# DU ĐOÁN LIÊN KÉT

Biên soạn: ThS. Nguyễn Thị Anh Thư

Email: thunta@uit.edu.vn



# NỘI DUNG

- 1. Khái niệm
- 2. Định nghĩa bài toán
- 3. Các bước giải bài toán
- 4. Đồ thị có dấu (signed networks)
- 5. Đồ thị vô hướng có dấu
- 6. Đồ thị có hướng có dấu
- 7. Độ tương đồng cục bộ

# 1. KHÁI NIỆM

- Dự đoán liên kết là một trong những bài toán con cơ bản và phổ biến nhất của bài toán phân tích mạng. Nó góp phần vào quá trình nghiên cứu sự hình thành và phát triển của mạng.
- Dự đoán liên kết được chia làm bốn bài toán con như sau:

# Dự đoán liên kết Dự đoán sự tồn tại liên kết Dự đoán trọng số liên kết Dự đoán số lượng liên kết Dự đoán loại liên kết

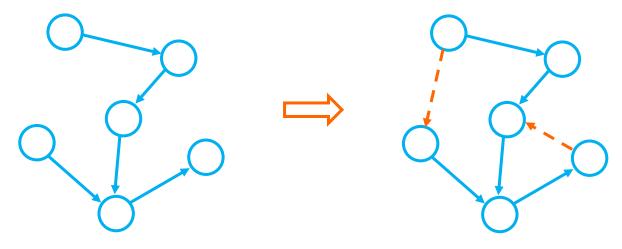
# 1. KHÁI NIỆM

- Mạng được biểu diễn dưới dạng đồ thị theo lý thuyết đồ thị được gọi là đồ thị mạng.
- Bài toán dự đoán liên kết trong đồ thị mạng được định nghĩa cụ thể dựa trên nền tảng lý thuyết đồ thị.
- Mạng được thiết kế như một đồ thị G(V, E, W, M, S) trong đó:
  - V: là tập các đỉnh.
  - E: là tập các cạnh.
  - W: là tập trọng số của các cạnh.
  - M: là tập số lượng các cạnh giữa các cặp đỉnh.
  - S: là tập dấu hiệu (tích cực (+) hoặc tiêu cực (-)) của các cạnh.

- Bài toán dự đoán sự tồn tại liên kết trong mạng có input và output như sau:
  - Input: Thông tin về số cạnh trong đồ thị mạng tại một thời điểm cụ thể  $G[t_0, t'_0]$ .
  - Output: Các cạnh còn thiếu trong đồ thị đó trong tương lai  $G[t_1, t_1']$ .

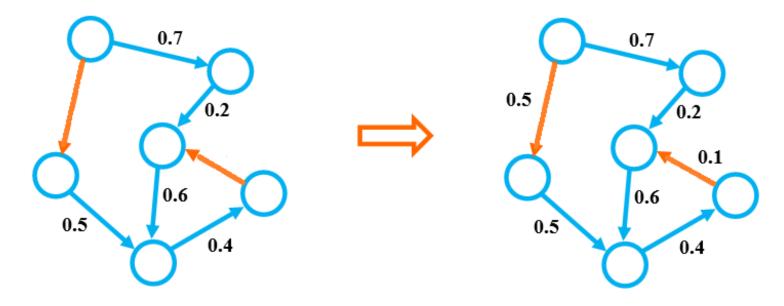
### • Đánh giá:

- $n = |E_{new}|$ : Các cạnh mới xuất hiện trong thời gian thực nghiệm  $[t_1, t_1']$ .
- Lấy n phần tử trên cùng của L và đếm các cạnh đúng (L là một danh sách xếp hạng các cạnh mới xuất hiện trong  $[t_1, t_1']$ ).



Mô hình bài toán dự đoán sự tồn tại của liên kết.

- Bài toán dự đoán trọng số liên kết trong mạng có input và output như sau:
  - Input: Thông tin về trọng số tương ứng của từng cạnh trong đồ thị mạng tại một thời điểm cụ thể  $G[t_0, t'_0]$ .
  - Output: Trọng số các cạnh còn thiếu trong đồ thị đó trong tương lai  $G[t_1, t_1']$ .



Mô hình bài toán dự đoán trọng số của liên kết.

