UIT IE229 – ARTIFICIAL INTELLIGENCE　Homework (1) 機械学習の基礎

問 1.　2 枚のコイン A, B が与えられているとする。コイン A は歪んでいないコインであり、表が出る確率は 1/2 であることがわかっている。しかし、コイン B は歪んでおり、さらに、表がでる確率はわかっていない。これらのコインを直接観測することはできないが、2 つのコインを同時に投げたときに出た表の枚数を観測することはでき、この数を X とする(すなわち、X は $0, 1, 2$ の値をとりえる確率変数)。2 つのコインを同時に投げる試行を 140 回繰り返したところ、X のそれぞれの値に対する出現回数は、次の表のような結果となった。

X	0	1	2	計
出現回数	42	70	28	140

このとき、コイン B の表がでる確率を最尤推定により求めよ。(4 点)

(解答例)

0.4

コイン B の表がでる確率をθとおくと、表の出た枚数 X の確率分布は次のようになる。

X	0	1	2	計
確率	$\frac{1}{2}(1-\theta)$	$\frac{1}{2}(1-\theta)+\frac{1}{2}\theta=\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\theta$	1

よって、尤度関数は、

$$l(\theta)=\left\{\frac{1}{2}(1-\theta)\right\}^{42}\left\{\frac{1}{2}\right\}^{70}\left\{\frac{1}{2}\theta\right\}^{28}=\left\{\frac{1}{2}\right\}^{140}(1-\theta)^{42}\theta^{28}$$

となる。

$$\frac{dl(\theta)}{d\theta}\propto -42(1-\theta)^{41}\theta^{28}+28(1-\theta)^{42}\theta^{27}=0$$

$$-42\theta+28(1-\theta)=0$$

$$\theta=\frac{28}{70}=\frac{4}{10}=0.4$$

問 2. $f(a,b)=23a^2+2b^2-40a+12ab-12b$を最小にする$a$と$b$を勾配降下法で求めることを考える。次のアルゴリズムの(ア)～(オ)の空欄に入る整数値を答えよ。 ただし、ηは学習率である。(4 点)

1. a及びbを初期化
2. 以下を繰り返す

   2.1. $a \leftarrow a-\eta\left(\boxed{\text{ア}}\,a+\boxed{\text{イ}}\,b-40\right)$

   2.2. $b \leftarrow b-\eta\left(\boxed{\text{ウ}}\,a+\boxed{\text{エ}}\,b+\boxed{\text{オ}}\right)$

(解答例)

ア… 46

イ… 12

ウ… 12

エ… 4

オ… -12