习题课2
第二章作业

吉林大学计算机学院
谷方明
fmgu2002@sina.com

作业

- 2-1
- 2-2
- 2-5
- 2-6
- 2-9
- 2-10
- 2-11

2-1

- 以学生成绩表为例，按照逻辑结构、存储结构和相关操作三个方面，讨论它的数据结构

参考答案

- 相关操作
  - 录入（增加、修改、删除）、排序、查找
- 逻辑结构
  - N<=1000, struct
  - 线性结构
- 存储结构
  - 顺序存储

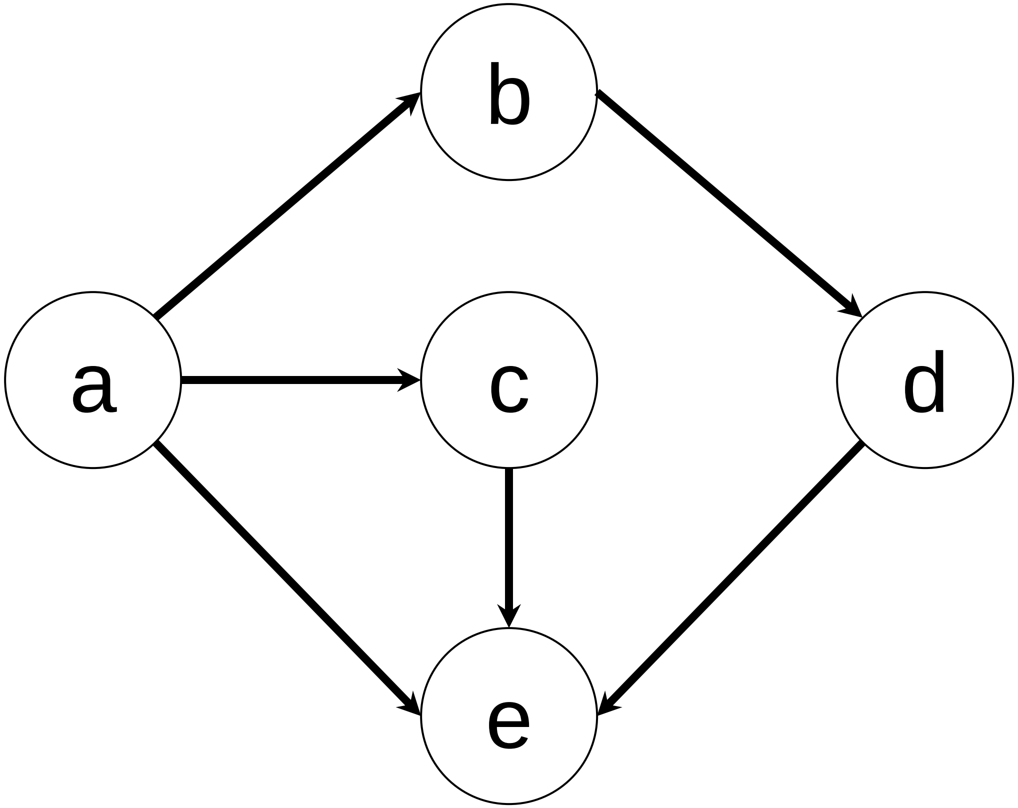
作业情况

- 未写操作
- 回答数据结构定义
- 多种结构
  - 最好确定一种，或者分情况讨论

2-2

- 设数据的逻辑结构为L=(N,R)，其中，
- N={a,b,c,d,e}
- R={r},
- r={<a,b>,<a,c>,<a,e>,<b,d>,<c,e>,<d,e>}
- 请画出对应的逻辑结构，说明是何种结构

参考答案



- 图型结构：**a**有多个后继，**e**有多个前驱

说明

- 用圆圈表示结点，用线表示边；
- 结点名一般写在圆圈内；
- 有向边使用箭头表示方向。

- 有问题的画法
  - 无向边
  - 边共用线
  - 交叉：尽量避免
  - 箭头画在线的中间

作业2－5

- 题目描述

  试用**ADL**语言编写一个算法，判断任一整数 **n** 是否为素数

考察知识点

- **用ADL描述算法**
  - 特殊情况判断
  - 初始化
  - 核心处理步骤
  - 后处理
- **算法的正确性**
  - 证明很难
  - 但验证容易。用边界条件和特殊数据人工模拟。
- **分析算法的效率**

参考答案1

算法 S (n. flag)

/*判断整数n是否为素数，将结果保存到变量flag*/

S1[n≤1？]

    IF (n≤1) THEN (flag←false. RETURN.)