- Bài toán dự đoán trọng số liên kết trong mạng có input và output như sau:
  - <u>Input</u>: Thông tin về trọng số tương ứng của từng cạnh trong đồ thị mạng tại một thời điểm cụ thể  $G[t_0, t'_0]$ .
  - Output: Trọng số các cạnh còn thiếu trong đồ thị đó trong tương lai  $G[t_1, t_1']$ .

### • Đánh giá:

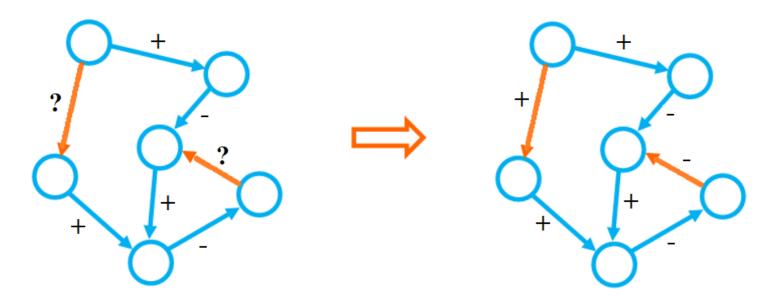
- $\mathbf{w} = |W_{new}|$ : Trọng số của các cạnh mới xuất hiện trong thời gian thực nghiệm  $[t_1, t_1']$ .
- Lấy w phần tử trên cùng của L và đếm các cạnh đúng (L là một danh sách xếp hạng trọng số của các cạnh mới xuất hiện trong  $[t_1, t_1']$ ).
- Trọng số của một cạnh dự đoán được tính là đúng với sai số  $\alpha$  chấp nhận được.

- Bài toán dự đoán số lượng liên kết trong mạng có input và output như sau:
  - Input: Thông tin về số lượng liên kết tương ứng của từng cạnh trong đồ thị mạng tại một thời điểm cụ thể  $G[t_0, t_0']$ .
  - Output: Số lượng các liên kết xuất hiện thêm trong đồ thị đó trong tương lai  $G[t_1, t_1']$ .

### • Đánh giá:

- $m = |M_{new}|$ : Số lượng liên kết của các cạnh mới xuất hiện trong thời gian thực nghiệm  $[t_1, t_1']$ .
- Lấy m phần tử trên cùng của L và đếm số lượng liên kết của các cạnh đúng (L là một danh sách xếp hạng số lượng liên kết của các cạnh mới xuất hiện trong  $[t_1, t_1']$ ).

- Bài toán dự đoán loại liên kết trong mạng có input và output như sau:
  - Input: Thông tin dấu hiệu cạnh (tích cực (+) hoặc tiêu cực (-)) tương ứng của từng cạnh trong đồ thị mạng tại một thời điểm cụ thể  $G[t_0, t'_0]$ .
  - Output: Dấu hiệu các cạnh còn thiếu trong đồ thị đó trong tương lai  $G[t_1, t_1']$ .



Mô hình bài toán dự đoán dấu hiệu của liên kết.

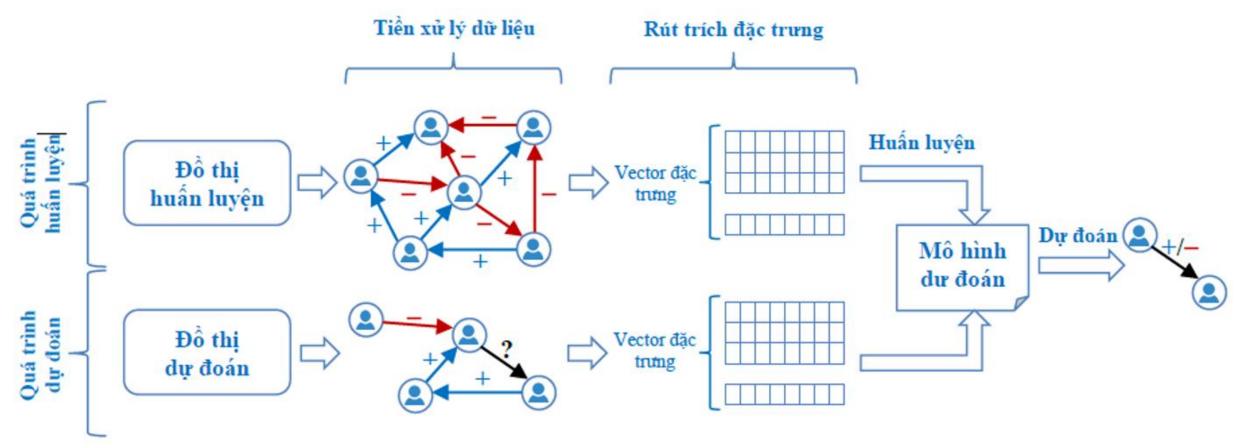
- Bài toán dự đoán loại liên kết trong mạng có input và output như sau:
  - Input: Thông tin dấu hiệu cạnh (tích cực (+) hoặc tiêu cực (-)) tương ứng của từng cạnh trong đồ thị mạng tại một thời điểm cụ thể  $G[t_0, t'_0]$ .
  - Output: Dấu hiệu các cạnh còn thiếu trong đồ thị đó trong tương lai  $G[t_1, t_1']$ .

