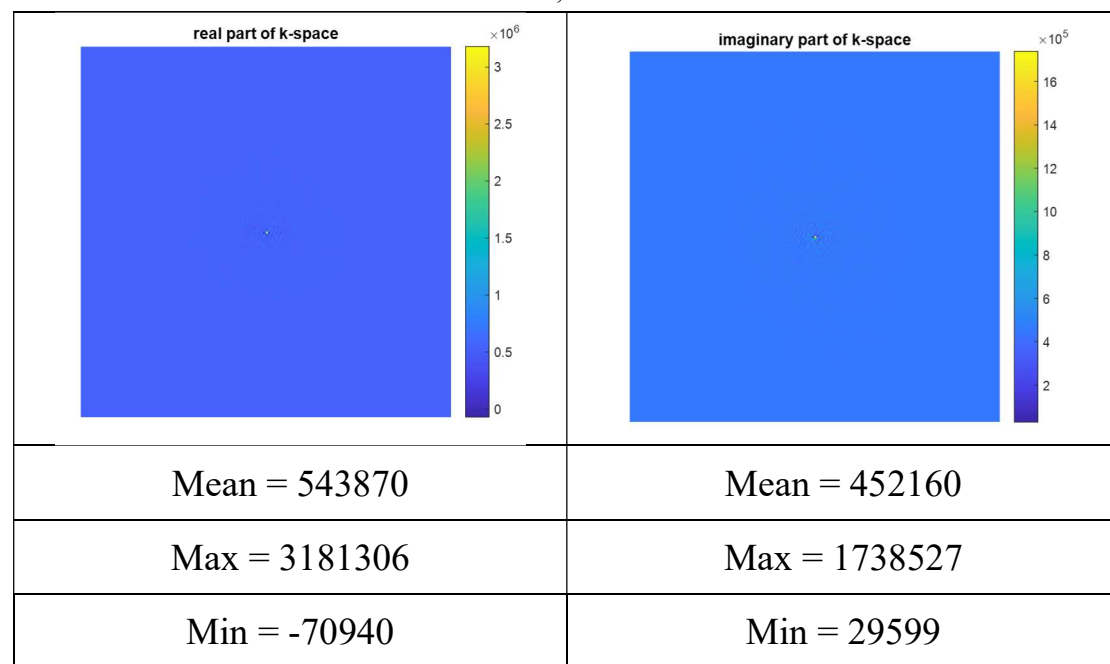


HW2 評分標準與參考解答

- 評分標準(total 100%，第一題每小題和第二題(a) 9 分，第二題(b) 10 分)

1. Given 2 MRI raw data files from spin-echo pulse sequence, 256x256 data points for each, corresponding to the real (hw2_r.dat) and imaginary (hw2_i.dat) components in k-space. The data files are provided with binary format and all data points contain 4-byte integers. Ideally, you can reconstruct the MRI image by 2D inverse Fourier transforming the provided k-space data.

- (a) Show the real and imaginary components, respectively (by Matlab instruction: `imagesc()`), and check the data range (by Matlab instructions: `colorbar`, `max()` and `min()`, and `mean2()`). By checking the data range, supposedly, you should be able to find out that the data suffer a constant DC offset, which comes from the electronics.

