Компьютерная графика

Практическое занятие 1. Фракталы

Хачумов М.В., к.ф.-м.н.,
доцент кафедры информационных технологий

Что изучает компьютерная графика?

Компьютерная графика (также машинная графика) — область деятельности, в которой компьютеры наряду со специальным программным обеспечением используются в качестве инструмента, как для создания (синтеза) и редактирования изображений, так и для оцифровки визуальной информации, полученной из реального мира, с целью дальнейшей её обработки и хранения.

В перечень рассматриваемых КГ **вопросов входят**: генерация плоских и пространственных линий, построение поверхностей, выполнение двумерных и трехмерных преобразований, проекций и отсечений, методы создания реалистических изображений, в том числе цветовых моделей, визуальное и когнитивное моделирование, анимация и т.д.

Тесно связанная с КГ область **обработки изображений** занимается обратной задачей: анализом сцен или восстановлением двумерных или трехмерных объектов по их изображениям, улучшением изображений, обнаружением и распознаванием образов.

В настоящее время целесообразность интеграции этих дисциплин при решении практических задач становится все более очевидной.

Понятие фрактала

Когда то казалось что геометрия в природе ограничивается **простыми формами** - круг, линия, конус, многоугольник, сфера и их комбинациями.

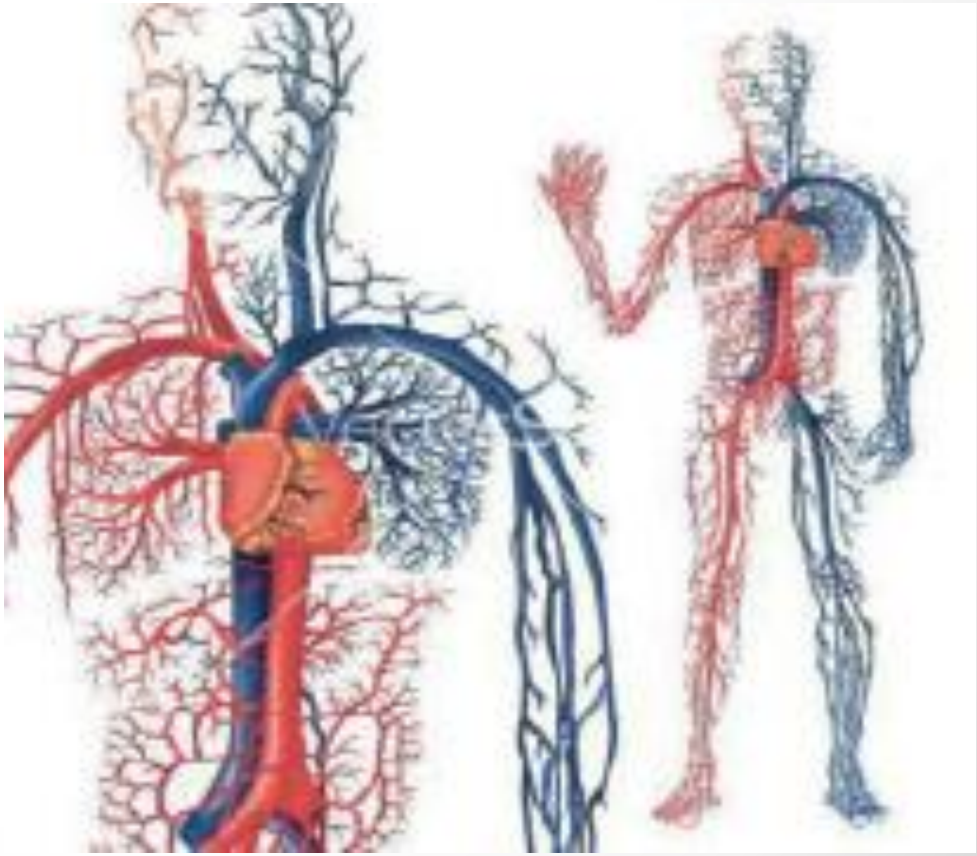
Однако в природные системы настолько сложны что для их моделирования знакомых объектов классической геометрии не достаточно.

