# ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Jaime Riaño Jiménez, Tutor

| ECUACIONES DE PRIMER GRADO | | | |
|---|---|---|---|
| Clasificación | Definición | Ejemplo | Como resolverla |
| 1 Incógnita | Es una expresión algebraica de forma $\boldsymbol{ax+b=0}$, donde x es la variable o incógnita, a y b son constantes | $5x+3=0$ | Despejar la variable para encontrar el número que al ser sustituido en esta, haga que se cumpla la igualdad.<br>• Suma y resta<br>• Utilizando propiedades (asociativa, conmutativa, distributiva, inverso) |
| 2 Ecuaciones con dos incógnitas | Es una expresión algebraica de forma a $\boldsymbol{ax+by+c=0}$, donde x, y son las variables o incógnitas, a, b y c son constantes | $3x+5y=0$<br>$x+5y-2=0$ | • Método grafico<br>• Método por eliminación, igualación y sustitución<br>• Método por determinantes (Kramer) |
| 3 Incógnitas | Es una expresión algebraica de forma a $\boldsymbol{ax+by+cz=0}$, donde x, y, z son las variables o incógnitas, a, b y c son constantes | $9x+3y+2z=0$<br>$3x-5y-2z=0$<br>$x+2y-6z=0$ | Método por determinantes<br>• Método de Sarrus<br>• Productos cruzados<br>• Método de cofactor |

Jaime Riaño Jiménez, Tutor

# EJEMPLOS

Ecuación de primer grado con 1 incógnita:

Ejemplo 1: Resolver la ecuación $x - 7 = 5$

Suma y resta

Solución utilizando las propiedades

$x - 7 + 7 = 5 + 7$ Vamos anular el -7 utilizamos el inverso que es +7, operamos a ambos lados de la igualdad para no alterarla

$x = 12$

Solución de forma tradicional

$x = 5 + 7$ Pasamos el -7 al otro lado de la igualdad, este pasa como 7 positivo

$x = 12$

Jaime Riaño Jiménez, Tutor

Ejemplo 2: Resolver la ecuación $6x - 7 = 2x - 5$

Suma y resta

| Solución utilizando las propiedades | | Solución tradicional |
|---|---|---|
| $6x - 7 + 7 = 2x + 5 + 7$ | Sumamos 7 | $6x - 2x = 5 + 7$ |
| $6x = 2x + 12$ | | $4x = 12$ |
| $6x - 2x = 2x - 2x + 12$ | Restamos 2x | |
| $4x = 12$ | | $x = \frac{12}{4}$ |
| $\frac{4x}{4}x = \frac{12}{4}$ | Dividimos entre 4 | $x = 3$ |
| $x = 3$ | | |

# ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON 2 INCÓGNITAS

Sistemas de ecuaciones lineales, dos ecuaciones con dos incógnitas (2x2)

Ejemplo 3: Resuelva el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + 3y = -1 & (Ecuación\ 1) \\ 2x - y = 5 & (Ecuación\ 2) \end{cases}$$

Por el método de eliminación:

Multiplicamos por 3 la segunda ecuación y sumamos la primera ecuación con la segunda

$$\begin{array}{r} x + 3y = -1 \\ \underline{6x - 3y = 15} \\ 7x \qquad = 14 \end{array}$$

De la ecuación resultante podemos despejar el valor de x

Jaime Riaño Jiménez, Tutor

$$7x = 14$$

$$x = \frac{14}{7}$$

$$x = 2$$

Para hallar el valor de y sustituimos el valor de x en la primera ecuación

$$2 + 3y = -1$$

$$3y = -1 - 2$$

$$3y = -3$$

$$y = \frac{-3}{3}$$

$$y = -1$$

La solución del sistema es (2, -1), es un sistema con solución única

Jaime Riaño Jiménez, Tutor

Ejemplo 4: Solución por el método grafico

$$\begin{cases} x + 3y = -1 & (Ecuación\ 1) \\ 2x - y = 5 & (Ecuación\ 2) \end{cases}$$

Despejamos x de la ecuación 1

$$x = -1 - 3y$$

Reemplazamos el valor de y para encontrar el primer punto en el plano para la primer recta, para este caso vamos a escoger el 0

Si $y = 0$ Entonces

$$x = -1 - 3(0)$$
$$x = -1 - 0$$
$$x = -1$$

Nuestro primer punto es (-1, 0)

Ahora despejamos y de la ecuación 1

$$y = \frac{-1 - x}{3}$$

Asignamos valor a x, utilicemos también el 0

Si $x = 0$, entonces:

$$y = \frac{-1 - 0}{3}$$

$$y = \frac{-1}{3}$$

Nuestro segundo punto es $\left(0, -\frac{1}{3}\right)$ ó (0, -0,33)

Ahora vamos a tomar la ecuación # 2 y hallamos los puntos de la recta.

