Parcial # 2

Alexis Andres Valencia Cumbal

• El Sistema masa resorte y amortiguador Se puede Modelar a partir de la Conservación de Fuerzas.

$$F_S(t) + F_F(t) + F_I(t) = F_E(t)$$

Donde $F_S(t) = Ky(t)$, $F_F(t) = \frac{C\,dy(t)}{dt}$

$$F_I = m\frac{d^2y(t)}{dt^2}$$

Por Concecuente:

$$m\frac{d^2y(t)}{dt^2} + \frac{C\,dy(t)}{dt} + Ky(t) = F_E(t) = x(t)$$

Aplicando la transformada de laplace

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d^n x(t)}{dt}\right\} = s^n x(s)$$, tenemos que

$$ms^2y(s) + Csy(s) + Ky(s) = X(s) \quad y:$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{ms^2 + Cs + K}$$

Funcion de transferencia Sistema masa, resorte, amortiguador

Ahora pasa el Circuito electrico Presentado, hallamos y hallamos la respectiva funcion de transferencia

LVK malla $i_1(t)$

$$-V_i(t) + L\frac{d}{dt}i_1(t) + \frac{1}{C}\int_0^t (i_1(t) - i_2(t))\,dt = 0$$

- utilizando las impedancias transformadas obtenemos

$$V_i(s) = Ls\,I_1(s) + (I_1(s) - I_2(s))\frac{1}{Cs} \quad (1)$$

Ahora hallamos LVK malla $i_2(t)$:

$$i_2(t)R + \frac{1}{C}\int_0^t (i_2(t) - i_1(t))\,dt = 0$$

donde $V_o t = i_2(t)R$

- Utilizando las impedancias transformadas obtenemos:

$$I_2(s)R + (I_2(s) - I_1(s))\frac{1}{Cs} = 0$$

despejando $I_1(s)$ se obtiene

$$\frac{I_1(s)}{Cs} = +\frac{I_2(s)}{Cs} + I_2(s)R$$

$$I_1(s) = I_2(s) + I_2(s)RCs$$

$$I_1(s) = I_2(s)(1 + RCs) \quad (2)$$

Remplazando (2) en (1)

$$\Rightarrow V_i(s) = Ls\,I_2(s)(1 + RCs) + (I_2(s)\cdot(1 + RCs) - I_2(s))\frac{1}{Cs}$$

$$\Rightarrow V_i(s) = Ls\,I_2(s) + CRLs^2 I_2(s) + (I_2(s) + RCs\,I_2(s) - I_2(s))\frac{1}{Cs}$$

$$\Rightarrow V_i(s) = Ls I_2 + CRLs^2 I_2(s) + R I_2(s)$$

$$\Rightarrow V_i(s) = I_2(s)\left[CRLs^2 + Ls + R\right]$$

$$\Rightarrow \frac{I_2(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{CRLs^2 + Ls + R}$$

Remplazando $I_2(s) = \dfrac{V_o(s)}{R}$ Se obtiene :

$$\frac{V_o}{RV_i(s)} = \frac{1}{CRLs^2 + Ls + R} \longrightarrow \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R}{CRLs^2 + Ls + R}.$$

$$\left(\frac{1/R}{1/R}\right)$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{CLs^2 + \frac{L}{R}s + 1}$$

Funcion de transferencia, Circuito Electrico

Equivalencia del Circuito electrico en Pendulo elastico.

Circuito Electrico	Pendulo Elastico
CL	m
L/R	c
1	K

Entonces:

$$H(s) = \frac{1}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1}$$

- Su equivalente

$$H(s) = \frac{1}{m^2 + Cs + K} = \frac{1/m}{s^2 + Cs/m + K/m}$$

- hallando la Forma Canonica de Segundo Orden

Comparando: $S^2 + 2\xi w_n S + w_n^2$

$$= S^2 + \frac{Cs}{m} + \frac{K}{m}$$

Igualando Coeficientes

$1 = 1 \rightarrow CoEF\ S^2$

$2\xi w_n = \frac{C}{m} \rightarrow CoEF\ S$

$w_n^2 = \frac{K}{m} \rightarrow CoEF$ independientemente

- hallando frecuencia natural no amortiguada

$$w_n = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

hallando Factor de amortiguamiento

$$2\xi\sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{C}{m} \rightarrow \xi = \frac{C}{2m\sqrt{K/m}}$$

hallando la ganancia K

$$K\omega_n^2 = \frac{1}{m} \rightarrow K = \frac{1}{m\,\omega_n^2} \rightarrow K = \frac{1}{m \cdot \frac{k}{m}}$$

$$K = \frac{1}{k}$$

- Finalmente la forma Canonica de Segundo orden es

$$H(s) = K \frac{\omega_n^2}{s^2 + \xi \omega_n s + \omega_n^2}$$

$$H(s) = \frac{1}{k} \cdot \frac{\frac{k}{m}}{s^2 + 2\left(\frac{c}{2m\sqrt{\frac{k}{m}}}\right)\sqrt{\frac{k}{m}}\,s + \frac{k}{m}}$$

$$H(s) = \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + \frac{c}{m} + \frac{k}{m}}$$

$$H(s) = \frac{1}{m\left(s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}\right)}$$