RUDN
university

Колебание цепочек

Докладчики

Группа НФИбд-01-20:

- Михаил Ким 1032201664
» Ильин Андрей 1032201656
- Юрий Кузнецов 1032200533
- Аббас Майсаров 1032200530
- Егор Логинов 1032201661

Группа НФИбд-02-20:

- Улугбек Ибрагимов 1032204510

RUDN university

Вводная часть

RUDN university

Актуальность

- Колебания - один из самых распространенных процессов в природе и технике. В связи с этим очень важны исследования в области колебания цепочек.

Объект и предмет исследования

- Колебание цепочек
- Гармоническая цепочка

RUDN university

Цель

- Изучить колебания цепочек, в частности:
    - Гармонических цепочек
- Построить математическую модель колебания цепочек.
- Исследовать, какие условия необходимы для установления равновесия, как происходит приближение к равновесию, и какие интересные явления возможны в простейшем одномерном случае.

Задачи

1. Написать программу, моделирующую поведение цепочки из N частиц (при параметрах m = 1, k = 1, d = 1).
2. Задать начальные условия в виде гармоники с номером l. Измерить собственную частоту этой гармоники ω_l. Сравнить полученные значения ω_l с теоретическими.

Материалы и методы

- OpenModelica
- Julia
- Медведев Д. А., Куперштох А. Л., Прууэл Э. Р., Сатонкина Н. П., Карпов Д. И. Моделирование физических процессов и явлений на ПК: Учеб. пособие / Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т., 2010. – 86-91с.

RUDN university

Теоретическая справка

RUDN university

Колебание цепочек

- Система из N атомов будет иметь 3N степеней свободы.
- В кристаллах подавляющее большинство этих степеней свободы — колебательные.

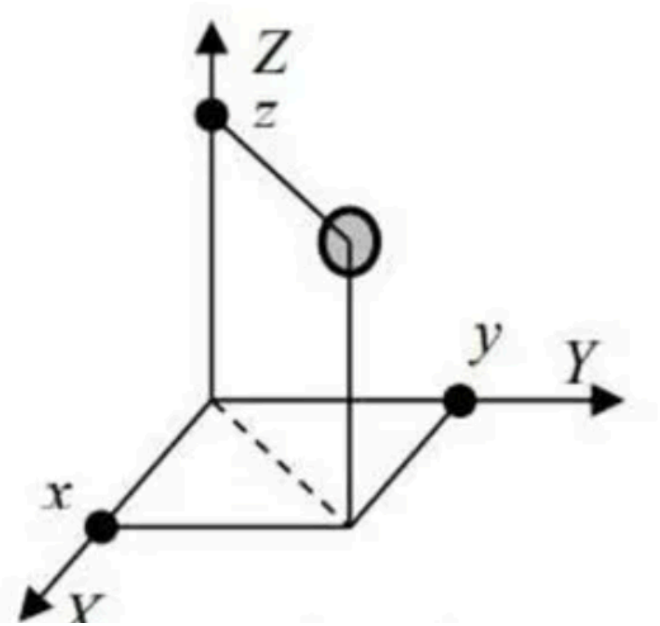
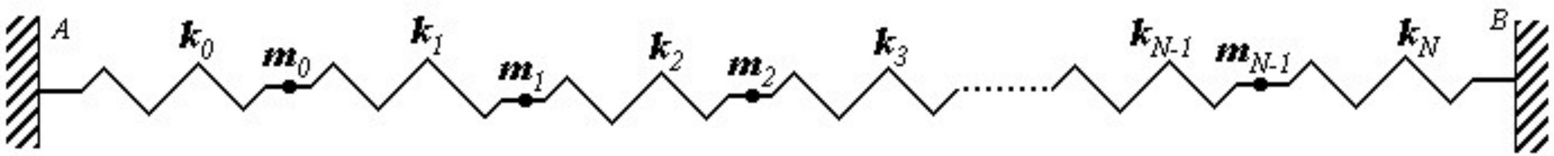


Рис. 1. Пример степеней свободы атома

Гармоническая цепочки (1)

Пусть
N - количество точечных частиц;
m - масса частицы;
k - коэффициентом жесткости пружинки;
d - длина пружинки.



В одномерной модели частицы могут двигаться только вдоль прямой. Если пружинки первоначально не деформированы, то положение равновесия i-ой частицы $x_i = i \cdot d$.

Гармоническая цепочки (2)

y_i - смещения част от положений равновесия ($y_i \ll d$);

$y_{i+1} - y_i$ - растяжение пружинки, при $y_0 = 0$ и $y_{N+1} = 0$.

Уравнение движения для i-частицы:

$$m\frac{d^2 y_i}{dt^2} = k(y_{i+1} - 2y_i + yi - 1),\text{ где } i = 1...N$$

Решениями данной системы являются стоячие волны:

$$y_i = (Acos(px_i) + Bsin(px_i))cos(\omega t),$$

где ω – частота колебаний стоячей волны, p – ее волновое число.

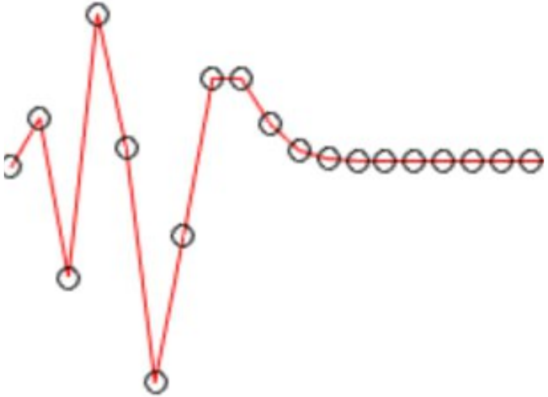


Рис. 2. Пример колебания гармонической цепочки

RUDN university

Описание модели

Описание модели

$$x_i = i \cdot d, i = 1 \ldots N$$

$$y_i = (A\cos(px_i) + B\sin(px_i))cos(\omega t), i = 1 \ldots N$$

$$p_l = \frac{l\pi}{(N+1)d}, l = 1 \ldots N$$

$$\omega_l = 2\omega_0 \sin(\frac{l\pi}{2(N+1)}), l = 1 \ldots N$$

$$y_0 = 0,\ y_{N+1} = 0,\ A = 0, w_0 = \sqrt{k/m}$$

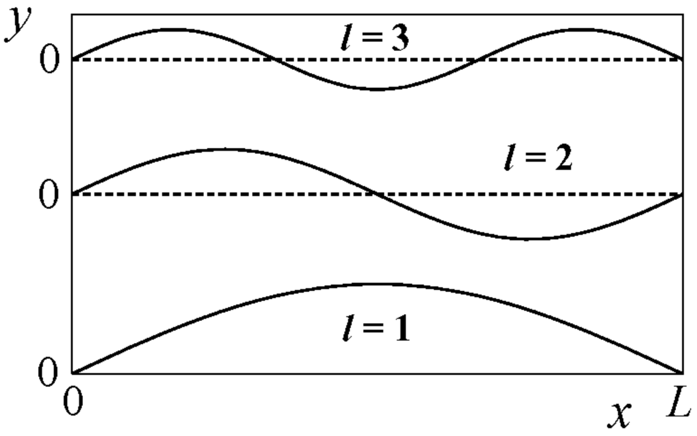


Рис. 3. Гармоники

RUDN university

Вывод

Вывод

- Мы разобрали теорию колебания цепочек, в частности гармонические цепочки.
- Описали математическую модель, которую можно смоделировать в будущем.