Министерство образования и науки Российской Федерации
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»
(государственный университет)

ФАКУЛЬТЕТ АЭРОФИЗИКИ И КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ

На правах рукописи
УДК 532.546-3:536.42

Новиков Алексей Викторович

Математическое моделирование термогидродинамических процессов в пласте для определения структуры околоскважинной зоны

Выпускная квалификационная работа магистра
Направление подготовки 010922
«Фундаментальная и прикладная геофизика»

Заведующий кафедрой ______________________ к.т.н Негодяев С.С.

Научный руководитель ______________________ Торопов К.В.

Студент-дипломник ______________________ Новиков А.В.

Москва — 2016

Содержание

Введение

Обозначения

Индексы:

$A = \{F, G, S\}$ индекс континуума,

Обозначения и операторы:

$\mathbb{E}^3$ трёхмерное евклидово пространство,

κ_A отсчётная конфигурация континуума A,

$\chi(t)$ текущая конфигурация системы,

∇_κ градиент в переменных $\boldsymbol{X}$,

∇ градиент в переменных $\boldsymbol{x}$,

$\otimes$ тензорное умножение,

$\boldsymbol{\varepsilon}$ абсолютный антисимметричный тензор 3-го ранга Леви-Чивита,

Общие характеристики среды:

$\boldsymbol{X}_A$ радиус-вектор материальной точки континуума A в отсчётной конфигурации,

$\boldsymbol{x}$ радиус-вектор материальной точки в актуальной конфигурации,

$\boldsymbol{v}_A$ вектор скорости материальной точки континуума A,

$\boldsymbol{w}_A$ в зависимости от контекста: либо дифузионная скорость (относительно центра масс среды), либо скорость движения флюида A относительно скелета S,

ρ_A эффективная плотность массы континуума A,

ρ_a истинная плотность массы континуума a,

$\boldsymbol{F}_A$ градиент деформаций (дисторсия) среды A,

Характеристики напряжённого состояния:

$\boldsymbol{\sigma}_A$ тензор эффективных (парциальных) напряжений Коши для континуума A,

$\boldsymbol{\sigma}_a$ тензор истинных напряжений Коши для континуума A,

Термические характеристики:

Глава 1
Основы механики и термодинамики насыщенных пористых сред

Насыщенная пористая среда – совокупность твёрдого деформируемого скелета и флюида, насыщающего этот скелет. Под *флюидом* понимается смесь жидкостей и газов, способная перемещаться внутри порового пространства скелета. Для описания совместного движения скелета и флюида используется *гипотеза суперпозиции континуумов*, которая предполагает что в каждой точке пространства находится и скелет, и флюид.

Флюид, в свою очередь, может быть многофазным и многокомпонентным. Здесь и далее будем отождествлять понятие *компоненты* с химическим веществом, входящим в состав флюида. *Фазой* будем называть термодинамически равновесное состояние вещества, качественно отличное от других равновесных состояний того же вещества.

Подробное изложение законов сохранения, построение определяющих соотношений для таких систем можно найти в [2, 4–6]. Вопросы динамики многофазных сред описаны в [7].

Здесь и далее, для простоты, будем рассматривать флюид, состоящий из двух компонент, которые могут находится в двух фазах (жидкой и газообразной) – *бинарную смесь*. В данной главе будут представлены законы сохранения, основные определяющие соотношения такой системы. Как результат будут получены математические модели процессов массо- и теплопереноса в пористых средах.

1.1 Кофигурации. Градиент деформации. Подходы Эйлера и Лагранжа описания движения сплошной среды.

Материальная точка или *элементарный объём* – объём сплошной среды, пренебрежимо малый по сравнению с размерами рассматриваемой задачи, но, при том, достаточный для того чтобы можно было проводить по нему осреднение. Дальнейшее рассмотрение будет проводится именно для таких объёмов.

Обозначим $\kappa_A \in \mathbb{E}^3$ – область, которую занимают частицы скелета (A=S) или флюида (A=F, G) в момент времени $t = 0$. Область κ_A в дальнейшем будем называть *отсчётной (начальной) конфигурацией* скелета или флюида соответственно. Область $\chi(t) \in \mathbb{E}^3$, занятую в момент времени $t > 0$ частицами скелета и флюида, назовём *актуальной* или *текущей конфигурацией*. Отображения $\kappa_A \to \chi(t)$ будем называть деформацией концинуума A.

