

Лабораторная работа №3

Модель боевых действий

Ильин Андрей Владимирович

Содержание

1 Цель работы	4
2 Задачи	5
3 Термины	6
4 Теоретическое введение	7
5 Выполнение лабораторной работы	9
6 Анализ результатов	20
7 Выводы	21
Список литературы	22

Список иллюстраций

5.1	Julia. Добавление пакетов	9
5.2	Julia. Скрипт для моделирования боевых действий между регулярными войсками (1)	11
5.3	Julia. Скрипт для моделирования боевых действий между регулярными войсками (2)	11
5.4	Julia. Модель боевых действий между регулярными войсками	12
5.5	Julia. Скрипт для моделирования боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов (1)	14
5.6	Julia. Скрипт для моделирования боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов (2)	14
5.7	Julia. Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов	15
5.8	Modelica. Скрипт для моделирования боевых действий между регулярными войсками	16
5.9	OMEedit. Настройка симмуляции	17
5.10	OMEedit. Симмуляция модели боевых действий между регулярными войсками	17
5.11	Modelica. Модель боевых действий между регулярными войсками	18
5.12	Modelica. Скрипт для моделирования боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов	19
5.13	Modelica. Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов	19

1 Цель работы

Рассмотреть простейшие модели боевых действий, а именно модели Ланчестера. Смоделировать боевые действия средствами OpenModellica и Julia.

2 Задачи

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$.

Необходимо построить:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками;

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.312x(t) - 0.456y(t) + \sin(t + 3) \\ \frac{dy}{dt} = -0.256x(t) - 0.340y(t) + \cos(t + 7) \end{cases}$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.318x(t) - 0.615y(t) + |\cos(8t)| \\ \frac{dy}{dt} = -0.312x(t)y(t) - 0.512y(t) + |\sin(6t)| \end{cases}$$

3 Термины

- Julia – это открытый свободный высокопроизводительный динамический язык высокого уровня, созданный специально для технических (математических) вычислений. Его синтаксис близок к синтаксису других сред технических вычислений, таких как Matlab и Octave. [1]
- OpenModelica – свободное открытое программное обеспечение для моделирования, симуляции, оптимизации и анализа сложных динамических систем. Основано на языке Modelica. [2]

4 Теоретическое введение

Рассмотрим некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна). [3]

Рассмотри два случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками;
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов;

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

- скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
- скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связано с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
- скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases},$$

$-a(t)x(t)$ и $-h(t)y(t)$ - потери, не связанные с боевыми действиями,
 $-b(t)y(t)$ и $-c(t)x(t)$ - отражают потери на поле боя,
 $b(t)$ и $c(t)$ - эффективность боевых действий со стороны у и х соответственно,
 $a(t)$ и $h(t)$ - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери,

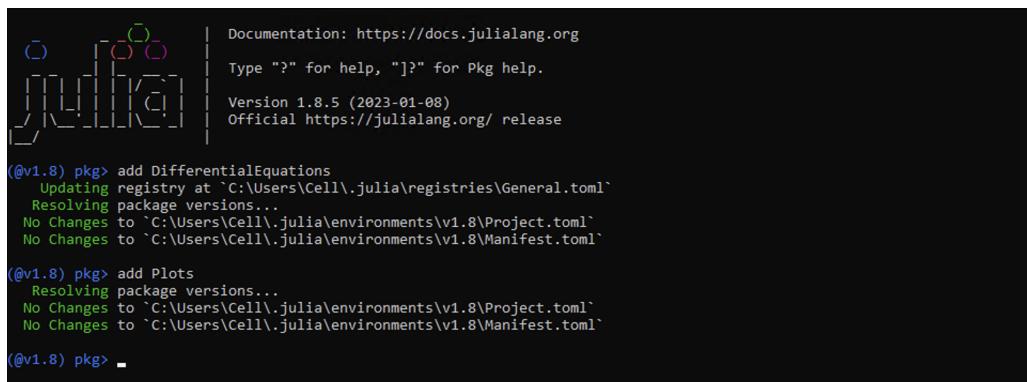
$P(t)$ и $Q(t)$ - функции, которые учитывают возможность подхода подкрепления к войскам Х и У в течение одного дня.

