednje vrednosti merenja od tačne vrednosti.

$$\text{Bias} = 205.4^{\circ}\text{C} - 200^{\circ}\text{C} = 5.4^{\circ}\text{C}$$

$$\text{Bias} = 100 \frac{5.4}{100} = 5.4\% \text{ veličine mernog opsega}$$

Ponovljivost mernog instrumenta je mera disperzije merenja. Ponovljivost je maksimalna razlika između nekoliko uzastopnih izlaza za iste ulaze.

$$\text{Ponovljivost} = 207^{\circ}\text{C} - 204^{\circ}\text{C} = 3^{\circ}\text{C}$$

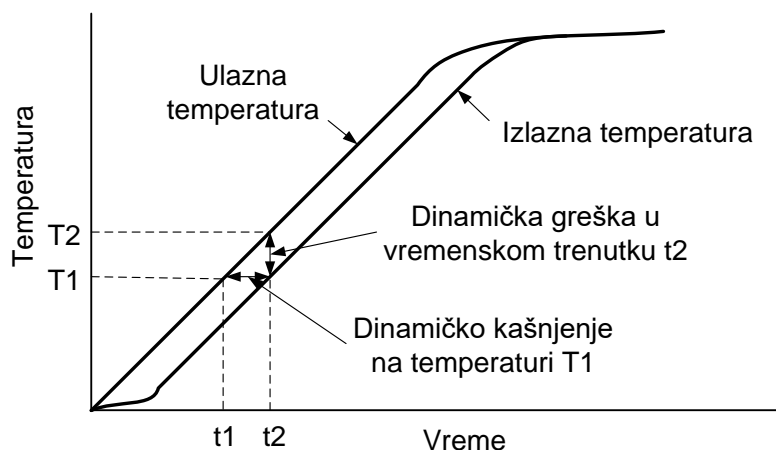
$$\text{Ponovljivost} = 100 \frac{3}{100} = 3\% \text{ veličine mernog opsega}$$

ZADATAK 16:

Temperaturni senzor se koristi za merenje temperature ulja. Ulazna temperatura (temperatura ulja) se povećava konstantnom brzinom od $1.2^{\circ}\text{C}/\text{min}$ i dinamičko kašnjenje je 2.3 min.

- Kolika je dinamička greška u stepenima celzijusima?
- Ako je opseg temperaturnog senzora 75 do 125°C , kolika je dinamička greška u procentima?

Rešenje:



Dinamičko kašnjenje je vremenski iznos koji protekne između trenutka kada ulaz dostigne određenu temperaturu i trenutka kada izlaz dostigne istu temperaturu.

Dinamička greška je razlika između ulazne temperature i izlazne temperature u određenom vremenskom trenutku.

- Neka je T_1 ulazna temperatura u vremenskom trenutku t_1 . U trenutku $t_2 = t_1 + 2.3 \text{ min}$, ulazna temperatura će biti $T_2 = T_1 + (1.2)(2.3) = T_1 + 2.76^{\circ}\text{C}$.

$$\text{Dinamička greška} = 2.76^{\circ}\text{C}$$

- Opseg senzora je $125 - 75 = 50^{\circ}\text{C}$. Dinamička greška u procentima je $100 \times 2.76/50 = 5.52\%$.

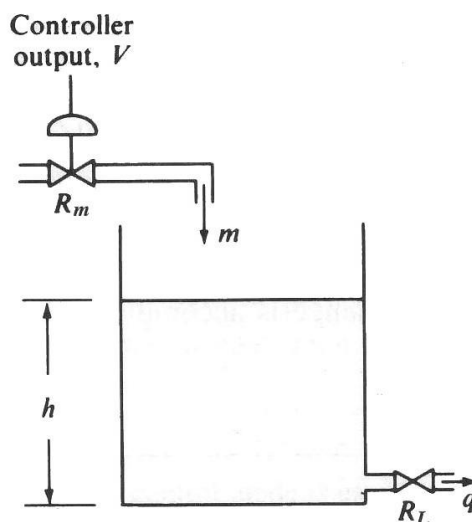
$$\text{Dinamička greška} = 5.52\%$$

■

3. Upravljanje kontinualnim procesima (Zadatak 17)

ZADATAK 17:

Upravlja se nivoom tečnosti u procesu prikazanim na slici 1. Upravljanje je realizovano On-Off kontrolerom koji otvara i zatvara ventil na ulazu.

