

# Versuchsprotokoll

## AKUSTIK

Schallgeschwindigkeit in Festkörpern  
und die Physik der Gitarre

*Simon Schwarz und Marius Ising*

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Schallgeschwindigkeit in Festkörpern</b>	<b>3</b>
1.1. Versuchsbeschreibung . . . . .	3
1.2. Versuchsaufbau . . . . .	3
1.3. Versuchsdurchführung . . . . .	5
1.4. Versuchsauswertung . . . . .	5
1.5. Fazit . . . . .	8
<b>2. Physik der Gitarre</b>	<b>9</b>
2.1. Vorwort . . . . .	9
2.2. Versuchsaufbau . . . . .	10
2.3. Messung der Schwebung . . . . .	10
2.3.1. Versuchsdurchführung . . . . .	10
2.3.2. Versuchsauswertung . . . . .	11
2.3.3. Fazit . . . . .	17
2.4. Aufnahme eines Frequenzspektrums . . . . .	17
2.4.1. Versuchsdurchführung . . . . .	17
2.4.2. Versuchsauswertung . . . . .	17
<b>A. Ergebnisse der Peakfinder-Methode</b>	<b>20</b>

# 1. Schallgeschwindigkeit in Festkörpern

## 1.1. Versuchsbeschreibung

Das Ziel des folgenden Versuchs ist die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit und des Elastizitätsmoduls von vier verschiedenen Metallen. Das Elastizitätsmodul

$$E = \frac{F/A}{\Delta L/L}$$

ist eine Materialkonstante und gibt die relative Längenausdehnung in Abhängigkeit von der angreifenden Zugspannung an. Eine Messung ist über die Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$v_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

möglich, wobei  $\rho$  die Dichte des Materials bezeichnet. Die dynamische Bestimmung von  $E$  durch das direkte Messen der Längenausdehnung ist bei Metallstäben nicht praktikabel, da für Metalle  $E$  in der Größenordnung  $10^{11} N/m^2$  liegt. Der Metallstab hat als Zylinder mit Länge  $L$ , Durchmesser  $D$  und Masse  $M$  die Dichte

$$\rho = \frac{4M}{\pi L D^2}, \quad (1)$$

so dass sich mit

$$v_l = 2L f_0 \quad (2)$$

das Elastizitätsmodul

$$E = 16 f_0^2 L M \frac{1}{\pi D^2} \quad (3)$$

ergibt. Dabei ist  $f_0$  die Grundfrequenz der longitudinalen Schallwelle, die neben den Größen  $L$ ,  $D$  und  $M$  experimentell bestimmt werden soll.

## 1.2. Versuchsaufbau

Folgende Geräte werden für den Versuch benötigt: Zwei Tischklemmen, eine Kreuzmuffe, eine Metallstange  $\sim 20$  cm, ein Metallstift, ein Metallstift, ein Sensor-Cassy mit Laptop, ein Mikrofon, ein Gummihammer, eine Waage, ein Bandmaß, eine Mikrometerschraube und vier Metallstangen  $\sim 130$  cm (Kupfer, Stahl, Aluminium und Messing).

Eine große, zu untersuchende Metallstange wird mit Hilfe einer Tischklemme, der kleinen Metallstange und der Kreuzmuffe horizontal am Tisch befestigt. Dabei muss die Stange mittig an zwei Punkten eingespannt werden, damit die Schwingung nicht beeinträchtigt wird. Dies ist in Abbildung 2 dargestellt. In kleinem Abstand zu einem Ende der großen Metallstange wird das Mikrofon platziert, das den Schalldruck und somit die Schallwellen misst. Das Mikrofon ist am Sensor-Cassy angeschlossen. Am anderen Ende kann die Stange durch einen Schlag mit dem Gummihammer in Schwingung versetzt werden.

