L26：字符串及模式匹配

吉林大学计算机学院
谷方明
fmgu2002@sina.com

字符串基本定义

- 字符串:一个由字符组成的有限序列，简称串
  - ✓ string 和 char
  - ✓ 字符串可认为是由字符构成的线性表
- 一般把字符串记作： $S=“a_0a_1… a_{n-1}”$，S是串名，引号中的字符序列是串值，字符个数n是串长度。
- 空串：长度为零的串称为空串。
  - ✓ 空串与空格字符

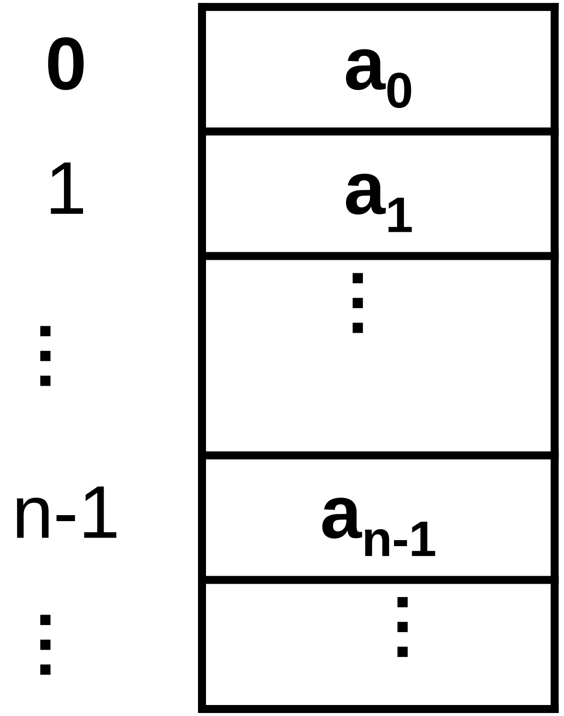
字符串术语

- 子串：串中任意个连续的字符组成的子序列被称为子串。相对于子串，该串称为主串。
  - ✓ 规定：空串是任意字符串的子串

- 前缀：若字符串 x = wy, 则称w是x的前缀
- 后缀：若字符串 x = yw, 则称w是x的后缀
- 规定：空串是任何字符串的前缀和后缀
- 前缀后缀关系都具有传递性