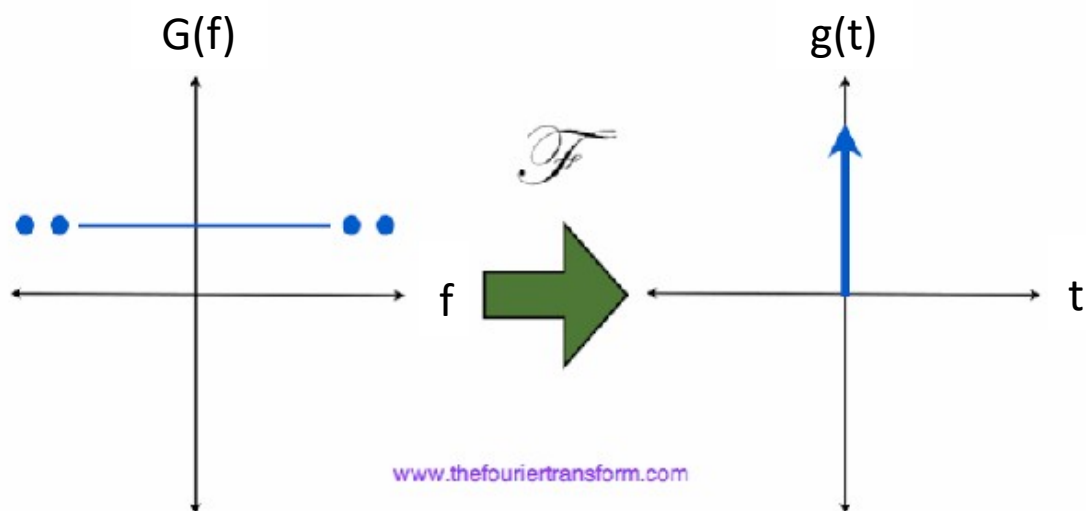


實部與虛部的最大值與最小值由圖中判斷應該都在中心點，從 color 判斷應該整張 data 都很接近，但最大值與最小值與平均值相差很大，故判斷可能有 DC 存在，應該有 DC offset。

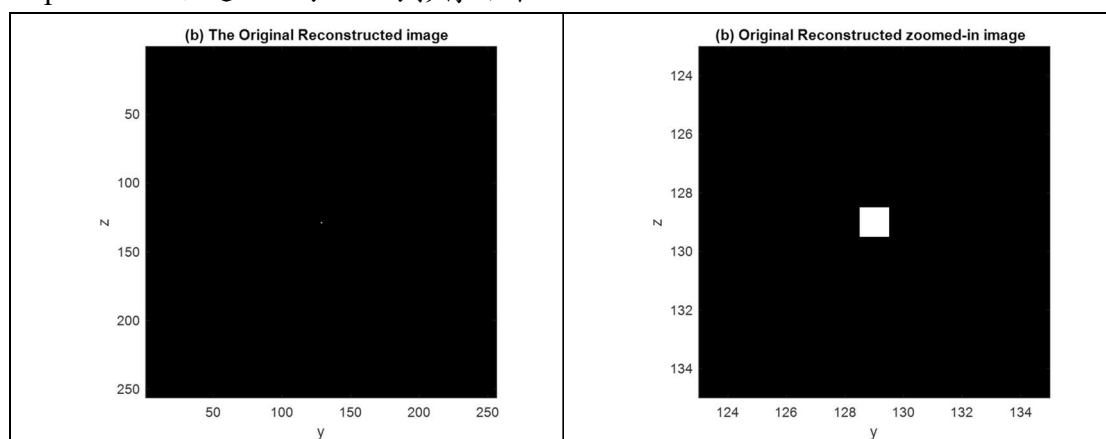
- (b) Discuss the effects on the image when the receiver channel has a constant DC offset caused by the electronics. You can apply 2D inverse Fourier transform to the given k-space data, and see the effects directly from the reconstructed image. Justify your findings.

由(a)小題可以知道原始的頻域訊號摻雜 DC offset，下圖為 DC offset 經過

傅立葉轉換的結果。



從上圖可以知道 DC offset 經過 ifft 會在頻率為 0 的地方出現 peak，延伸到 2D 的 ifft 就會變成是在 x 和 y 等於 0 的地方出現 peak。因此可以預期結果影像應該會是原本 MRI 影像加上 DC offset 經過 ifft2 的影像結果。下圖為 KspaceData 經過 2D 的 ifft 的影像結果。



左邊影像是未消去 DC 影像，右邊的影像是可以看到影像結果是在中心處 $(y,z)=(129,129)$ 的地方有一個很強的亮點，這個亮點就是 DC offset 經過傅立葉轉換的結果，會在頻率為 0 的地方出現很大的值，所以原本的影像幾乎看不到。而這個點也是影像中 ky 和 kz 為 0 的地方。