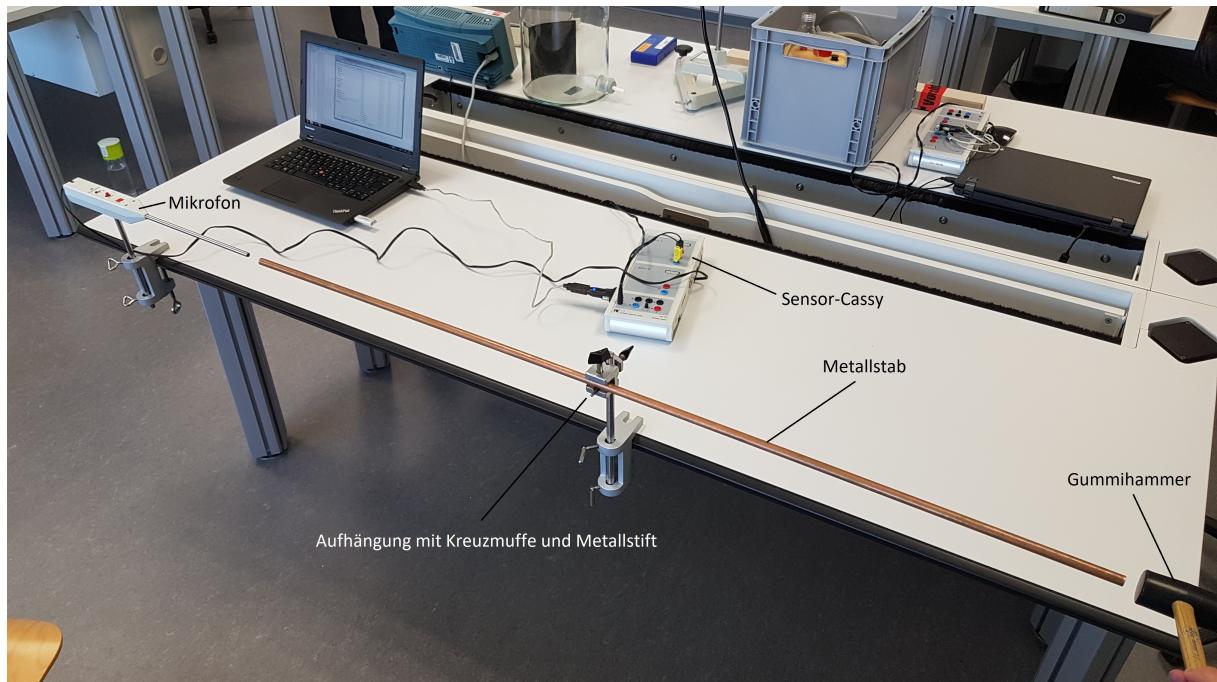


Abbildung 1: Versuchsaufbau

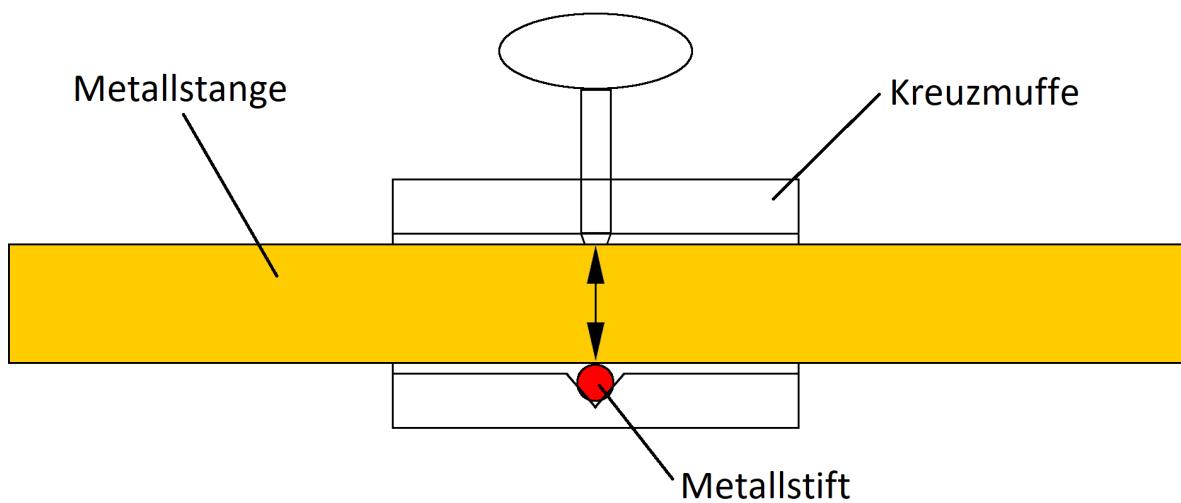


Abbildung 2: Aufhängung der Metallstange an zwei Punkten mit der Kreuzmuffe und einem Metallstift

### 1.3. Versuchsdurchführung

Die Stäbe werden nacheinander ausgemessen und in die Versuchsvorrichtung eingespannt. Für die Länge wird das Maßband verwendet und für die Masse die Waage. Um den Durchmesser zu bestimmen, wird mit einer Mikrometerschraube an verschiedenen Stellen mit verschiedenen Orientierungen gemessen, da der Durchmesser variieren und eine Elliptizität nicht ausgeschlossen werden kann. Ist der Stab eingespannt und das Mikrofon eingeschaltet und ausgerichtet, kann der Stab durch einen Schlag mit dem Gummihammer in Schwingung versetzt werden. Der Schlag sollte möglichst gerade auf das Ende der Stange erfolgen, um transversale Schwingungen des Stabes zu vermeiden. Für jeden Stab wird die Messung fünfach durchgeführt. Bei den vorliegenden Messungen für die Stäbe 5 (Kupfer), 6 (Messing) und 9 (Aluminium) hatte das Sensors-Cassy die Messparameter:

- Messbereich:  $-3$  bis  $3\text{ V}$
- Intervall:  $100\text{ }\mu\text{s}$
- Messungen: 16000
- Messzeit:  $1.6\text{ s}$

Da die gemessene Schwingung des Stahlstabes deutlich schneller abgeklungen ist als die der anderen Stäbe, wurden für die Messungen bei Stab 11 (Stahl) die Messparameter

- Messbereich:  $-3$  bis  $3\text{ V}$
- Intervall:  $50\text{ }\mu\text{s}$
- Messungen: 16000
- Messzeit:  $0.8\text{ s}$

verwendet.

### 1.4. Versuchsauswertung

Für die Messungen der Längen und Massen ergaben sich folgende Werte:

Stabnummer	Material	$L$ [cm]	$M$ [g]	$\bar{D}$ [mm]
5	Kupfer	$129.90 \pm 0.07$	$1295.00 \pm 0.03$	$11.991 \pm 0.081$
6	Messing	$130.00 \pm 0.07$	$1237.20 \pm 0.03$	$11.978 \pm 0.005$
9	Aluminium	$129.90 \pm 0.07$	$407.30 \pm 0.03$	$11.944 \pm 0.031$
11	Stahl	$130.10 \pm 0.07$	$1157.60 \pm 0.03$	$11.989 \pm 0.045$

Als Fehler in  $\bar{D}$  wurde die Wurzel der empirischen Varianz und nicht die Standardabweichung des arithmetischen Mittels genommen, weil diese den Unebenheiten des Stabes nicht gerecht wird. In Abbildung 3 ist eine Messung des für den Kupferstab abgebildet.

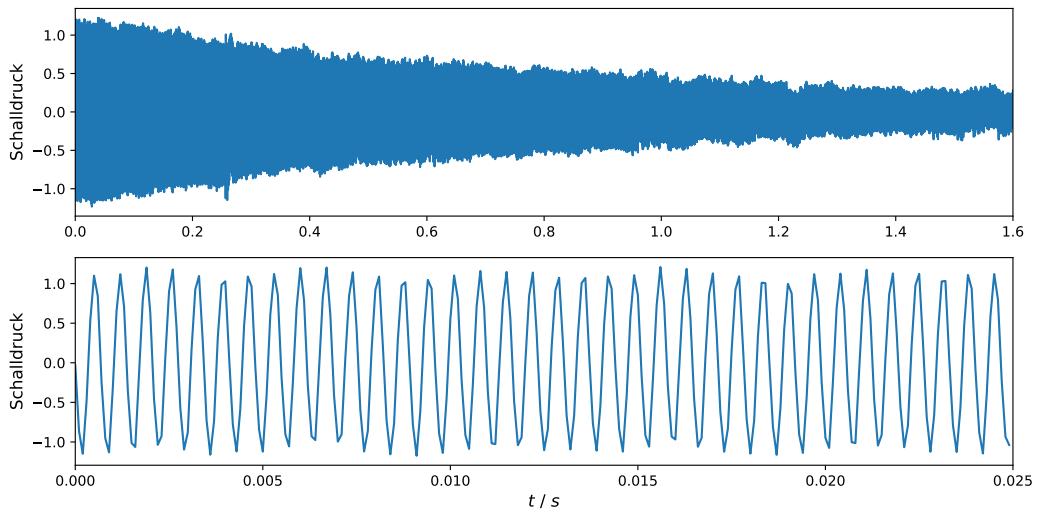


Abbildung 3: Visualisierung der Rohdaten aus der ersten Messung für Stab 5 (“Nr5\_1.lab”) mit zwei verschiedenen Zeitskalen.

Die Bestimmung von  $f_0$  erfolgt mit Hilfe der Frequenzspektren, die durch eine FFT aus den Rohdaten berechnet wird. Das Spektrum für die Schwingung aus Abbildung 3 ist beispielhaft in Abbildung 4 dargestellt. Man sieht deutlich die Grundschwingung bei circa 1500Hz.