### • Đánh giá:

- $s = |S_{new}|$ : Dấu hiệu cạnh mới xuất hiện trong thời gian thực nghiệm  $[t_1, t_1']$ .
- Lấy s phần tử trên cùng của L và đếm dấu hiệu cạnh đúng (L là một danh sách xếp hạng dấu hiệu của các cạnh mới xuất hiện trong  $[t_1, t_1']$ ).

## 3. CÁC BƯỚC GIẢI BÀI TOÁN

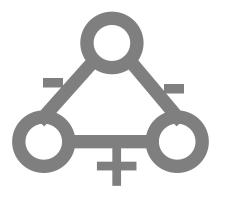
Theo hướng máy học (học có giám sát).



Ví dụ: Framework bài toán dự đoán dấu hiệu của liên kết.

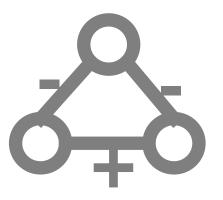
# 4. ĐỒ THỊ CÓ DẦU (SIGNED NETWORKS)

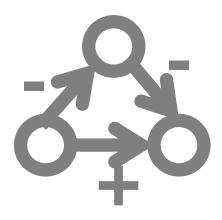
- Mạng có mối quan hệ tích cực (+) và tiêu cực (−).
- Đơn vị cơ bản để tạo nên mạng này là các hình tam giác có dấu.
- Úng dụng: Dự đoán sự tồn tại của liên kết dựa vào dấu hiệu liên kết tích cực (+) và tiêu cực (-).





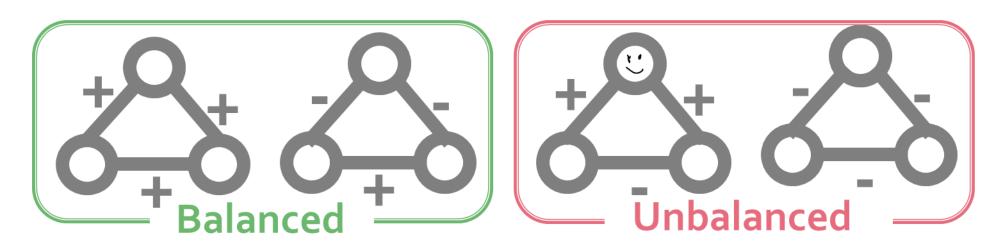
- Mạng có mối quan hệ tích cực (+) và tiêu cực (−).
- Xem xét một biểu đồ hoàn chỉnh vô hướng:
  - Gắn nhãn mỗi cạnh là:
    - Tích cực: tình bạn, sự tin tưởng, tình cảm tích cực, ...
    - Tiêu cực: kẻ thù, sự ngờ vực, tình cảm tiêu cực, ...
  - Kiểm tra bộ ba của các nút được kết nối A, B, C.