程式碼解說：

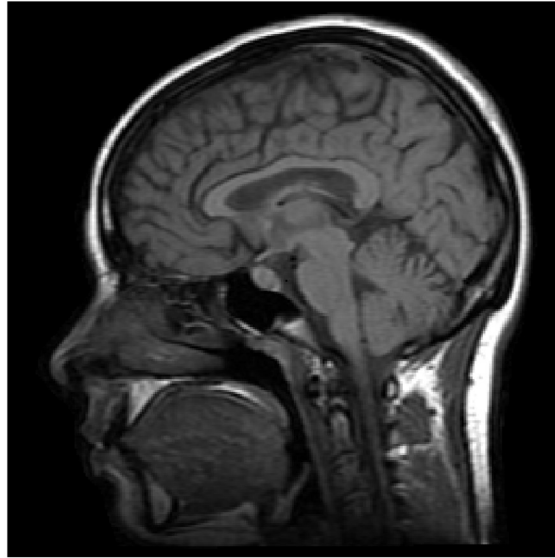
```
ImData = abs(ifftshift(ifft2(KspaceData)));
```

這裡 ifft2 是做 2D 的 inverse FFT，ifftshift 是將 x 和 y 為 0 的地方移到中心點的地方。

(c) Follow (b). How could you retrospectively correct it? Could you test your proposed method successfully on it? Discuss how you make it or why you are unsuccessful. If

you were successful, you will see a sagittal-slice image similar to the following image.

(c) The image removed DC offset

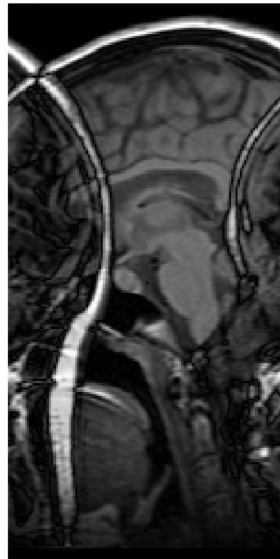


此題只要移除 DC offset 就可以完整成像，移除 DC offset 的方法為將實部與虛部的數據減去其平均值，再經過 `ifft2` 與 `ifftshift` 即可還回原影像。

- (d) Use the same set of data to verify the effects of sampling interval in k-space on the image. Make sure to include DC offset correction in your reconstruction program. Reconstruct the image by using only the even samples along the k_y direction (note that the x y z coordinates follow the definition used in our lecture slide). Explain your findings and discuss why you obtain such an image. If you have troubles in removing the DC offset, you can load the DC removed k-space data from the provided file – `KspaceData_DCRemoved.mat` for this and the following questions.

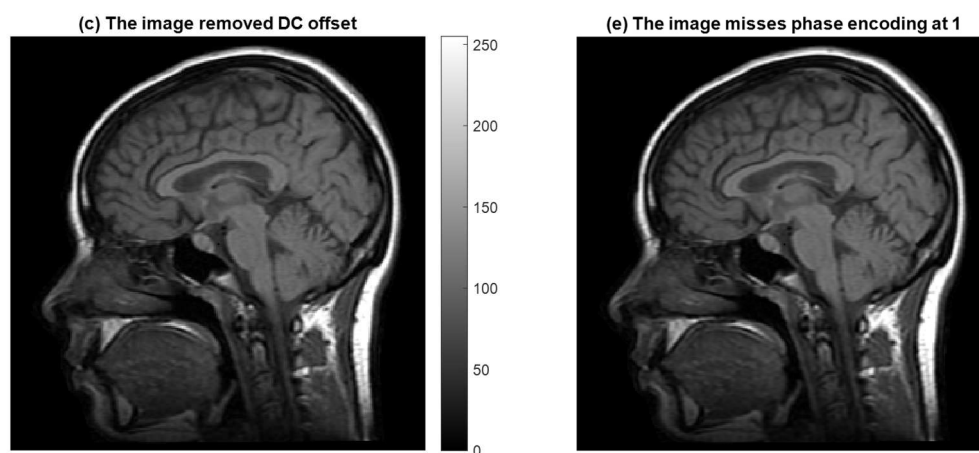
這題要我們在 k_y 方向取偶數的 sample，在 k 上面則不變。在 k_y 方向取偶數的 sample 等效上就是讓 k_y 的 sampling interval (以下稱為 Δk_y) 變為 2 倍，因此影像在 y 方向的 FOV 也會變成原本的一半，而 z 方向因為 sampling interval 沒有改變，因此 FOV 不變。如果從老師上課交的 FFT 概念來講的話，原本要相乘的 impulse train 的週期從 Δk_y 變成 $2\Delta k_y$ ，轉換到 spatial domain 上就是跟週期為 $\Delta y = 1/2\Delta k_y$ 的 impulse train 做 convolution。但是我們實際上的取樣頻率沒有被改變到，因此做 `ifft` 會多取到相鄰週期一半的訊號，因此在影像上就會出現疊影(aliasing)的現象。