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потерпеть партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases},$$

5 Выполнение лабораторной работы

1. Установим пакет в Julia необходимый для построения графиков (Plots) и работы с дифференциальными уравнениями (DifferentialEquations). (рис. 5.1)



```
Documentation: https://docs.julialang.org
Type "?" for help, "]?" for Pkg help.

Version 1.8.5 (2023-01-08)
Official https://julialang.org/ release

(@v1.8) pkg> add DifferentialEquations
  Updating registry at `C:\Users\Cell\.julia\registries\General.toml`
  Resolving package versions...
  No Changes to `C:\Users\Cell\.julia\environments\v1.8\Project.toml`
  No Changes to `C:\Users\Cell\.julia\environments\v1.8\Manifest.toml`

(@v1.8) pkg> add Plots
  Resolving package versions...
  No Changes to `C:\Users\Cell\.julia\environments\v1.8\Project.toml`
  No Changes to `C:\Users\Cell\.julia\environments\v1.8\Manifest.toml`

(@v1.8) pkg> -
```

Рис. 5.1: Julia. Добавление пакетов

2. Напишем скрипт для моделирования боевых действий между регулярными войсками. Первым делом подключим пакеты “Plots” [4] и “DifferentialEquations” [5], далее объявим начальные данные при помощи констант. После чего используя DifferentialEquations составим и решим систему однородных дифференциальных уравнений. В конце используем Plots для того чтобы построить модель. (рис. 5.2, 5.3)

```
# подключение пакетов

using Plots

using DifferentialEquations
```

```

# начальные данные

const X = 44200
const Y = 54200
const a = 0.312
const b = 0.456
const c = 0.256
const h = 0.340
const P(t) = sin.(t + 3)
const Q(t) = cos.(t + 7)
const t_start = 0
const t_end = 2.16

# используем DifferentialEquations,
# чтобы описать и решить систему ОДУ

function Battle!(df, u, p, t)
    df[1] = -a * u[1] - b * u[2] + P(t);
    df[2] = -c * u[1] - h * u[2] + Q(t);
end

u0 = [X, Y]
tspan = (t_start, t_end)
prob = ODEProblem(Battle!, u0, tspan)
sol = solve(prob)

# используем Plots,
# чтобы построить график решения

plt = plot(sol,
            title="Модель боевых действий №1",
            dpi=500,

```

```

label=["Армия №1" "Армия №2"],
xlabel="Время (с)",
ylabel="Численность")

savefig(plt, "artifacts/lab03-1_JL.png")

```

```

1  using Plots
2  using DifferentialEquations
3
4
5  const X = 44200
6  const Y = 54200
7  const a = 0.312
8  const b = 0.456
9  const c = 0.256
10 const h = 0.340
11 const P(t) = sin.(t + 3)
12 const Q(t) = cos.(t + 7)
13 const t_start = 0
14 const t_end = 2.16
15

```

Рис. 5.2: Julia. Скрипт для моделирования боевых действий между регулярными войсками (1)

```

16
17  function Battle!(df, u, p, t)
18  |   df[1] = -a * u[1] - b * u[2] + P(t);
19  |   df[2] = -c * u[1] - h * u[2] + Q(t);
20 end
21 u0 = [X, Y]
22 tspan = (t_start, t_end)
23 prob = ODEProblem(Battle!, u0, tspan)
24 sol = solve(prob)
25
26
27 plt = plot(sol,
28             title="Модель боевых действий №1",
29             dpi=500,
30             label=["Армия №1" "Армия №2"],
31             xlabel="Время (с)",
32             ylabel="Численность")
33 savefig(plt, "artifacts/lab03-1_JL.png")

```

Рис. 5.3: Julia. Скрипт для моделирования боевых действий между регулярными войсками (2)

3. Запускаем написанный скрипт и получаем модель боевых действий между регулярными войсками. (рис. 5.4)