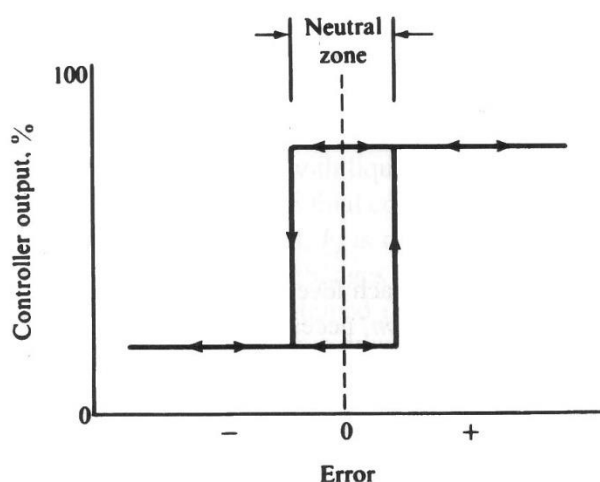


Slika 1. Proces nivoa tečnosti

Ulazni protok m je 0 kada je ventil zatvoren, a $0.004 \text{ m}^3/\text{s}$ kada je ventil otvoren. Oscilacije u nivou su dovoljno male tako da se izlazni protok q može smatrati konstatnim $0.002 \text{ m}^3/\text{s}$. Rezervoar ima poprečni presek $A = 2 \text{ m}^2$. Vreme kašnjenja procesa je 10 s . Neutralna zona kontrolera $\pm 0.005 \text{ m}$ greške nivoa. Odrediti amplitudu i period oscilacija nivoa.

Rešenje:

Upravljačka logika kontrolera je prikazana na slici 2.



Slika 2. Izlaz On-Off kontrolera

Prvo ćemo izračunati kojom brzinom se menja nivo tečnosti u rezervoaru. Brzina akumulacije tečnosti u rezervoaru (a) je jednaka razlici ulaznog i izlaznog protoka:

$$a = m - q [m^3/s]$$

Brzinu promene nivoa (dh/dt) dobijemo kada brzinu akumulacije podelimo sa poprečnim presekom rezervoara:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{a}{A} = \frac{m - q}{2} [m/s]$$

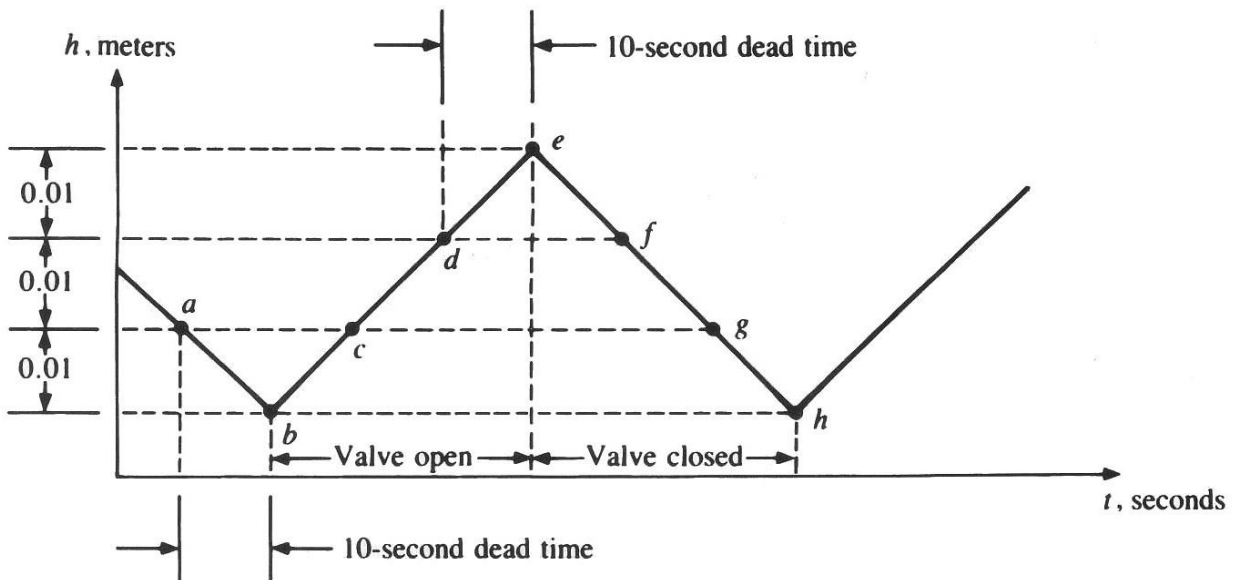
Kada je ventil otvoren:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{0.004 - 0.002}{2} = 0.001 m/s$$