S2[初始化]

    i←2. flag←true.

S3[求余判断]

    WHILE (i≤n-1) DO

        (IF (n MOD i)=0 THEN

                (flag←false. RETURN.)

            i←i+1.) ▌

参考答案2

算法 S (n. flag)

/*判断整数n是否为素数，将结果保存到变量flag*/

S1[n≤1？]

  IF (n≤1) THEN (flag←false. RETURN.)

S2[初始化]

  i←2. flag←true.

S3[求余判断]

  WHILE (i ≤ n DIV 2) DO

   (IF (n MOD i)=0 THEN

     (flag←false. RETURN.)

    i←i+1.) ▌

参考答案3

算法 S (n. flag)

/*判断整数n是否为素数，将结果保存到变量flag*/

S1[n≤1？]

  IF (n≤1) THEN (flag←false. RETURN.)

S2[初始化]

  i←2. flag←true.

S3[求余判断]

  WHILE (i ≤ $\lfloor n^{1/2} \rfloor$) DO

    (IF (n MOD i)=0 THEN

        (flag←false. RETURN.)

      i←i+1.) ▌

说明

- 有问题的做法
  - 特殊情况没有考虑：1和2.
  - 不理解程序语句？
    - for语句：IF(n%i==0) THEN flag ←**0. ELSE** flag ←**1.**
    - FOR <i=2> TO < i<n > DO
    - IF …… DO
    - 无返回值: RETURN.
  - 硬拆语句，一行一步
- 建议写算法时坚持一种风格

用ADL描述算法

- 输入输出参数的确定：临时变量不是参数
  - ✓ 符号“.”的应用
    - 分隔输入输出参数
    - 一条语句的结束；能判断语句结束的问题可略去
- 符号“ █ ”的应用：标志算法结束
- 步骤说明有且精[]

2-6

- 分析下面程序段的时间复杂性

```
int s=0,i,j,k;
for(i=0;i<=n;i++)
   for(j=0;j<=i;j++)
        for(k=0;k<j;k++)
              s++;
```

参考答案

- **以s++为基本运算**
- **对每个i，分析(j,k)两重循环的次数**
  - ✓ j=0　循环次数为 0
  - ✓ j=1　循环次数为 1
  - ✓ ……
  - ✓ j=i　　循环次数为 i
  - ✓ 因此对每个i，(j,k)二重循环的次数为i*(i+1)/2
- **总循环次数为sigma(i*(i+1)/2) i=0..n**
- **T(n)=n*(n+1)*(n+2)/6，算法的阶为O(n^3)**

2-9

- 将下列算法时间复杂性 $O(n), O(2^n), O(\log_2 n), O(n\log_2 n), O(n^5)$,
  $O(n^2+1), O(n^3-n^2)$
  按由低到高的顺序排列。其中，**n**是输入数据的规模。

参考答案

$O(\log_2 n) < O(n) < O(n\log_2 n) <$

$O(n^2+1) < O(n^3-n^2) < O(n^5) <$

$O(2^n)$

- **O(g(n))：** 以**g(n)**为上界的函数集合，**<** 表达包含关系
- **O(n)　O(nlogn)**

2-10

- 如果规定元素比较与下标变量比较都是基本运算，试给出算BS的基本运算次数 C(n)的递归表达式。

参考答案

$$C(n) = \begin{cases} 1 & n=1 \\ 3 & n=2 \\ C(\lfloor n/2 \rfloor) + C(\lceil n/2 \rceil) + 4 & n>2 \end{cases}$$