К примеру:

Как как построить модель кроны дерева или горного хребта?

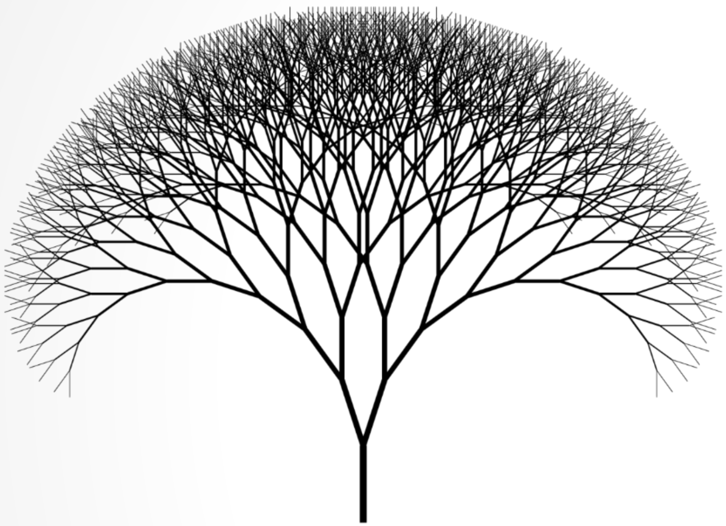
Представьте сложность системы кровообращения, состоящей из множества сосудов и капилляров.

Как моделировать каскадные водопады?



Понятие фрактала

Нередко то что мы наблюдаем в природе обладает бесконечным повторением одного и того же узора, уменьшенного или увеличенного в несколько раз.



Например, у деревьев есть ветви, на ветвях есть ветки поменьше и т.д.

Теоретически – разветвление повторяется бесконечное число раз.

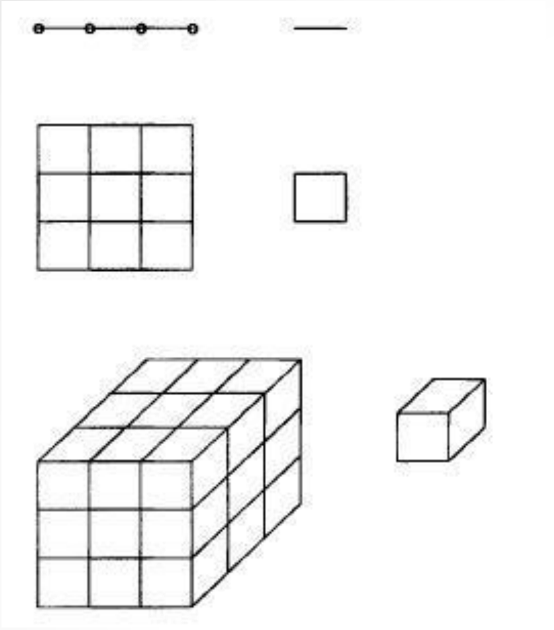
Приблизите фотографию горного рельефа – увидите горы, приблизите еще – опять горный рельеф.

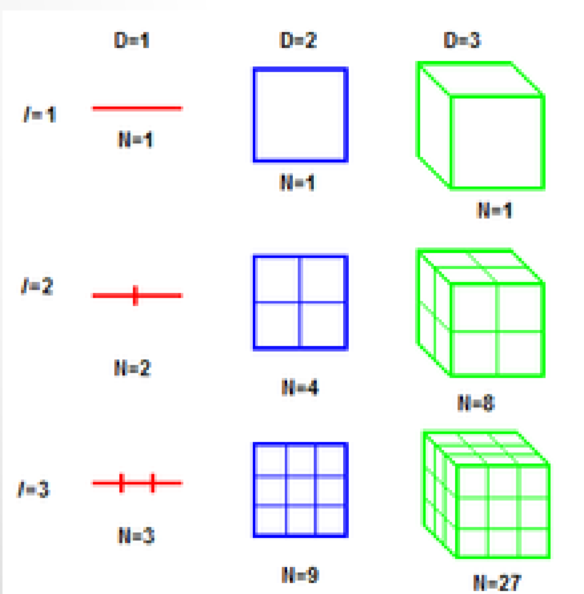
Фракталы – статическая геометрическая конфигурация, (такая как мгновенный снимок водопада), обладающая свойством самоподобия.