Модель боевых действий №1

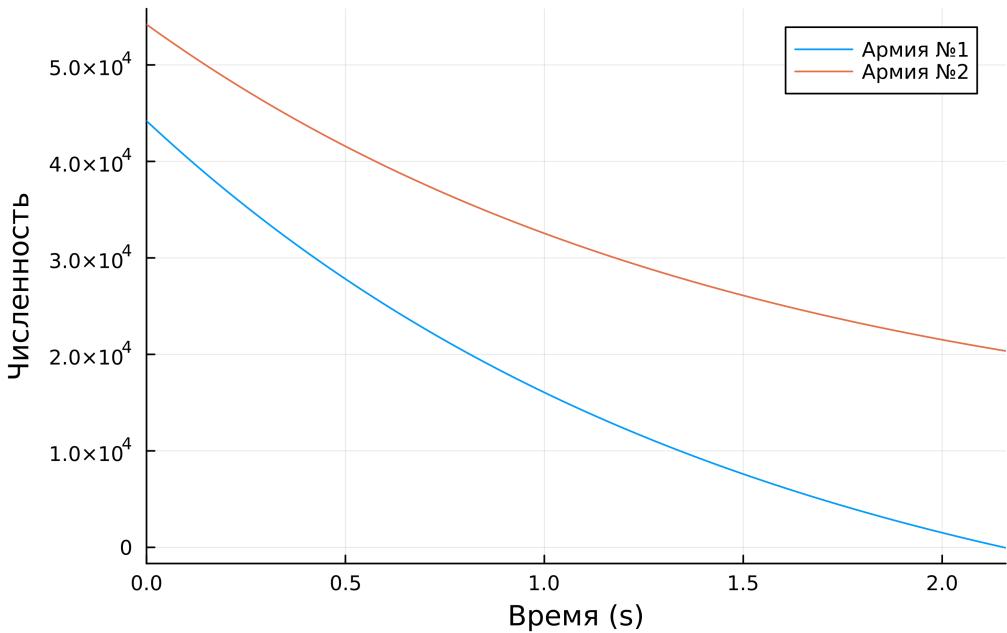


Рис. 5.4: Julia. Модель боевых действий между регулярными войсками

4. Изменяем написанный скрипт, чтобы построить скрипт для моделирования боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов. Для этого нам понадобиться изменить начальные данные и функцию, описывающую систему ОДУ. (рис. 5.5, 5.6)

```
# подключение пакетов
using Plots
using DifferentialEquations

# начальные данные
const X = 44200
const Y = 54200
const a = 0.318
const b = 0.615
const c = 0.312
```

```

const h = 0.512

const P(t) = abs.(cos.(8 * t))
const Q(t) = abs.(sin.(6 * t))
const t_start = 0
const t_end = 0.001

# используем DifferentialEquations,
# чтобы описать и решить систему ОДУ
function Battle!(df, u, p, t)
    df[1] = -a * u[1] - b * u[2] + P(t);
    df[2] = -c * u[1] * u[2] - h * u[2] + Q(t);
end

u0 = [X, Y]
tspan = (t_start, t_end)
prob = ODEProblem(Battle!, u0, tspan)
sol = solve(prob)

# используем Plots,
# чтобы построить график решения
plt = plot(sol,
            title="Модель боевых действий №2",
            dpi=500,
            label=["Армия №1" "Армия №2"],
            xlabel="Время (с)",
            ylabel="Численность",
            legend=:outerbottom)
savefig(plt, "artifacts/lab03-2_JL.png")

```

```

1  using Plots
2  using DifferentialEquations
3
4
5  const X = 44200
6  const Y = 54200
7  const a = 0.318
8  const b = 0.615
9  const c = 0.312
10 const h = 0.512
11 const P(t) = abs.(cos.(8 * t))
12 const Q(t) = abs.(sin.(6 * t))
13 const t_start = 0
14 const t_end = 0.001
15

```

Рис. 5.5: Julia. Скрипт для моделирования боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов (1)

```

16  function Battle!(df, u, p, t)
17      df[1] = -a * u[1] - b * u[2] + P(t);
18      df[2] = -c * u[1] * u[2] - h * u[2] + Q(t);
19  end
20
21  u0 = [X, Y]
22  tspan = (t_start, t_end)
23  prob = ODEProblem(Battle!, u0, tspan)
24  sol = solve(prob)
25
26  plt = plot(sol,
27              title="Модель боевых действий №2",
28              dpi=500,
29              label=["Армия №1" "Армия №2"],
30              xlabel="Время (с)",
31              ylabel="Численность",
32              legend=:outertop)
33  savefig(plt, "artifacts/lab03-2_JL.png")

```

Рис. 5.6: Julia. Скрипт для моделирования боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов (2)

5. Запускаем написанный скрипты и получаем модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов. (рис. 5.7)