Despejamos x de la ecuación 2

$$2x = 5 + y$$

Reemplazamos el valor de y para encontrar el primer punto en el plano, para este caso vamos a escoger el 0

Si $y = 0$ Entonces

$$x = \frac{5+0}{2}$$

$$x = \frac{5}{2}$$

Nuestro primer punto para la segunda recta es $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ ó (2.5, 0)

Ahora despejamos y de la ecuación 2

$$2x - y = 5$$
$$-y = 5 - 2x$$

Multiplicamos a ambos lados por (-1) para eliminar el signo negativo que acompaña la y

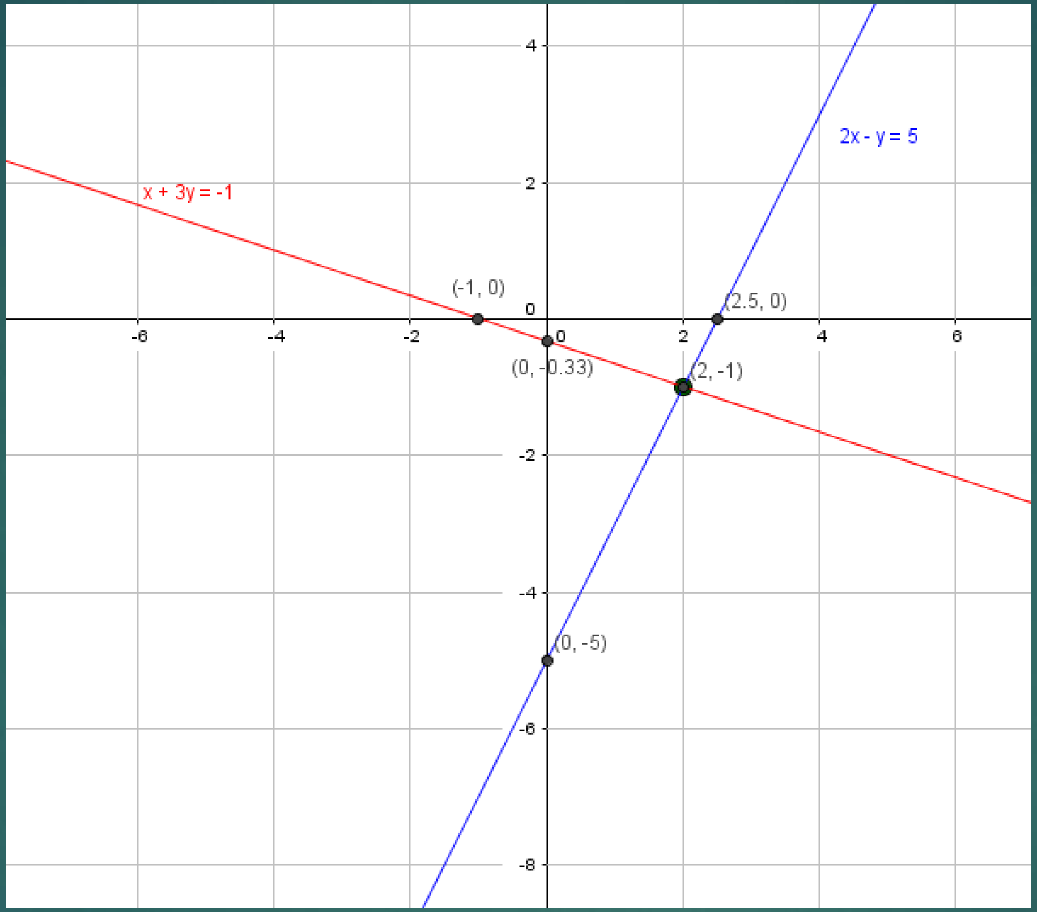
$$y = -5 + 2x$$

Si $x = 0$, entonces:

$$y = -5 + 2(0)$$
$$y = -5$$
$$y = -5$$

Nuestro segundo punto para la segunda recta es (0, -5)

# Grafica




El punto de corte de las dos rectas es el punto (2, -1)