Самоподобный объект — объект, в точности или приближённо совпадающий с частью себя самого (то есть целое имеет ту же форму, что и одна или более частей).

Понятие фрактала ввел Бенуа **Мандельброт** в 1975 году. Такие фракталы (так еще не назывались) рассматривались 100 лет назад.

Фрактальная математика





Если взять отрезок и разбить на N частей, каждый будет копией основной фигуры уменьшенной в N раз.

r – коэффициент масштабирования (подобия). r= ${}^{1}/_{N}$, 1= Nr^{1}.

Для одномерного объекта (размерность метрического пространства в смысле Хаусдорфа) сжатие пропорционально *длине*.

Возьмем квадрат и разобьём его на N частей, тогда будет выполнено соотношение 1= Nr^{2}. Покажем это, пусть а – сторона, тогда ${}^{a^2}/_{r^2} = {}^{a^2}/_{N}$.

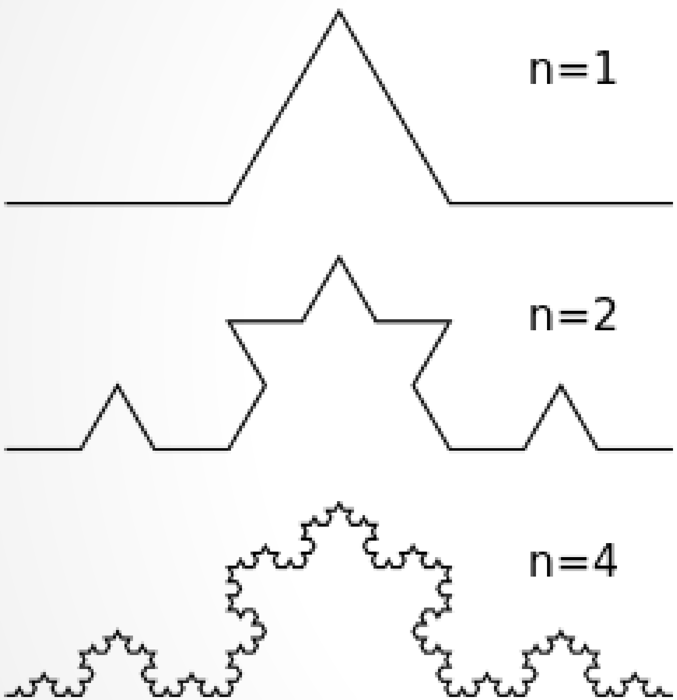
Получаем формулу $1 = Nr^{d}$, где N-число объектов на которое разбивается множество, r – коэффициент масштабирования, d-фрактальная размерность.

Явное выражение $d = {}^{\log N}/_{\log(1/r)}$.

Для самоподобных множеств фрактальная размерность может быть вычислена явно.

Фрактальная математика

Существуют ли такие объекты, для которых d – не является целым числом?



Посчитаем d для фрактальной линии единичной длины.

Уменьшаем масштаб в 3 раза, в этом случае N = 4 , когда r = 1⁄3.