Kada je ventil zatvoren:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{0 - 0.002}{2} = -0.001 m/s$$

Grafik oscilacija je ilustrovan na slici 3.



Slika 3. Oscilacije nivoa tečnosti u rezervoaru iz zadatka 1

U tački a ventil je zatvoren. Nivo se menja brzinom od $-0.001 m/s$ (opada) i dostigao je donju granicu neutralne zone. Posle 10 s vremenskog kašnjenja, kontroler otvara ventil u tački b . Nivo je opao dodatnih $(10 s) \cdot (-0.001 m/s) = -0.01 m$.

$$t_b - t_a = 10 s$$

$$h_b - h_a = -0.01 m$$

Ventil je otvoren od tačke b do tačke e i nivo se povećava brzinom $0.001 m/s$. Treba mu 10 s da dostigne tačku c .

$$t_c - t_b = 10 s$$

$$h_c - h_b = 0.01 m$$

Vreme potrebno da stigne od tačke c do tačke d dobijamo ako podelimo promenu nivoa (0.01 m) sa brzinom promene nivoa (0.001 m/s).

$$t_d - t_c = \frac{0.01}{0.001} = 10 \text{ s}$$

$$h_d - h_c = 0.01 \text{ m}$$

U tački d nivo je dostigao gornju granicu neutralne zone. Posle 10 s vremenskog kašnjenja kontroler zatvara ventil u tački e .

$$t_e - t_d = 10 \text{ s}$$

$$h_e - h_d = 0.01 \text{ m}$$

Pošto su brzine povećanja i opadanja nivoa iste, vreme od e do h je isto kao vreme od b do e .

$$t_h - t_e = t_e - t_b = 30 \text{ s}$$

Konačno, amplituda oscilacija je $h_e - h_b$, a period je $t_h - t_b$.

$$\begin{aligned} \textit{Amplituda} &= (h_c - h_b) + (h_d - h_c) + (h_e - h_d) = 0.01 + 0.01 + 0.01 \\ &= 0.03 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\textit{Period} = (t_e - t_b) + (t_h - t_e) = 30 + 30 = 60 \text{ s}$$

■

4. Procesne karakteristike

Integralni proces ili proces u obliku rampe (Zadatak 18)

Ovakav proces se sastoji od jednog kapacitivnog elementa tako konfigurisanog da je izlazni protok materijala ili energije nezavisan od količine materijala ili energije sačuvanom u kapacitivnom elementu. Količina čuvanog materijala ili energije ostaje konstantna samo ako je ulazni protok jednak izlaznom protoku. Ako je ulazni protok veći od izlaznog protoka količina sačuvana u kondenzatoru će rasti proporcionalno razlici, a ukoliko je obrnuto količina sačuvana u kondenzatoru će da opada proporcionalno razlici. Ulazni protok predstavlja ulaz u integralni sistem, ali izlazni protok nije izlaz sistema. Izlaz sistema je ustvari neka promenljiva, kao na primer nivo tečnosti, koji je mera količine energije sačuvane u kapacitivnom elementu.

