

$f = f(t(u(x))) \Rightarrow \bar{d}x$ $f(z) = \int_{2\pi}^{\pi} e^{-z^2}$ ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ $z^n + z^n = z^n$

Пример 1. Вычислить

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{x-1}$$

Решение. Заметим, что в точке x = 0 данное выражение принимает значение равное 0. При x = 0 здесь нет неопределенности, таким образом,

[\fs\ ≤\\!

$$\lim_{x\to 0} \frac{x}{x-1} = 0.$$
Пример 2. Вычислить

$$\lim_{x \to 1} \frac{x}{x-1}$$

 $\lim_{x \to 1} \frac{x}{x - 1}.$ $\lim_{x \to 1} \frac{x}{x - 1}$ $\lim_{x \to 1} \frac{x}{x - 1}$ Решение. Примем во внимание связь между бесконечно малой и Бесконечно большой функцией. Очевидно, что

$$\lim_{x \to 1} \frac{x}{x-1} = \infty.$$

新京·五dS = Ⅲ ▼ W

$$f(x) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$f = f(t(u(x))) \Rightarrow \overline{dx}$$

$$f(x) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$f(x) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Пример 3. Вычислить

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 1}{x^2} \cdot \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} e^{n-kt}$$

eⁱⁿ =

[\fs\≤\\1

Пример 3. Вычислить $\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$.

Решение. Очевидно, что мы имеем неопределенность $\frac{0}{0}$.

Решение. Очевидно, что мы имеем неопределенность
$$\frac{0}{0}$$
.

Разложим числитель и знаменатель на множители:
$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x+1}{x+1}=\frac{3}{2}.$$

$$f(x) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$f = f(t(u(x))) \Rightarrow \delta x$$

$$f(x) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$f(x) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$e^{i\pi} = -1$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^3 + x^2}{x^3 + x^2 + x} \cdot \dots$$

Pewerue
$$g \setminus \{ \|f\|_2 + \|g\|_q \}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^3 + x^2}{x^3 + x^2 + x} = \lim_{x \to 0} \frac{x^2(x+1)}{x(x^2 + x + 1)} = \lim_{x \to 0} \frac{x(x+1)}{x^2 + x + 1} = 0.01$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^3 + x^2}{x^3 + x^2 + x} = \lim_{x \to 0} \frac{x^2(x+1)}{x(x^2 + x + 1)} = \lim_{x \to 0} \frac{x(x+1)}{x^2 + x + 1} = 0.01$$

$$\frac{a}{-i}$$

$$\frac{1}{a + a + a + a}$$

$$f(z) = \sqrt{2\pi} e^{-\frac{z^2}{a}}$$

$$x^n + y^n = x^n$$

f (8)

[\fs\ ≤\\!

$$Ipumep 5. Вычислить
$$\lim_{x \to 1} \frac{x\sqrt{x-x}}{x-1}$$$$

лить
$$\lim_{x \to 1} \frac{x\sqrt{x} - x}{x - 1}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{x\sqrt{x} - x}{x - 1}$$

Pewerue
$$\lim_{x \to 1} \frac{x \sqrt{x} - x}{x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{x \sqrt{x} - x}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \lim_{x \to 1} \frac{x}{\sqrt{x} + 1 - 2}.$$

$$\int_{x \to 1} \frac{f(x)}{x} dx = \int_{x \to 1} \frac{f(x)}{\sqrt{x} + 1} dx = \int_{x \to 1} \frac{f(x)$$

$$x \to 1 \quad (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1) = x \to 1 \quad (\sqrt{x} + 1) = 2$$

$$f(t) = f(t) = f(t) = \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$f(z) = \sqrt{2\pi}$$

$$\lim_{z \to z} \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$||\nabla F||^{2\pi}$$

eⁱⁿ =

[\fg\ ≤\\1

$$f = f(t(u(x))) \Rightarrow dx$$

$$f = f(t(u(x))) \Rightarrow dx$$

$$f(x) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$f(x) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Пример 6. Вычислить
$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+}{x}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x}{x} + \frac{1}{x} \cdot \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} p^{n-k} t^{k}$$

$$p(x = x) = \binom{n}{x} p^{n} (1-p)^{n-x}$$

Решение.

