

## Parcial # 2

Alexis Andres Valencia Gumbal

- El Sistema masa resorte y amortiguador Se Puede Modelar a partir de la Conservación de Fuerzas.

$$F_s(t) + F_f(t) + F_I(t) = F_e(t)$$

$$\text{Donde } F_s(t) = K y(t), F_f(t) = \frac{C dy(t)}{dt}$$

$$F_I = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

Por Consecuente :

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{C dy(t)}{dt} + K y(t) = F_e(t) = x(t)$$

Aplicando la transformada de Laplace

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{d^n x(t)}{dt^n} \right\} = s^n X(s), \text{ tenemos que}$$

$$m s^2 Y(s) + C s Y(s) + K Y(s) = X(s) \text{ y :}$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$



Funcion de transferencia Sistema masa, resorte, amortiguador

Ahora pasa el Circuito electrico Presentado, hallamos y hallamos la respectiva funcion de transferencia

LVK malla  $i_1(t)$

$$-V_i(t) + L \frac{d}{dt} i_1(t) + \frac{1}{C} \int_0^t C (i_1(t) - i_2(t)) dt = 0$$

• utilizando las impedancias transformadas obtenemos

$$\underline{V_i(s) = Ls I_1(s) + C I_1(s) - I_2(s) \frac{1}{Cs}} \quad (1)$$

Ahora hallamos LVK malla  $i_2(t)$ :

$$i_2(t)R + \frac{1}{C} \int_0^t C (i_2(t) - i_1(t)) dt = 0$$

$$\text{donde } V_o(t) = i_2(t)R$$

• Utilizando las impedancias transformadas obtenemos:

$$I_2(s)R + (I_2(s) - I_1(s)) \frac{1}{Cs} = 0$$

despejando  $I_1(s)$  Se obtiene

$$\frac{I_1(s)}{Cs} = + \frac{I_2(s)}{Cs} + I_2(s)R$$

$$I_1(s) = I_2(s) + I_2(s)RCs$$

$$\underline{I_1(s) = I_2(s) (1 + RCs)} \quad (2)$$

Reemplazando (2) en (1)

$$\Rightarrow V_i(s) = (s I_2(s) (1 + RCs) + (I_2(s) \cdot (1 + RCs) - I_2(s)) \frac{1}{Cs}$$

$$\Rightarrow V_i(s) = (s I_2(s) + CR(s^2 I_2(s) + (I_2(s) + (Rs I_2(s) - I_2(s)) \frac{1}{Cs}$$

$$\Rightarrow V_i(s) = L I_2 + C R L s^2 I_2(s) + R I_2(s)$$

$$\Rightarrow V_i(s) = I_2(s) [C R L s^2 + L + R]$$

$$\Rightarrow \frac{I_2(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{C R L s^2 + L + R}$$

Remplazando  $I_2(s) = \frac{V_o(s)}{R}$  Se obtiene:

$$\frac{V_o}{R V_i(s)} = \frac{1}{C R L s^2 + L + R} \rightarrow \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R}{C R L s^2 + L + R}$$

$$\left( \frac{1/R}{1/R} \right)$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{C L s^2 + \frac{L}{R} s + 1}$$

Funcion de transferencia, Circuito Electrico

Equivalencia del Circuito electrico en pendulo elastico.

Circuito Electrico	Pendolo Elastico
CL	m
L/R	c
1	K

Entonces:

$$H(s) = \frac{1}{Cs^2 + \frac{L}{R}s + 1}$$

• Su equivalente

$$H(s) = \frac{1}{m^2 + Cs + K} = \frac{1/m}{s^2 + Cs/m + K/m}$$

• hallando la Forma Canónica de Segundo Orden

$$\text{Comparando: } s^2 + 2 \zeta \omega_n s + \omega_n^2$$

$$= s^2 + \frac{Cs}{m} + \frac{K}{m}$$

Igualando Coeficientes

$$1 = 1 \rightarrow \text{Coef } s^2$$

$$2 \zeta \omega_n = \frac{C}{m} \rightarrow \text{Coef } s$$

$$\omega_n^2 = \frac{K}{m} \rightarrow \text{Coef independiente}$$

• hallando frecuencia natural no amortiguada

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

hallando Factor de amortiguamiento

$$2 \zeta \sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{C}{m} \rightarrow \zeta = \frac{C}{2m \sqrt{K/m}}$$

hallando la ganancia K

$$K \omega_n^2 = \frac{1}{m} \rightarrow K = \frac{1}{m \omega_n^2} \rightarrow K = \frac{1}{m \cdot \frac{K}{m}}$$

$$K = \frac{1}{K}$$

• Finalmente la forma Canonica de Segundo orden es

$$H(s) = K \frac{\omega_n^2}{s^2 + \xi \omega_n s + \omega_n^2}$$

$$H(s) = \frac{1}{K} \cdot \frac{\frac{K}{m}}{s^2 + 2 \left( \frac{c}{2m \sqrt{\frac{K}{m}}} \right) \sqrt{\frac{K}{m}} s + \frac{K}{m}}$$

$$H(s) = \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + \frac{c}{m} s + \frac{K}{m}}$$

$$H(s) = \frac{1}{m \left( s^2 + \frac{c}{m} s + \frac{K}{m} \right)}$$