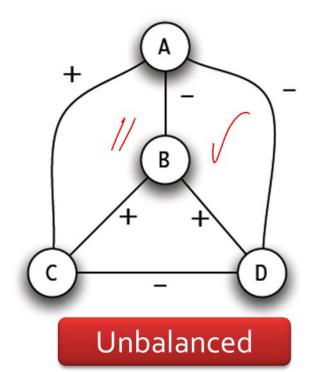
### LÝ THUYẾT CÂN BẰNG CẦU TRÚC

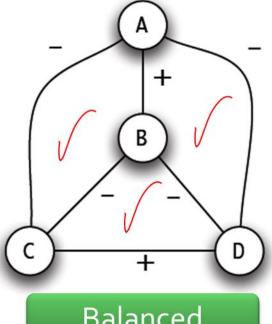
- Dựa vào lý thuyết tâm lý xã hội [Heider '46]:
  - Bạn của bạn tôi là bạn của tôi.
  - Kẻ thù của kẻ thù là bạn của tôi.
  - Kẻ thù của bạn bè là kẻ thù của tôi.
- Nhìn vào bộ ba nút được kết nối:



### LÝ THUYẾT CÂN **BẰNG CẦU TRÚC**

- Đồ thị là cân bằng nếu mọi bộ ba nút được kết nối có:
  - Cả 3 cạnh có nhãn +, hoặc
  - Chính xác 1 cạnh có nhãn +



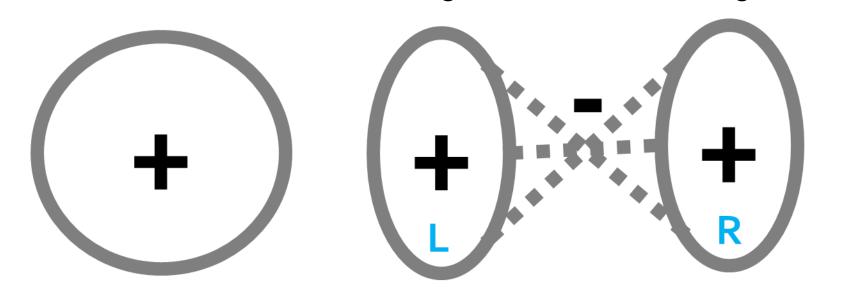


Balanced

### LÝ THUYẾT CÂN BẰNG CẦU TRÚC

### Cân bằng cục bộ

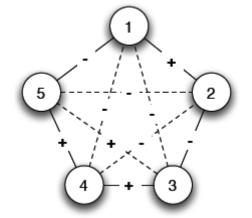
- Cân bằng ngụ ý các liên minh toàn cầu [Cartwright-Harary]
- Nếu tất cả các tam giác đều cân bằng, thì:
  - Mạng chỉ chứa các cạnh dương, hoặc
  - Các nút có thể được chia thành 2 bộ trong đó các cạnh âm chỉ trỏ giữa các bộ



### LÝ THUYẾT CÂN BẰNG CẦU TRÚC

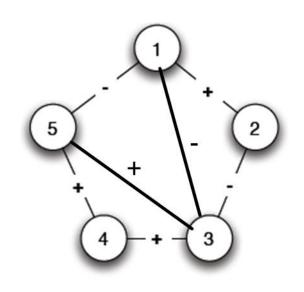
### Cân bằng trong mạng chung

- Định nghĩa 1: Chế độ xem cục bộ
  - Điền vào các cạnh còn thiếu để đạt được sự cân bằng

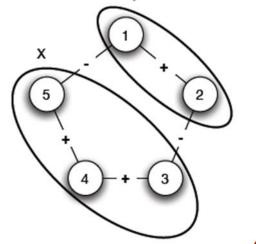


- Định nghĩa 2: Chế độ xem toàn cầu
  - Chia biểu đồ thành hai liên minh

Hai định nghĩa này là tương đương.



Balanced?



### LÝ THUYẾT CÂN BẰNG CẦU TRÚC

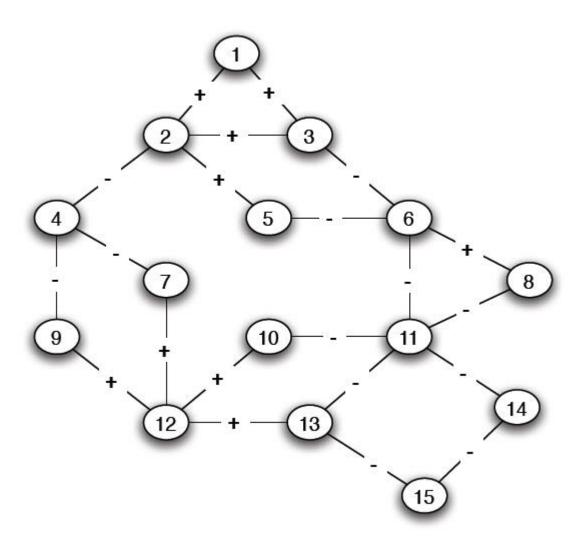
 Đồ thị là cân bằng khi và chỉ khi nó không chứa chu trình với số cạnh âm là số lẻ.

