Неокейнсиански модели

Андрей Василев
avassilev@fmi.uni-sofia.bg

Основни въпроси

- Общи положения
- Домакинства
- Фирми
- Равновесие
- Изследване на модела за различни форми на парична политика

Общи положения

- Запазват се основните характеристики на разгледаните класически монетарни модели: липса на правителство, затворена икономика и т.н.
- Подобно на класическите модели имаме домакинства, фирми и централна банка.
- Основни разлики с класическите модели:
    - Монополистична конкуренция
    - Негъвкавост в цените

Домакинства (1)

Вече имаме не една стока, а множество (по-точно континуум) от стоки, потреблението на всяка от които е $C_t(i)$, $i \in [0, 1]$, по цена $P_t(i)$.

Почти позната формулировка:

$$\max_{\{C_t\},\{N_t\}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, N_t),$$

но сега C_t е индекс (агрегатор) на потребление (интерпретация!), зададен от

$$C_t := \left(\int_0^1 C_t(i)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \, di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}.$$

Бюджетно ограничение:

$$Q_t B_t = B_{t-1} + W_t N_t - \int_0^1 P_t(i) C_t(i) \, di - T_t$$

Допълнително изискване: $\lim_{T\to\infty} E_t\{B_T\} \geq 0$

Домакинства (2)

В предходните лекции показахме, че задачата за минимизиране на разходите $\int_0^1 P_t(i)C_t(i)\,di$ при ограничение зададена стойност на агрегатора C_t има решение

$$C_t(i) = \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\varepsilon} C_t,\ \ \forall i \in [0,1] \tag{1}$$

и е в сила

$$\int_0^1 P_t(i)C_t(i)\,di = P_t C_t,$$

където $P_t := \left(\int_0^1 P_t(i)^{1-\varepsilon}\,di\right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$.

Следователно в крайна сметка бюджетното ограничение има познатия вид

$$Q_t B_t = B_{t-1} + W_t N_t - P_t C_t - T_t.$$

Домакинства (3)

За функцията на полезност

$$U(C_t, N_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi}, \ \sigma > 0, \ \varphi \geq 1$$

лог-линеаризираните необходими условия отново имат вида

$$w_t - p_t = \sigma c_t + \varphi n_t, \tag{2}$$

$$c_t = E_t\{c_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\{\pi_{t+1}\} - \rho). \tag{3}$$

Отново при нужда ще използваме лог-линейна функция на търсене на пари

$$m_t - p_t = y_t - \eta i_t. \tag{4}$$

- Имаме континуум от фирми, които индексираме с $i \in [0, 1]$.
- Фирмите функционират в условия на монополистична конкуренция.
- Всяка фирма произвежда точно една от стоките в икономиката в количество, означавано с $Y_t(i)$, използвайки технологията

$$Y_t(i) = A_t N_t(i)^{1-\alpha}$$

при търсене на съответната стока, зададено с (1), и приемайки P_t и C_t за дадени.

- Във всеки период t дадена фирма с вероятност $1 - \theta$ получава възможност да промени цената на стоката си $P_t(i)$, а с вероятност θ запазва цената на стойността от предходния период (схема на Калво, Calvo(1983)).
- За простота приемаме, че фирмите са идентични и имат еднакви външни ограничения (допускане за симетрия).
- Тогава за дадена целева функция те ще вземат едни и същи решения и за улеснение можем да изпускаме индексирането по стоките i.
- С P_t^* означаваме цената, която дадена фирма би избрала, когато в период t получи възможност да я актуализира.

Една фирма решава задачата за максимизиране на условната печалба

$$\max_{P_t^*} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \left\{ Q_{t,t+k} \left(P_t^* Y_{t+k|t} - \Psi_{t+k}(Y_{t+k|t}) \right) \right\} \tag{5}$$

при ограничения

$$Y_{t+k|t} = \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon} C_{t+k}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

Означения:

- Стохастичен дисконтов фактор (множител) – $Q_{t,t+k}$

$$Q_{t,t+k} := \beta^k (C_{t+k}/C_t)^{-\sigma} (P_t/P_{t+k})$$

- Функция на общите разходи (в зависимост от произвежданите количества) – $\Psi_t(\cdot)$

След заместване на израза за $Y_{t+k|t}$ във формулата за условната печалба имаме

$$E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \left\{ Q_{t,t+k} \left[P_t^* \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon} C_{t+k} - \Psi_{t+k} \left(\left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon} C_{t+k} \right) \right] \right\}$$

За получаване на необходимо условие за оптималност: 1) диференцираме по P_t^* и 2) приравняваме на нула. Диференцирането на израза в квадратни скоби дава

$$\left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon} C_{t+k} + P_t^* (-\varepsilon) \frac{(P_t^*)^{-\varepsilon-1}}{P_{t+k}^{-\varepsilon}} C_{t+k} - \psi_{t+k|t} (-\varepsilon) \frac{(P_t^*)^{-\varepsilon-1}}{P_{t+k}^{-\varepsilon}} C_{t+k},$$

където $\psi_{t+k|t} := \Psi'_{t+k}(Y_{t+k|t})$ са номиналните пределни разходи в период $t+k$ при цена, определена в период t.

