## UIT IE229 - ARTIFICIAL INTELLIGENCE Homework (1) 機械学習の基礎

問1. 2枚のコインA,Bが与えられているとする。コインAは歪んでいないコインであり、表が出る確率は1/2であることがわかっている。しかし、コインBは歪んでおり、さらに、表がでる確率はわかっていない。これらのコインを直接観測することはできないが、2つのコインを同時に投げたときに出た表の枚数を観測することはでき、この数をXとする(すなわち、Xは0,1,2の値をとりえる確率変数)。2つのコインを同時に投げる試行を140回繰り返したところ、Xのそれぞれの値に対する出現回数は、次の表のような結果となった。

X	0	1	2	計
出現回数	42	70	28	140

このとき、コインBの表がでる確率を最尤推定により求めよ。(4点)

問 2.  $f(a,b) = 23a^2 + 2b^2 - 40a + 12ab - 12b$ を最小にするaとbを勾配降下法で求めることを考える。次のアルゴリズムの(r)~(r)0空欄に入る整数値を答えよ。 ただし、 $\eta$ は学習率である。(4点)

- 1. a及びbを初期化
- 2. 以下を繰り返す

2.1. 
$$a \leftarrow a - \eta \left( \begin{array}{c|c} \mathcal{T} & a + \end{array} \right) b - 40$$

2.2. 
$$b \leftarrow b - \eta \left( \begin{array}{ccc} \dot{p} & a + \boxed{\bot} & b + \boxed{J} \end{array} \right)$$

Q1. Suppose we are given two coins A and B. Coin A is an undistorted coin, and we know that the probability of Head showing up is 1/2. However, coin B is distorted, and the probability of Head showing up is not known. We cannot observe these coins directly, but we can observe the number of times Head appears when the two coins are tossed simultaneously, and let X be this number (i.e., X is a random variable that can take the values 0, 1, or 2). After 140 trials of tossing two coins simultaneously, the number of occurrences for each value of X is shown in the following table.

X	0	1	2	Total
# of occurrences	42	70	28	140

Find the probability that Head of coin B will show up by maximum likelihood estimation. (4 points)

Q2. Consider using the gradient descent method to find a and b that minimize  $f(a, b) = 23a^2 + 2b^2 - 40a + 12ab - 12b$ . Answer the integer values for the blanks ( $\mathcal{T}$ ) through ( $\mathcal{T}$ ) in the following algorithm, such that  $\eta$  is the learning rate. (4 points)

- 1. Initialize a and b
- 2. Repeat the following

2.1. 
$$a \leftarrow a - \eta \left( \begin{array}{c} \mathcal{T} \\ \end{array} \right) a + \left[ \begin{array}{c} \mathcal{A} \\ \end{array} \right] b - 40$$

2.2. 
$$b \leftarrow b - \eta \left( \begin{array}{ccc} \dot{p} & a + \boxed{\bot} & b + \boxed{\bot} \end{array} \right)$$