### - Cách kiểm tra tính cân bằng của đồ thị có dấu:

- 1. Tìm các thành phần được kết nối trên cạnh +.
- 2. Đối với mỗi thành phần, hãy tạo một siêu nút.
- 3. Kết nối các thành phần A và B nếu có một cạnh tiêu cực giữa các thành viên.
- 4. Gán các siêu nút cho các bên bằng BFS.

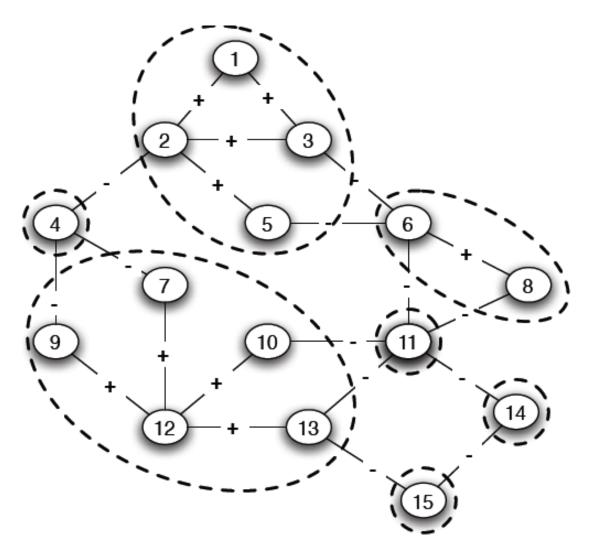
### LÝ THUYẾT CÂN BẰNG CẦU TRÚC

• Ví dụ: Kiểm tra tính cân bằng của đồ thị bên.



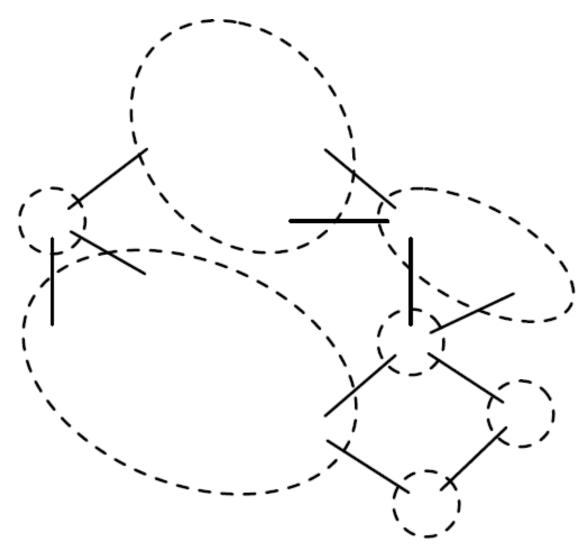
### LÝ THUYẾT CÂN BẰNG CẦU TRÚC

- Ví dụ: Kiểm tra tính cân bằng của đồ thị bên.
- 1. Tìm các thành phần được kết nối trên cạnh +.



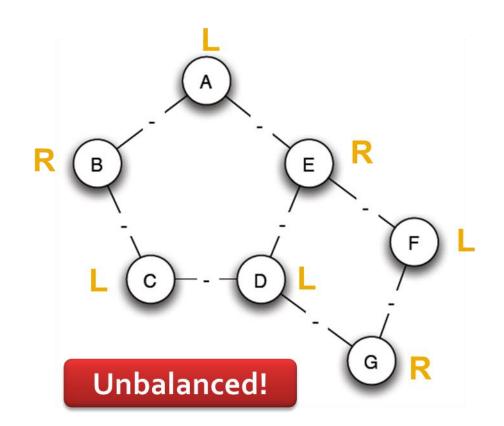
### LÝ THUYẾT CÂN BẰNG CẦU TRÚC

- Ví dụ: Kiểm tra tính cân bằng của đồ thị bên.
- 2. Đối với mỗi thành phần, hãy tạo một siêu nút.
- 3. Kết nối các thành phần A và B nếu có một cạnh tiêu cực giữa các thành viên.

