
Макроикономически ефекти от демографската динамика

Андрей Василев, Калоян Ганев, Ралица Симеонова-Ганева

юни 27, 2025

Съдържание

1	Структура на модела	3
2	Инструкции за работа с приложението	5

Настоящото приложение е разработено в рамките на проект „Влияние на демографската динамика върху пазара на труда: оценяване на ефектите върху ключови макроикономически показатели и приложение за България“ по договор №70-123-479, като част от дейност 3.4. по проекта „Софийски университет – Маркер за иновации и технологичен трансфер (SUMMIT)“.

Целта на приложението е да представи интерактивен инструмент за визуализация на симулационни резултати, базирани на разработен от екипа макроикономически модел. Моделът свързва дългосрочни сценарии за демографското развитие (до 2050 г.) с динамиката на пазара на труда и по-широките тенденции в българската икономика.

Приложението е предназначено за изследователи, политици, държавни институции, неправителствени организации и представители на бизнеса, които се интересуват от ефектите на демографските промени върху икономическото развитие и заетостта в страната.

Чрез платформата потребителите могат да извършват бързи и интуитивни симулации, избирайки между различни демографски и икономически сценарии. Интерфейсът позволява настройка на ключови параметри, сравнение между алтернативни хипотези и визуализация на резултатите под формата на графики и таблици. Това превръща приложението в полезен инструмент за вземане на информирани решения в стратегическото планиране и формулиране на политики в областта на труда, образованието и социалната сфера.

Приложението е достъпно онлайн на следния адрес: https://avassilev.github.io/LM_model_app/. За улеснение на потребителите е предоставено кратко описание на структурата на разработения модел, както и инструкции за работа с платформата.

- *Структура на модела*
- *Инструкции за работа с приложението*

Структура на модела

Производствената технология е описана посредством функция от вида „Коб-Дъглас“:

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}, \quad \alpha \in (0, 1), \quad (1.1)$$

където Y_t означава съвкупното производство, A_t означава технологичното равнище (или общата факторна производителност, ОФП), K_t са капиталовите запаси в икономиката, а L_t представлява количеството на фактора „труд“; α е параметър, отразяващ производствената еластичност на капитала.

Трудът от своя страна е разгледан като синтетичен показател, агрегиращ три вида труд с различни умения – нискоквалифициран (с основно и по-ниско образование; означен с ℓ), средноквалифициран (със средно образование; означен с m) и високкоквалифициран (с висше образование; означен с h). За агрегирането е използвана също Коб-Дъгласова функционална форма:

$$L_t = L_{\ell,t}^{\beta_\ell} L_{m,t}^{\beta_m} L_{h,t}^{\beta_h}, \quad \beta_\ell + \beta_m + \beta_h = 1 \quad (1.2)$$

където $\beta_i > 0$, $i \in \{\ell, m, h\}$, са съответните еластичности по видове труд.

Ако означим процентното изменение (темпа на растеж) на променливата X_t за периода t с $\gamma_{X,t}$, то:

$$\gamma_{X,t} := \frac{X_t}{X_{t-1}} - 1$$

Тогава за темповете на растеж на съвкупното производство и на синтетичния труд е в сила:

$$1 + \gamma_{Y,t} = (1 + \gamma_{A,t})(1 + \gamma_{K,t})^\alpha (1 + \gamma_{L,t})^{1-\alpha} \quad (1.3)$$

$$1 + \gamma_{L,t} = (1 + \gamma_{L_\ell,t})^{\beta_\ell} (1 + \gamma_{L_m,t})^{\beta_m} (1 + \gamma_{L_h,t})^{\beta_h} \quad (1.4)$$

За общата факторна производителност е възприето допускането, че динамиката на показателя се характеризира с конвергенция (сходимост) към предварително зададена дългосрочна равновесна стойност $\bar{\gamma}_A$:

$$\gamma_{A,t} = \kappa \bar{\gamma}_A + (1 - \kappa) \gamma_{A,t-1}, \quad \kappa \in (0, 1), \quad (1.5)$$

където κ представлява скоростта на сходимост.

Моделът се базира на допускане за сходимост на съотношението „капитал/производство“, означено с $k_t := K_t/Y_t$, към дългосрочна равновесна стойност \bar{k} , при което имаме:

$$k_t = \nu \bar{k} + (1 - \nu)k_{t-1}, \quad \nu \in (0, 1) \quad (1.6)$$

Стойностите на променливите A_t и k_t за миналите периоди са взети от базата AMECO.

По дефиниция е налице и следното равенство:

$$\frac{K_t/Y_t}{K_{t-1}/Y_{t-1}} = \frac{1 + \gamma_{K,t}}{1 + \gamma_{Y,t}} = \frac{k_t}{k_{t-1}} \quad (1.7)$$

Уравнение (1.6) предполага следното равенство:

$$\frac{k_t}{k_{t-1}} = \nu \frac{\bar{k}}{k_{t-1}} + (1 - \nu). \quad (1.8)$$

От последното, използвайки и уравнение (1.7), се получава:

$$1 + \gamma_{K,t} = \left[\nu \frac{\bar{k}}{k_{t-1}} + (1 - \nu) \right] (1 + \gamma_{Y,t}) \quad (1.9)$$

След заместване на уравнение (1.9) в уравнение (1.3) се получава:

$$1 + \gamma_{Y,t} = (1 + \gamma_{A,t}) \left[\nu \frac{\bar{k}}{k_{t-1}} + (1 - \nu) \right]^\alpha (1 + \gamma_{Y,t})^\alpha (1 + \gamma_{L,t})^{1-\alpha}. \quad (1.10)$$