Правим следните преобразувания:

$$Y_{t+k|t} - \varepsilon Y_{t+k|t} + \frac{\varepsilon}{P_t^*}\psi_{t+k|t} Y_{t+k|t} =$$

$$Y_{t+k|t}\left(1 - \varepsilon + \frac{\varepsilon}{P_t^*}\psi_{t+k|t}\right) =$$

$$\frac{Y_{t+k|t}}{P_t^*}\left((1-\varepsilon)P_t^* + \frac{1-\varepsilon}{1-\varepsilon}\varepsilon\psi_{t+k|t}\right) =$$

$$Y_{t+k|t}\frac{1-\varepsilon}{P_t^*}\left(P_t^* - \underbrace{\frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}}_{\mathcal{M}}\psi_{t+k|t}\right).$$

След заместване, приравняване на нула, използване на линейното свойство на очакването и съкращаване на $\frac{1-\varepsilon}{P_t^*}$ получаваме необходимото условие за оптималност

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} Y_{t+k|t} \left[P_t^* - \mathcal{M}\psi_{t+k|t} \right] \right\} = 0. \tag{6}$$

За специалния случай, когато цените са гъвкави ($\theta = 0$), условието (6) приема вида

$$P_t^* = \mathcal{M}\psi_{t|t},$$

което може да се интерпретира като формиране на цената P_t^* чрез прилагане на надбавка $\mathcal{M}$ върху пределните разходи $\psi_{t|t}$.

Ще пресметнем лог-линейно приближение на (6) около стационарно състояние с нулева инфлация. За целта дефинираме ценови индекс между периоди t и $t+k$ като $\Pi_{t,t+k} := P_{t+k}/P_t$ и реални пределни разходи в период $t+k$ при цена, определена в период t, като $\mathrm{MC}_{t+k|t} := \psi_{t+k|t}/P_{t+k}$. Тогава (6) може да се запише като

$$(7)\quad \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} Y_{t+k|t} \left[\frac{P_t^*}{P_{t-1}} - \mathcal{M}\mathrm{MC}_{t+k|t}\Pi_{t-1,t+k} \right] \right\} = 0.$$

За стационарно състояние с нулева инфлация имаме $P_t^* = P_{t+k}$, $P_t^*/P_{t-1} = 1$ и $\Pi_{t-1,t+k} = 1$, откъдето $Y_{t+k|t} = Y$ и $\mathrm{MC}_{t+k|t} = \mathrm{MC}$. Освен това в стационарното състояние $Q_{t,t+k} = \beta^k$. Тогава от (7) следва $\mathrm{MC} = 1/\mathcal{M}$.

Ще пресметнем лог-линейно приближение на (6) около стационарно състояние с нулева инфлация. За целта дефинираме ценови индекс между периоди t и $t+k$ като $\Pi_{t,t+k} := P_{t+k}/P_t$ и реални пределни разходи в период $t+k$ при цена, определена в период t, като $\mathrm{MC}_{t+k|t} := \psi_{t+k|t}/P_{t+k}$. Тогава (6) може да се запише като

$$(7)\quad \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} Y_{t+k|t} \left[\frac{P_t^*}{P_{t-1}} - \mathcal{M}\mathrm{MC}_{t+k|t} \Pi_{t-1,t+k} \right] \right\} = 0.$$

За стационарно състояние с нулева инфлация имаме $P_t^* = P_{t+k}$, $P_t^*/P_{t-1} = 1$ и $\Pi_{t-1,t+k} = 1$, откъдето $Y_{t+k|t} = Y$ и $\mathrm{MC}_{t+k|t} = \mathrm{MC}$. Освен това в стационарното състояние $Q_{t,t+k} = \beta^k$. Тогава от (7) следва $\mathrm{MC} = 1/\mathcal{M}$.

Задача 1: Проверете последното твърдение за MC.

