

Оценяване на варианти на неокейнсиански модели

Андрей Василев
avassilev@fmi.uni-sofia.bg

- Модели с ненаблюдаеми компоненти
- Елементи на бейсовото оценяване
- Оценяване на модели с ненаблюдаеми компоненти в Dynare

- Уравнение на наблюденията:

$$y_t = Z_t \alpha_t + \varepsilon_t,$$

където:

- y_t е p -мерен вектор с наблюдения
- α_t е m -мерен вектор на фазови променливи (състояния)
- Z_t е $p \times m$ матрица с коефициенти
- $\varepsilon_t \sim iid N(0, H_t)$ е p -мерен вектор с шокове

- Фазово уравнение (уравнение на състоянията):

$$\alpha_{t+1} = T_t \alpha_t + R_t \eta_t,$$

където:

- T_t е $m \times m$ преходна матрица
 - шокът $\eta_t \sim iid N(0, Q_t)$ е r -мерен ($r \leq m$)
 - матрицата R_t с размерност $m \times r$ се нарича селектираща матрица
- Ако няма специална информация за началните състояния, стандартно се приема, че

$$\alpha_1 \sim N(a_1, P_1)$$

Модели с ненаблюдаеми компоненти

- Нека означим наблюденията y_1, \dots, y_t с Y_t , като цялата извадка е p големина n
- Ако матриците Z_t , H_t , T_t и Q_t , и разпределението на α_1 са известни, то:
 - оценяването на състоянията α_t чрез Y_t се нарича *филтриране*
 - оценяването на състоянията α_t чрез пълната извадка Y_n се нарича *изглаждане*
 - когато Y_t се използва, за да опишем α_s , $s > t$, имаме *прогнозиране*
- Съществуват рекурсивни алгоритми като филтъра на Калман, които реализират горните операции

Модели с ненаблюдаеми компоненти

- От практическа гледна точка е много малко вероятно матриците в модела да са известни
- Техните коефициенти всъщност трябва да бъдат оценени
- В хода на прилагането на филтъра на Калман се получава функция на правдоподобие за модела, което позволява да се използват методи като този на максималното правдоподобие

- Дефинираме

$$a_{t|t} = E(\alpha_t | Y_t)$$

$$P_{t|t} = \text{Var}(\alpha_t | Y_t)$$

$$a_{t+1} = E(\alpha_{t+1} | Y_t)$$

$$P_{t+1} = \text{Var}(\alpha_{t+1} | Y_t)$$

$$v_t = y_t - Z_t a_t$$

Kalman filtering in the multivariate case

- Филтърът на Калман се задава от следните рекурсивни връзки:

(1)

$$a_{t|t} = a_t + P_t Z_t' F_t^{-1} v_t, \quad F_t = \text{Var}(v_t | Y_{t-1}) = Z_t P_t Z_t' + H_t$$

$$P_{t|t} = P_t - P_t Z_t' F_t^{-1} Z_t P_t$$

$$a_{t+1} = T_t a_t + K_t v_t, \quad K_t = T_t P_t Z_t' F_t^{-1}$$

$$P_{t+1} = T_t P_t (T_t - K_t Z_t)' + R_t Q_t R_t'$$

- Численото максимизиране на функция на правдоподобие може да срещне трудности:
 - Много локални максимуми или области с почти постоянни стойности
 - Чувствителност към началните условия на използвания метод за оптимизация
 - Нелогични или теоретично неиздържани оценки на параметрите
- Тези проблеми понякога могат да бъдат преодолені с използването на бейсови методи

- По-точно, бейсовите методи могат да са полезни при:
 - Малка извадка
 - Необходимост дадени параметри да бъдат ограничени
 - Налична допълнителна теоретична или емпирична информация

- Традиционният подход в статистиката приема параметрите на един модел за фиксирани, но неизвестни, а данните се приемат за случайни величини
- Бейсовият подход третира параметрите като случайни величини и провежда анализа за фиксиран набор от данни
- По този начин се отчита несигурността по отношение на параметрите
- Формално се работи с разпределението на параметрите ψ на модела, при зададени наблюдения Y_n .

