

Министерство образования и науки Российской Федерации  
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»  
(государственный университет)

ФАКУЛЬТЕТ АЭРОФИЗИКИ И КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ

На правах рукописи  
УДК 532.546-3:536.42

Новиков Алексей Викторович

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ТЕРМОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПЛАСТЕ  
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТРУКТУРЫ ОКОЛОСКВАЖИННОЙ ЗОНЫ**

Выпускная квалификационная работа магистра  
Направление подготовки 010922  
«Фундаментальная и прикладная геофизика»

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ к.т.н. Негодяев С.С.

Научный руководитель \_\_\_\_\_ Торопов К.В.

Студент-дипломник \_\_\_\_\_ Новиков А.В.

# Содержание

Введение	3
Обозначения	4
Глава 1. Основы механики и термодинамики насыщенных пористых сред	5
1.1 Кофигурации. Градиент деформации. Подходы Эйлера и Лагранжа описания движения сплошной среды. . . . .	5
1.2 Тезоры деформаций. Уравнение совместности скоростей и деформаций. . . . .	6
1.3 Закон сохранения масс. . . . .	7
Список использованных источников	8

# Введение

## Обозначения

# Глава 1

## Основы механики и термодинамики насыщенных пористых сред

Насыщенная пористая среда – совокупность твёрдого деформируемого скелета и флюида, насыщающего этот скелет. Под *флюидом* понимается смесь жидкостей и газов, способная перемещаться внутри порового пространства скелета. Для описания совместного движения скелета и флюида используется *гипотеза суперпозиции континуумов*, которая предполагает что в каждой точке пространства находится и скелет, и флюид.

В данной главе будут представлены законы сохранения, основные определяющие соотношения такой системы. Как результат будут получены математические модели процессов массо- и теплопереноса в пористых средах.

Подробное изложение законов сохранения, постоение определяющих соотношений для таких системы можно найти в [2, 4–6].

### 1.1 Кофигурации. Градиент деформации. Подходы Эйлера и Лагранжа описания движения сплошной среды.

*Материальная точка* или *элементарный объём* – объём сплошной среды, пренебрежимо малый по сравнению с размерами рассматриваемой задачи, но, при том, достаточный для того чтобы можно было проводить по нему осреднение. Дальнейшее рассмотрение будет проводится именно для таких объёмов.

Обозначим  $\kappa_A \in \mathbb{E}^3$  – область, которую занимают частицы скелета ( $A=S$ ) или флюида ( $A=F$ ) в момент времени  $t = 0$ . Область  $\kappa_A$  в дальнейшем будем называть *отсчётной (начальной) конфигурацией* скелета или флюида соответственно. Область  $\chi(t) \in \mathbb{E}^3$ , занятую в момент времени  $t > 0$  частицами скелета и флюида, назовём *актуальной* или *текущей конфигурацией*. Отображения  $\kappa_A \rightarrow \chi(t)$  будем называть деформацией континуума  $A$ .

Здесь и далее предполагается, что области  $\kappa_A$ ,  $\chi(t)$  – регулярны, отображения  $\kappa_A \rightarrow \chi(t)$  – кусочно-гомеоморфны и дифференцируемы. Тогда суще-

ствуют взаимнооднозначные дифференцируемые связи:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}_A, t), \quad t > 0, \quad \mathbf{x} \in \chi(t), \quad \mathbf{X}_A \in \kappa_A, \quad (1.1)$$

которые называются *законами движения* материальных точек скелета и флюида.

Возьмём дифференциал от (1.1):

$$d\mathbf{x} = d\mathbf{X}_A \cdot (\nabla_\kappa \otimes \mathbf{x}) = d\mathbf{X} \cdot \mathbf{F}_A^T = \mathbf{F}_A \cdot d\mathbf{X}, \quad (1.2)$$

где  $\mathbf{F}_A$  – тензор второго ранга, называемый *градиентом деформации (дисторсией)* континуума  $A$ .

Для градиента деформаций  $\mathbf{F}_A$  справедлива *теорема Коши о полярном разложении*, которая позволяет представить деформацию элемента  $d\mathbf{X}_A$  как комбинацию растяжения (сжатия) и вращения как жесткого целого:

$$\mathbf{F}_A = \mathbf{R}_A \cdot \mathbf{U}_A = \mathbf{V}_A \cdot \mathbf{R}_A, \quad (1.3)$$

где  $\mathbf{R}_A$  – ортогональный тензор второго ранга, называемый *тензором поворота*,  $\mathbf{U}_A, \mathbf{V}_A$  – симметричные положительной определённые тензоры второго ранга, называемые *правым и левым тензорами растяжения*. Разложение (1.3) единственно.