SOLUCIÓN POR DETERMINANTES

Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = k_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = k_2 \end{cases}$$

Primero se calcula el determinante del sistema

Determinante $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ $\Delta = [a] - [b] = (a_{11} * a_{22}) - (a_{12} * a_{21})$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} k_1 & a_{12} \\ k_2 & a_{22} \end{vmatrix} \quad \Delta_x = (k_1 * a_{22}) - (k_2 * a_{21})$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a_{11} & k_1 \\ a_{21} & k_2 \end{vmatrix} \quad \Delta_y = (a_{11} * a_{22}) - (a_{12} * a_{21})$$

Para hallar los valores de x, y

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$$

Ejemplo 5: Resuelva el siguiente sistema

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

Determinante $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$ $\Delta = 3 - 2$ $\Delta = 1$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \; \Delta_x = 5 - 4 \;\; \Delta_x = 5 - 4$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \;\; \Delta_y = 12 - 10 \;\; \Delta_y = 2$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{1}{1} = 1$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{2}{1} = 2$$

La solución del sistema es (1, 2)

**ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON 3 INCÓGNITAS**

Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13} = k_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23} = k_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33} = k_3 \end{cases}$$

Primero se calcula el determinante del sistema por productos cruzados

Determinante $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ $\Delta = [a] - [b]$

$$a = (a_{11} * a_{22} * a_{33}) + (a_{21} * a_{32} * a_{13}) + (a_{31} * a_{12} * a_{23})$$

$$b = (a_{31} * a_{22} * a_{13}) + (a_{21} * a_{12} * a_{33}) + (a_{11} * a_{32} * a_{23})$$

Jaime Riaño Jiménez, Tutor

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} k_1 & a_{12} & a_{13} \\ k_2 & a_{22} & a_{23} \\ k_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad \Delta_x = [a] - [b]$$

$$a = (k_1 * a_{22} * a_{33}) + (k_2 * a_{32} * a_{13}) + (k_3 * a_{12} * a_{23})$$

$$b = (k_3 * a_{22} * a_{13}) + (k_2 * a_{12} * a_{33}) + (k_1 * a_{32} * a_{23})$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a_{11} & k_1 & a_{13} \\ a_{21} & k_2 & a_{23} \\ a_{31} & k_3 & a_{33} \end{vmatrix} \quad \Delta_y = [a] - [b]$$

$$a = (a_{11} * k_2 * a_{33}) + (a_{21} * k_3 * a_{13}) + (a_{31} * k_2 * a_{23})$$

$$b = (a_{31} * k_2 * a_{13}) + (a_{21} * k_1 * a_{33}) + (a_{11} * k_3 * a_{23})$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & k_1 \\ a_{21} & a_{22} & k_2 \\ a_{31} & a_{32} & k_3 \end{vmatrix} \quad \Delta_y = [a] - [b]$$

$$a = (a_{11} * a_{22} * k_3) + (a_{21} * a_{32} * k_1) + (a_{31} * a_{12} * k_2)$$

$$b = (a_{31} * a_{22} * k_1) + (a_{21} * a_{12} * k_3) + (a_{11} * a_{32} * k_2)$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta}$$

Ejemplo 6: Resuelva el siguiente sistema

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 4 \\ 2x + y - 4z = 3 \\ -3x + 4y - z = -2 \end{cases}$$

Determinante $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -4 \\ -3 & 4 & -1 \end{vmatrix}$ $\Delta = [a] - [b]$

$a = (1 * 1 * -1) + (2 * 4 * 3) + (-3 * -2 * -4)$

$a = -1 + 24 - 24$

$a = -1$

$b = (-3 * 1 * 3) + (2 * -2 * -1) + (1 * 4 * -4)$

$b = -9 + 4 - 16$

$b = -21$

$\Delta = -1 - [-21]$

$\Delta = 20$

Para hallar el determinante de x cambiamos los términos de la columna de x por los independientes

Jaime Riaño Jiménez, Tutor

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & -4 \\ -2 & 4 & -1 \end{vmatrix} \quad \Delta_x = [a] - [b]$$

$a = (4 * 1 * -1) + (3 * 4 * 3) + (-2 * -2 - 4)$
$a = -4 + 36 - 24$
$a = 16$
$b = (-2 * 1 * 3) + (3 * -2 * -1) + (4 * 4 * -4)$
$b = -6 + 6 - 64$
$b = -64$