作业2－11

- **题目描述**

  证明对正整数n≥3，算法BS的元素比较次数T（n）≤5n/3-2。

- 已知信息

$$T(n)=\begin{cases} 0 & n=1 \\ 1 & n=2 \\ T(\lfloor n/2\rfloor)+T(\lceil n/2\rceil)+2 & n>2 \end{cases}$$

算法 SM 的改进算法 BS

算法BS（A , i , j . fmax , fmin）

/* 在数组 A 的第 i 至第 j 个元素间寻找最大和最小元素， 已知 i ≤ j; 假定A 中元素互异 */

BS1. [递归出口]

IF i = j THEN (fmax ←fmin ←A[i]. RETURN.)

IF i = j – 1 THEN

(IF A[i] < A[j] THEN(fmax ←A[j]. fmin ←A[i]).

ELSE (fmax ←A[i]. fmin ←A[j]). RETURN).

BS2. [取中值] mid ← $\lfloor (i+j)/2 \rfloor$

BS3. [递归调用]

BS (A, i, mid. gmax, gmin). BS (A, mid+1, j. hmax, hmin).

BS4. [合并]

fmax ← max{gmax, hmax}.

fmin ← min{gmin, hmin}.

考察知识点

- **数学归纳法证明**
  - ✓ 归纳基础
    n = ? 时，***， 命题成立。
  - ✓ 归纳假设步骤
    假设n=k是，有***，
    当n=k+1时，推出命题也成立
- **用数学归纳法证明**
  - ✓ 第一数学归纳法（假设n=k，往推n=k+1)
  - ✓ 第二数学归纳法(假设n<=k，往推n=k+1，强数学归纳法)
  - ✓ 两者等价

- **本题的数学归纳法证明思路**
  - 证明 n=3 时成立
  - 假设 n <=k 时都成立,证明 n= k+1时也成立

✓ 思路可以不写出来

参考答案

- n=3 时， T(3)=T(1)+T(2)+2=3，5*3/3-2=3，命题成立。
- 假设n<=k时命题成立。

n=k+1时, $T(k+1)=T(\lfloor (k+1)/2 \rfloor)+T(\lceil (k+1)/2 \rceil)+2$, ...(1)

当k≥3时，有 $k+1 > \lceil (k+1)/2 \rceil \geq \lfloor (k+1)/2 \rfloor$，即 $k \geq \lceil (k+1)/2 \rceil \geq \lfloor (k+1)/2 \rfloor$

所以有 $T(\lceil (k+1)/2 \rceil) \leqslant 5*(\lceil (k+1)/2 \rceil)/3-2$,

$T(\lfloor (k+1)/2 \rfloor) \leqslant 5*(\lfloor (k+1)/2 \rfloor)/3-2$ 成立, ...(2)

又知 $k+1=\lceil (k+1)/2 \rceil + \lfloor (k+1)/2 \rfloor$, ...(3)

由(1)(2)(3)， $T(k+1)=T(\lfloor (k+1)/2 \rfloor)+T(\lceil (k+1)/2 \rceil)+2$,

$$\leqslant [5*\lfloor (k+1)/2 \rfloor/3-2]+[5*\lceil (k+1)/2 \rceil/3-2]+2$$

$$= 5*(\lceil (k+1)/2 \rceil + \lfloor (k+1)/2 \rfloor)/3-2$$

$$= 5*(k+1)/3-2$$

综上，命题得证。

作业情况

- **正确率约70%**
  - ✓ 由3<=n<=k，往推n=2*k，n=2*k+1也正确
  - ✓ 分n=2*k，n=2*k+1讨论 k+1 = ……
- **有问题的做法**
  - ✓ 弱假设：设n=k时成立
  - ✓ 利用(3*n/2 -2)结论
  - ✓ 通过观察可知 T(n+1)<=T(n)+1 ？
  - ✓ 直接去 cell 和 floor