字符串的顺序存储

- 顺序存储：把一个串所包含的字符序列相继存入一段连续的内存空间中

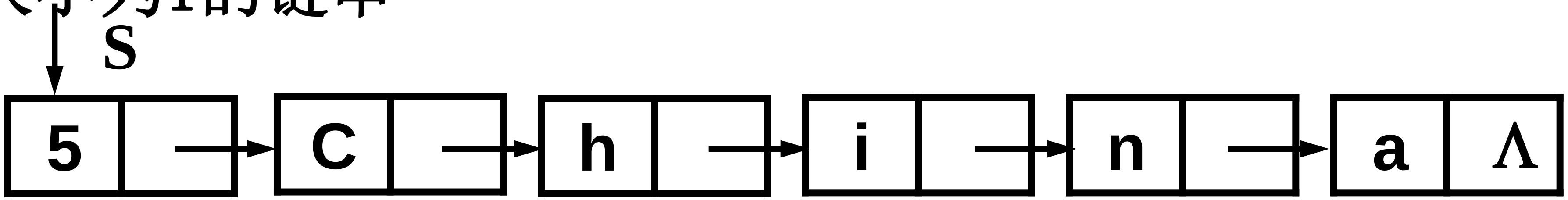


- 一个存储单元存放一个字符

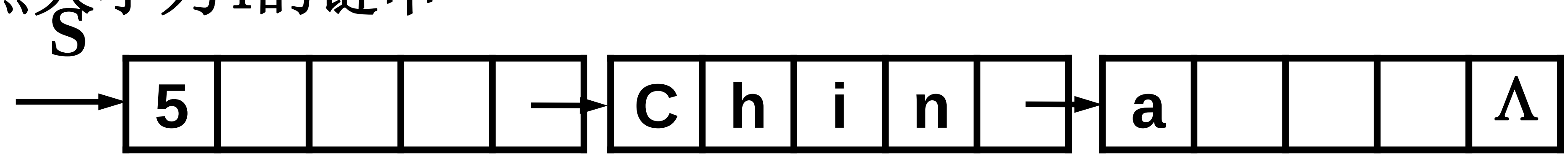
- 压缩存储：一个存储单元存放多个字符

字符串的链接存储

- 串的链接存储：每个结点的结构为：(str, link)，通过链接或指针寻找后继，不要求空间连续。
- 结点大小为1的链串



- 结点大小为4的链串



字符串的基本操作

- 求长度
- 比较
- 复制
- 连接(+, strcat)
- 取子串
- 查找
- ……

模式匹配

- **模式匹配问题：在文本文件中查找字符串。**
  - 文本串(text)：文本文件，也称母串、源串(source)
  - 模式串(pattern)：要查找的字符串，也称子串、目标串
  - 文本串S，n个字符；模式串P，m个字符
  - 结果：成功，返回匹配成功的起始位置；失败，返回-1
- **应用**
  - 文本编辑器（文本文件）中的查找和替换功能
  - DNA中的特定序列搜索
  - ……

朴素模式匹配算法（BruteForce）

S :	a	b	a	a	b	a	b	a	b	c
P:	a	b	a	b	c					
		a	b	a	b	c				
			a	b	a	b	c			
				a	b	a	b	c		
					a	b	a	b	c	
						a	b	a	b	c

参考代码 I

```
int bfmatch( char s[ ], char p[ ]) {
    int i = 0, j = 0, n=strlen(s), m=strlen(p);
    if ( n < 1 || m < 1 || n < m )  return -1;

    for(i=0; i<=n-m; i++){
        j = 0;
        while(j<m && s[i]==p[j]) i++,j++;
        if(j==m) return i-m;
        i = i- j ;
    }
    return -1;
}
```

参考代码 II

```
int bfmatch( char s[ ], char p[ ]) {
    int i = 0, j = 0, n=strlen(s), m=strlen(p);
    if ( n < 1 || m < 1 || n < m )  return -1;

    while ( i != n && j != m )   {
        if (s[i] == p[j])   ++i , ++j;
        else  i = i - j + 1,  j = 0;
    }
    return j == m ? i - j : -1;
}
```

朴素模式匹配算法分析

- 在最坏情况下，该算法要匹配n-m+1次，每次匹配做m次比较，因此最坏情况下的比较次数是m(n-m+1)次，时间复杂性为O(mn)。
- 期望时间复杂度也为O(mn)。
- 朴素模式匹配算法的优点是简单，缺点是效率低。

KMP算法思想

S :	a	b	a	a	b	a	b	a	b	c
	=	=	=	≠						
P:	a	b	a	b	c					

- 第一次比较， $S_3 \neq P_3$，失败，比较次数：4

S :	a	b	a	a	b	a	b	a	b	c
		≠								
P:		a	b	a	b	c				

- $S_1=P_1$， $P_1\neq P_0$， 比较次数：1
- 第二次比较必然失败

S :	a	b	a	a	b	a	b	a	b	c
				≠						
P:			a	b	a	b	c			

- $S_3 \neq P_3$，$P_3 = P_1$，比较次数：2
- 第三次比较必然失败

S :	a	b	a	a	b	a	b	a	b	c
								≠		
P:				a	b	a	b	c		

- 第一次比较完成后，直接进行第四次比较即可
- 即令朴素算法的指针**i=3不变，指针j=0;**

S :	a	b	a	a	b	a	b	a	b	c
								≠		
P:				a	b	a	b	c		

- 第四次比较失败时， $S_7 \neq P_4$ ，可利用匹配信息和P的结构，直接跳到第六次
- 即令朴素算法的指针i=7不变，指针j=2;

改进思想

- **总结**
  - 朴素模式匹配算法需要进行6次匹配
  - 通过对匹配信息和模式串P结构的研究，只需要进行第四、六次比较就可以匹配成功。
- **改进**
  - 改进关键：利用P与S的匹配信息、P的结构
  - 改进目标：保证正确且让P向右移动尽可能多

目标形式化

S :	s_0	…	s_{i-j}	s_{i-j+1}		…	s_i	s_{i+1}	…	s_{n-1}
			=	=	=	=	=	≠		
P:			p_0	p_1		…	p_j	p_{j+1}		