Здесь и далее предполагается, что области κ_A, $\chi(t)$ – регулярны, отображения $\kappa_A \to \chi(t)$ – кусочно-гомеоморфны и дифференцируемы. Тогда существуют взаимнооднозначные дифференцируемые связи:

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}(\boldsymbol{X}_A, t), \quad t > 0, \quad \boldsymbol{x} \in \chi(t), \quad \boldsymbol{X}_A \in \kappa_A, \tag{1.1}$$

которые называются *законами движения* материальных точек скелета и флюида.

Возмём дифференциал от (1.1):

$$\begin{aligned} d\boldsymbol{x} = d\boldsymbol{X}_A \cdot (\nabla_\kappa \otimes \boldsymbol{x}) = d\boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{F}_A^T = \boldsymbol{F}_A \cdot d\boldsymbol{X}, \\ \boldsymbol{F}_A(\boldsymbol{X}, t) = \left[\nabla_\kappa \otimes \boldsymbol{x}(\boldsymbol{X}_A, t)\right]^T, \end{aligned} \tag{1.2}$$

где $\boldsymbol{F}_A$ – тензор второго ранга, называемый *градиентом деформации (дисторсией)* континуума A.

Для градиента деформаций $\mathbf{F}_A$ справедлива *теорема Коши о полярном разложении*, которая позволяет представить деформацию элемента $d\boldsymbol{X}_A$ как комбинацию растяжения (сжатия) и вращения как жесткого целого:

$$\boldsymbol{F}_A = \boldsymbol{R}_A \cdot \boldsymbol{U}_A = \boldsymbol{V}_A \cdot \boldsymbol{R}_A, \tag{1.3}$$

где $\boldsymbol{R}_A$ – ортогональный тензор второго ранга, называемый *тензором поворота*, $\boldsymbol{U}_A, \boldsymbol{V}_A$ – симметричные положительной определённые тензоры второго ранга, называемые *правым и левым тензорами растяжения*. Разложение (1.19) единственно.

Частной производной закона движения (1.1) по времени является *вектор скорости материальной точки*:

$$\boldsymbol{v}_A(\boldsymbol{X}_A, t) \equiv \dot{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{X}_A, t) = \left.\frac{\partial \boldsymbol{x}(\boldsymbol{X}, t)}{\partial t}\right|_{\boldsymbol{X}_A}. \tag{1.4}$$

Здесь и далее точкой будем обозначать *материальную производную по времени* (при постоянном $\boldsymbol{X}_A$).

Описание характристик материальной точки функциями от $\boldsymbol{X}_A$ носит название *материального* или *лагранжевого описания среды*, а радиус-вектор $\mathbf{X}_A$ носит название *материальной* или *лагранжевой переменной*. Если же характеристики представляются функциями $\boldsymbol{x}$, то такой подход называется *пространственным* или *эйлеровым описанием среды*, переменная $\boldsymbol{x}$ – *пространственной* или *эйлеровой переменной*.

1.2 Тезоры деформаций. Уравнение совместности скоростей и деформаций.

Для того чтобы охарактеризовать деформации континуума вводятся специальные меры – *тензоры конечных деформаций*. Наиболее употребительными являются *тензоры Коши-Грина* $\boldsymbol{E}_A$ *и Альманзи* $\boldsymbol{A}_A$:

$$\boldsymbol{E}_A = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{F}_A^T \cdot \boldsymbol{F}_A - \boldsymbol{I}\right) \tag{1.5}$$

$$\boldsymbol{A}_A = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{F}_A^{-1T} \cdot \boldsymbol{F}_A^{-1}\right). \tag{1.6}$$

Представляя градиент деформаций (1.2) через вектор перемещений $\boldsymbol{u}_A = \boldsymbol{x}_A - \boldsymbol{X}_A$, подставляя в (1.5) и пренебрегая членами второго порядка малости, получим *тензор малых деформаций* $\boldsymbol{e_A}$:

$$\boldsymbol{e}_A = \frac{1}{2}\left((\nabla \otimes \boldsymbol{u}) + (\nabla \otimes \boldsymbol{u})^T\right), \tag{1.7}$$

где в принятых допущениях: $\nabla_\kappa \simeq \nabla$.

