

## Parcial # 2

Alexis Andres Valencia Gumbal

- El Sistema masa resorte y amortiguador Se Puede Modelar a partir de la Conservación de Fuerzas.

$$F_S(t) + F_F(t) + F_I(t) = F_E(t)$$

Donde  $F_S(t) = Ky(t)$ ,  $F_F(t) = \frac{C dy(t)}{dt}$

$$F_I = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

Por Consecuente :

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{C dy(t)}{dt} + Ky(t) = F_E(t) = x(t)$$

Aplicando la transformada de laplace

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{d^n x(t)}{dt^n} \right\} = \mathcal{S}^n x(s), \text{ tenemos que}$$

$$m s^2 Y(s) + C s Y(s) + K Y(s) = X(s) \quad y:$$

$$\underline{\underline{H(s)}} = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$



Función de transferencia Sistema masa, resorte, amortiguador

Ahora pasa el Circuito eléctrico Presentado, hallamos y hallamos la respectiva función de transferencia

LVR malla  $i_1(t)$

$$-U_i(t) + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t C(i_1(t) - i_2(t)) dt = 0$$

- utilizando las impedancias transformadas obtenemos

$$\underline{U_i(s)} = Ls \underline{I_1(s)} + (I_1(s) - I_s(s)) \frac{1}{Cs} \quad (1)$$

Ahora hallamos LVR malla  $i_2(t)$ :

$$(i_2(t)R + \frac{1}{C} \int_0^t C(i_2(t) - i_1(t)) dt) = 0$$

donde  $U_o(t) = i_2(t)R$

- utilizando las impedancias transformadas obtenemos :

$$I_2(s)R + (I_2(s) - I_1(s)) \frac{1}{Cs} = 0$$

despejando  $I_1(s)$  se obtiene

$$\frac{I_1(s)}{Cs} = + \frac{I_2(s)}{Cs} + I_2(s)R$$

$$I_1(s) = I_2(s) + I_2(s)R(s)$$

$$\underline{I_1(s)} = I_2(s)(1 + R(s)), \quad (2)$$

Reemplazando (2) en (1)

$$\Rightarrow U_i(s) = (s I_2(s)(1 + R(s)) + (I_2(s)(1 + R(s)) - I_2(s)) \frac{1}{Cs}$$

$$\Rightarrow U_i(s) = (s I_2(s) + CR(s^2) I_2(s) + (I_2(s) + (Rs) I_2(s) - I_2(s)) \frac{1}{Cs}$$

$$\Rightarrow V_i(s) = L s I_2 + C R (s^2 I_2(s) + R I_2(s))$$

$$\Rightarrow V_i(s) = I_2(s) [C R (s^2 + L + R)]$$

$$\Rightarrow \frac{I_2(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{C R (s^2 + L + R)}$$

Remplazando  $I_2(s) = \frac{V_o(s)}{R}$  se obtiene:

$$\frac{V_o}{R V_i(s)} = \frac{1}{C R (s^2 + L + R)} \rightarrow \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R}{C R (s^2 + L + R)}.$$

$$\left( \frac{1/R}{1/R} \right)$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{C (s^2 + \frac{L}{R} s + 1)}$$

Función de transferencia. Circuito Eléctrico

Equivocencia del Circuito eléctrico en Pendulo elástico.

Círculo Eléctrico	Pendulo Elástico
$C_L$	$m$
$L/R$	$c$
$1$	$k$

Entonces:

$$H(s) = \frac{1}{Cs^2 + \frac{L}{R}s + 1}$$

- Su equivalente

$$H(s) = \frac{1}{m^2 + Cs + K} = \frac{1/m}{s^2 + Csm + Km}$$

- hallando la Forma Canónica de Segundo Orden

Comparando:  $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$

$$= s^2 + \frac{Cs}{m} + \frac{K}{m}$$

Igualando Coeficientes

$$1 = 1 \rightarrow C_0 \in \mathbb{F} s^2$$

$$2\zeta\omega_n = \frac{C}{m} \rightarrow C_0 \in \mathbb{F} s$$

$$\omega_n^2 = \frac{K}{m} \rightarrow \text{Coef independientemente}$$

- hallando frecuencia natural no amortiguada

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

hallando Factor de amortiguamiento

$$2\zeta \sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{C}{m} \rightarrow \zeta = \frac{C}{2m \sqrt{K/m}}$$

hallando la ganancia K

$$K \omega n^2 = \frac{1}{m} \rightarrow K = \frac{1}{m \omega n^2} \rightarrow K = \frac{1}{m \cdot \frac{K}{m}}$$

$$K = \frac{1}{K}$$

• Finalmente la forma canónica de Segundo orden es

$$H(s) = K \frac{\omega n^2}{s^2 + 2\zeta \omega n s + \omega n^2}$$

$$H(s) = \frac{1}{K} \cdot \frac{\frac{K}{m}}{s^2 + 2 \left( \frac{C}{2m \sqrt{K/m}} \right) \sqrt{\frac{K}{m}} s + \frac{K}{m}}$$

$$H(s) = \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + \frac{C}{m} s + \frac{K}{m}}$$

$$H(s) = \frac{1}{m(s^2 + \frac{C}{m}s + \frac{K}{m})}$$