Модель боевых действий №2

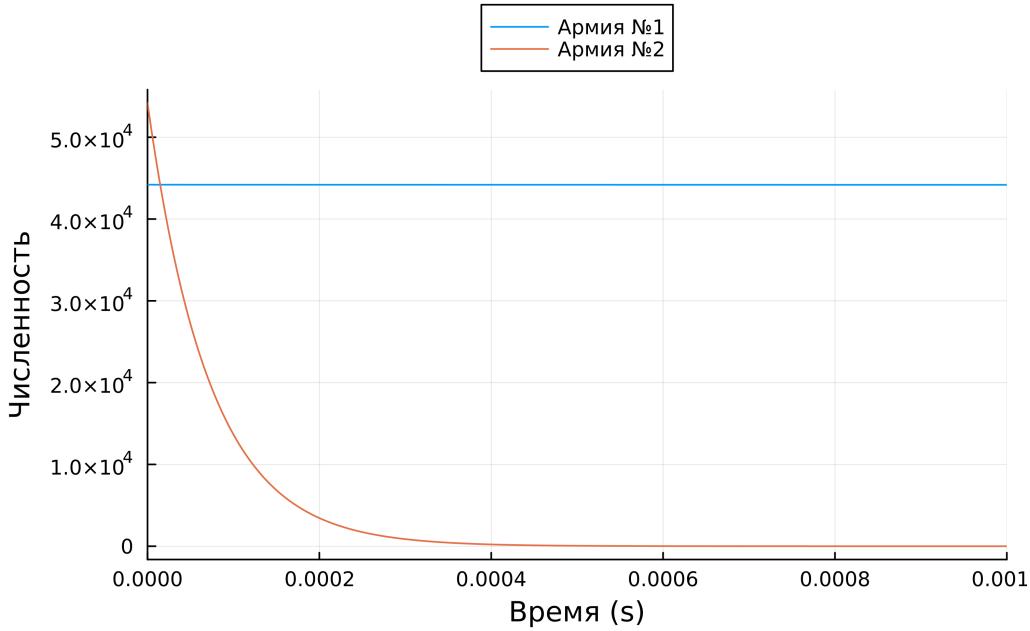


Рис. 5.7: Julia. Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

6. Перейдем к построению модели боевых действий между регулярными войсками при помощи OpenModelica. Для этого нам необходимо создать модель, внутри которой сначала объявим необходимые переменные, после чего проинициализируем начальные условия и в конце введем непосредственно уравнения для моделирования. (рис. 5.8)

```
model Battle01
    Real x;
    Real y;
    Real a = 0.312;
    Real b = 0.456;
    Real c = 0.256;
    Real h = 0.340;
    Real t = time;
initial equation
```

```

x = 44200;
y = 54200;

equation
  der(x) = -a * x - b * y + sin(t + 3);
  der(y) = -c * x - h * y + cos(t + 7);
end Battle01;