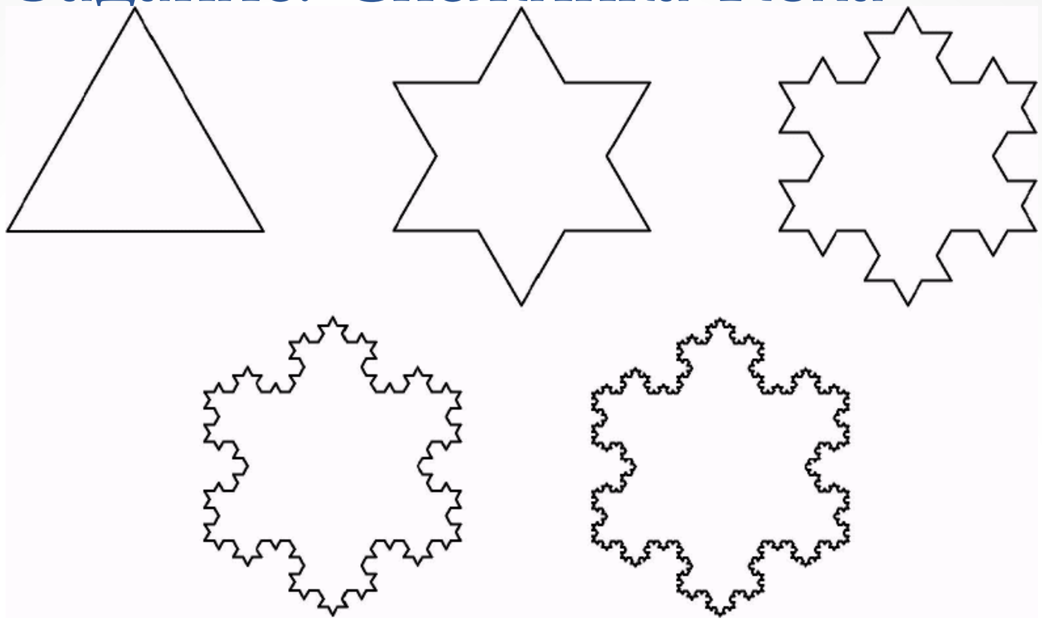
Таким образом, для кривой Коха d =1.2619.

В этом случае размерность принимает не целое значение, следовательно, можно предполагать, что фрактал имеет размерность не равную размерности пространства, в которое он встроен.

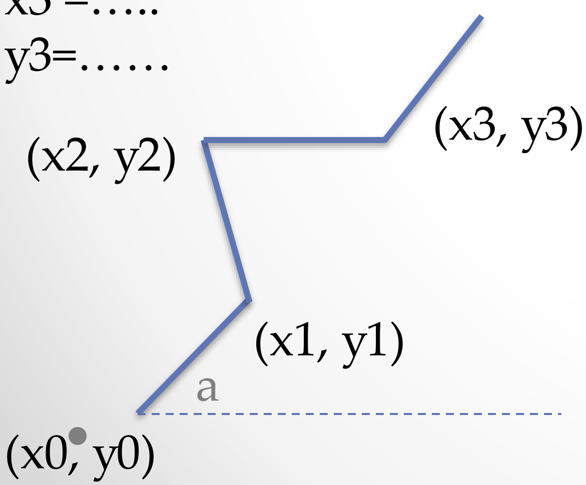
Более сложный чем одномерный, но более простой чем двумерный.

Фрактальная линия – замкнутая кривая, длина бесконечна, нигде нет касательной, не дифференцируема.