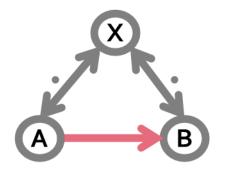


### LÝ THUYẾT CÂN BẰNG CẦU TRÚC

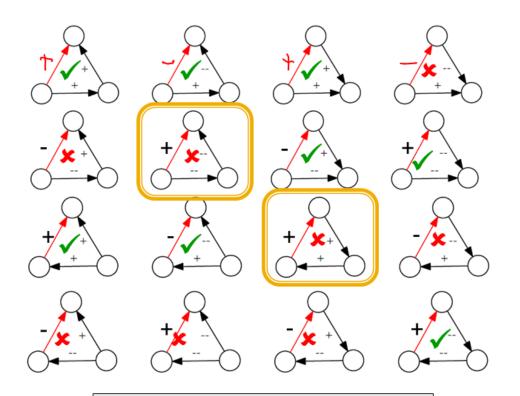
- Đồ thị là cân bằng khi và chỉ khi nó không chứa chu trình với số cạnh âm là số lẻ.
- Ví dụ: Kiểm tra tính cân bằng của đồ thị bên.
- 4. Gán các siêu nút cho các bên bằng BFS.
- Đồ thị không cân bằng nếu bất kỳ hai siêu nút nào được gán cùng một phía.



• Các liên kết được định hướng và tạo ra theo thời gian.



• Chỉ có ½ số tam giác được xem là cân bằng.



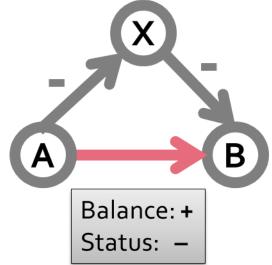
16 \*2 signed directed triads

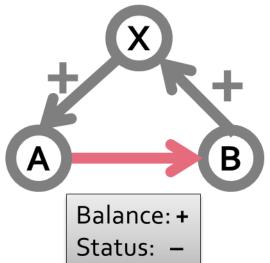
• Các liên kết được định hướng và tạo ra theo thời gian.

# LÝ THUYẾT TRẠNG THÁI [Davis-Leinhardt '68, Guha et al. '04, Leskovec et al. '10]

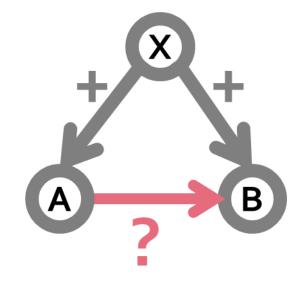
- Liên kết A → B nghĩa là: B có địa vị cao hơn A.
- Liên kết A → B nghĩa là: B có địa vị thấp hơn A.

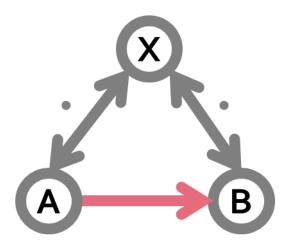
 Lý thuyết cân bằng cấu trúc và lý thuyết trạng thái đưa ra các dự đoán khác nhau.