```

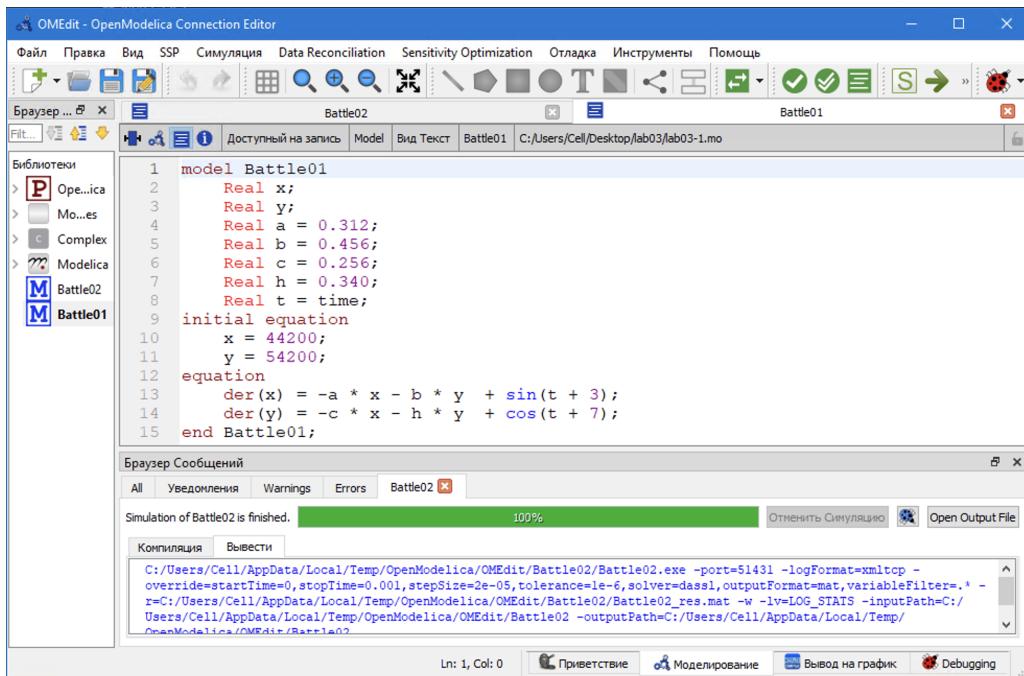


Рис. 5.8: Modelica. Скрипт для моделирования боевых действий между регулярными войсками

7. Запустим симмуляцию, напишем легенду для получившейся модели и экспортируем итог. (рис. 5.9, 5.10, 5.11)