Величины $\boldsymbol{F}_A(\boldsymbol{X}_A, t)$ и $\boldsymbol{v}_A(\boldsymbol{X}_A, t)$ являются первыми производными отображения $\kappa_A \to \chi(t)$. Предполагая отображение (1.1) кусочно дважды непрерывно-дифференцируемым, получим соотношение:

$$\dot{\boldsymbol{F}}_A = \left(\nabla_\kappa \otimes \boldsymbol{v}_A\right)^T, \tag{1.8}$$

называемое *уравнением совместности скоростей и деформаций*.

1.3 Пористость. Эффективная и истинная плотности. Закон сохранения масс.

Для описания доли пустот в твёрдом скелете используется скалярная величина $\phi(\boldsymbol{x}, t)$ – *пористость*, определяемая выражением:

$$\phi(\boldsymbol{x}, t) = \frac{1}{V(\boldsymbol{x}, t)} \int\limits_{V(\boldsymbol{x})} \tilde{\varphi}(\boldsymbol{z}, t) dV, \tag{1.9}$$

где интеграл берётся по элементарному объёму $V(\boldsymbol{x})$, $\tilde{\varphi}(\boldsymbol{z}, t)$ – индикаторная функция скелета.

Наряду с пористостью введём понятия *объёмных долей* флюидов в объёме среды ϕ_F, ϕ_G. Для них справедливо соотношение: $\phi_F + \phi_G = \phi_S$, где $\phi_S \equiv \phi$.

Насыщенностью пористой среды флюидом A называется величина:

$$S_A = \frac{\phi_A}{\phi}, \quad 0 \leq S_A \leq 1, \quad S_F + S_G = 1. \tag{1.10}$$

Здесь и далее будем считать: $S \equiv S_F$, $1 - S = S_G$.

Масса пористого насыщенного тела β равна:

$$m(\beta) = \int\limits_{\chi(\beta,t)} \rho(\boldsymbol{x}, t) dV = \sum_{A=\{F,G,S\}} \int\limits_{\chi(\beta,t)} \rho_A(\boldsymbol{x}, t) dV, \tag{1.11}$$

$$\rho_A(\boldsymbol{x}, t) = \phi_A(\boldsymbol{x}, t) \rho_a(\boldsymbol{x}, t), \quad A = \{F, G, S\}, \tag{1.12}$$

где $\rho(\boldsymbol{x}, t)$, $\rho_A(\boldsymbol{x}, t)$ – *осреднённые (эффективные) плотности* насыщенной пористой среды и континуума A, $\rho_a(\boldsymbol{x}, t)$ – *истинные плотности* континуума A.

В предположении, что обмен массой между континуумами отсутствует, запишем *локальный закон сохранения массы континуума в форме Лагранжа*:

$$\rho_{\kappa_A} = \rho_A \left| \det \boldsymbol{F}_A \right|, \quad A = \{F, G, S\}, \tag{1.13}$$

где ρ_{κ_A}, ρ_A – плотности массы континуума A в отсчётной и актуальной конфигурациях.

Взяв материальную производную от интегралов в (1.11), получим *локальное уравнение баланса массы континуума A в форме Эйлера*:

$$\dot{\rho}_A + \rho_A \nabla \cdot \boldsymbol{v}_A = 0, \quad A = \{F, G, S\}, \tag{1.14}$$

или в дивергентной форме:

$$\left.\frac{\partial \rho_A}{\partial t}\right|_{\boldsymbol{x}} + \nabla \cdot (\rho_A \boldsymbol{v}_A) = 0, \quad A = \{F, G, S\}. \tag{1.15}$$

Выражения (1.13), (1.14), (1.15) справедливы при отсутствии химических (фазовых) превращений. В противном случае необходимо писать в правой части соответствующие интенсивности переходов:

$$\left.\frac{\partial \rho_A}{\partial t}\right|_{\boldsymbol{x}} + \nabla \cdot (\rho_A \boldsymbol{v}_A) = q_A, \quad A = \{F, G, S\}. \tag{1.16}$$

1.4 Напряжения. Законы сохранения импульса и момента импульса.