(d) The image misses the even sample at k_y



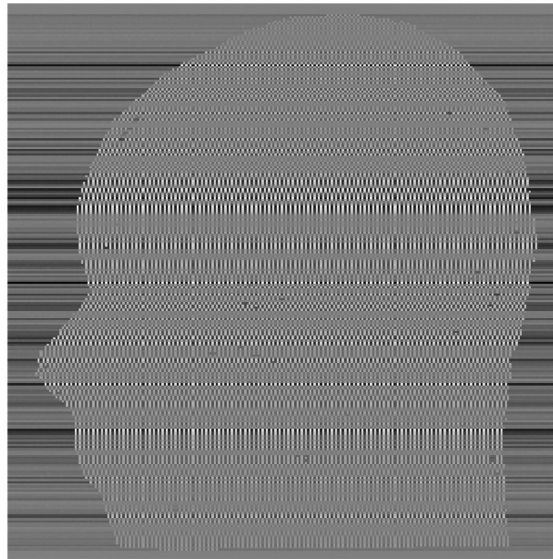
- (e) Use the same set of data to grasp more sense on the relationship between the k-space and the reconstructed image. Make sure to include DC offset correction in your reconstruction program. Reconstruct the image when the middle (#129) phase encoding value has been arbitrarily set to zero and also reconstruct the image when the first (#1) phase encoding value has been arbitrarily set to zero. Compared with the image reconstructed with the full MRI k-space data in (c), explain the results in the two images. In particular, contrast the artifacts in the two images and discuss why they are different. Note that y direction is the phase encoding direction.

下圖是原本做傅立葉轉換後的影像和遺失第 1 條 phase encoding 的數據所產生的影像結果。



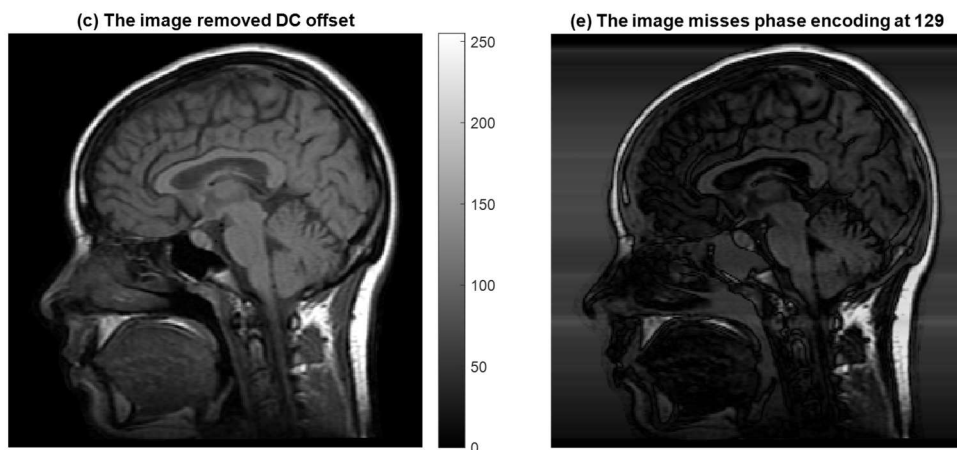
下面是影像相減的結果:

The residue Image



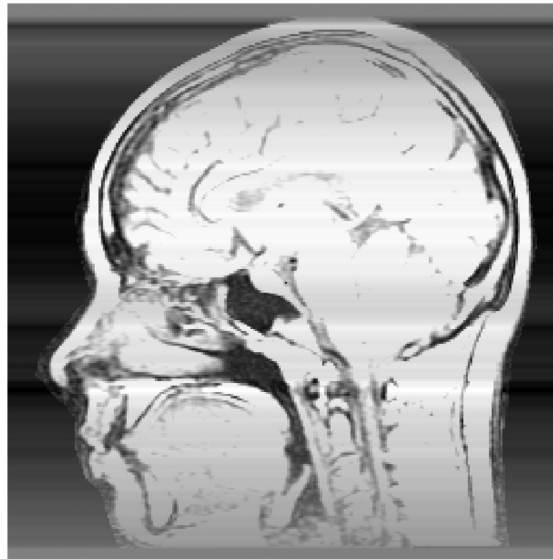
因為我們的 phase encoding 是作在 y 方向上面，比較前後的影像(原本的影像和少了一條 phase encoding 的影像)，因為我們拿掉的是在 ky 上很高頻的訊號，而高頻訊號佔影像的比例很少，因此沒有太大差別。而從影像相減的結果可以看到，在 y 方向可以看到影像的輪廓，可以後來的影像消去了一些邊界的部分，但是成分不大。

下圖是原本做傅立葉轉換後的影像和遺失第 129 條 phase encoding 的數據所產生的影像結果。



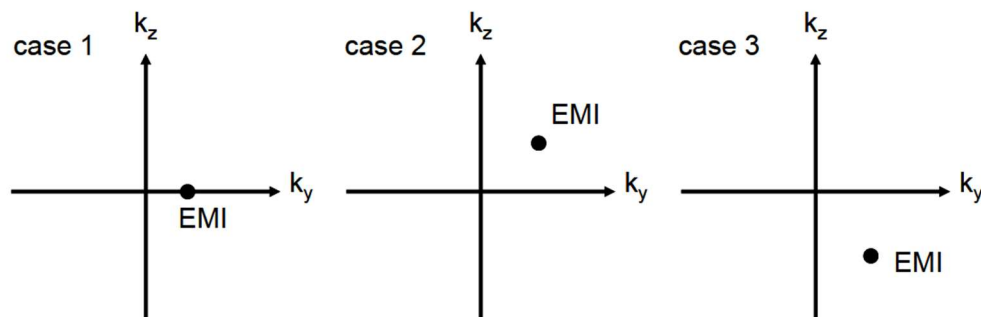
下面是影像相減的結果:

The residue Image



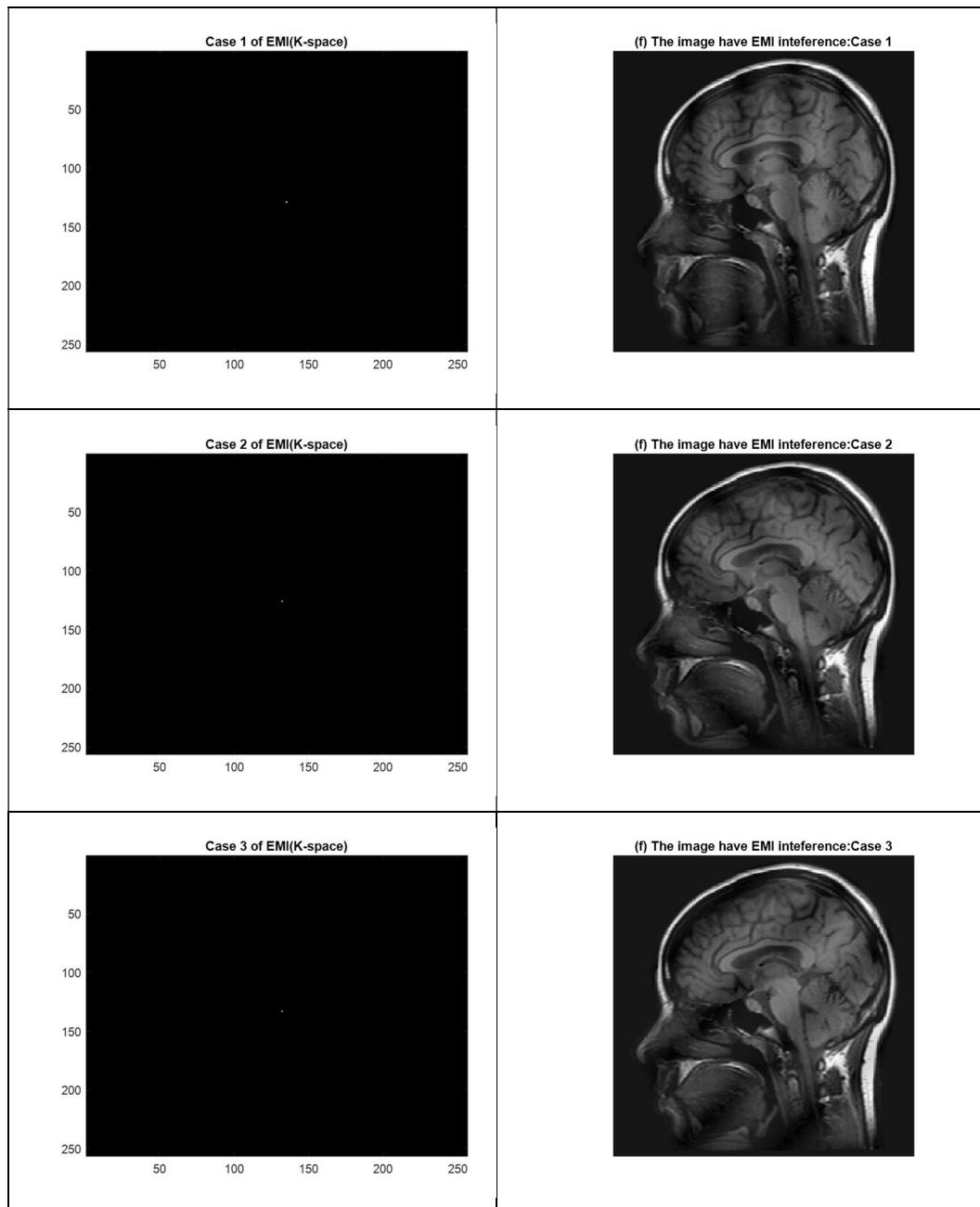
因為我們的 phase encoding 是作在 y 方向上面，比較前後的影像(原本的影像和少了一條 phase encoding 的影像)，發現影像的亮度降低了許多，這代表影像上的 DC 和很低頻成分被移除掉。從相減的影像可以發現影像顯示了這張影像的亮度，這些訊號很大一部份代表影像的亮度，因此少了這條 encoding 會讓影像的強度大幅減少。

- (f) Use the same set of data to verify the effects on the image if the receiver channel suffers strong electromagnetic interference (EMI) while acquiring certain k-space data point. Make sure to include DC offset correction in your reconstruction program. Note that “strong” means the EMI is larger than or equal to the original k-space data and at least try the following three cases. Describe how you make it, and justify your findings on the reconstructed image.

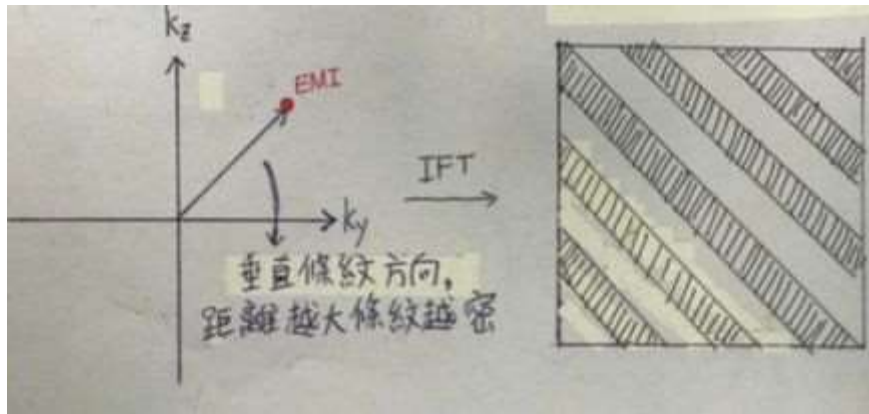


下圖是 EMI 在 k-space 的位置和影像加上 EMI 的結果:

EMI in k-space	EMI Result
----------------	------------



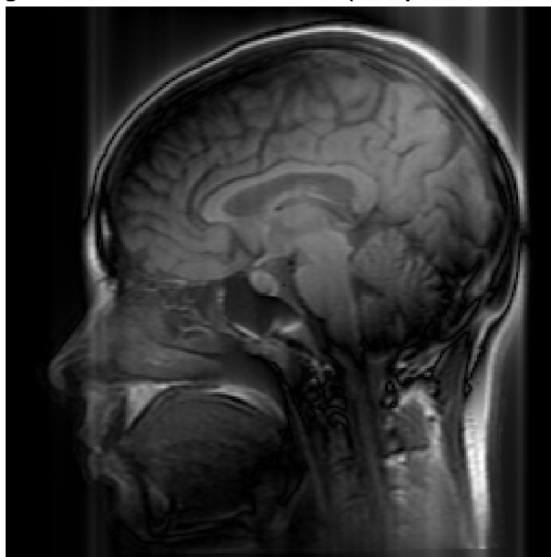
產生 EMI 在 k-space 上，經過 fft^2 會在另一 domain 上產生條紋，而且如果 EMI 在 K-space 越接近高頻的話，產生的干涉條紋重複頻率會增加，反之則下降，條紋的方向可以看到是垂直於 EMI 與 k_y k_z 中心點連線的線條，如下面示意圖所示。



參考網頁: <https://adventures-in-186.tumblr.com/post/151752157661/applications-and-properties-of-the-2d-fourier>

- (g) Use the same set of data to implement half Fourier imaging which saves you about half of the scan time. Make sure to include DC offset correction in your reconstruction program. Does it work well? Why or why not? Note that almost all the commercial MRI systems in the world have the half Fourier imaging function in their standard package. So there must be some way to make it work. (half Fourier imaging: acquire half of k-space data, then use the conjugate-symmetry property of Fourier transform for a real signal to build the full k-space and reconstruct the MRI image). Note that y direction is the phase encoding direction and you should use half of k-space data in the proper spatial frequency corresponding to phase encoding direction.

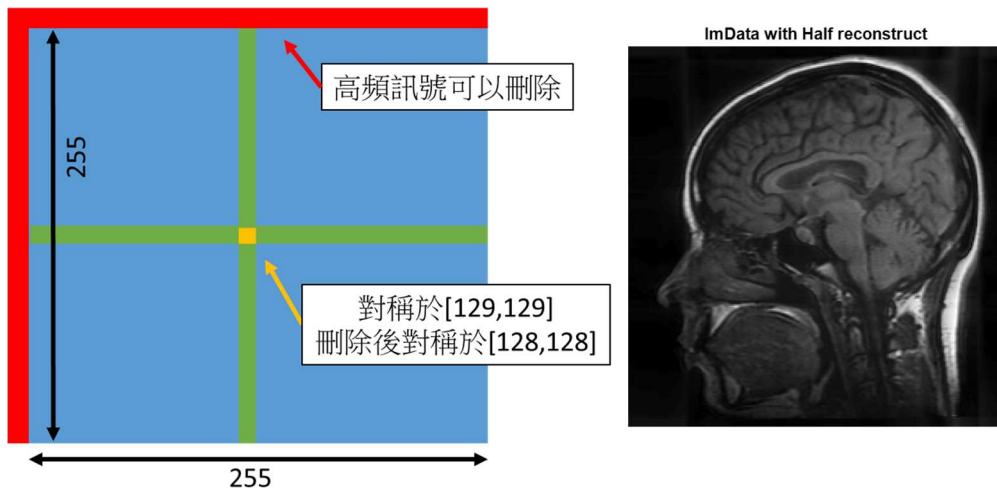
(g) The image have half fourier transform (Use phase encoding 1 to 128)