Връзката (7) може да бъде записана като

$$\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\left\{\widetilde{Q}_{t,t+k}Y_{t+k|t}\left[\frac{P_t^*}{P_{t-1}}-\mathcal{M}\mathrm{MC}_{t+k|t}\Pi_{t-1,t+k}\right]\right\}=0,$$

където $\widetilde{Q}_{t,t+k} := \left(\frac{C_{t+k}}{C_t}\right)^{-\sigma}\left(\frac{P_t}{P_{t+k}}\right)$. Тогава

$$\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\left\{e^{\widetilde{q}_{t,t+k}}e^{y_{t+k|t}}e^{p_t^*}e^{-p_{t-1}}\right\}=$$
$$\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\left\{e^{\widetilde{q}_{t,t+k}}e^{y_{t+k|t}}e^{\mu}e^{\mathrm{mc}_{t+k|t}}e^{p_{t+k}}e^{-p_{t-1}}\right\},$$

където е използвано означението $\mu := \ln\mathcal{M}$. (При това означение в стационарното състояние имаме $\mathrm{mc} = -\mu$.)

Нека означим стационарната стойност на $e^{\widetilde{q}_{t,t+k}} e^{y_{t+k|t}} e^{p_t^*} e^{-p_{t-1}}$ с e^{EQ_1}, а тази на $e^{\widetilde{q}_{t,t+k}} e^{y_{t+k|t}} e^{\mu} e^{\mathrm{mc}_{t+k|t}} e^{p_{t+k}} e^{-p_{t-1}}$ ще означим с e^{EQ_2}. Имаме $e^{\mathrm{EQ}_1} = e^{\mathrm{EQ}_2}$.

При линеаризиране на последния запис на НУ за оптималност около избраното стационарно състояние получаваме

$$\sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta)^k E_t \Big\{ e^{\mathrm{EQ}_1} + e^{\mathrm{EQ}_1}(\widetilde{q}_{t,t+k} - \widetilde{q}) + e^{\mathrm{EQ}_1}(y_{t+k|t} - y) +$$

$$e^{\mathrm{EQ}_1}(p_t^* - p^*) - e^{\mathrm{EQ}_1}(p_{t-1} - p) \Big\} = \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta)^k E_t \Big\{ e^{\mathrm{EQ}_2} +$$

$$e^{\mathrm{EQ}_2}(\widetilde{q}_{t,t+k} - \widetilde{q}) + e^{\mathrm{EQ}_2}(y_{t+k|t} - y) + e^{\mathrm{EQ}_2}\underbrace{(\mathrm{mc}_{t+k|t} - \mathrm{mc})}_{:= \widehat{\mathrm{mc}}_{t+k|t}} +$$

$$e^{\mathrm{EQ}_2}(p_{t+k} - p) - e^{\mathrm{EQ}_2}(p_{t-1} - p) \Big\}.$$

След съкращаване получаваме

$$\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\left\{p_t^* - p_{t-1}\right\} = \sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\left\{\widehat{\mathrm{mc}}_{t+k|t} + p_{t+k} - p_{t-1}\right\}, \text{ т.е.}$$

$$(8)\quad p_t^* - p_{t-1} = (1-\beta\theta)\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\left\{\widehat{\mathrm{mc}}_{t+k|t} + (p_{t+k} - p_{t-1})\right\}.$$

Задача 2: Покажете, че (8) може да се запише като

$$p_t^* = \mu + (1-\beta\theta)\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\left\{\mathrm{mc}_{t+k|t} + p_{t+k}\right\}.$$

Понеже за $\mathcal{M} \approx 1$ имаме $\mu \approx \mathcal{M} - 1$ (нетна надбавка), последният израз се интерпретира като формиране на цената чрез надбавка над претеглените очаквани номинални пределни разходи.

Фирми (12)

Извеждане на общата динамика на цените

- Нека $S(t) \subset [0, 1]$ е множеството на фирмите, които не са получили възможност да актуализират цената си в период t. Понеже сме приели, че сме в симетричния случай, всяка такава фирма в период t ще има една и съща цена $P_{t-1}(i) = P_{t-1}$.
- Останалите фирми са свободни да актуализират цената си и, както видяхме, избират цена P_t^*.
- Тогава общият ценови индекс ще има вида

$$\begin{aligned} P_t &= \left[\int_{S(t)} P_{t-1}(i)^{1-\varepsilon}\, di + \int_{[0,1] \setminus S(t)} (P_t^*)^{1-\varepsilon}\, di \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \\ &= \left[\theta (P_{t-1})^{1-\varepsilon} + (1-\theta)(P_t^*)^{1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}, \end{aligned}$$

където вторият ред следва от (вариант на) закона за големите числа.