Задание. Снежинка Коха

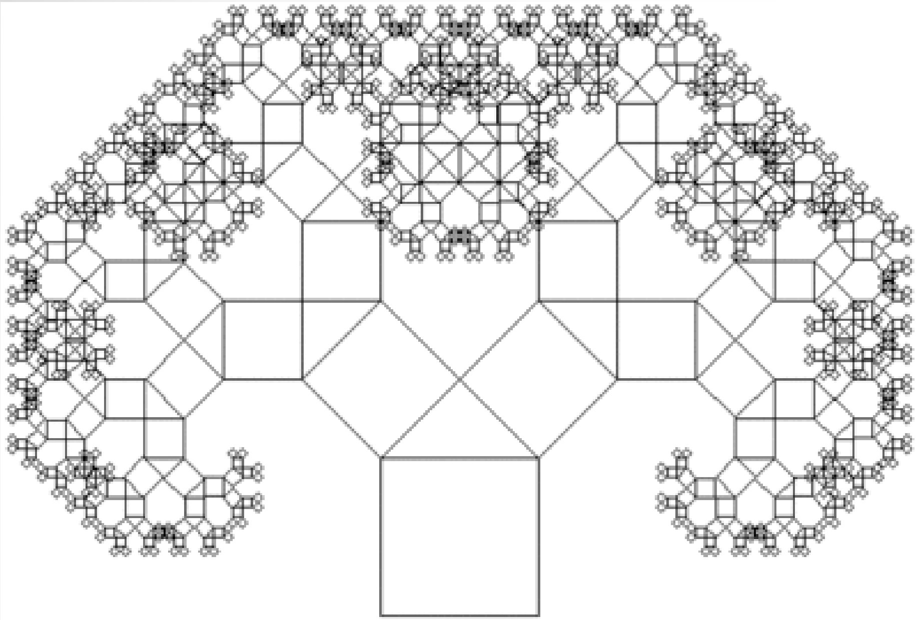


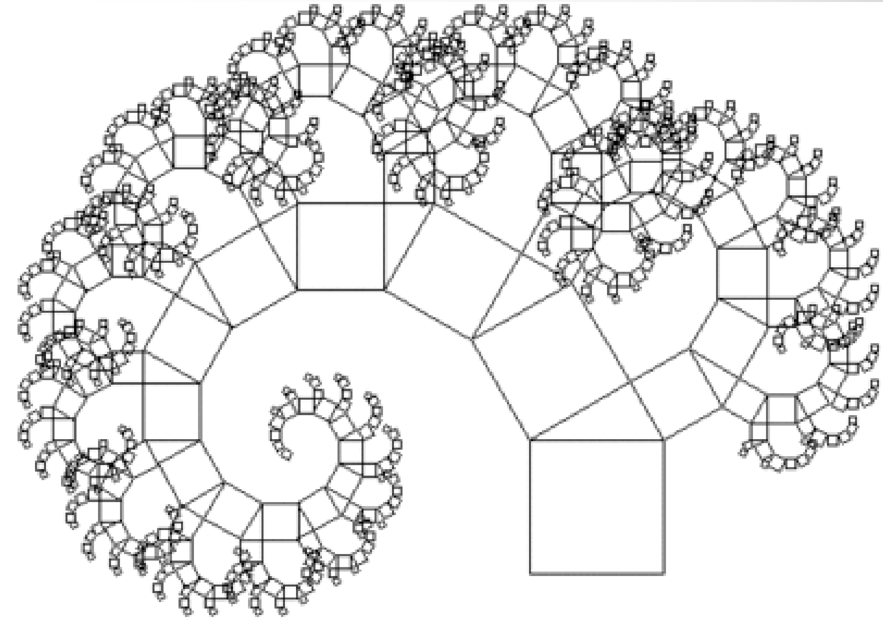
x1 = x0 + l/3 * cos(a);
y1 = y0 – l/3 * sin(a);
x2 =…..
y2=……
x3 =…..
y3=……