$\Delta_x = 16 - [-64]$
$\Delta_x = 80$

Para hallar el determinante de y cambiamos los términos de la columna de y por los independientes

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ -3 & -2 & -1 \end{vmatrix} \quad \Delta_y = [a] - [b]$$

$a = (1 * 3 * -1) + (2 * -2 * 3) + (-3 * 4 * -4)$
$a = -3 - 12 + 48$
$a = 33$
$b = (-3 * 3 * 3) + (2 * 4 * -1) + (1 * -2 * -4)$
$b = -27 - 8 + 8$
$b = -27$

$\Delta_y = 33 - [-27]$
$\Delta_y = 60$

Para hallar el determinante de z cambiamos los términos de la columna de z por los independientes

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ -3 & 4 & -2 \end{vmatrix} \quad \Delta_z = [a] - [b]$$

$a = (1 * 1 * -2) + (2 * 4 * 4) + (-3 * -2 * 3)$
$a = -2 + 32 + 18$
$a = 48$

Jaime Riaño Jiménez, Tutor

$b = (-3 * 1 * 4) + (2 * -2 * -2) + (1 * 4 * 3)$
$b = -12 + 8 + 12$
$b = 8$

$\Delta_z = 48 - [8]$
$\Delta_z = 40$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{80}{20} = 4$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{60}{20} = 3$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{40}{20} = 2$$

La solución del sistema es (4, 3, 2)

Ejemplo 7: Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 2x - 3y + 2z &= -1 \\ x + 2y \qquad\quad &= 14 \\ x \qquad - 3z &= -5 \end{aligned}$$

Solución por la regla de Sarus.

**Para utilizar este método se deben aumentar dos filas o dos columnas a continuación del determinante.**

$$\text{Determinante } \Delta = \begin{vmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{-3} & \mathbf{2} \\ \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{-3} \\ \mathbf{2} & \mathbf{-3} & \mathbf{2} \\ \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \end{vmatrix}$$

$$\Delta = [a] - [b]$$

Jaime Riaño Jiménez, Tutor

$a = (2 * 2 * -3) + (1 * 0 * 2) + (1 * -3 * 0)$
$a = -12 + 0 + 0$
$a = -12$
$b = (1 * 2 * 2) + (2 * 0 * 0) + (1 * -3 * -3)$
$b = 4 + 0 + 9$
$b = 13$
$\Delta = -12 - [13]$
$\Delta = -25$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} \mathbf{-1} & \mathbf{-3} & \mathbf{2} \\ \mathbf{14} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{-5} & \mathbf{0} & \mathbf{-3} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{-3} & \mathbf{2} \\ \mathbf{14} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_x = [a] - [b]$$

$a = (-1 * 2 * -3) + (14 * 0 * 2) + (-5 * -3 * 0)$
$a = 6 + 0 + 0$
$a = 6$

$b = (-5 * 2 * 2) + (-1 * 0 * 0) + (14 * -3 * -3)$
$b = -20 + 0 + 126$
$b = 106$
$\Delta_x = 6 - [106]$
$\Delta_x = -100$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{-1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{1} & \mathbf{14} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-5} & \mathbf{-3} \\ \mathbf{2} & \mathbf{-1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{1} & \mathbf{14} & \mathbf{0} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_y = [a] - [b]$$

$a = (2 * 14 * -3) + (1 * -5 * 2) + (1 * -1 * 0)$
$a = -84 - 10 + 0$
$a = -94$

$$b = (1 * 14 * 2) + (2 * -5 * 0) + (1 * -1 * -3)$$
$$b = 28 + 0 + 3$$
$$b = 31$$
$$\Delta_y = -94 - [31]$$
$$\Delta_y = -125$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{-3} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{14} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{-5} \\ \mathbf{2} & \mathbf{-3} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{14} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_z = [a] - [b]$$

$$a = (2 * 2 * -5) + (1 * 0 * -1) + (1 * -3 * 14)$$
$$a = -20 + 0 - 42$$
$$a = -62$$

Jaime Riaño Jiménez, Tutor

$b = (1 * 2 * -1) + (2 * 0 * 14) + (1 * -3 * -5)$
$b = -2 + 0 + 15$
$b = 13$
$\Delta_z = -62 - [13]$
$\Delta_z = -75$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-100}{-25} = 4$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-125}{-25} = 5$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{-75}{-25} = 3$$

La solución del sistema es (4, 5, 3)

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS


- Swokowski, E. W. (2008). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. México D.F, Cengage learning.