При използване на стандартната дефиниция $\Pi_t := P_t/P_{t-1}$ имаме

(9) $$\Pi_t^{1-\varepsilon} = \theta + (1-\theta)\left(\frac{P_t^*}{P_{t-1}}\right)^{1-\varepsilon}.$$

При лог-линеаризиране на (9) в околност на стационарно състояние с нулева инфлация, т.е. $\Pi_t = \Pi = 1$ и $P_t^* = P^* = P_t = P$, имаме

(10) $$\pi_t = (1-\theta)(p_t^* - p_{t-1}).$$

Задача 3: Изведете уравнение (10).

Условие за изравняване на търсенето и предлагането за всяка стока:

$$Y_t(i) = C_t(i), \quad \forall i \in [0,1], \ t = 0, 1, \ldots$$

Дефинираме общото производство в икономиката като

$$Y_t := \left[\int_0^1 Y_t(i)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \, di \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}.$$

Тогава получаваме, че имаме изравняване и на съвкупното търсене и предлагане:

$$Y_t = C_t.$$

Като използваме последната връзка, от уравнението на Ойлер (3) получаваме

$$y_t = E_t\{y_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\{\pi_{t+1}\} - \rho). \tag{11}$$

Изравняване на търсенето и предлагането на труд:

$$N_t = \int_0^1 N_t(i)\,di.$$

След заместване на $N_t(i)$ от производствената функция в горното условие получаваме

$$N_t = \int_0^1 \left(\frac{Y_t(i)}{A_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} di = \int_0^1 \left(\frac{P_t(i)^{-\varepsilon} Y_t}{A_t P_t^{-\varepsilon}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} di$$

$$= \left(\frac{Y_t}{A_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \int_0^1 \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\frac{\varepsilon}{1-\alpha}} di.$$

Логаритмуваме и получаваме

$$(1-\alpha)n_t = y_t - a_t + d_t,$$

където $d_t := (1-\alpha)\ln \int_0^1 \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\frac{\varepsilon}{1-\alpha}} di.$

Величината d_t може да се интерпретира като измерител на „разсейването" (разпръснатостта) на цените между различните фирми. За нея може да се докаже, че в околност на стационарно състояние с нулева инфлация тя е пренебрежима в сравнение с другите величини и може да се изпусне.

Така получаваме линейно приближение за връзката между съвкупно производство, технологии и заетост

$$y_t = a_t + (1-\alpha)n_t. \tag{12}$$

Обърнете внимание, че ако сме се съгласили да работим с точност до линейно приближение, уравнение (12) е еквивалентно с това да сме приели, че имаме производствена функция от типа Коб-Дъглас на макро ниво:

$$Y_t = A_t N_t^{1-\alpha}.$$

Пределният продукт на труда MPN_t за производствената функция $Y_t = A_t N_t^{1-\alpha}$ има вида

$$\mathrm{MPN}_t = \frac{\partial}{\partial N_t}\left(A_t N_t^{1-\alpha}\right) = (1-\alpha) A_t N_t^{-\alpha},$$

откъдето

$$\mathrm{mpn}_t = \ln(1-\alpha) + a_t - \alpha n_t.$$

За тази производствена технология общите номинални разходи за производство са $\mathrm{TC}_t^n = W_t N_t = W_t \left(\frac{Y_t}{A_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ и тогава номиналните пределни разходи са

$$\mathrm{MC}_t^n = \frac{\partial \mathrm{TC}_t^n}{\partial Y_t} = \frac{W_t}{(1-\alpha) A_t N_t^{-\alpha}} = \frac{W_t}{\mathrm{MPN}_t}.$$

Реалните пределни разходи са

$$\mathrm{MC}_t := \frac{\mathrm{MC}_t^n}{P_t} = \frac{W_t}{P_t(1-\alpha)A_t N_t^{-\alpha}} = \frac{W_t}{P_t \mathrm{MPN}_t}.$$

Тогава логаритмуваните реални пределни разходи за икономиката са

$$\begin{aligned} \mathrm{mc}_t &= (w_t - p_t) - \mathrm{mpn}_t \\ &= (w_t - p_t) - (a_t - \alpha n_t) - \ln(1-\alpha) \\ &= (w_t - p_t) - \frac{1}{1-\alpha}(a_t - \alpha y_t) - \ln(1-\alpha), \end{aligned}$$

където последният ред е получен с използване на (12).
Ако искаме да запишем усреднени реални пределни разходи или усреднен реален продукт на труда, в нашия случай предходните формули запазват вида си, понеже формално трябва да разделим на „броя" на агентите в икономиката, който е мярката на интервала $[0, 1]$, т.е. 1.