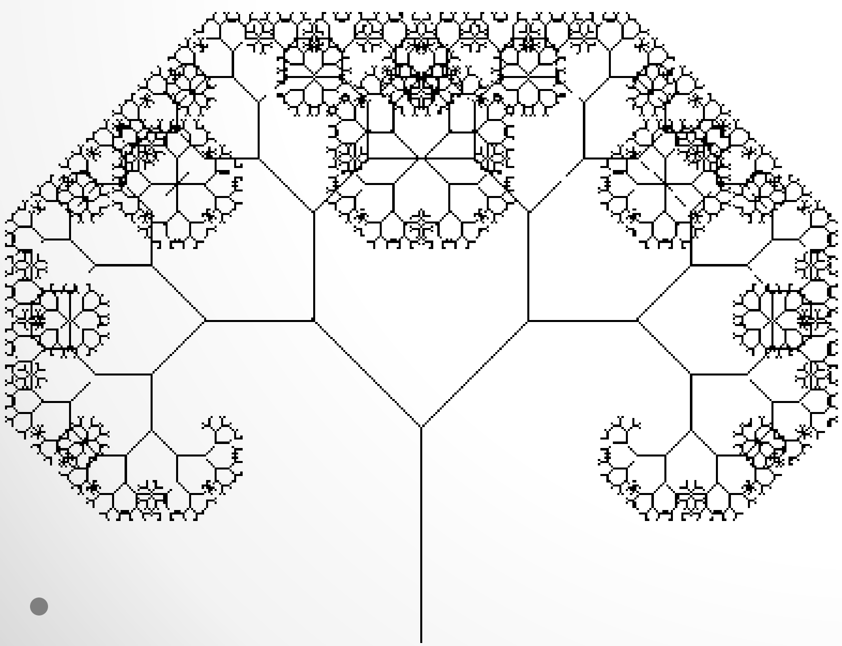



```
void koha (int l, int x0, int y0, double a)
{
        //отрисовка линии
        //задержка
        //убрать линию
        …….
        koha(int l/3, int x0, int y0, double a)
        koha(……)
        koha (…..)
        koha (…..)
        …….
}
```

Задание. Дерево Пифагора







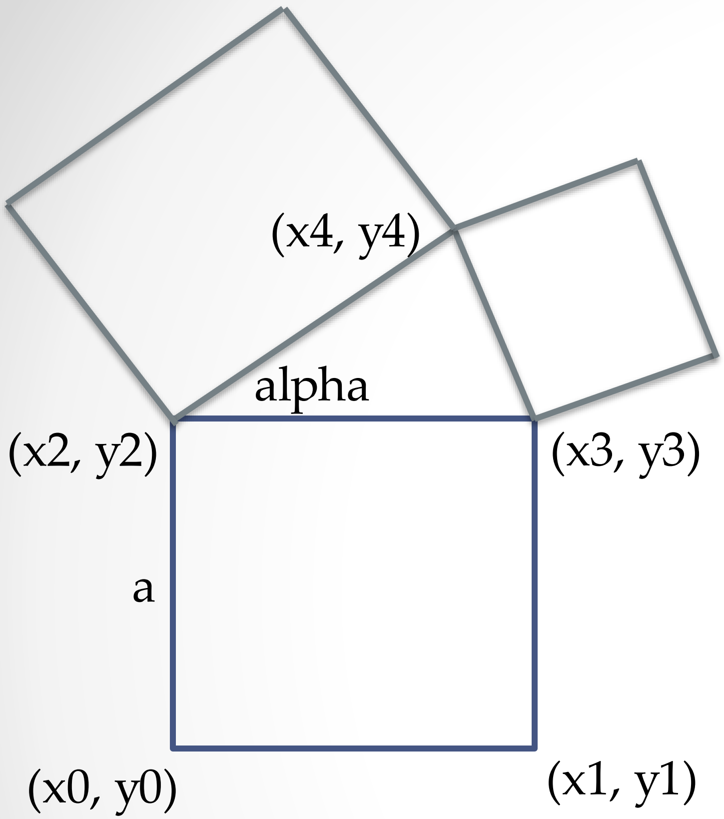
Фрактальная размерность дерева Пифагора.

Если площадь начального квадрата S – площади на втором этапе – S/2 + S/2.