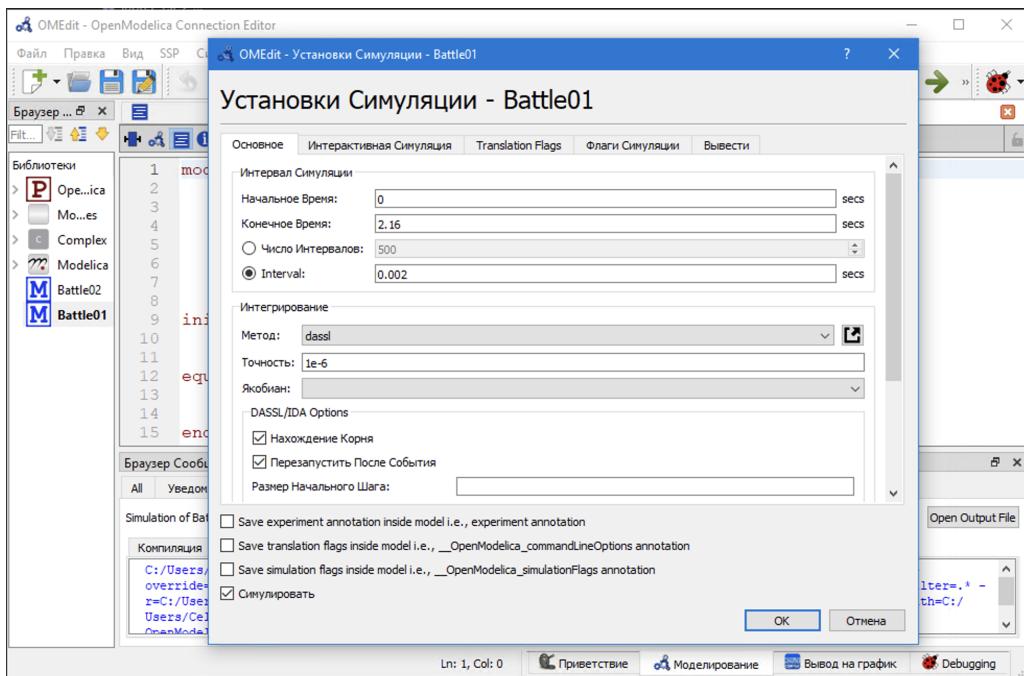


Рис. 5.9: OMEdit. Настройка симмуляции

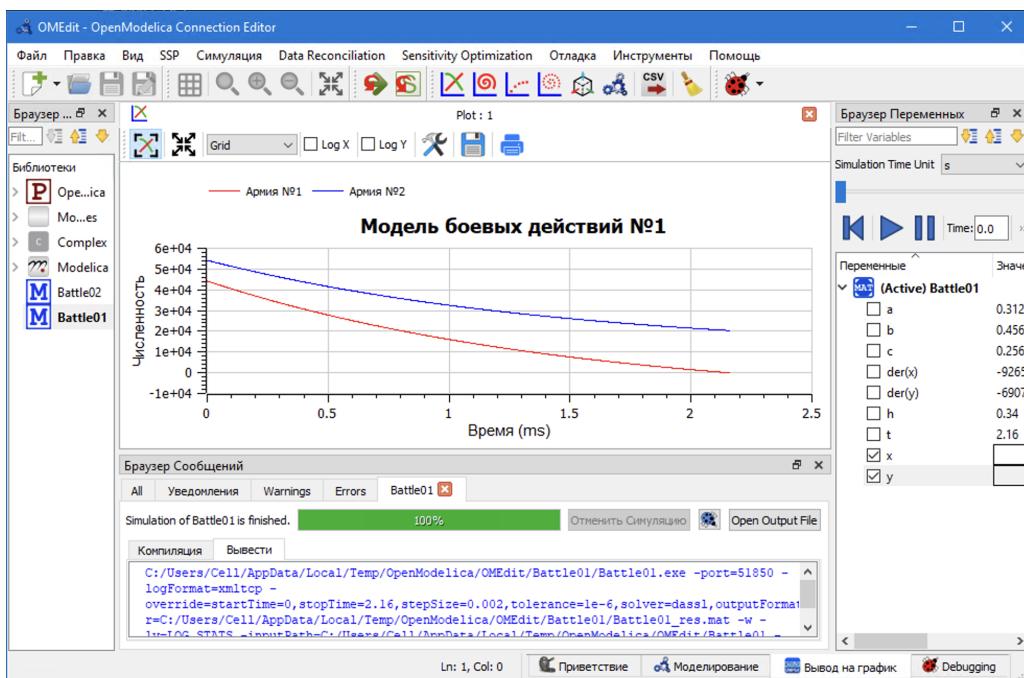


Рис. 5.10: OMEdit. Симмуляция модели боевых действий между регулярными войсками

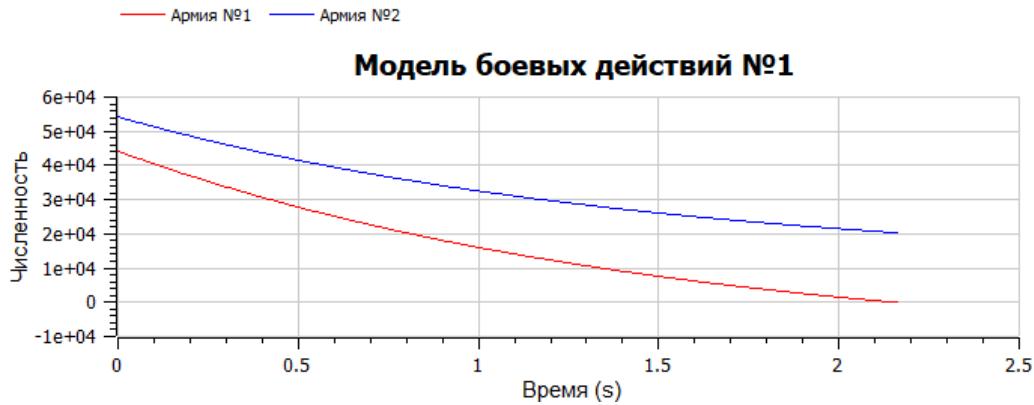


Рис. 5.11: Modelica. Модель боевых действий между регулярными войсками

8. Приступим к моделированию боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов на OpenModelica. Для этого перепишем начальные данные и изменим уравнение, взяв за основу предыдущий скрипт. (рис. 5.12)

```
model Battle02
    Real x;
    Real y;
    Real a = 0.318;
    Real b = 0.615;
    Real c = 0.312;
    Real h = 0.512;
    Real t = time;
initial equation
    x = 44200;
    y = 54200;
equation
    der(x) = -a * x - b * y + abs(cos(8 * t));
    der(y) = -c * x * y - h * y + abs(sin(6 * t));
end Battle02;
```