Предходните разсъждения могат формално да се приложат и на ниво фирма, а не само на агрегирано ниво за цялата икономика, тъй като структурата на задачата е същата. Единствената разлика ще бъде, че за отделната фирма търсенето, съответно производството, реалните пределни разходи и пределният продукт на труда, се формират за период $t+k$ евентуално при цена, определена в t. Съответно имаме

$$
\begin{aligned}
\mathrm{mc}_{t+k|t} &= (w_{t+k} - p_{t+k}) - \mathrm{mpn}_{t+k|t} \\
&= (w_{t+k} - p_{t+k}) - \frac{1}{1-\alpha}(a_{t+k} - \alpha y_{t+k|t}) - \ln(1-\alpha).
\end{aligned}
$$

Ще използваме последната формула, за да изразим реалните пределни разходи за една фирма чрез усреднените реални пределни разходи за икономиката като цяло.

Имаме

$$
\begin{aligned}
mc_{t+k|t} &= (w_{t+k} - p_{t+k}) - \frac{1}{1-\alpha}(a_{t+k} - \alpha y_{t+k|t}) - \ln(1-\alpha) \\
&= (w_{t+k} - p_{t+k}) - \frac{1}{1-\alpha}(a_{t+k} \pm \alpha y_{t+k} - \alpha y_{t+k|t}) - \ln(1-\alpha) \\
&= mc_{t+k} + \frac{\alpha}{1-\alpha}(y_{t+k|t} - y_{t+k}) \\
&= mc_{t+k} + \frac{\alpha}{1-\alpha}(-\varepsilon(p_t^* - p_{t+k}) + c_{t+k} - y_{t+k})
\end{aligned}
$$

Окончателно получаваме

$$
\begin{aligned}
mc_{t+k|t} &= mc_{t+k} - \frac{\alpha\varepsilon}{1-\alpha}(p_t^* - p_{t+k}) \\
&= mc_{t+k} + \frac{\alpha}{1-\alpha}(y_{t+k|t} - y_{t+k}).
\end{aligned} \tag{13}
$$

Равновесие (8)

Резултати на ниво фирма

При $\alpha = 0$ (постоянна възвращаемост от мащаба) получаваме като частен случай на (13) връзката $\mathrm{mc}_{t+k|t} = \mathrm{mc}_{t+k}$, т.е. пределните разходи на фирмата не зависят от индивидуалната цена (или обем на производството) и са едни и същи за различните фирми.

От формула (13) също така се вижда, че:

- по-големият обем на производството за дадена фирма спрямо средното за икономиката води до по-големи реални пределни разходи спрямо средните;
- при по-висока цена, определена в момент t, в сравнение със средната цена за момент $t + k$ реалните пределни разходи на фирмата са под средните.

При заместване на израза за $\mathrm{mc}_{t+k|t}$ от (13) в уравнение (8) и преобразуване получаваме

$$
\begin{aligned}
p_t^* - p_{t-1} &= (1-\beta\theta)\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\left\{\Theta\widehat{\mathrm{mc}}_{t+k} + (p_{t+k} - p_{t-1})\right\} \\
&= (1-\beta\theta)\Theta\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\left\{\widehat{\mathrm{mc}}_{t+k}\right\} + \sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\left\{\pi_{t+k}\right\},
\end{aligned}
$$

където $\Theta := \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\alpha\varepsilon} \leq 1$.

Задача 4: Покажете, че първият и вторият ред на горното равенство са еквивалентни.

Горното равенство може да бъде записано като

$$
p_t^* - p_{t-1} = \beta\theta E_t\{p_{t+1}^* - p_t\} + (1-\beta\theta)\Theta\widehat{\mathrm{mc}}_t + \pi_t. \tag{14}
$$

Като заместим (10) в (14) стигаме до уравнението за инфлацията

$$\pi_t = \beta E_t\{\pi_{t+1}\} + \lambda\widehat{\mathsf{mc}}_t, \tag{15}$$

където $\lambda := \frac{(1-\theta)(1-\beta\theta)}{\theta}\Theta$.