P:					p_0	…	p_k	p_{k+1}		

- 寻找最大的k，使得

  $p_0 \cdots p_k = p_{j-k} \cdots p_j$ 且 $p_0 \cdots p_{k+1} \neq p_{j-k} \cdots p_{j+1}$

- k是：到 j 字符串的最长公共前缀和后缀 的前缀下标。匹配失败时，j可从k+1开始。

失败函数（前缀函数）

- 定义失败函数**f (j)**，用来确定**k .**

$$f(j)=\begin{cases} k, & k\text{为满足}p_0p_1\ldots p_k=p_{j-k}p_{j-k+1}\ldots p_j\text{的最大值} \\ & \text{且}0\le k<j \\ -1, & \text{其他情况} \end{cases}$$

失败函数的计算f(j)

- 递推法：
  - $f(0) = -1$
  - $f(j) = k$ $\Rightarrow$ $f(j+1) = ?$

递推过程

- 若$p_{k+1} = p_{j+1}$， 则 $f(j+1) = k+1$

p_0	p_1	p_2	p_3	…	p_{j-2}	p_{j-1}	p_j	p_{j+1}	…
a	b	a	a		a	b	a	a	

- 若$p_{k+1} \neq p_{j+1}$， 则 $f(j+1) \leq f(j) = k$

p_0	p_1	p_2	p_3	…	p_{j-2}	p_{j-1}	p_j	p_{j+1}	…
a	b	a	a		a	b	a	b	

下一位置h

- 寻找 h（h<k），满足

$$p_0 p_1 \cdots p_{\boldsymbol{h}} = p_{\boldsymbol{j}-\boldsymbol{h}} p_{\boldsymbol{j}-\boldsymbol{h}+1} \cdots p_j$$

- 已知：$p_{\boldsymbol{j}-\boldsymbol{h}} p_{\boldsymbol{j}-\boldsymbol{h}+1} \cdots p_j = p_{\boldsymbol{k}-\boldsymbol{h}} p_{\boldsymbol{k}-\boldsymbol{h}+1} \cdots p_{\boldsymbol{k}}$
- 从而：$p_0 p_1 \cdots p_{\boldsymbol{h}} = p_{\boldsymbol{k}-\boldsymbol{h}} p_{\boldsymbol{k}-\boldsymbol{h}+1} \cdots p_{\boldsymbol{k}}$
- 从而：$\mathrm{h} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{k}) = \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{f}(\boldsymbol{j})\right) = \boldsymbol{f}^{2}(\boldsymbol{j})$

继续递推

- **若 h 不存在，则 $f(j+1) = -1$**
- **若 h 存在，则继续比较 p_{h+1} 和 p_{j+1}.**
  - ✓ 若$p_{h+1} = p_{j+1}$，则 $f(j+1) = h + 1 = f^2(j) + 1$
  - ✓ 若$p_{h+1} \neq p_{j+1}$，则继续寻找下一位置重复计算

- **如此类推，直到**
  - ✓ 找到$t = f^x(j)$，且 $p_{t+1} = p_{j+1}$，则:$f(j+1)= f^x(j)+1$
  - ✓ 这样的t不存在，$f(j+1) = -1$.

计算过程小结

- 综上：

$$f(j+1)=\begin{cases} f^{(x)}(j)+1, & \text{找到最小}x\text{，使}p_{f^{(x)}(j)+1}=p_{j+1} \\ -1, & \text{若上述}x\text{不存在} \end{cases}$$

- 实际计算时，尤其手算时，可能使用变形：

$$f(j)=\begin{cases} f^{(x)}(j-1)+1, & \text{找到最小}x\text{，使}p_{f^{(x)}(j-1)+1}=p_j \\ -1, & \text{若上述}x\text{不存在} \end{cases}$$

例：

a	b	c	a	a	a	b	c
p_0	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7

j=0		f(0)= –1		
j=1	k= –1	$f(1) = -1$		
j=2	k= –1	$f(2) = -1$		
j=3	k= –1	$f(3) = 0$		
j=4	$k = 0$	$k = -1$	p_4=p_0="a"	$f(4) = 0$
j=5	$k = 0$	k= –1	p_5=p_0="a"	$f(5) = 0$
j=6	$k = 0$	p_6=p_1="b"	$f(6) = 1$	
j=7	$k = 1$	p_7=p_2="c"	$f(7) = 2$	