Jednačina u vremenskom domenu:

$$h^*(t_1) - h^*(t_0) = \frac{1}{T_i} \int_{t_0}^{t_1} (q_{in}^* - q_{out}^*) dt$$

Funkcija prenosa:

$$\frac{H(s)}{Q(s)} = \frac{1}{T_i s}$$

$h^*(t_0)$ – *normalizovan izlaz u trenutku t_0 , procenat FS_{out}*

$h^*(t_1)$ – *normalizovan izlaz u trenutku t_1 , procenat FS_{out}*

FS_{in} – *pun opseg ulaza*

FS_{out} – *pun opseg izlaza*

q_{in}^* – *normalizovan ulazni protok, procenat FS_{in}*

q_{out}^* – *normalizovan izlazni protok, procenat FS_{in}*

t – *vreme, s*

T_i – *integralna vremenska konstanta, s*

Integralni proces protoka tečnosti:

$$T_i = A \frac{FS_{out}}{FS_{in}}$$

A – *poprečni presek rezervoara sa tečnosti, m^2*

ZADATAK 18:

Integralni proces nivoa tečnosti ima sledeće karakteristike:

$$FS_{in} = 0.01 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$FS_{out} = \text{Visina tanka} = 4 \text{ m}$$

$$\text{Prečnik: } 1.5 \text{ m}$$

$$h^*(t_0) = 22.5\% FS(0.9\text{m})$$

$$q_{out}^* = 60\% FS(0.006 \text{ m}^3/\text{s})$$

$$q_{in}^* = 80\% FS(0.008 \text{ m}^3/\text{s})$$

Odrediti integralnu vremensku konstantu, jednačinu u vremenskom domenu, funkciju prenosa i nivo u trenutku $t_0 + 100\text{s}$.

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = 1.76 \text{ m}^2$$

$$T_i = A \frac{FS_{out}}{FS_{in}} = 704 \text{ s}$$

$$h^*(t_1) = \frac{1}{704} \int_{t_0}^{t_1} (q_{in}^* - q_{out}^*) dt + h^*(t_0)$$

$$\frac{H(s)}{Q(s)} = \frac{1}{704 \text{ s}}$$

Promena nivoa od t_0 do $t_0 + 100\text{s}$ je $\left(\frac{80-60}{704}\right) * 100 = 2.83\% FS$

$$h^*(t_0 + 100) = h^*(t_0) + \text{promena nivoa} = 22.5\% + 2.83\% = 25.33\% FS$$

$$h^*(t_0 + 100) = \frac{25.33\%}{100\%} * 4 = 1.013\text{m}$$

Procesi prvog reda (Zadatak 19)

Ovakvi sistemi se sastoje od jednog kapacitivnog elementa konfigurisanog tako da je izlazni protok materijala ili energije proporcionalan količini materijala ili energije sačuvane u kapacitivnom elementu. Proces prvog reda je samoregulacioni proces zato što automatski proizvodi izlazni protok da odgovara ulaznom protoku.

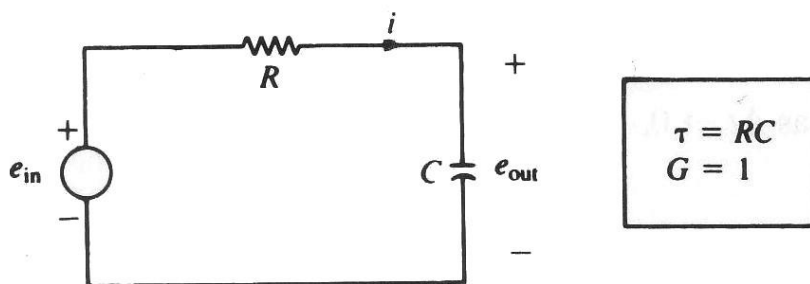
Funkcija prenosa:

$$\frac{Y}{X} = \frac{G}{1 + \tau s}$$

Jednačina u vremenskom domenu:

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = Gx$$

Funkcija prenosa prvog reda za električno redno RC kolo:



Slika 1. Redno RC kolo – električni proces prvog reda

ZADATAK 19:

Električno kolo sa slike 1 ima otpornost $8.2 \text{ k}\Omega$ i kapacitivnost $60 \text{ }\mu\text{F}$. Odrediti sledeće:

- a. Vremesku konstantu
- b. Funkciju prenosa.