След рекурсивно заместване в (15) можем да получим инфлацията, изразена като функция на очакваните отклонения на реалните пределни разходи от стационарната им стойност

$$\pi_t = \lambda \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k E_t \left\{\widehat{\mathsf{mc}}_{t+k}\right\}.$$

Равновесие (11)

Усреднени реални пределни разходи като функция на производство и технология

Усреднените реални пределни разходи могат да бъдат записани във вида

$$
\begin{aligned}
\mathrm{mc}_t &= \underbrace{(w_t - p_t)}_{\text{прилагаме (2)}} - \mathrm{mpn}_t \\
&= (\sigma y_t + \varphi n_t) - (y_t - n_t) - \ln(1-\alpha) \qquad (16)\\
&= \left(\sigma + \frac{\varphi + \alpha}{1-\alpha}\right) y_t - \frac{1+\varphi}{1-\alpha} a_t - \ln(1-\alpha).
\end{aligned}
$$

Ако цените са гъвкави, реалните пределни разходи са постоянни: $\mathrm{mc} = -\mu$.

Задача 5: Проверете, че при гъвкави цени $\mathrm{mc} = -\mu$, като използвате (7).

Дефинираме *естественото ниво на производство* y_t^n като нивото на производство в условия на гъвкави цени:

$$\text{mc} = \left(\sigma + \frac{\varphi + \alpha}{1 - \alpha}\right) y_t^n - \frac{1 + \varphi}{1 - \alpha} a_t - \ln(1 - \alpha), \tag{17}$$

откъдето

$$y_t^n = \psi_{ya}^n a_t + \vartheta_a^n \tag{18}$$

при означенията

$$\psi_{ya}^n := \frac{1 + \varphi}{\sigma(1 - \alpha) + \varphi + \alpha}, \quad \vartheta_y^n := -\frac{(1 - \alpha)(\mu - \ln(1 - \alpha))}{\sigma(1 - \alpha) + \varphi + \alpha} > 0.$$

Ако $\mu = 0$, т.е. няма надбавка, което се интерпретира като условия на съвършена конкуренция, тогава (18) съвпада с формулата за случая на класическия монетарен модел.

Изваждайки (17) от (16) получаваме

$$\widehat{\text{mc}}_t = \left(\sigma + \frac{\varphi + \alpha}{1 - \alpha}\right) \underbrace{(y_t - y_t^n)}_{:= \widetilde{y}_t} = \left(\sigma + \frac{\varphi + \alpha}{1 - \alpha}\right) \widetilde{y}_t. \tag{19}$$

Величината $\widetilde{y}_t$ представлява отклонението на (лог) производството от потенциалната му стойност и за краткост я наричаме *отклонение от потенциалното производство* (output gap). В случая потенциалната стойност е стойността на производството при гъвкави цени.

Като заместим израза за $\widehat{\text{mc}}_t$ от (19) в уравнение (15) можем да получим инфлацията в даден период като функция на очакваната инфлация и отклонението от потенциалното производство

$$\pi_t = \beta E_t\{\pi_{t+1}\} + \kappa \tilde{y}_t, \tag{20}$$

при $\kappa := \lambda\left(\sigma + \frac{\varphi+\alpha}{1-\alpha}\right)$.

Уравнение (20) се нарича *неокейнсианска крива на Филипс* (New Keynesian Phillips Curve).

За сравнение, в курса по Макроикономика-1 във ФМИ се разглежда опростен вариант на крива на Филипс:

$$\pi_t = \bar{\pi} + b\hat{y}_t + \varepsilon_{2,t}.$$

Нека запишем уравнение (11) като

$$\underbrace{y_t - y_t^n}_{\widetilde{y}_t} = \underbrace{E_t\{y_{t+1}\} - E_t\{y_{t+1}^n\}}_{E_t\{\widetilde{y}_{t+1}\}} \underbrace{+ E_t\{y_{t+1}^n\} - y_t^n}_{E_t\{\Delta y_{t+1}^n\}} - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\{\pi_{t+1}\} - \rho).$$

След преобразуване получаваме т.нар. *динамично IS уравнение* (динамична IS крива, dynamic IS equation):

$$\widetilde{y}_t = -\frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\{\pi_{t+1}\} - r_t^n) + E_t\{\widetilde{y}_{t+1}\}, \tag{21}$$

където r_t^n е *естественото ниво на лихвения процент* и се дефинира като

$$\begin{aligned} r_t^n &:= \rho + \sigma E_t\{\Delta y_{t+1}^n\} \\ &= \rho + \sigma \psi_{ya}^n E_t\{\Delta a_{t+1}\}. \end{aligned} \tag{22}$$

За сравнение, вариант на IS крива от Макроикономика-1: $\hat{y}_t = -a(r_t - \bar{r}) + \varepsilon_{1,t}$.