依據上課老師所教的FFT，訊號頻譜的正頻率和負頻率彼此會是 conjugate symmetry 的關係。因為k-space是二維的頻譜，因此變成是左上與

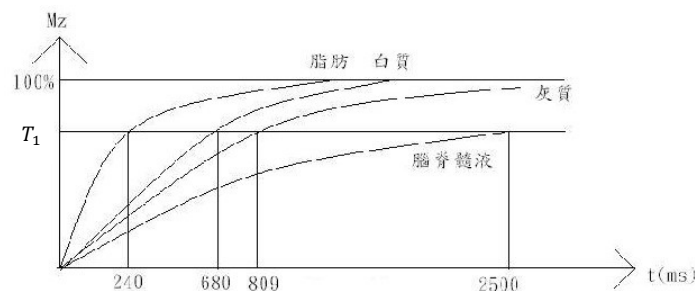
右下、右上與左下會呈現conjugate symmetry的關係。這題的題意是要我們用一半的phase encoding來重建影像。因此在影像上是選擇用左半部來重建影像。從(e)的結果，我們得知影像的亮度主要由第129條phase encoding來提供，因此必須要包含到第129條的phase encoding。

從上面的圖片可以看到假影的產生，因此可以利用另一個做法。當我們觀察資料的時候，原本的資料是 256×256 ，但是可以發現整個資料是對[129,129]有對稱性，因此對於此點有 conjugate symmetry。於是在資料的處理上，可以把左半與上半最外圈的資料刪除(高頻訊號的影響比較沒有那麼大)，得到 255×255 的矩陣。此時的 k space 就會對[128,128]的點有對稱，再取 conjugate 與翻轉，就能得到幾乎無假影的結果圖。(這個時候取哪一個半邊資料所得到的影像都會類似，與原圖幾乎雷同)



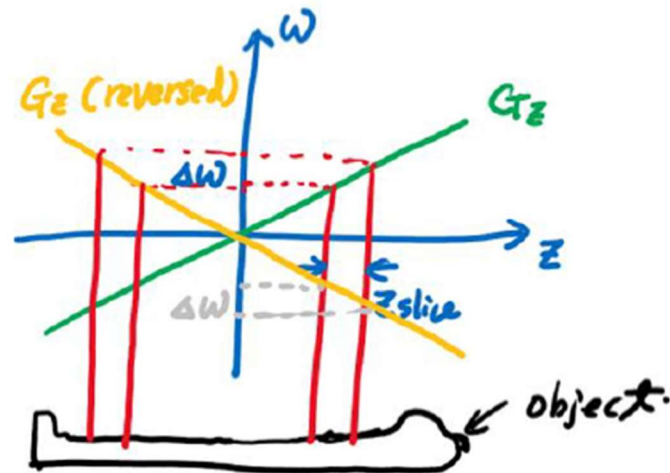
- (h) Based on the image you reconstruct in (c), please tell what weighted image (e.g., T1 weighted or T2 weighted) it is, and justify your answer.

影像裡包含皮膚、腦部灰白質和腦脊髓液。在影像的亮度為皮膚>腦部灰白質>腦脊髓液，而皮膚主要由脂肪構成，腦脊髓液主要是水。因為脂肪的T1值比水大很多，因此在影像上可以看到很清楚的對比，並且灰白質介於兩者之間，因此可以推論是T1WI，下圖為不同組織的relaxation time。



- (i) A technician has accidentally reversed the wires to the slice selection gradient coil such that the gradient is reversed. Must you change the current waveform delivered to this gradient coil for the same slice selection as a result of this error? Explain.

Slice Selection 的梯度線圈是接反，會導致我們掃描出來的部位不是原本的部位，示意圖如下圖：



綠色的線是原本我們預期的 G_z 磁場，在線接反的情況下所產生的磁場也會顛倒過來。根據上課的內容 (Topic2_MRI_Part1_Spring2022_HandWriting 0421_2022 Page.111)，射頻脈衝只激發頻率相同的氫原子核，因此根據公式

$$\omega(z) = \gamma * (B_0 + G_z * z)$$

原本的 G_z 會變成 $-G_z$ (黃色的線)，因此原本我們所收到的 z slice範圍是 z_1 到 z_2 ，線圈顛倒後就會變成接收 $-z_1$ 到 $-z_2$ 的區域。解決方法是改變RF的射頻脈衝的中心頻率，假設要掃描的中心位置是 z_0 ，對應到的中心頻率為 $\gamma * (B_0 + G_z * z_0)$ ，在磁場顛倒的情況下，RF的射頻脈衝的中心頻率要改成 $\gamma * (B_0 - G_z * z_0)$ 。