Министерство образования и науки Российской Федерации
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»
(государственный университет)

ФАКУЛЬТЕТ АЭРОФИЗИКИ И КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ

На правах рукописи
УДК 532.546-3:536.42

Новиков Алексей Викторович

Математическое моделирование термогидродинамических процессов в пласте для определения структуры околоскважинной зоны

Выпускная квалификационная работа магистра
Направление подготовки 010922
«Фундаментальная и прикладная геофизика»

Заведующий кафедрой ______________________ к.т.н Негодяев С.С.

Научный руководитель ______________________ Торопов К.В.

Студент-дипломник ______________________ Новиков А.В.

Москва — 2016

Содержание

Введение

Обозначения

Индексы:

$A = \{F, S\}$	индекс континуума,
$\mathbb{E}^3$	трёхмерное евклидово пространство,
κ_A	отсчётная конфигурация континуума A,
$\chi(t)$	текущая конфигурация системы,
$\mathbf{X}$	радиус-вектор материальной точки в отсчётной конфигурации,
$\mathbf{x}$	радиус-вектор материальной точки в актуальной конфигурации,
∇_κ	градиент в переменных $\mathbf{X}$,
∇	градиент в переменных $\mathbf{x}$,
$\otimes$	тензорное умножение,

Глава 1

Основы механики и термодинамики насыщенных пористых сред

Насыщенная пористая среда – совокупность твёрдого деформируемого скелета и флюида, насыщающего этот скелет. Под *флюидом* понимается смесь жидкостей и газов, способная перемещаться внутри порового пространства скелета. Для описания совместного движения скелета и флюида используется *гипотеза суперпозиции континуумов*, которая предполагает что в каждой точке пространства находится и скелет, и флюид.

В данной главе будут представлены законы сохранения, основные определяющие соотношения такой системы. Как результат будут получены математические модели процессов массо- и теплопереноса в пористых средах.

Подробное изложение законов сохранения, постоение определяющих соотношений для таких системы можно найти в [2, 4–6].

1.1 Кофигурации. Градиент деформации. Подходы Эйлера и Лагранжа описания движения сплошной среды.

Материальная точка или *элементарный объём* – объём сплошной среды, пренебрежимо малый по сравнению с размерами рассматриваемой задачи, но, при том, достаточный для того чтобы можно было проводить по нему осреднение. Дальнейшее рассмотрение будет проводится именно для таких объёмов.

Обозначим $\kappa_A \in \mathbb{E}^3$ – область, которую занимают частицы скелета (A=S) или флюида (A=F) в момент времени $t = 0$. Область κ_A в дальнейшем будем называть *отсчётной (начальной) конфигурацией* скелета или флюида соответственно. Область $\chi(t) \in \mathbb{E}^3$, занятую в момент времени $t > 0$ частицами скелета и флюида, назовём *актуальной* или *текущей конфигурацией.* Отображения $\kappa_A \to \chi(t)$ будем называть деформацией концинуума A.

Здесь и далее предполагается, что области κ_A, $\chi(t)$ – регулярны, отображения $\kappa_A \to \chi(t)$ – кусочно-гомеоморфны и дифференцируемы. Тогда существуют взаимнооднозначные дифференцируемые связи:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}_A, t), \quad t > 0, \quad \mathbf{x} \in \chi(t), \quad \mathbf{X}_A \in \kappa_A, \tag{1.1}$$

которые называются *законами движения* материальных точек скелета и флюида.

Возмём дифференциал от (1.1):

$$\begin{aligned} d\mathbf{x} = d\mathbf{X}_A \cdot (\nabla_\kappa \otimes \mathbf{x}) = d\mathbf{X} \cdot \mathbf{F}_A^T = \mathbf{F}_A \cdot d\mathbf{X}, \\ \mathbf{F}_A(\mathbf{X}, t) = \left[\nabla_\kappa \otimes \mathbf{x}(\mathbf{X}_A, t)\right]^T, \end{aligned} \tag{1.2}$$

где $\mathbf{F}_A$ – тензор второго ранга, называемый *градиентом деформации (дисторсией)* континуума А.

Для градиента деформаций $\mathbf{F}_A$ справедлива *теорема Коши о полярном разложении*, которая позволяет представить деформацию элемента $d\mathbf{X}_A$ как комбинацию растяжения (сжатия) и вращения как жесткого целого:

$$\mathbf{F}_A = \mathbf{R}_A \cdot \mathbf{U}_A = \mathbf{V}_A \cdot \mathbf{R}_A, \tag{1.3}$$

где $\mathbf{R}_A$ – ортогональный тензор второго ранга, называемый *тензором поворота*, $\mathbf{U}_A, \mathbf{V}_A$ – симметричные положительной определённые тензоры второго ранга, называемые *правым и левым тензорами растяжения*. Разложение (1.3) единственно.

Частной производной закона движения (1.1) по времени является *вектор скорости материальной точки*:

$$\mathbf{v}_A(\mathbf{X}_A, t) \equiv \dot{\mathbf{x}}(\mathbf{X}_A, t) = \left.\frac{\partial \mathbf{x}(\mathbf{X}, t)}{\partial t}\right|_{\mathbf{X}_A}. \tag{1.4}$$

Здесь и далее точкой будем обозначать *материальную производную по времени* (при постоянном $\mathbf{X}_A$).

Описание харакртистик материальной точки функциями от $\mathbf{X}_A$ носит название *материального* или *лагранжевого описания среды*, а радиус-вектор $\mathbf{X}_A$ носит название *материальной* или *лагранжевой переменной*. Если же характеристики представляются функциями $\mathbf{x}$, то такой подход называется *пространственным* или *эйлеровым описанием среды*, переменная $\mathbf{x}$ – *пространственной* или *эйлеровой переменной*.