Динамичното IS уравнение (21) може да бъде записано като

$$\begin{aligned}\widetilde{y}_t &= -\frac{1}{\sigma}(r_t - r_t^n) + E_t\{\widetilde{y}_{t+1}\} \\ &= -\frac{1}{\sigma}\sum_{k=0}^{T-1} E_t\{r_{t+k} - r_{t+k}^n\} + E_t\{\tilde{y}_{t+T}\}, \quad T = 1, 2, \ldots\end{aligned}$$

Нека е в сила $\lim_{T\to\infty} E_t\{\tilde{y}_{t+T}\} = 0$, т.е. очакваме в дългосрочен план влиянието на номиналните негъвкавости в икономиката да бъде елиминирано.
Тогава след граничен преход за $T \to \infty$ имаме

$$\widetilde{y}_t = -\frac{1}{\sigma}\sum_{k=0}^{\infty} E_t\{r_{t+k} - r_{t+k}^n\}, \tag{23}$$

т.е. отклонението от потенциалното производство е функция на очакваните отклонения на реалния лихвен процент от естественото му ниво.

- Неокейнсианската крива на Филипс определя инфлацията при зададена траектория на отклонението от потенциалното производство.
- Динамичното IS уравнение определя потенциалното производство при зададени траектории на:
  - естественото ниво на лихвения процент r_t^n — от (22) е ясно, че то е екзогенно, като зависи само от процеса за технологията;
  - реалния лихвен процент $r_t := i_t - E_t\{\pi_{t+1}\}$ — той по дефиниция зависи от номиналния лихвен процент i_t.
- За да решим модела е необходимо да въведем и някаква форма на икономическа политика. По-нататък ще разглеждаме варианти за въвеждане конкретно на парична политика.

Приемаме, че номиналният лихвен процент се определя по правилото

$$i_t = \rho + \phi_\pi \pi_t + \phi_y \widetilde{y}_t + \nu_t, \tag{24}$$

където $\phi_\pi, \ \phi_y \geq 0$, а ν_t най-често се приема за случаен компонент с нулева средна.

В литературата правило за определяне на лихвения процент от типа на (24) се нарича *правило на Тейлър*.

Въвеждане на парична политика (2)

Просто правило за определяне на номиналния лихвен процент

След заместване на (24) в (21), опростяване и последващо заместване на резултата в (20) получаваме системата

$$
(25) \qquad \begin{bmatrix} \tilde{y}_t \\ \pi_t \end{bmatrix} = \mathrm{A}_T \begin{bmatrix} E_t\{\tilde{y}_{t+1}\} \\ E_t\{\pi_{t+1}\} \end{bmatrix} + \mathrm{B}_T(\hat{r}_t^n - \nu_t),
$$

където $\hat{r}_t^n := r_t^n - \rho$ и

$$
\mathrm{A}_T := \Omega \begin{bmatrix} \sigma & 1 - \beta\phi_\pi \\ \sigma\kappa & \kappa + \beta(\sigma + \phi_y) \end{bmatrix}, \ \mathrm{B}_T := \Omega \begin{bmatrix} 1 \\ \kappa \end{bmatrix} \ \text{ за } \Omega := \frac{1}{\sigma + \phi_y + \kappa\phi_\pi}.
$$

И двете променливи $\tilde{y}_t$ и π_t зависят от променливи, които ще бъдат определени през следващия период, съответно условията на Бланшар-Кан изискват и двете собствени числа на матрицата A_T да бъдат по-големи по модул от 1. Това условие е изпълнено, ако е в сила

$$
\kappa(\phi_\pi - 1) + (1 - \beta)\phi_y > 0.
$$

Ще разгледаме ефектите при избраното правило за определяне на лихвения процент от шокове в паричната политика и в технологиите. За целта приемаме, че динамиката на ν_t и a_t се задава от AR(1) процесите