Силу, действующую континуум A в объёме тела β, представим в виде суммы объёмных массовых сил, объёмных сил взаимодействия континуумов и контактных сил:

$$\boldsymbol{f}_A = \boldsymbol{f}_A^b + \boldsymbol{f}_A^{int} + \boldsymbol{f}_A^c = \int\limits_{\chi(\beta,t)} \rho_A \boldsymbol{b}_A dV + \int\limits_{\chi(\beta,t)} \boldsymbol{b}_A^{int} dV + \oint\limits_{\partial\chi(\beta,t)} \boldsymbol{t}_A dS, \tag{1.17}$$

где $\boldsymbol{b}_A(\boldsymbol{x}, t)$ – плотность внешней массовой силы, $\boldsymbol{b}_A^{int}$ – плотность сил, действующих на континуум A со стороны остальных континуумов в элементарном объёме, $\boldsymbol{t}_A$ – контактная сила, действующая на континуум A из вне области χ со стороны того же континуума.

Для объёмных сил взаимодействия предполагатся:

$$\boldsymbol{b}_F^{int} + \boldsymbol{b}_G^{int} + \boldsymbol{b}_S^{int} = 0. \tag{1.18}$$

Сила $\boldsymbol{t}_A$ называется *вектором парциальных напряжений* континуума A, задаётся на поверхности и является функцией координат и ориентации поверхности(*постулат Коши*): $\boldsymbol{t}_A = \boldsymbol{t}_A(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{n})$. Для вектора $\boldsymbol{t}_A$ справедлива *фундаметальная теорема Коши*:

$$\boldsymbol{t}_A(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{n}) = \boldsymbol{\sigma}_A(\boldsymbol{x}) \cdot \boldsymbol{n}, \tag{1.19}$$

где тензор $\boldsymbol{\sigma}_A$ называется *тензором эффективных (парциальных) напряжений Коши* для континуума A. Для тензора $\boldsymbol{\sigma}_A$ справедливо выражение:

$$\boldsymbol{\sigma}_A(\boldsymbol{x}, t) = \phi_A(\boldsymbol{x}, t) \boldsymbol{\sigma}_a(\boldsymbol{x}, t), \tag{1.20}$$

где $\boldsymbol{\sigma}_a(\boldsymbol{x}, t)$ – *тензор истинных напряжений Коши* для континуума A.

Используя (1.19) и теорему Гаусса-Остроградского запишем *законы сохранения импульса и момента импульса* для континуума A в виде:

$$\int\limits_{\chi(\beta,t)} \left(\frac{\partial(\rho_A \boldsymbol{v}_A)}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\boldsymbol{v}_A \otimes \rho_A \boldsymbol{v}_A - \boldsymbol{\sigma}_A^T \right) - \rho_A \boldsymbol{b}_A - \boldsymbol{b}_A^{int} \right) dV = 0, \tag{1.21}$$

$$\int\limits_{\chi(\beta,t)} \left[\boldsymbol{r} \times \left(\frac{\partial(\rho_A \boldsymbol{v}_A)}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\boldsymbol{v}_A \otimes \rho_A \boldsymbol{v}_A - \boldsymbol{\sigma}_A^T \right) - \rho_A \boldsymbol{b}_A - \boldsymbol{b}_A^{int} \right) + \boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{\sigma}_A \right] dV = 0, \tag{1.22}$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор Леви-Чивита. Подставляя (1.21) в (1.22) получим:

$$\boldsymbol{\sigma}_A = \boldsymbol{\sigma}_A^T. \tag{1.23}$$

Для выполнения закона сохранения момента импульса (1.22) необходимо и достаточно выполнения (1.23).

Выражения (1.21), (1.22) справедливы, если можно пренебречь вкладом квадрата пульсаций скорости в действующую силу и момент силы. В противном случае в законах сохранения необходимо записывать пульсационные и моментные напряжения.

Используя (1.16), запишем закон сохранения для континуума A в виде:

$$\rho_A \dot{\boldsymbol{v}}_A + q_A \boldsymbol{v}_A - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_A = \rho_A \boldsymbol{b}_A + \boldsymbol{b}_A^{int}. \tag{1.24}$$

Выражение (1.24) называется *уравнением движения континуума A*.