1.2 Тезоры деформаций. Уравнение совместности скоростей и деформаций.

Для того чтобы охарактеризовать деформации континуума вводятся специальные меры – *тензоры конечных деформаций.* Наиболее употребительными являются *тензоры Коши-Грина* $\mathbf{E}_A$ *и Альманзи* $\mathbf{A}_A$:

$$\mathbf{E}_A = \frac{1}{2}\left(\mathbf{F}_A^T \cdot \mathbf{F}_A - \mathbf{I}\right) \tag{1.5}$$

$$\mathbf{A}_A = \frac{1}{2}\left(\mathbf{I} - \mathbf{F}_A^{-1T} \cdot \mathbf{F}_A^{-1}\right). \tag{1.6}$$

Представляя градиент деформаций (1.2) через вектор перемещений $\mathbf{u}_A = \mathbf{x}_A - \mathbf{X}_A$, подставляя в (1.5) и пренебрегая членами второго порядка малости, получим *тензор малых деформаций* $\mathbf{e}_\mathbf{A}$:

$$\mathbf{e}_A = \frac{1}{2}\Big((\nabla_\kappa \otimes \mathbf{u}) + (\nabla_\kappa \otimes \mathbf{u})^T\Big) \tag{1.7}$$

Величины $\mathbf{F}_A(\mathbf{X}_A, t)$ и $\mathbf{v}_A(\mathbf{X}_A, t)$ являются первыми производными отображения $\kappa_A \to \chi(t)$. Предполагая отображение (1.1) кусочно дважды непрерывнодифференцируемым, получим соотношение:

$$\dot{\mathbf{F}}_A = (\nabla_\kappa \otimes \mathbf{v}_A)^T, \tag{1.8}$$

называемое *уравнением совместности скоростей и деформаций.*

1.3 Пористость. Эффективная и истинная плотности. Закон сохранения масс.

Для описания доли пустот в твёрдом скелете используется скалярная величина $\phi(\mathbf{x}, t)$ – *пористость*, определяемая выражением:

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{V(\mathbf{x}, t)} \int\limits_{V(\mathbf{x})} \tilde{\varphi}(\mathbf{z}, t) dV, \tag{1.9}$$

где интеграл берётся по элементарному объёму $V(\mathbf{x})$, $\tilde{\varphi}(\mathbf{z}, t)$ – индикаторная функция скелета.

Список литературы

[1] Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика. – М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2006. – 436 стр.

[2] Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика: Учебник для вузов. – М.: Недра, 1993. 416 с.: ил

[3] Розенберг М.Д., Кундин С.А. Многофазная многокомпонентная фильтрация при добыче нефти и газа. М., «Недра», 1976. 335 с.

[4] Кондауров В.И., Фортов В.Е. Основы термомеханики конденсированной среды. – М.: Издательство МФТИ, 2002. – 336 с.

[5] Кондауров В.И. Механика и термодинамика насыщенной пористой среды: Учебное пособие. – М.: МФТИ, 2007. – 310 с.

[6] Чекалюк Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта. – М.: Недра, 1965. - 238 с.

[7] Петров И.Б., Лобанов А.И. Лекции по вычислительной математике: Учебное пособие – М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ.Лаборатория знаний, 2013.-523 с.: ил., табл. – (Серия «Основы информационных технологий»)

[8] Каневская Р.Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003, 128 стр.

[9] Chen Zhangxin, Guanren Huan, and Yuanle Ma. Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006.

[10] LeVeque R.J. Finite volume methods for Hyperbolic problems. Cambridge University Press, 2002.

[11] Марченко Н.А. [и др.] / Иерархия явно-неявных разностных схем для решения задачи многофазной фильтрации // Препринты ИПМ им. Келдыша. 2008. № 97. 17 с. URL: `http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2008-97`

[12] Рамазанов А.Ш. Теоретические основы термогидродинамических методов исследования нефтяных пластов. Автореф. дис. докт. техн. наук. - Уфа, 2004.

[13] Рамазанов А.Ш., Паршин А.В. Температурное поле в нефтеводонасыщенном пласте с учётом разгазирования нефти // Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». 2006. №1. URL: http://ogbus.ru/authors/Ramazanov/Ramazanov_1.pdf

[14] Ramazanov A.Sh., Valiullin R.A., Sadretdinov A.A., Shako V.V., Pimenov V.P., Fedorov V.N., Belov K.V. Thermal Modeling for Characterization of Near Wellbore Zone and Zonal Allocation. SPE 136256, Moscow: SPE Russian Oil and Gas Conference and Exhibition, 2010.

[15] Валиуллин Р.А., Рамазанов А.Ш., Хабиров Т.Р., Садретдинов А.А., Шако В.В., Сидорова М.В., Котляр Л.А., Федоров В.Н., Салимгареева Э.М. Интерпретация термогидродинамических исследований при испытании скважины на основе численного симулятора. SPE-176589-RU, Российская нефтегазовая техническая конференция SPE, 26-28 октября, 2015, Москва, Россия.

[16] Оливье Узе, Дидье Витура, Оле Фьярэ. Анализ динамических потоков. КАППА выпуск v4.10.01 - Октябрь 2008.

[17] Posvyanskii D.V., Gaidukov L.A., Tukhvatullina R.R. Estimating Bottom Hole Damage Zone Parameters Based on Mathematical Model of Thermohydrodynamic Processes // ECMOR XIV. - 2014.