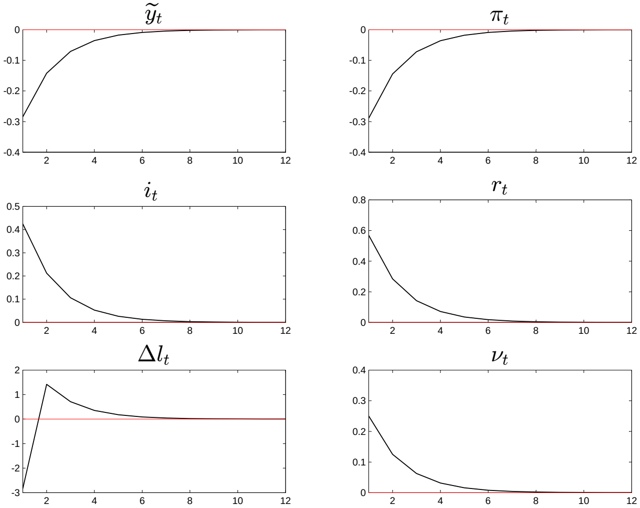
$$\nu_t = \rho_\nu \nu_{t-1} + \varepsilon_t^\nu, \qquad \rho_\nu \in [0,1),\ \varepsilon_t^\nu \text{ – бял шум със средна } 0,$$
$$a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a, \qquad \rho_a \in [0,1),\ \varepsilon_t^a \text{ – бял шум със средна } 0.$$

В книгата на Galí тези два случая са разгледани аналитично, като променливите от модела са представени като функция на съответните шокове (вж. §§3.4.1.1 и 3.4.1.2). Ние ще изследваме ефектите числено с помощта на Dynare.

Забележка: По-нататък ще използваме означението $l_t := m_t - p_t$ за реалните парични баланси.

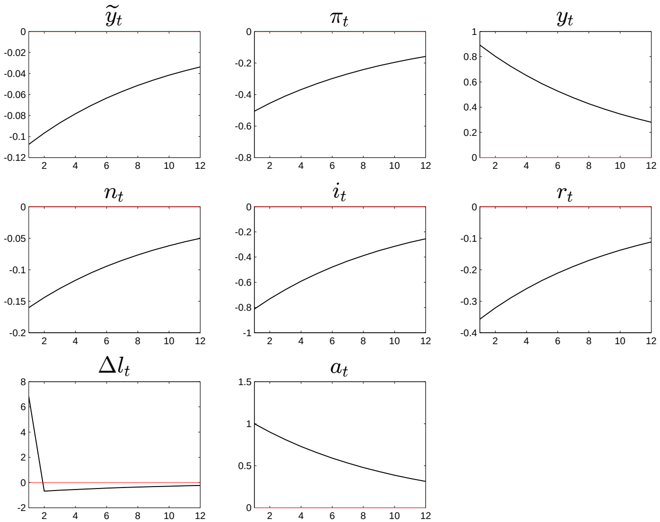
Въвеждане на парична политика (4)

Просто правило за определяне на номиналния лихвен процент – шок в ν_t



Въвеждане на парична политика (5)

Просто правило за определяне на номиналния лихвен процент – шок в a_t



При този вариант на парична политика се предполага, че централната банка определя не номиналния лихвен процент, а паричното предлагане m_t.

За записване на системата в подходящ вид са необходими някои трансформации. Уравнение (4) може да бъде записано във вида

$$\widetilde{y}_t - \eta i_t = l_t - y_t^n.$$

След заместване в (21) и опростяване получаваме

$$(1 + \sigma\eta)\widetilde{y}_t = \sigma\eta E_t\{\widetilde{y}_{t+1}\} + l_t + \eta E_t\{\pi_{t+1}\} + \eta r_t^n - y_t^n. \tag{26}$$

Освен това, от тъждеството $l_t := m_t - p_t$ следва $\Delta l_t := \Delta m_t - \Delta p_t$, т.е.

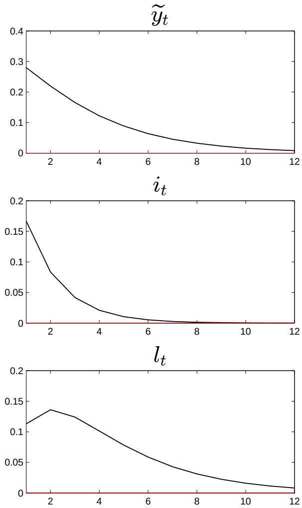
$$l_{t-1} = l_t + \pi_t - \Delta m_t. \tag{27}$$

Ще разгледаме реакциите на модела при шокове в паричното предлагане и в технологиите. Приемаме, че Δm_t и a_t се описват с процесите

$$\Delta m_t = \rho_m \Delta m_{t-1} + \varepsilon_t^m, \quad \rho_m \in [0,1),\ \varepsilon_t^m \text{ – бял шум със средна 0,}$$
$$a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a, \quad \rho_a \in [0,1),\ \varepsilon_t^a \text{ – бял шум със средна 0.}$$

Въвеждане на парична политика (8)

Екзогенно зададено парично предлагане – шок в Δm_t



Въвеждане на парична политика (9)

Екзогенно зададено парично предлагане – шок в a_t