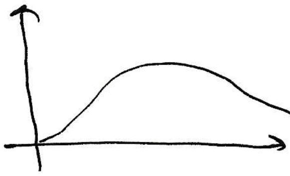
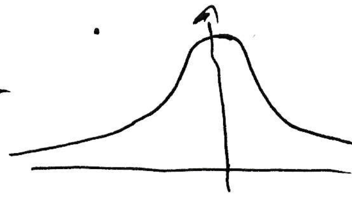
Справка

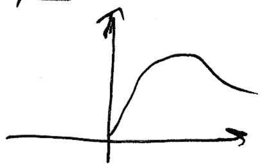
Опр Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_m$ – нез, $N_{0,1}$.
Тогда $\xi_1^2 + \ldots + \xi_m^2 \in \chi^2_m$



Опр Пусть $\xi_0, \xi_1, \ldots, \xi_m$ – нез, $N_{0,1}$
Тогда $$\frac{\xi_0}{\sqrt{\frac{\xi_1^2 + \ldots + \xi_m^2}{m}}} \in T_m$$



Опр Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_m, \eta_1, \ldots, \eta_k$ – нез, $N_{0,1}$
Тогда $$\frac{(\xi_1^2 + \ldots + \xi_m^2)/m}{(\eta_1^2 + \ldots + \eta_k^2)/k} \in F_{m;k}$$



Сл. Л.Ф (теор. Фишера) Пусть $\vec{X} \in N_{a,\sigma^2}$. Тогда

- $\bar{X}$ и S^2 – нез

I $$\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_i - a}{\sigma}\right)^2 = \frac{nS_1^2}{\sigma^2} \in \chi^2_n \quad (\text{для } \sigma^2, a \text{ – изв})$$

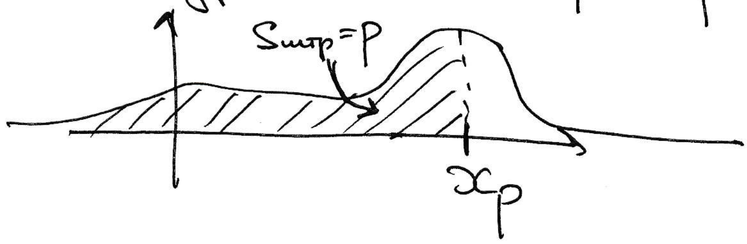
II $$\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma}\right)^2 = \frac{nS^2}{\sigma^2} \in \chi^2_{n-1} \quad (\text{для } \sigma^2, a \text{ – неизв})$$

III $$\sqrt{n}\left(\frac{\bar{X} - a}{\sigma}\right) \in N_{0,1} \quad (\text{для } a, \sigma^2 \text{ – изв})$$

IV $$\sqrt{n}\left(\frac{\bar{X} - a}{S_0}\right) \in T_{n-1} \quad (\text{для } a, \sigma^2 \text{ – неизв})$$

- $\chi^2_m \equiv \Gamma_{\frac{1}{2}, \frac{m}{2}}$; $T_m \Rightarrow N_{0,1}$; $T_1 \equiv C_{0,1}$

- Квантилью уровня p для абс. непр. распр. наз реш. ур-е $F(x_p) = p$.
Графически



Памятка-образец для оформления расчетн. задания

1. $\vec{X} \in N_{a,\sigma^2}$

а) I $\quad G(\vec{X}, a) = \sqrt{n}\,\dfrac{\overline{X}-a}{\sigma} \in N_{0,1}$

II $\quad t: \ \mathbb{P}\left(-t < \dfrac{\sqrt{n}(\overline{X}-a)}{\sigma} < t\right) = 1-\varepsilon$, т.е $t = \tau_{1-\varepsilon/2}$

III $\quad \mathbb{P}\left(\overline{X} - \tau_{1-\varepsilon/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{X} + \tau_{1-\varepsilon/2}\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\varepsilon$

Ответ: $\overline{X} = ?$ $\ t_{1-\varepsilon/2} = ?$ $\ \mathbb{P}(\ ? < a < ?\ ) = 1-\varepsilon$

б) I – III (выписать)

Ответ: $S_0^2 = ?$ $\ \mathbb{P}(\ ? < a < ?\ ) = 1-\varepsilon$

в) I – III (выписать)

Ответ: $S_1^2 = ?$ $\ h_{\varepsilon/2} - ?$ $\ h_{1-\varepsilon/2} - ?$ $\ \mathbb{P}(\ ? < \sigma^2 < ?\ ) = 1-\varepsilon$

г) I – III (выписать)

Ответ: $S_0^2 = ?$ $\ h_{\varepsilon/2} - ?$ $\ h_{1-\varepsilon/2} - ?$ $\ \mathbb{P}(\ ? < \sigma^2 < ?\ ) = 1-\varepsilon$