Pewenue.

$$\begin{aligned}
& x \xrightarrow{x} & x \\
& y = x \\
& y =$$

$$x \to \infty \qquad x \qquad x \to \infty \qquad x \qquad x \to \infty \qquad x \to$$

$$f(z) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{z^2}{2}}$$

e^{iπ} ≈

[\fs\≤\!!

$$f(x) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$f = f(t(u(x))) \Rightarrow \overline{dx}$$

$$f = f(t(u(x))) \Rightarrow \overline{dx}$$

$$x^n + y^n = x^n$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^5 + 2x^4 - x^3 + 2}{2x^5 - x^4 + x - 1}.$$

Пример 7. Вычислить
$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^5+2x^4-x^3+2}{2x^5-x^4+x-1}.$$
 Решение.
$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^5+2x^4-x^3+2}{2x^5-x^4+x-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^5\left(1+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x^5}\right)}{x^5\left(2-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^4}-\frac{1}{x^5}\right)}=\frac{1}{2}.$$
 Замечание

Поведение многочлена на бесконечности определяется поведением его старшей степени. Поэтому при решении данного примера можно было числитель и знаменатель заменить на эквивалентные им старшие степени, т.е.

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^5 + 2x^4 - x^3 + 2}{2x^5 - x^4 + x - 1} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^5}{2x^5} = \frac{1}{2}.$$

 $f = f(t(u(x))) \Rightarrow \overline{dx}$ 2n+3n=2nПример 8. Вычислить

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt[4]{x^3 + x + 1} - \sqrt[3]{x - 1}}{\sqrt[3]{x^2 + x - 1}}.$$

Решение. Заменяя многочлены, стоящие под корнем, на эквивалентные им curl F = 0 => \$ F.dF = 0 старшие степени, получим

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt[4]{x^3 + x + 1} - \sqrt[3]{x - 1}}{\sqrt[3]{x^2 + x + 1}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^{\frac{3}{4}} - x^{\frac{1}{3}}}{\frac{2}{x^{\frac{3}{3}}}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^{\frac{3}{4}}}{\frac{2}{x^{\frac{3}{3}}}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^{\frac{12}{12}}}{x^{\frac{3}{3}}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^{\frac{12}{12}}}{x^{\frac{12}{3}}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^{\frac{12}{3}}}{x^{\frac{12}{3}}} = \lim_{x$$

HF TAS = IIIVEW

 $\nabla = \frac{n}{2} + y^n = 2^n$ $= \frac{n}{2} \left(\frac{n}{2} \right) a^{n-k} b^k$

ein =

[\fs\ ≤\\!

 $f = f(t(u(x))) \Rightarrow \bar{d}x$ $x^n + y^n = z^n$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}.$$

 $x \to 0 \sin 5x$ Решение. Принимая во внимание первый замечательный предел

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1,$$

[\fs\ ≤\\!

ein =

запишем данный предел так:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x} = \lim_{x \to 0} \frac{3x \cdot \sin 3x}{5x \cdot \sin 5x} = \lim_{x \to 0} \frac{3x}{5x} = \frac{3}{5}.$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x} = \lim_{x \to 0} \frac{3x}{5x \cdot \sin 5x} = \lim_{x \to 0} \frac{3x}{5x} = \frac{3}{5}.$$

MF. HAS = MIVEW

Пример 10. Вычислить
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$$

[\fg\ ≤\\!

Решение.

Решение.
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} = \lim_{x \to 0} \frac{\sin^2 x}{2\sin^2 \frac{x}{2}} = \lim_{x \to 0} \frac{\left(2\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2}\right)^2}{2\sin^2 \frac{x}{2}} = \lim_{x \to 0} \frac{4\sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}}{2\sin^2 \frac{x}{2}} = 2$$

При ремение.