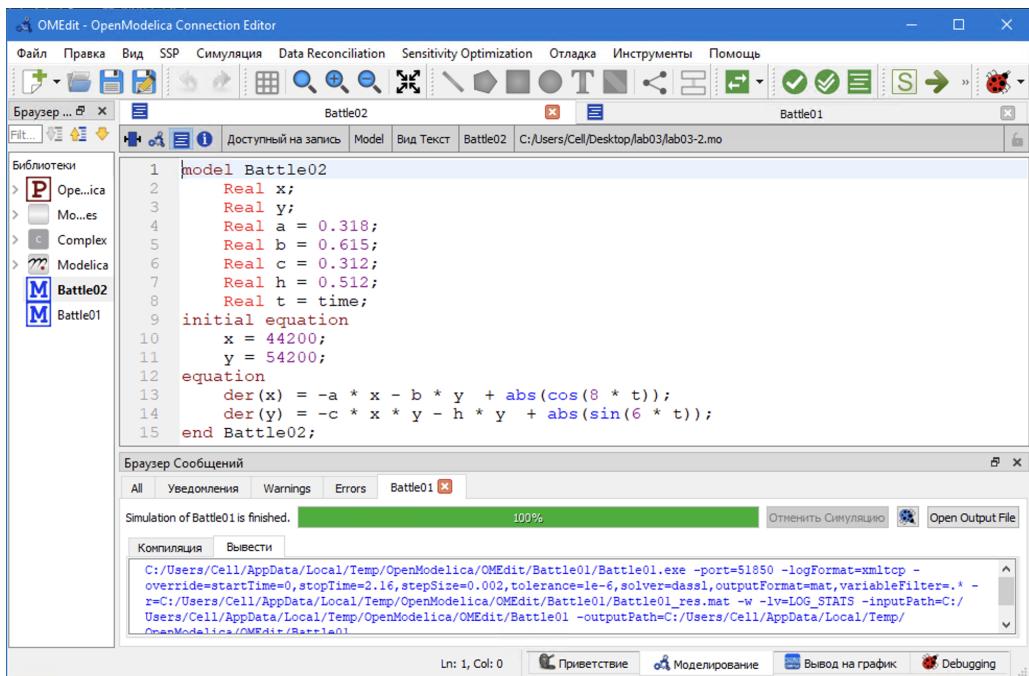


Рис. 5.12: Modelica. Скрипт для моделирования боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

9. Запустим симмуляцию, пропишем легенду и экспортируем график. (рис. 5.13)

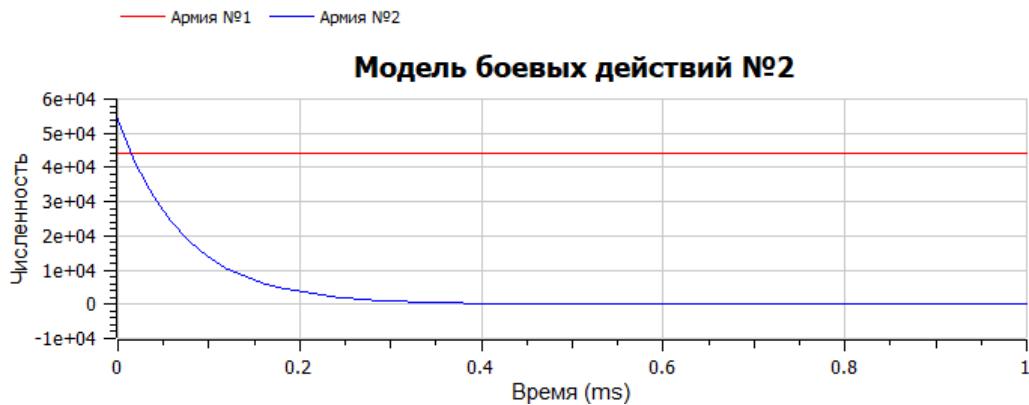


Рис. 5.13: Modelica. Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

6 Анализ результатов

Работа выполнена без непредвиденных проблем в соответствии с руководством. Ошибок и сбоев не произошло. Моделирование на OMEdit было проще и быстрее, чем при использовании средств Julia. Скрипт на Modelica вышел более лаконичным, понятным и коротким. Более того OpenModelica быстрее обрабатывала скрипт и симмулировала модель. Стоит отметить, что OpenModelica имеет множество различных полезных инструментов для настройки с симмуляцией и работой с ней. К плюсам Julia можно отнести, что она является языком программирования, который хорошо подходит для математических и технических задач.

7 Выводы

Мы улучшили практические навыки в области дифференциальных уравнений, улучшили навыки моделирования на Julia, также приобрели навыки моделирования на OpenModelica. Изучили простейшие модели боевых действий.

Список литературы

1. Julia [Электронный ресурс]. URL: http://www.unn.ru/books/met_files/JULIA_tutorial.pdf.
2. OpenModelica [Электронный ресурс]. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/OpenModelica>.
3. Модель боевых действий [Электронный ресурс]. RUDN. URL: <https://esystem.rudn.ru/mod/resource/view.php?id=967237>.
4. Plots in Julia [Электронный ресурс]. URL: <https://docs.juliaplots.org/latest/tutorial/>.
5. Differential Equations in Julia [Электронный ресурс]. URL: https://docs.sciml.ai/DiffEqDocs/stable/getting_started/.