Описание характеристик материальной точки функциями от  $\mathbf{X}_A$  носит название *материального* или *лагранжевого описания среды*, а радиус-вектор  $\mathbf{X}_A$  носит название *материальной* или *лагранжевой переменной*. Если же характеристики представляются функциями  $\mathbf{x}$ , то такой подход называется *пространственным* или *эйлеровым описанием среды*, переменная  $\mathbf{x}$  – *пространственной* или *эйлеровой переменной*.

## 1.2 Тензоры деформаций. Уравнение совместности скоростей и деформаций.

Для того чтобы охарактеризовать деформации континуума вводятся специальные меры – *тензоры конечных деформаций*. Наиболее употребительны-

ми являются *тензоры Коши-Грина*  $\mathbf{E}_A$  и *Альманзи*  $\mathbf{A}_A$ :

$$\mathbf{E}_A = \frac{1}{2} (\mathbf{F}_A^T \cdot \mathbf{F}_A - \mathbf{I}) \quad (1.4)$$

$$\mathbf{A}_A = \frac{1}{2} (\mathbf{I} - \mathbf{F}_A^{-1T} \cdot \mathbf{F}_A^{-1}) \quad (1.5)$$

### 1.3 Закон сохранения масс.

# Список литературы

- [1] Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика. – М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2006. – 436 стр.
- [2] Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика: Учебник для вузов. – М.: Недра, 1993. 416 с.: ил
- [3] Розенберг М.Д., Кундин С.А. Многофазная многокомпонентная фильтрация при добыче нефти и газа. М., «Недра», 1976. 335 с.
- [4] Кондауров В.И., Фортов В.Е. Основы термомеханики конденсированной среды. – М.: Издательство МФТИ, 2002. – 336 с.
- [5] Кондауров В.И. Механика и термодинамика насыщенной пористой среды: Учебное пособие. – М.: МФТИ, 2007. – 310 с.
- [6] Чекалюк Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта. – М.: Недра, 1965. - 238 с.
- [7] Петров И.Б., Лобанов А.И. Лекции по вычислительной математике: Учебное пособие – М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ.Лаборатория знаний, 2013.-523 с.: ил., табл. – (Серия «Основы информационных технологий»)
- [8] Каневская Р.Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003, 128 стр.
- [9] Chen Zhangxin, Guanren Huan, and Yuanle Ma. Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006.
- [10] LeVeque R.J. Finite volume methods for Hyperbolic problems. Cambridge University Press, 2002.
- [11] Марченко Н.А. [и др.] / Иерархия явно-неявных разностных схем для решения задачи многофазной фильтрации // Препринты ИПМ им. Келдыша. 2008. № 97. 17 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2008-97>



- [12] Рамазанов А.Ш. Теоретические основы термогидродинамических методов исследования нефтяных пластов. Автореф. дис. докт. техн. наук. - Уфа, 2004.
- [13] Рамазанов А.Ш., Паршин А.В. Температурное поле в нефтеводонасыщенном пласте с учётом разгазирования нефти // Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». 2006. №1. URL: [http://ogbus.ru/authors/Ramazanov/Ramazanov\\_1.pdf](http://ogbus.ru/authors/Ramazanov/Ramazanov_1.pdf)
- [14] Ramazanov A.Sh., Valiullin R.A., Sadretdinov A.A., Shako V.V., Pimenov V.P., Fedorov V.N., Belov K.V. Thermal Modeling for Characterization of Near Wellbore Zone and Zonal Allocation. SPE 136256, Moscow: SPE Russian Oil and Gas Conference and Exhibition, 2010.
- [15] Валиуллин Р.А., Рамазанов А.Ш., Хабилов Т.Р., Садретдинов А.А., Шако В.В., Сидорова М.В., Котляр Л.А., Федоров В.Н., Салимгареева Э.М. Интерпретация термогидродинамических исследований при испытании скважины на основе численного симулятора. SPE-176589-RU, Российская нефтегазовая техническая конференция SPE, 26-28 октября, 2015, Москва, Россия.
- [16] Оливье Узе, Дидье Витура, Оле Фьярэ. Анализ динамических потоков. КАППА выпуск v4.10.01 - Октябрь 2008.
- [17] Posvyanskii D.V., Gaidukov L.A., Tukhvatullina R.R. Estimating Bottom Hole Damage Zone Parameters Based on Mathematical Model of Thermo-hydrodynamic Processes // ECMOR XIV. - 2014.