При вычислении данного предела мы учли, что $\cos 0 = 1$.

$$=\frac{\partial f}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial u}$$

$$=\frac{\partial f}{\partial t}\frac{\partial u}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial u}$$

 $f(t)^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{10\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}$ $f = f(t(u(x))) \Rightarrow \bar{d}x$ $2n+3^n=2^n$

Пример 11. Вычислить
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+1}{x+2} \right)^x$$

ein =

[\fs\≤\\]

Решение. Заметим, что мы имеем неопределенность 1^{∞} . Примем во внимание второй замечательный предел

$$\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e.$$
 Тогда данное выражение можно преобразовать так:

$$\frac{\partial}{1-r}$$

$$= \frac{\partial f}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\partial^2}{\partial x}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+1}{x+2} \right)^{x} = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+2-1}{x+2} \right)^{-(x+2)} = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+$$

Величина в квадратной скобке в силу второго замечательного предела стремится к \boldsymbol{e} .

|| F. EdS = || VEW - (1) an-166"

$$f(x) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Вычисление пределов вида $\lim_{x \to a} (f(x))^{g(x)}, \quad g(x) \to \infty$ при $x \to a$.

Сначала представим функцию f(x) в виде суммы единицы и бесконечно малой величины

$$\alpha(x) = f(x) - 1$$
 \\ $f(x) = 1 + (f(x) - 1).$ Преобразуем показатель степени

$$g(x)=rac{1}{lpha(x)}g(x)lpha(x).$$
 Учитывая, что при $x o a$
$$(1+lpha(x))^{rac{1}{lpha(x)}} o e$$
 получим

$$(1+\alpha(x))^{\frac{1}{\alpha(x)}}\to e^{-\frac{1}{\alpha(x)}}$$

$$\lim_{x \to a} (f(x))^{g(x)} = \lim_{x \to a} \left((1 + \alpha(x))^{\frac{1}{\alpha(x)}} \right)^{g(x)\alpha(x)} = e^{\lim_{x \to a} g(x)\alpha(x)}$$

$$f(x) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$f = f(f(u(x))) \Rightarrow dx$$

$$f(x) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$f(x) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$f(x) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Еще один способ вычисления пределов вида

ин способ вычисления пределов вида
$$\lim_{x\to a}(1+\alpha(x))^{\frac{1}{\beta(x)}},$$

где $\alpha(x)$, $\beta(x)$ бесконечно малые функции при $x \to a$, основывается на использовании тождества

$$a^b = \exp(b \ln a)$$
.

e^{in z}

| \fs\ \le \\!

При этом

$$\lim_{x \to a} (1 + \alpha(x))^{\frac{1}{\beta(x)}} = \lim_{x \to a} e^{\frac{\ln(1 + \alpha(x))}{\beta(x)}} =$$

а использовании тождества
$$a^b = \exp(b \ln a).$$
 При этом
$$\lim_{x \to a} (1 + \alpha(x))^{\frac{1}{\beta(x)}} = \lim_{x \to a} e^{\frac{\ln(1 + \alpha(x))}{\beta(x)}} = \lim_{x \to a} e^{\frac{\ln(1 + \alpha(x))}{\beta(x)}} = \exp\left(\lim_{x \to a} \frac{\ln(1 + \alpha(x))}{\beta(x)}\right).$$

Сравнение бесконечно малых функций

Рассмотрим в точке x_0 бесконечно малые функции a(x) и $\beta(x)$.

 $f = f(t(u(x))) \Rightarrow \bar{d}x$

| \fg\ \le \|!

 $\alpha(x)$ есть бесконечно малая более высокого порядка малости, чем $\beta(x)$, если чем $\beta(x)$, если $\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 0.$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 0.$$

При этом пишут $\alpha(x) = o(\beta(x))$.

Соответственно, $\beta(x)$ есть бесконечно малая более низкого порядка f = f(t(u(x))).малости, чем $\alpha(x)$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\beta(x)}{\alpha(x)} = \infty.$$

MF. TAS = MVEW

$$f(x) = \sqrt{2\pi} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$f(x) = \sqrt{2\pi} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$g^n + g^n = g^n$$

$$g^n + g^n$$

$$g^n + g^n = g^n$$

$$g^n + g^n$$

$$g^n$$

Определение 4.5. Бесконечно малые a(x) и $\beta(x)$ имеют одинаковый порядок малости, если $|fg| \leq |f| + |g|$

лые
$$a(x)$$
 и $\beta(x)$ имеют одинаковый поряд $\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = k,$ ечное число, $k \neq 0$.