练习

- 计算模式串P=“ababc”的fail函数

- 参考答案：

  -1，-1，0，1，-1

fail算法参考实现 I（不推荐）

```
int f[MAXL];
void cal_fail (char p[])  {
    int i, j, m=strlen(p);
    f[0]=-1;j=-1;
    for(i=1;i<m;i++){
        while(j>=0 && p[j+1]!=p[i]) j=f[j];
        if(p[j+1]==p[i]) j++;
        f[i]=j;
    }
}
```

KMP算法参考实现 I（不推荐）

```
int fast_find(char s[],char p[]) {
    int i, j, n=strlen(s), m=strlen(p);
    if ( n < 1 || m < 1 || n < m )  return -1;
    cal_fail(p);
    j=-1;
    for(i=0;i<n;i++){
        while(j>=0 && p[j+1]!=s[i]) j=f[j];
        if(p[j+1]==s[i]) j++;
        if(j==m-1) return i-j; //p[j+1]==s[i]
    }
    return  -1;
}
```

fail计算实现参考II（相对推荐）

```
int f[MAXL];
void cal_fail(char p[]){
    int i=0,j=-1,m=strlen(p); //j是前缀，i是后缀
    f[0] = -1;
    while(i<m-1)
        if(p[i+1]==p[j+1]) f[++i]=++j;
        else if(j > -1) j = f[j]; else f[++i] = -1;
}
```

KMP算法参考实现II （相对推荐）

```
int kmp(char s[],char p[]) {
   int i=0,j=0,n=strlen(s),m=strlen(p);

   while(i<n && j<m){
      if(j==-1 || s[i]==p[j]) i++,j++;
      else if(j>0) j = f[j-1] + 1; else j=-1;
   }

   return j==m ? i-j : -1;
}
```

KMP算法分析

- 摊还分析（聚集分析）
  - ✓ i 或者增1，或者 不变
  - ✓ j 或者增1，或者 减少。

- 预处理： 计算fail，O(m)
- KMP算法： O(n)

- 整体时间复杂度O(n+m)

next函数

- next[j]: j前字符串的最长公共前缀后缀的长度

- 下标从0开始，j = next[j] 即可
  - ✓ 有些教材下标从1开始
- 模式串向右移了 j – next[j]位

计算next参考代码（推荐）

```
void cal_next(char p[]){
        int i=0,j=-1,m=strlen(p); //k是前缀，j是后缀

        next[0] = -1;

        while(i<m-1)
          if(j==-1 || p[i]==p[j]) i++,j++,next[i] = j;
          else j = next [j];
}
```

练习

- 计算模式串P=“ababc”的next函数

- 参考答案：

  -1，0，0，1，2

KMP参考代码III（推荐）

```
int kmp(char s[],char p[]) {
        int i=0,j=0,n=strlen(s),m=strlen(p);
        if (n < 1 || m < 1 || n < m)  return -1;

        while(i<n && j<m)
          if(j==-1 || s[i]==p[j]) i++,j++;
          else j = next[j] ;

        return j==m ? i-j : -1;
}
```

KMP算法改进

- 理论最远：

S :	a	b	a	a	b	a	b	a	b	c
				=						
P:				a	b	a	b	c		

- 目前最远：

S :	a	b	a	a	b	a	b	a	b	c
			=	≠						
P:			a	b	a	b	c			

改进措施

- **控制next(推荐)**
  - ✓ if (p[j] != p[k]) next[j] = k;   //之前只有这一行
  - ✓ else   next[j] = next[k];

- **控制KMP**
  - ✓ j赋值时直接比较1次，p[j] == p[k];
  - ✓ 直观，但效率低

拓展：模式匹配的其它算法

- **Rabin-Karp**
  - 编码+hash，可多模匹配
- **Boyer-Moore算法(BM)，大班讲授，通常优于KMP算法**
  - 从后向前
  - 坏字符规则
  - 好后缀规则
- **Sunday算法**
  - 从前向后，失配时考虑串尾。如果该字符没有在模式串中出现，则直接跳过，即移动位数 = 匹配串长度 + 1；否则，其移动位数 = 模式串中最右端的该字符到末尾的距离+1。