След преобразуване на последното уравнение се получава:

$$1 + \gamma_{Y,t} = (1 + \gamma_{A,t})^{\frac{1}{1-\alpha}} \left[\nu \frac{\bar{k}}{k_{t-1}} + (1 - \nu) \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} (1 + \gamma_{L,t}) \quad (1.11)$$

От уравнение (1.3) чрез логаритмуване на двете му страни могат да се получат и приносите на производствените фактори към растежа на съвкупното производство:

$$\ln(1 + \gamma_{Y,t}) = \ln(1 + \gamma_{A,t}) + \alpha \ln(1 + \gamma_{K,t}) + (1 - \alpha) \ln(1 + \gamma_{L,t}). \quad (1.12)$$

Тъй като при малки стойности на z (каквото е и случаят с темповете на нарастване на разглежданите променливи) е валидно $\ln(1 + z) \approx z$, то уравнение (1.12) може да се запише и така:

$$\gamma_{Y,t} \approx \gamma_{A,t} + \alpha \gamma_{K,t} + (1 - \alpha) \gamma_{L,t}. \quad (1.13)$$

Последното (приблизително) равенство представя декомпозиция на растежа на съвкупното производство като сума от приносите на трите основни производствени фактора. Понеже величините $\gamma_{Y,t}$, $\gamma_{A,t}$ и $\gamma_{L,t}$ са налични на база на горните съображения и допускания, приносът на капитала в случая се пресмята като остатъчна величина.

Инструкции за работа с приложението

За достъп до приложението следва да бъде посетен адресът https://avassilev.github.io/LM_model_app/. Необходимо е да се изчака известно време, докато бъдат заредени съответните пакети на програмния език Python. Зареждането е автоматично, така че от ползвателя не се очаква да прави нищо допълнително в това отношение.

Приложението съдържа два основни блока. В първия блок са налични интерактивни инструменти, чрез които ползвателят може да избира стойности на определени равновесни съотношения и параметри. Той изглежда по следния начин:

Основни параметри на модела

Равновесен растеж на ОФП (%): 1

Скорост на конвергенция на ОФП: 0.90

Равновесно съотношение капитал-БВП: 3

Скорост на конвергенция на съотношението капитал-БВП: 0.10

Демографски сценарий

Базисен (BSL) ▼

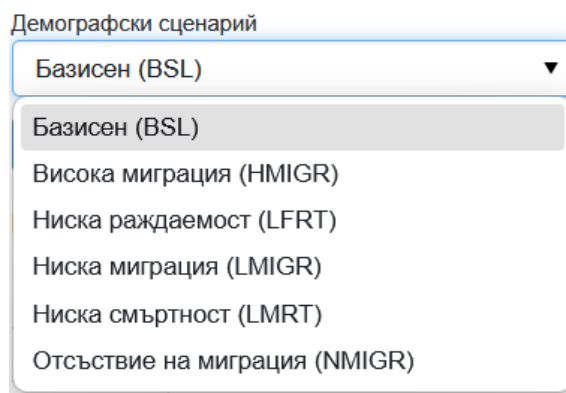
Изчисли

Инструментите представляват плъзгачи и се отнасят до следните:

- Равновесен растеж на общата факторна производителност (ОФП) $\bar{\gamma}_A$. Могат да бъдат избрани стойности в интервала от 0.5 до 2.0% със стъпка от 0.5 пр.п.

- Равновесно съотношение „капитал/производство“ (капитал/БВП) \bar{k} . Могат да бъдат избрани стойности в интервала от 2.7 до 3.1 със стъпка от 0.1.
- Скорост на конвергенция κ на общата факторна производителност към равновесната стойност. Могат да бъдат избрани стойности в интервала от 0.5 до 0.95 със стъпка от 0.05.
- Скорост на конвергенция ν на съотношението „капитал/производство“ към равновесната стойност. Могат да бъдат избрани стойности в интервала от 0.05 до 0.40 със стъпка от 0.05.

Освен тях е налице и падащо меню, от което може да бъде направен избор измежду шест демографски сценария:



Използваните демографски сценарии изцяло съответстват на тези, изготвени и публикувани от Евростат.

След като бъде направен изборът по отношение на гореописаните, следва да се натисне бутонът „Изчисли“.

Вторият блок съдържа резултатите от приложението на модела при избраните параметри и демографски сценарий. Неговата първа част представлява таблица с процентните изменения на всяка от следните променливи спрямо *предходната година*:

- Синтетична заетост L
- Реален БВП Y
- Население (от избрания демографски сценарий)
- Реален БВП на глава от населението

Представянето на резултатите в таблицата е на петгодишни интервали с оглед постигане на по-синтезиран вид. Самата таблица има следния вид (изображението е само илюстративно):

Резултати

Година	Синтетична заетост (годишно изменение, %)	Реален БВП (годишно изменение, %)	Население (годишно изменение, %)	Реален БВП на глава от населението (годишно изменение, %)
2025	-1.00	2.22	-0.84	3.09
2030	-0.98	1.30	-0.83	2.15
2035	-0.91	1.03	-0.61	1.65
2040	-0.94	0.81	-0.53	1.35
2045	-0.99	0.66	-0.49	1.15
2050	-0.94	0.65	-0.48	1.13

Втората част от блока представлява графично изображение, отразяващо получените в резултат на изчисленията приноси на производствените фактори синтетичен труд, капитал и обща факторна производителност към икономическия растеж. То има следния вид (изображението е само илюстративно):

Фактори за икономическия растеж