Силу взаимодействия флюидов с остальными континумами запишем в виде:

$$\boldsymbol{b}_A^{int} = \boldsymbol{b}_A^0 + \boldsymbol{b}_A^{dis}, \quad A = \{F, G\}, \tag{1.25}$$

где $\boldsymbol{b}_A^0 = \boldsymbol{\sigma}_a \cdot \nabla(S_A \phi)$ – *равновесная сила взаимодействия*, равная нулю в состоянии равновесия, $\boldsymbol{b}_A^{dis}$ – *диссипативная сила взаимодействия* флюида A с остальными континуумами. Для последней необходимо сформулировать определяющие соотношения, которые приводят к закону Дарси.

Суммируя (1.24) по всем континуумам $A = \{F, G, S\}$, получим:

$$\rho_A \dot{\boldsymbol{v}} + \nabla \cdot \left(\sum_A (\boldsymbol{w}_A \otimes \rho_A \boldsymbol{w}_A) - \boldsymbol{\sigma} \right) = \rho \boldsymbol{b}, \tag{1.26}$$

$$\rho = \sum_A \rho_A, \quad \rho \boldsymbol{v} = \sum_A \rho_A \boldsymbol{v}_A, \quad \rho \boldsymbol{b} = \sum_A \rho_A \boldsymbol{b}_A \tag{1.27}$$

$$\boldsymbol{w}_A = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_A, \quad \sum_A \rho_A \boldsymbol{w}_A = 0, \quad \boldsymbol{\sigma} = \sum_A \boldsymbol{\sigma}_A, \tag{1.28}$$

где ρ – плотность среды, $\rho\boldsymbol{v}$ – среднемассовая (барицентрическая) скорость, $\boldsymbol{w}_A$ – относительные (диффузионные) скорости континуума A, $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор полных напряжений среды.

1.5 Закон сохранения энергии.

Для описание теплопереноса в рассматриваемой системе воспользуемся гипотезой *о локальном термодинамическом равновесии*, которая предполагает, что внутри каждого элементарного объёма среды все континуумы находятся в состоянии термодинамического равновесия. Считается, что при малых скоростях движения флюидов и высокой теплопроводности, использование гипотезы оправдано. В таком случае можно ввести понятие *температуры* $T(\boldsymbol{x}, t)$ для материальной точки $\boldsymbol{x}$ в момент времени t.

Запишем скорость подвода тепла к континууму A в объёме тела β:

$$Q_A = \int\limits_{\chi(\beta,t)} (\rho_A r_A + r_A^{int}) dV + \oint\limits_{\partial\chi(\beta,t)} h_A dS, \tag{1.29}$$

гле r_A – *плотность внешних* (по отношению к континууму A) *объёмных источников тепла*, h_A – *поверхностный приток тепла*, r_A^{int} – *скорость объёмного теплообмена*.

Величины r_A^{int}, h_A во многом аналогичны характеристикам напряженного состояния $\boldsymbol{b}_A^{int}$, $\boldsymbol{t}_A$. Для r_A^{int} справедливо соотношение:

$$r_F^{int} + r_G^{int} + r_S^{int} = 0, \tag{1.30}$$

а для h_A справедлива *фундаментальная теорема Фурье-Стокса*:

$$h_A(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{n}) = \boldsymbol{q}_A(\boldsymbol{x}) \cdot \boldsymbol{n}, \tag{1.31}$$

где $\boldsymbol{q}_A(\boldsymbol{x})$ – *вектор теплового потока.*

Запишем закон баланса энергии в виде:

$$\frac{d}{dt}\int\limits_{\chi(\beta,t)} \rho e dV = \sum_A \left[\int\limits_{\chi(\beta,t)} (\rho_A \boldsymbol{b}_A \cdot \boldsymbol{v}_A)\, dV + \oint\limits_{\partial\chi(\beta,t)} (\boldsymbol{t}_A \cdot \boldsymbol{v}_A) \right] + \int\limits_{\chi(\beta,t)} (\nabla \cdot \boldsymbol{q} + \rho r)\, dV \tag{1.32}$$

$$\rho e = \sum_A \rho_A e_A, \quad e_A = u_A + \frac{\boldsymbol{v}_A \cdot \boldsymbol{v}_A}{2}, \quad \boldsymbol{q} = \sum_A \boldsymbol{q}_A, \tag{1.33}$$

$$\rho r = \sum_A \rho_A r_A, \quad A = \{F, G, S\}, \tag{1.34}$$

где e_A – *плотность полной энергии* системы, u_A – *плотность внутренней энергии* В выражении (1.32) слева стоит материальная производная от полной энергии тела β – внутренней и кинетической, справа стоит мощность внешних сил и суммарная скорость подвода тепла.