Rešenje:

- a. Vremenska konstanta

$$\tau = RC = (8.2 * 10^3) * (60 * 10^{-6}) = 0.492 \text{ s}$$

- b. Funkcija prenosa je

$$\frac{E_{out}(s)}{E_{in}(s)} = \frac{1}{1 + 0.492s}$$

Procesi drugog reda

Ovakvi procesi imaju dva kapacitivna elementa, jedan kapacitivni i jedan inercijalni element ili dva inercijalna (masa, induktivnost, inertansa) elementa.

Tri parametra karakterišu procese drugog reda. Prvi je rezonantna frekvencija ω_0 , drugi je količina prigušivanja u procesu, predstavljen koeficijentom prigušivanja α ili odnos prigušivanja ζ . Treći parametar je steady-state pojačanje, G .

Funkcija prenosa:

$$\frac{Y}{X} = \frac{G}{1 + A_1 s + A_2 s^2}$$

Jednačina u vremenskom domenu:

$$A_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + A_1 \frac{dy}{dt} + y = Gx$$

Parametri:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{A_2}}$$

$$\alpha = \frac{A_1}{2A_2}$$

$$\zeta = \frac{\alpha}{\omega_0} = \frac{A_1}{2\sqrt{A_2}} = \frac{A_1 \omega_0}{2}$$

$$A_2 = \frac{1}{\omega_0^2}$$

$$A_1 = \frac{2\zeta}{\omega_0} = \frac{2\alpha}{\omega_0^2}$$

Mehanički procesi drugog reda (Zadatak 20)

Procesni ulaz:

$$f - \text{primenjena sila, } N$$

Procesni izlaz

$$h - \text{pozicija mase, } m$$

$$A_2 = MC_m$$

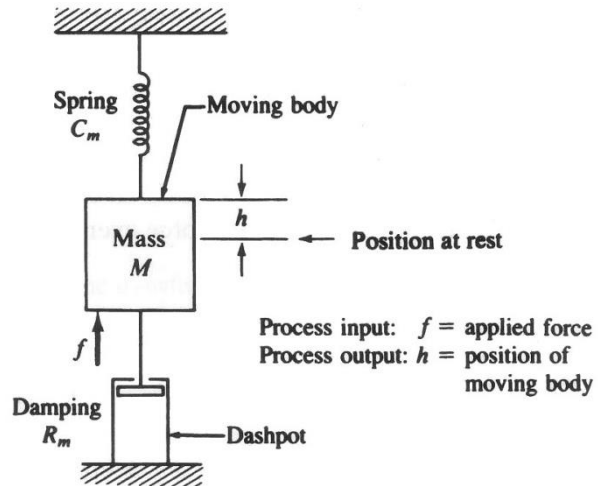
$$A_1 = RC_m$$

$$G = C_m$$

M – masa tela u kretanju, kg

R – otpornost prigušenja, $N \cdot s/m$

C_m – kapacitivnost opruge, m/N



Slika 2. Mehanički process drugog reda – opruga – masa – prigušenje sistem

Električni procesi drugog reda (Zadatak 21)

Procesni ulaz:

e_{in} – ulazni napon, V

Procesni izlaz

e_{out} – kapacitivni napon, V

$$A_2 = LC$$

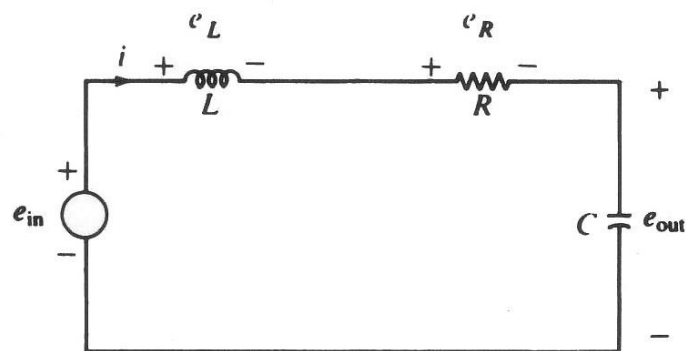
$$A_1 = RC$$

$$G = 1$$

L – električna induktivnost, H

R – električna otpornost, Ω

C – električna kapacitivnost, F



Slika 3. Električni proces drugog reda – redno vezano RLC kolo

ZADATAK 20:

Proces opruga–masa–prigušenje sastoji se od 10 kg teškog tega, opruge kapacitivnosti 0.001 m/N, i otpornosti prigušenja od 20 N s/m. Odrediti:

- jednačinu u vremenskom domenu
- funkciju prenosa
- rezonantnu frekvenciju ω_0
- faktor prigušenja ζ
- da li je proces premalo prigušen, previše prigušen ili na granici

Rešenje:

a.

$$A_2 = MC_m = 0.01$$

$$A_1 = RC_m = 0.02$$

$$G = C_m = 0.001$$

$$0.01 \frac{d^2 h}{dt^2} + 0.02 \frac{dh}{dt} + h = 0.001 f$$

b.

$$\frac{H(S)}{F(S)} = \frac{0.001}{1 + 0.02s + 0.01s^2}$$

c. Rezonantna frekvencija

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{A_2}} = 10 \text{ rad/s}$$

d. Faktor prigušenja

$$\zeta = \frac{\alpha}{\omega_0} = \frac{A_1}{2\sqrt{A_2}} = \frac{0.02}{2\sqrt{0.01}} = 0.1$$

e. Odnos prigušenja je manji od 1; proces je premalo prigušen

ZADATAK 21:

Električno redno RLC kolo se sastoji od 0.22 H induktora, $10\text{ }\mu\text{F}$ kondenzatora i $200\text{ }\Omega$ otpornika. Odrediti:

- a. jednačinu u vremenskom domenu
- b. funkciju prenosa
- c. rezonantnu frekvenciju ω_0
- d. faktor prigušenja ζ
- e. tip prigušenja

Rešenje:

a.

$$A_2 = LC = 2.2 * 10^{-6}$$

$$A_1 = RC = 0.002$$

$$G = 1$$

$$2.2 * 10^{-6} \frac{d^2 e_{out}}{dt^2} + 0.002 \frac{de_{out}}{dt} + e_{out} = e_{in}$$

b.

$$\frac{E_{out}(S)}{E_{in}(S)} = \frac{1}{1 + 0.002s + 2.2 * 10^{-6}s^2}$$

c.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{A_2}} = 674\text{ rad/s}$$

d.

$$\zeta = \frac{A_1 \omega_0}{2} = 0.67$$

e. Odnos prigušenja je manji od 1; proces je premalo prigušen

Proces sa vremenskim kašnjenjem (Zadatak 22)

Procesi sa vremenskim kašnjenjem su oni procesi u kojima je masa ili energija transportovana iz jedne tačke u drugu. Izlazni signal kod ovih precesa je identičan ulaznom samo zakašnjen u vremenu.

Jednačina u vremenskom domenu:

$$f_0(t) = f_i(t - t_d)$$

$$t_d = \frac{D}{v}$$

Funkcija prenosa:

$$\frac{F_0(S)}{F_i(S)} = e^{-t_d s}$$

D – *distanca od ulaza do izlaza, m*

v – *brzina putovanja signala, m/s*

ZADATAK 22:

Proces sa čistim vremenskim kašnjenjem se sastoji od pokretne trake dugačke 12 m sa brzinom okretanja od 0.6 m/s. Odrediti vremensko kašnjenje, jednačinu u vremenskom domenu, i funkciju prenosa.

Rešenje:

$$t_d = \frac{D}{v} = 20 \text{ s}$$

$$f_0(t) = f_i(t - 20)$$

$$\frac{F_0(S)}{F_i(S)} = e^{-20s}$$