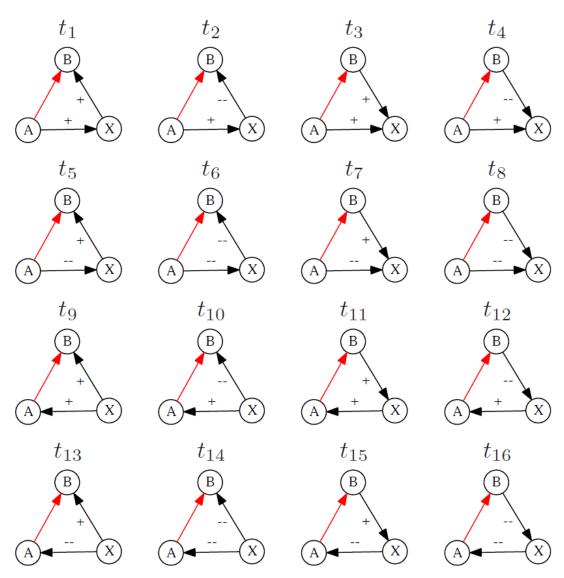


- Các cạnh **có hướng**.
- Các cạnh được tạo ra theo thời gian.
  - X có liên kết với A và B.
  - Bây giờ, A liên kết với B (bộ ba A-B-X).
  - Dấu hiệu của A-B phụ thuộc dấu hiệu của X như thế nào?
- Hình thức chung:
  - Các liên kết được nhúng trong bộ ba:
    - Cung cấp ngữ cảnh cho các dấu hiệu.
  - Người dùng không đồng nhất trong hành vi liên kết của họ.





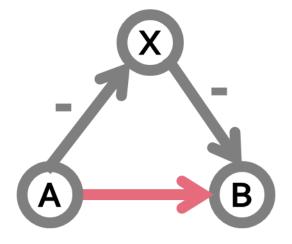
- 16 loại bối cảnh
  - Liên kết (A, B) xuất hiện trong ngữ cảnh (A, B; X).
- 16 liên kết được ngữ cảnh hóa khác nhau.

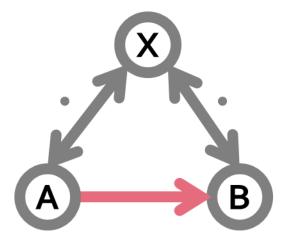


- Surprise: Hành vi của người dùng sai lệch bao nhiều so với đường cơ sở trong ngữ cảnh t:
  - (A<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>; X<sub>1</sub>),..., (A<sub>n</sub>, B<sub>n</sub>; X<sub>n</sub>) các trường hợp của liên kết được ngữ cảnh hóa t.
  - k trong số trường hợp đã kết thúc bằng một dấu cộng.
  - $p_g(A_i)$ ... đường cơ sở tổng quát của  $A_i$
- Generative surprise của loại bộ ba t:

$$s_{g}(t) = \frac{k - \sum_{i=1}^{n} p_{g}(A_{i})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} p_{g}(A_{i})(1 - p_{g}(A_{i}))}}$$

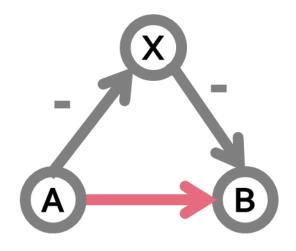
- Giải thích rõ hơn:
- 1) Đối với mỗi nút tính toán đường cơ sở
- 2) Xác định tất cả các cạnh đóng cùng một loại bộ ba
- 3) Tính toán **Surprise**



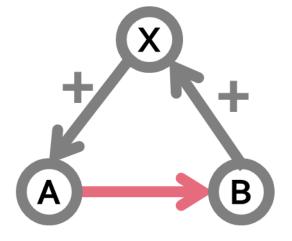


### LÝ THUYẾT TRẠNG THÁI

• Hai ví dụ cơ bản:



Gen. surprise of A: — Rec. surprise of B: —



Gen. surprise of A: — Rec. surprise of B: —

# 7. ĐỘ TƯƠNG ĐỒNG CỤC BỘ

- Different scoring functions c(x, y) =
  - Graph distance: (negated) Shortest path length
  - **Common neighbors:**  $|\Gamma(x) \cap \Gamma(y)|$
  - Jaccard's coefficient:  $|\Gamma(x) \cap \Gamma(y)|/|\Gamma(x) \cup \Gamma(y)|$
  - Adamic/Adar:  $\sum_{z \in \Gamma(x) \cap \Gamma(y)} 1/\log |\Gamma(z)|$
  - Preferential attachment:  $|\Gamma(x)| \cdot |\Gamma(y)|$   $\Gamma(x) \dots \text{ neighbors of node } x$
  - PageRank:  $r_{\chi}(y) + r_{\nu}(x)$ 
    - $r_x(y)$  ... stationary distribution score of y under the random walk:
      - with prob. 0.15, jump to *x*
      - with prob. 0.85, go to random neighbor of current node
- Then, for a particular choice of  $c(\cdot)$ 
  - For every pair of nodes (x,y) compute c(x,y)
  - Sort pairs (x,y) by the decreasing score c(x,y)
  - Predict top n pairs as new links