Используя (1.16), (1.24) получим *приведённое уравнение баланса энергии* в виде:

$$\sum_A \left[\rho_A \dot{u}_A + q_A \left(u_A - \frac{\boldsymbol{v}_A \cdot \boldsymbol{v}_A}{2} \right) \right] = \sum_A \left[\boldsymbol{b}_A^{int} \cdot \boldsymbol{w}_A + \boldsymbol{\sigma}_A : (\nabla \otimes \boldsymbol{v}_A) \right] + \nabla \cdot \boldsymbol{q} + \rho r, \tag{1.35}$$

где $\boldsymbol{w}_A$ – скорость материальной точки континуума A относительно скелета S.

Список литературы

[1] Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика. – М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2006. – 436 стр.

[2] Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика: Учебник для вузов. – М.: Недра, 1993. 416 с.: ил

[3] Розенберг М.Д., Кундин С.А. Многофазная многокомпонентная фильтрация при добыче нефти и газа. М., «Недра», 1976. 335 с.

[4] Кондауров В.И., Фортов В.Е. Основы термомеханики конденсированной среды. – М.: Издательство МФТИ, 2002. – 336 с.

[5] Кондауров В.И. Механика и термодинамика насыщенной пористой среды: Учебное пособие. – М.: МФТИ, 2007. – 310 с.

[6] Чекалюк Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта. – М.: Недра, 1965. - 238 с.

[7] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. I. М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит. 1987 – 464 с.

[8] Петров И.Б., Лобанов А.И. Лекции по вычислительной математике: Учебное пособие – М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ.Лаборатория знаний, 2013.-523 с.: ил., табл. – (Серия «Основы информационных технологий»)

[9] Каневская Р.Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003, 128 стр.

[10] Chen Zhangxin, Guanren Huan, and Yuanle Ma. Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006.

[11] LeVeque R.J. Finite volume methods for Hyperbolic problems. Cambridge University Press, 2002.

[12] Марченко Н.А. [и др.] / Иерархия явно-неявных разностных схем для решения задачи многофазной фильтрации // Препринты ИПМ им. Келдыша. 2008. № 97. 17 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2008-97

[13] Рамазанов А.Ш. Теоретические основы термогидродинамических методов исследования нефтяных пластов. Автореф. дис. докт. техн. наук. - Уфа, 2004.

[14] Рамазанов А.Ш., Паршин А.В. Температурное поле в нефте-водонасыщенном пласте с учётом разгазирования нефти // Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». 2006. №1. URL: http://ogbus.ru/authors/Ramazanov/Ramazanov_1.pdf

[15] Ramazanov A.Sh., Valiullin R.A., Sadretdinov A.A., Shako V.V., Pimenov V.P., Fedorov V.N., Belov K.V. Thermal Modeling for Characterization of Near Wellbore Zone and Zonal Allocation. SPE 136256, Moscow: SPE Russian Oil and Gas Conference and Exhibition, 2010.

[16] Валиуллин Р.А., Рамазанов А.Ш., Хабиров Т.Р., Садретдинов А.А., Шако В.В., Сидорова М.В., Котляр Л.А., Федоров В.Н., Салимгареева Э.М. Интерпретация термогидродинамических исследований при испытании скважины на основе численного симулятора. SPE-176589-RU, Российская нефтегазовая техническая конференция SPE, 26-28 октября, 2015, Москва, Россия.

[17] Оливье Узе, Дидье Витура, Оле Фьярэ. Анализ динамических потоков. КАППА выпуск v4.10.01 - Октябрь 2008.

[18] Posvyanskii D.V., Gaidukov L.A., Tukhvatullina R.R. Estimating Bottom Hole Damage Zone Parameters Based on Mathematical Model of Thermo-hydrodynamic Processes // ECMOR XIV. - 2014.