UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

CC2017 - Modelación y Simulación

Sección 31

Gabriel Barrientos

Parcial 1

José Andrés Auyón Cóbar

Guatemala, 12 de Agosto de 2025

1. (a) Set de 10 valores

$$\{7, 6, 7, 6, 5, 5, 1, 5, 1, 7\}$$

Media original: 5,0 (se usa para centrar el set cuando corresponde).

2. (b) Set de 10 probabilidades

$$\{0{,}19,\ 0{,}15,\ 0{,}08,\ 0{,}10,\ 0{,}08,\ 0{,}04,\ 0{,}04,\ 0{,}05,\ 0{,}01,\ 0{,}26\}$$

En el código se normalizan para asegurar que sumen 1.

3. (c) Método de Bootstrapping

El bootstrapping re-muestrea con **reemplazo** desde los datos observados para aproximar la distribución de un estadístico sin suponer una familia paramétrica. En cada iteración se toma una muestra del mismo tamaño que la original, se calcula la **media** y se almacena. Repitiendo miles de veces se obtiene la "distribución de medias", con la cual se estiman **variabilidad**, **sesgo** e **intervalos de confianza**. Es útil cuando la distribución poblacional es desconocida o asimétrica y evita suposiciones fuertes.

4. (d) Código de método de Bootstrapping

(d.ii) Histograma de medias

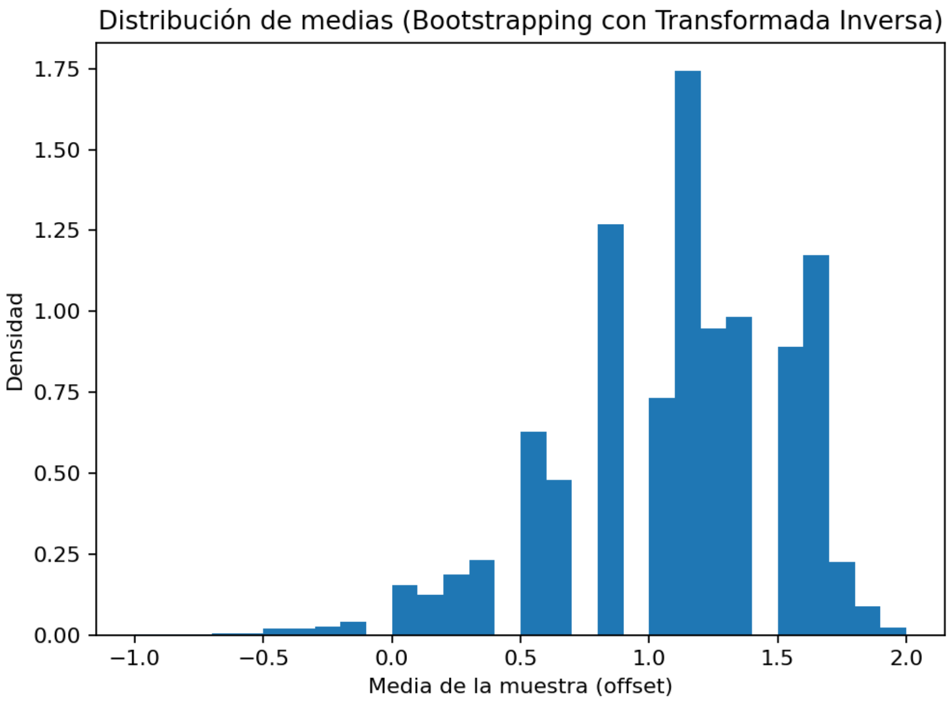


Figura 1: Distribución de medias (bootstrapping con transformada inversa).

(d.iii) Desviación estándar de la distribución de medias

Teórica: $\mathrm{SD}(\bar{X}) = \sigma/\sqrt{n}$. Con valores centrados $\{-4, 0, 1, 2\}$ y probabilidades agregadas $\{0{,}05, 0{,}17, 0{,}25, 0{,}53\}$, $\sigma \approx 1{,}391 \Rightarrow \mathrm{SD}(\bar{X}) \approx 0{,}440$.
Estimación bootstrap (10k corridas): $\approx 0{,}436 - 0{,}439$.

5. (e) Probabilidades por rango de la distribución de medias

Se divide el rango observado de $\bar{X}$ en 5 intervalos uniformes: $[-1{,}0,\ -0{,}4)$, $[-0{,}4,\ 0{,}2)$, $[0{,}2,\ 0{,}8)$, $[0{,}8,\ 1{,}4)$, $[1{,}4,\ 2{,}0]$.

Cuadro 1: Probabilidades por bin (frecuencias relativas).

#	**Rango**	**Probabilidad**
1	$[-1{,}0,\ -0{,}4)$	0.0026
2	$[-0{,}4,\ 0{,}2)$	0.0251
3	$[0{,}2,\ 0{,}8)$	0.1648
4	$[0{,}8,\ 1{,}4)$	0.4692
5	$[1{,}4,\ 2{,}0]$	0.3383

6. (f) Aceptación y Rechazo (A&R)

(f.i) Distribución simplificada y ecuaciones

Se aproxima la distribución de $\bar{X}$ por una discreta de 5 puntos en los *midpoints* x_i.

$$\text{PMF: } P(X = x_i) = p_i, \quad \sum_i p_i = 1 \qquad \text{CDF: } F(x_j) = \sum_{i \le j} p_i.$$

(f.ii) Ecuación del Generador Congruencial Lineal Mixto

$$X_{n+1} = (aX_n + c) \bmod m, \qquad U_n = \frac{X_n}{m},$$

con $m = 2^{31}$, $a = 1103515245$, $c = 12345$.