Коэффициент сжатия (масштабирования) – $r = \frac{1}{\sqrt{2}}$;

$$d = \frac{\log(2)}{\log\left({}^{2}/_{\sqrt{2}}\right)} = 2.$$

Задание. Дерево Пифагора



x1 = x0 + a * cos(f);
y1 = y0 – a * sin(f);
f- общий угол наклона фигуры

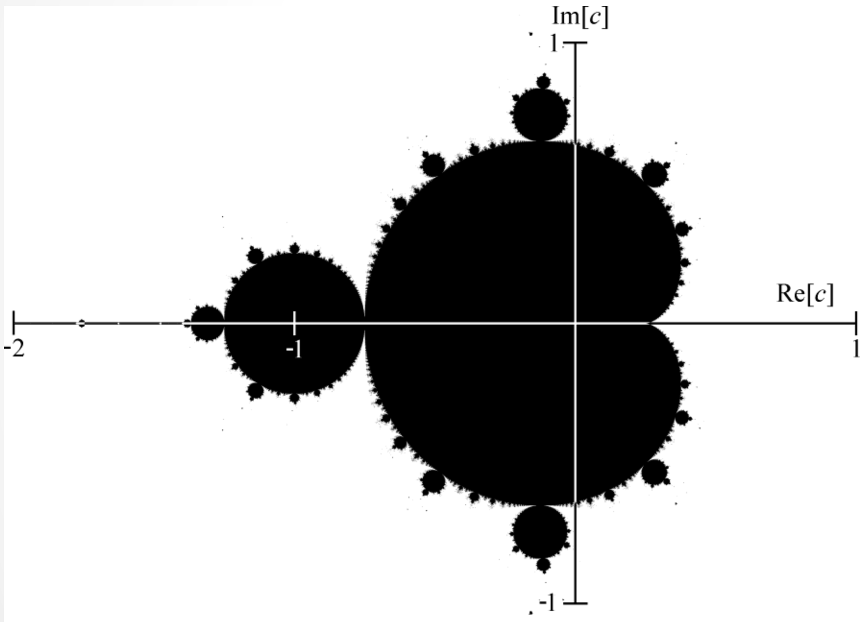
```
void ptree (int n, int x0, int y0, int
a, double f, double alpha)
{
        .......
        //левая ветка
        ptree (....)
        //правая ветка
        ptree (....)
}
```

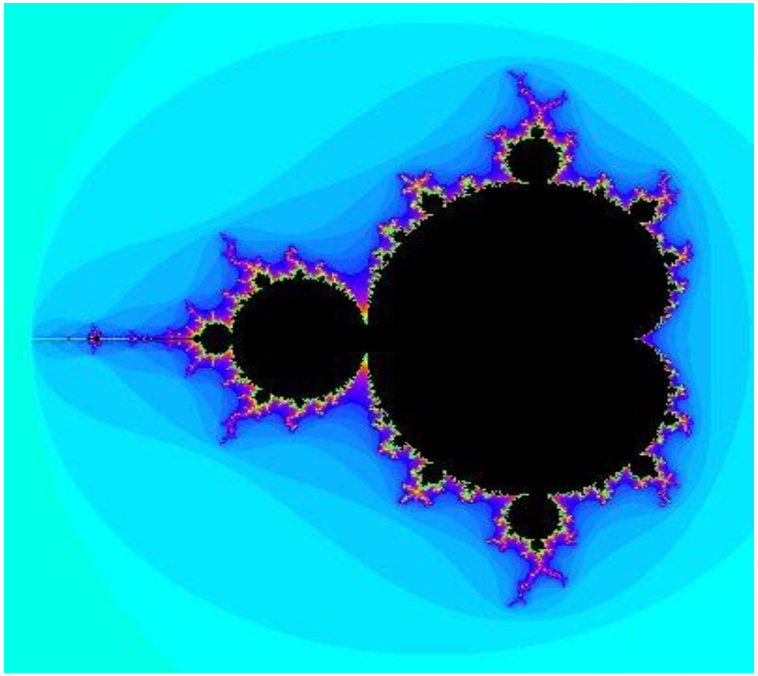
Рекурсивная функция (от лат. recursio — возвращение) — это функция f(n) аргументов, которая в своей записи содержит себя же.

Задание. Множество Мандельброта

Множество Мандельброта — это множество таких точек c на комплексной плоскости, для которых рекуррентное соотношение $z_{n+1} = z_n^2 + c$ при $z_o = 0$ задаёт ограниченную последовательность.