2. $X_1, \dots, X_{20} \in N_{a_1,\sigma_1^2}$, $Y_1, \dots, Y_{30} \in N_{a_2,\sigma_2^2}$

а) $H_0 = \{\sigma_1^2 = \sigma_2^2\}$ $\quad \delta = \begin{cases} 0, & d_F < f_{1-\varepsilon} \ (\text{или } f_{\varepsilon/2} < d_F < f_{1-\varepsilon/2}) \\ 1, & d_F \geq f_{1-\varepsilon} \ (\text{иначе}) \end{cases}$

$H_a = \{\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2\}$

$d_F = \dfrac{S_0^2(\vec{X})}{S_0^2(\vec{Y})} \left(= \dfrac{\text{бол.}}{\text{мен}}\right) = ?$ $\quad f_{1-\varepsilon} = ?$ (или $f_{\varepsilon/2}, f_{1-\varepsilon/2} = ?$)

Ответ: $S_0^2(\vec{X}) = ?$ $\ S_0^2(\vec{Y}) = ?$ $\ d_F = ?$ $\ f_{1-\varepsilon} = ?$

Вывод: принимается (или отверг.) основн. гипотеза о рав-ве дисп. на уровне ε

б) $H_0 = ?$ $\quad \delta = ?$

$H_a = ?$

Ответ: $\overline{X} = ?$ $\ \overline{Y} = ?$ $\ t_{1-\varepsilon/2} = ?$ $\ d_T = ?$

Вывод: — " —

Замеч. Значения квант. искать либо в табл., либо в эксель, но очень внимательно!

③ Гистограмма и график $F_n^*(t)$
(в какой-нибудь из программ (эксель), можно и от руки, но стараясь)

④ а) Крит. Колмогорова

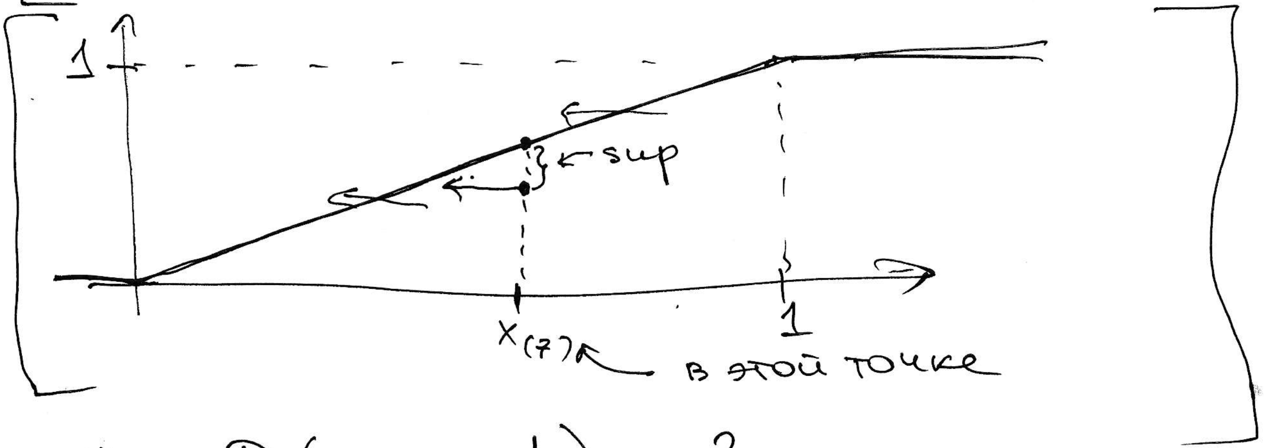
$H_0 = \{\vec{X} \in U_{0,1}\}$ $\quad \delta = \begin{cases} 0, & d_K < c_\varepsilon \\ 1, & d_K \geq c_\varepsilon \end{cases}$

$H_a = \overline{H_0}$

$d_K = \sqrt{n} \sup\limits_t |F_n^*(t) - F_0(t)| = ?$

$c_\varepsilon = k_{1-\varepsilon}$ ← квантиль расп. Колмогорова

[На графике $F_n^*(t)$ изобразить ф.р. $U_{0,1}$.
Отметить в какой точке достиг. $\sup|F_n^*(t) - F_0(t)|$
Отметить это расстояние на графике]



$\varepsilon^* = P(\eta \geq d) = ?$

Ответ: sup = ? в точке ? $\quad d_K = ?$ $\quad k_{1-\varepsilon} = ?$

Вывод: —— // ——

б) Критерий χ^2 Пирсона

$H_0 = ?$ $\quad \delta = ?$

$H_a = ?$

$d_{\chi^2} = ?$ $\quad h_{1-\varepsilon} = ?$

Ответ: —— // ——

Вывод: —— // ——