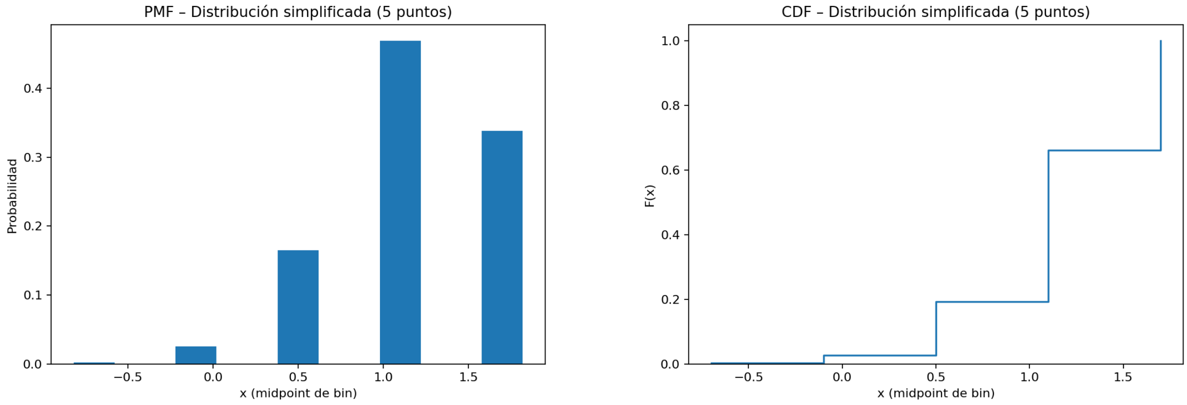
(f.iii) Parámetro de rechazo c y tasa de aceptación

Con propuesta uniforme $g(i) = 1/5$:

$$c = \max_i \frac{p_i}{g(i)} = 5 \max_i p_i, \qquad \text{tasa teórica} = \frac{1}{c}.$$

Valores observados: $c = 2{,}346000$, aceptación $\approx 0{,}425713$.

(f.iv) PMF y CDF estimadas; histograma A&R



(a) PMF (5 puntos).

(b) CDF (escalonada).

Figura 2: Distribución simplificada para A&R.

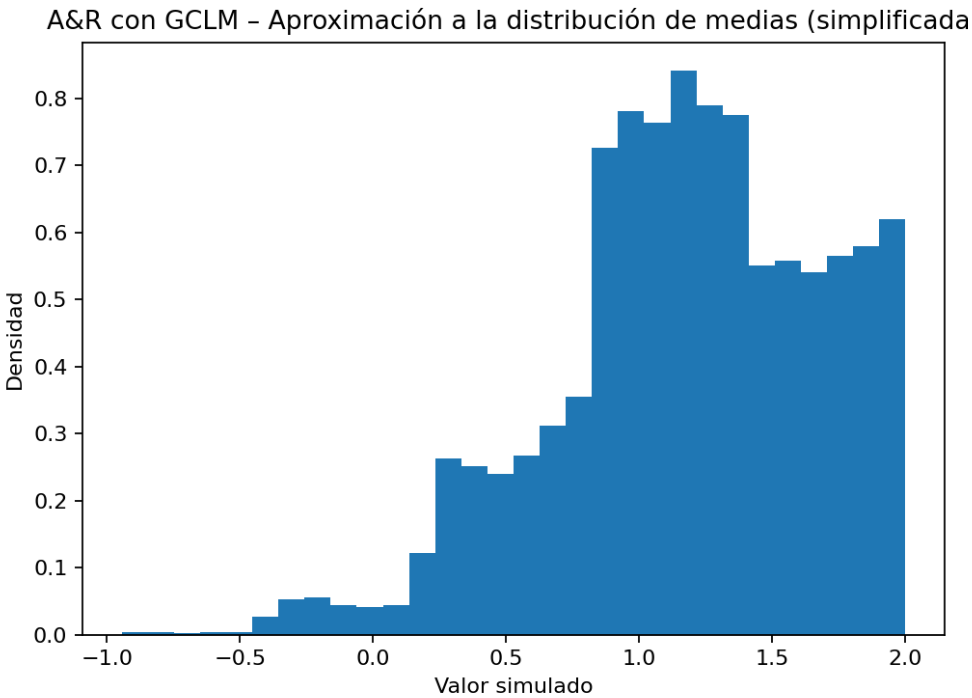


Figura 3: A&R con GCLM – aproximación a la distribución de medias.

7. (g) Aplicación práctica

Dimensionamiento de una API de microservicios. Con trazas reales de *latencia* por petición se aplica bootstrap para estimar la distribución de la *media de latencia* bajo distintas cargas sin suponer normalidad. Con 5 rangos de esa media se construye una distribución simplificada y, mediante Aceptación–Rechazo, se generan *datos sintéticos* de operación. Esos datos alimentan pruebas de estrés para evaluar SLO/SLAs y políticas de autoscaling. Así se determina el número mínimo de réplicas para cumplir tiempos de respuesta en horas pico.

Apéndice A: Código en GitHub

Repositorio: Link

Referencias

Efron, B., & Tibshirani, R. J. (1994). *An Introduction to the Bootstrap*. Chapman & Hall/CRC.

Devroye, L. (1986). *Non-Uniform Random Variate Generation*. Springer.

Von Neumann, J. (1951). Various techniques used in connection with random digits. *Applied Math Series*, *12*, 36–38. National Bureau of Standards.

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. (1992). *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing* (2nd ed.). Cambridge University Press.

NumPy Developers. (2024). *NumPy v1.26 Manual*. Recuperado de https://numpy.org/doc/
(Fecha de consulta: 12 de agosto de 2025).

Matplotlib Developers. (2024). *Matplotlib Documentation*. Recuperado de https://matplotlib.org/stable/
(Fecha de consulta: 12 de agosto de 2025).