То есть, это множество таких c, для которых существует такое действительное R, что неравенство $|\,z_n\,| < R$ выполняется при всех натуральных n.





На практике:

Рассчитываем последовательность z_{n+1} для каждого пиксела

R – большое число, например 1e+16

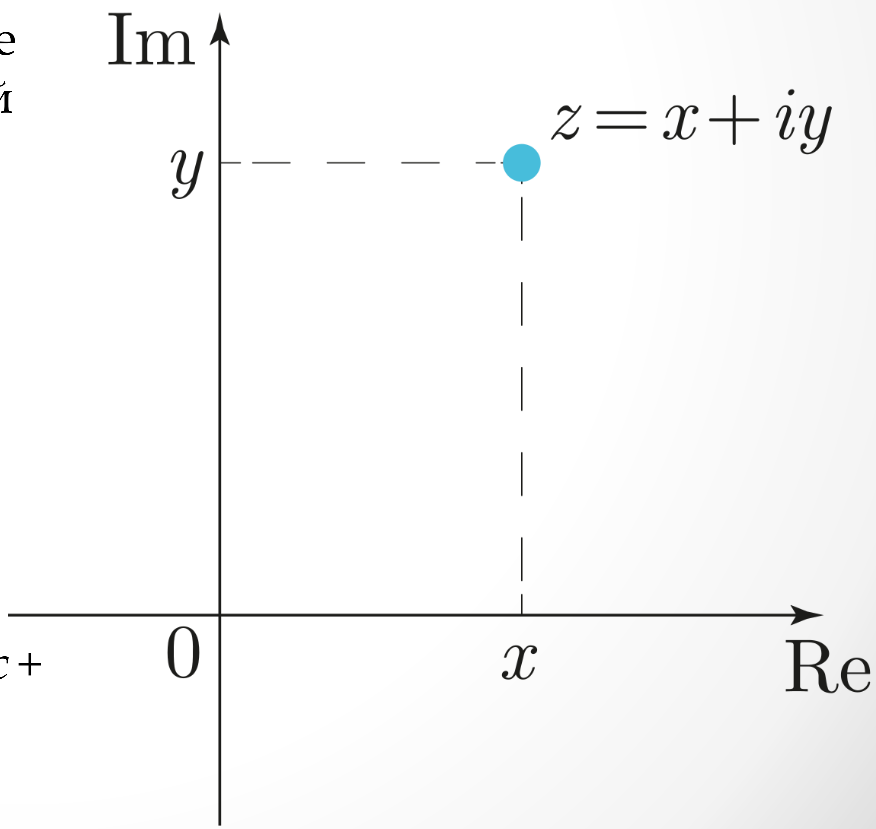
Количество итераций – например 100

Задание. Множество Мандельброта

Комплексные числа (от лат. complex — совокупный, тесно связанный)— числа вида $a+bi$, где a,b — вещественные числа, i — мнимая единица, то есть число, для которого выполняется равенство: $i^2 = -1$.

Вещественные числа можно рассматривать как частный случай комплексных, они имеют вид $a+0i$

Удобно представлять комплексные числа $a+bi$ точками на комплексной плоскости.



Определение сложения и вычитания комплексных чисел:

$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i;$

$(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i.$

Умножение комплексных чисел:

$(a + bi) * (c + di) = ac + bci + adi + bdi^2 = (ac + bdi^2) + (bc + ad)i = (ac - bd) + (bc + ad)i.$

Программная среда: Dev-C++

https://sourceforge.net/projects/orwelldevcpp/

```
#include "graphics.h"
#include "math.h"
#include "stdio.h"

 int main() {
		int gd = DETECT, gm;
		initgraph(&gd,  &gm, " ");
		// тело программы
		getch();
		closegraph();
		return 0;
 }
```

Работа с графикой

http://kpolyakov.spb.ru/school/c/faq.htm

https://www.youtube.com/watch?v=DcsAUO2QDqc