- Ако пълният модел се формализира чрез съвместното разпределение на параметрите и данните, $p(\psi, Y_n)$, можем да използваме формулата на Бейс и да запишем условната плътност $p(\psi|Y_n)$ във вида:

$$(2) \quad p(\psi|Y_n) = \frac{p(\psi)p(Y_n|\psi)}{p(Y_n)}$$

- Плътността $p(\psi)$ се нарича *априорна плътност*
- Условната плътност $p(Y_n|\psi)$ е всъщност *функцията на правдоподобие*
- Условната плътност $p(\psi|Y_n)$, от която се интересуваме, се нарича *апостериорна плътност*

- Понеже маргиналната плътност $p(Y_n)$ е просто нормираща константа за фиксирани данни, често тя се изпуска и се работи с т.нар. ядро на апостериорната плътност $p(\psi)p(Y_n|\psi)$, като (2) се записва във вида:

$$(3) \quad p(\psi|Y_n) \propto p(\psi)p(Y_n|\psi)$$

- Априорната плътност $p(\psi)$ отчита информация за параметрите, която не е включена в наблюденията („какво знаем, преди да сме взели данните“) – теоретични съображения, експертни оценки, субективни преценки, резултати от предходни изследвания
- Функцията на правдоподобие се конструира по стандартен начин, като отчита вероятната форма на процеса, генериращ данните, доколкото е възможно

- Така апостериорната плътност комбинира информация от данните и такава, която не идва от наблюденията, което може да се интерпретира като:
 - 1 актуализиране на априорната информация с информация от данните
 - 2 допълване на информацията от наличния набор от наблюдения с информация от допълнителни източници
- С помощта на апостериорната плътност могат да се правят аналози на редица стандартни статистически процедури като конструиране на точкови оценки, доверителни интервали, проверка на хипотези и пр.
- Най-често апостериорните плътности не могат да се пресметнат аналитично и се приближават с помощта на подходящи симулации

- Декларира се кои са наблюдаемите променливи
- Задават се априорните плътности, ако се ползва бейсов метод
 - Ако се работи в класическа схема, тогава се задават начални условия за оптимизатора
- Задава се командата за оценяване със съответните параметри

Наблюдения

`varobs y infl u;`

- Те трябва да бъдат ендогенни за модела променливи
- В модела трябва да има поне толкова шокове, колкото и наблюдаеми променливи
- Разрешава се само един блок с декларации на наблюдаеми променливи за всеки `.mod` файл
- Данните могат да са записани в `.m`, `.mat`, `.csv` или `.xlsx/xls` формат

- Задават се в блок *estimated_params*
- В този блок може да се дава и информация за целите на стандартно оценяване с максимално правдоподобие
- Декларират се дисперсии на шоковете, корелации между шокове и свойства на параметри, които вече са били декларирани в блока *parameters*
- Има налични различни разпределения, напр. нормално, равномерно, бета, гама, и обратно гама разпределение, както и възможности някои разпределения да се параметризират по различен начин

Оценявани параметри

```
estimated_params;  
stderr e1, inv_gamma_pdf, 0.005 , inf;  
c1 , normal_pdf , 0.7 , 0.03;  
end;
```

- След като се укаже типът на разпределението се задават средната и стандартното отклонение
- Ако искаме да пропуснем някой параметър, това се указва с празна позиция, отделена със запетай, напр.

```
corr eps_1, eps_2, 0.5, , , beta_pdf, 0, 0.3, -1, 1;
```

Оценяване

`estimation(datafile = estdata, mh_replic=2000, mh_nblocks=2, filtered_vars, smoother, diffuse_filter)` у `z`;

- Използва файл *estdata* (в случая .m файл)
- Пуснати са две вериги със симулации, всяка с по 2000 итерации
- Да се оценят филтрирани и изгладени стойности
- Опцията *diffuse filter* се използва при нестационарни наблюдения
- Да се визуализират резултати за променливите *у* и *z*