где k — конечное число, $k \neq 0$.

При этом пишут $\alpha(x) = O(\beta(x))$.

$$= \frac{\partial f}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x}$$

 $x^n + y^n = x^n$ $x^n + y^n = x^n$ $x^n + y^n = x^n$ $x^n + y^n = x^n$ $f(z) = \sqrt{2\pi}$ MF. HAS = MVEW

$$f = f(t) = \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial t}$$

$$f = f(t) \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t}$$

$$f = f(t) \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial$$

eⁱⁿ =

f (8)

[\fs\≤\\!

$$f(x) = \sqrt{2\pi}$$

$$f(x$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1$$
При этом пишут $a(x) \approx \beta(x)$.

При этом пишут
$$a(x) \sim \beta(x)$$
.

$$\frac{x^n + y^n = x^n}{x^n + y^n = x^n}$$

f (8)

[\fs\ ≤\\1

 $f = f(t(u(x))) \Rightarrow \overline{dx}$ Теорема 4.12.

 $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$ Произведение двух бесконечно малых функций есть бесконечно малая более высокого порядка малости, чем каждый из сомножителей.

|\fg\ ≤\\!

Доказательство. Пусть
$$\alpha(x) \to 0$$
 , $\beta(x) \to 0$, тогда $x \to x_0$

Пусть
$$\alpha(x) \to 0$$
 , $\beta(x) \to 0$, тогда
$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x) \cdot \beta(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \alpha(x) = 0; \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x) \cdot \beta(x)}{\alpha(x)} = \lim_{x \to x_0} \beta(x) = 0.$$

 $f = f(t(u(x))) \Rightarrow \bar{d}x$ $2c^n+3l^n=2^n$ Теорема 4.13.

 $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k}b$ Для того, чтобы бесконечно малые a(x) и $\beta(x)$ были эквивалентны,

необходимо и достаточно, чтобы их разность была бесконечно малой

ein =

 $||fg|| \leq ||f||$

более высокого порядка малости, чем каждая из них.

 $f(a) = f(t(u(x))) \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x}$ MF. TOS = IIIV

$$f(x) = \sqrt{2\pi}$$

$$f(x$$

оказательство. Пусть
$$a(x) \sim \beta(x)$$
, тогда $a(x) - \beta(x) = 1 - \lim_{x \to 0} \frac{\beta(x)}{x} = 1 - 1 = 0$.

Доказательство.

Необходимость.

Пусть
$$a(x) \sim \beta(x)$$
, тогда

$$\lim_{x \to x_0} \left[\frac{\alpha(x) - \beta(x)}{\alpha(x)} \right] = 1 - \lim_{x \to x_0} \frac{\beta(x)}{\alpha(x)} = 1 - 1 = 0.$$

$$\lim_{x \to x_0} \left[\frac{\beta(x) - \beta(x)}{\alpha(x)} \right] = 1 - \lim_{x \to x_0} \frac{\beta(x)}{\alpha(x)} = 1 - 1 = 0.$$

$$\lim_{x \to x_0} \left[\frac{\beta(x) - \beta(x)}{\alpha(x)} \right] = \lim_{x \to x_0} \frac{\beta(x)}{\alpha(x)} = \lim_{$$

f (2)

[\fs\ \le \\]

$$f(z) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{z^2}{2}}$$

$$z^n +$$

 $f = f(t(u(x))) \Rightarrow \bar{d}x$ $x^n + y^n = z^n$

Достаточность.

[\fg\≤\!! Пусть разность $\alpha(x)$ - $\beta(x)$ есть бесконечно малая более высокого порядка малости, чем $\alpha(x)$, т.е.

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x) - \beta(x)}{\alpha(x)} = 0$$

тогда

Пусть разность
$$\alpha(x)$$
 - $\beta(x)$ есть бесконечно малая более высокого порядка налости, чем $\alpha(x)$, т.е.
$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x) - \beta(x)}{\alpha(x)} = 0$$
 огда
$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x) - \beta(x)}{\alpha(x)} = 1 - \lim_{x \to x_0} \frac{\beta(x)}{\alpha(x)} = 0 \Rightarrow \frac{\beta(x)}{\alpha(x)} \to 1$$
 Аналогично:
$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1$$

MF Tas = MVEW

n (n) an-hbh

ein =

$$f(x) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$f(x) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$f(x) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$f(x) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Теорема 4.14. (Принцип замены на эквивалентную).

Георема 4.14. (Принцип замены на эквивалентную).
Если в точке
$$x_0$$
 $\mathbf{a}(x) \sim \mathbf{a}_1(x), \, \beta(x) \sim \beta_1(x), \, \mathrm{то}$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta_1(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta_1(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$$

$$f(z) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{z^2}{2}}$$

$$av = x^n + y^n = x^n$$

$$= x^n + y^n = x^n$$

ein =

f (8)

[\fs\ ≤\\!

 $f = f(t(u(x))) \Rightarrow \bar{d}x$ $x^n + y^n = z^n$

Доказательство По условию теоремы, $\lim_{x\to x_0} \frac{\alpha(x)}{\alpha_1(x)} = \lim_{x\to x_0} \frac{\beta(x)}{\beta_1(x)} = 1$ следовательно,

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \left[\frac{\alpha(x)}{\alpha_1(x)} \cdot \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)} \cdot \frac{\beta_1(x)}{\beta(x)} \right] = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\alpha_1(x)} \cdot \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)} \cdot \lim_{x \to x_0} \frac{\beta_1(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\alpha_1(x)} \cdot \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)} \cdot \lim_{x \to x_0} \frac{\beta_1(x)}{\beta_1(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\alpha_1(x)} \cdot \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)} \cdot \lim_{x \to x_0} \frac{\beta_1(x)}{\beta_1(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\alpha_1(x)} \cdot \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)} \cdot \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)} \cdot \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\alpha_1(x)} \cdot \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)} \cdot \lim_$$

e^{in z}

[\fs\ ≤\\!

$$= \lim_{x \to x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)}$$

 $=\lim_{x o x_0} rac{lpha_1(x)}{eta_1(x)}$ Мы доказали ранее замечательный предел $\lim_{x o 0} rac{\sin x}{x} = 1$

Отсюда можно сделать вывод, что $\sin x \sim x$ в точке $x_0 = 0$.

MF. Ids = MVEW

The (The) an-table

$$f(x) = \sqrt{2\pi} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$f = f(t(u(x))) \Rightarrow \lambda x$$

$$f(x) = \sqrt{2\pi} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$x^n + y^n = z^n$$

1.
$$\sin x \sim x$$
 при $x \to 0$;

2.
$$\operatorname{tg} x \sim x \ (x \to 0);$$

3.
$$\arcsin x \sim x \ (x \to 0);$$

4.
$$\arctan x \sim x \ (x \to 0);$$

5.
$$1 - \cos x \sim \frac{x^2}{2} \ (x \to 0);$$

6.
$$e^x - 1 \sim x \ (x \to 0);$$

7.
$$a^x - 1 \sim x \cdot \ln a \ (x \to 0)$$
;

8.
$$\ln(1+x) \sim x \ (x \to 0)$$

8.
$$\ln(1+x) \sim x \ (x \to 0);$$

9. $\log_a(1+x) \sim x \cdot \log_a e \ (x \to 0);$

10.
$$(1+x)^k - 1 \sim k \cdot x, \ k > 0 \ (x \to 0)$$
 (х)

в частности, $\sqrt{1+x} - 1 \sim \frac{x}{2}$.

|\f9\ \le \|!

$$f(z) = \sqrt{2\pi}$$

$$x^n + y^n = x^n$$

$$f(x) = \sqrt{2\pi}$$

$$f(x$$