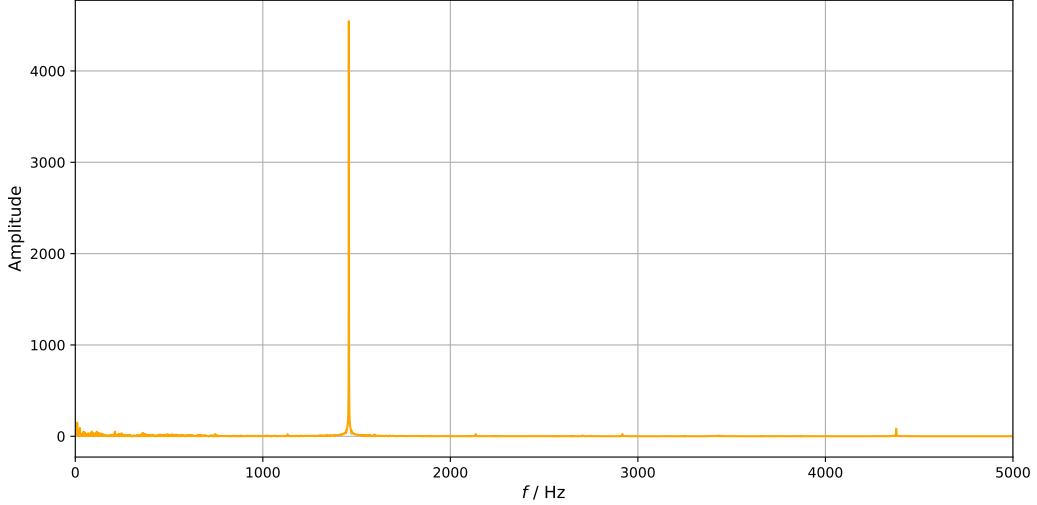


Abbildung 4: Visualisierung des Spektrums der ersten Messung für Stab 5 (“Nr5\_1.lab”) berechnet mittels FFT.

Um  $f_0$  möglichst exakt aus diesem Spektrum ablesen zu können, wird die Peakfinder-Methode aus dem Praktikumspaket verwendet. Für das Spektrum in Abbildung 4 ist dies in Abbildung 5 visualisiert. Im Anhang A finden sich für alle Messungen entsprechende Plots. Als Fehler, der durch das Ablesen, durch die FFT und durch Messunsicherheiten verursacht wird, wird  $\sigma_f = 0.5 \text{ Hz}$  verwendet.

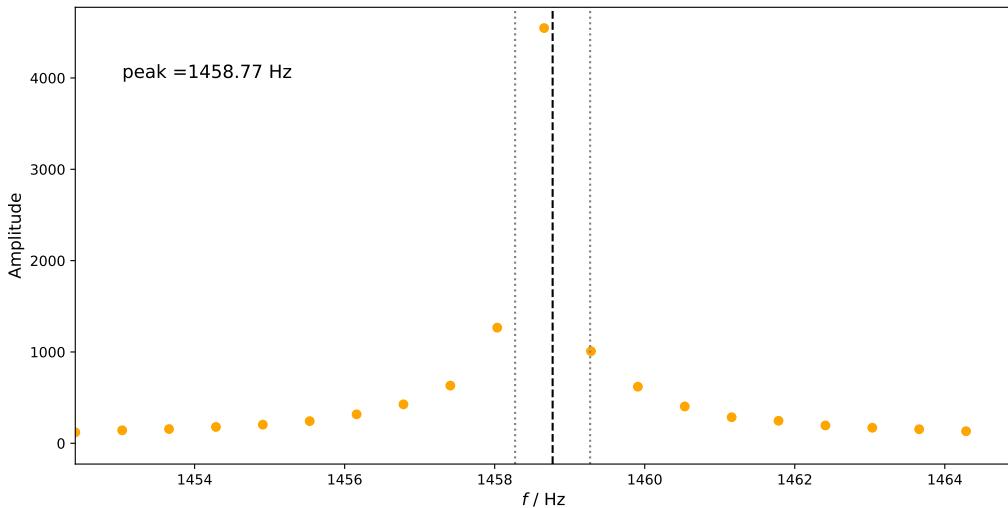


Abbildung 5: Eingezeichnetes Ergebnis der Peakfinder-Methode (in schwarz) mit  $\pm 0.5 \text{ Hz}$  (in grau) für das Spektrum der ersten Messung, Stab 5 (“Nr5\_1.lab”).

Die angegebenen Werte für  $f_0$  sind die Mittelwerte aus allen 5 Messungen. Da die Standardabweichungen der Messungen übereinstimmen, entspricht das arithmetische Mittel dem gewichteten Mittel. Als Fehler der Mittelwerte wird der innere Fehler

$$\sigma_{f_0} = \frac{\sigma_f}{\sqrt{5}} = 0.224 \text{ Hz}$$

gewählt, da dieser größer ist als der äußere. Es ergeben sich die Grundfrequenzen:

Stabnummer	Material	$f_0 [\text{Hz}]$
5	Kupfer	$1458.810 \pm 0.224$
6	Messing	$1348.122 \pm 0.224$
9	Aluminium	$1966.334 \pm 0.224$
11	Stahl	$1883.954 \pm 0.224$

Zusammen mit den ermittelten Werten von  $M$ ,  $L$  und  $\bar{D}$  lässt sich mit den Gleichungen 1, 2 und 3 die Dichte  $\rho$ , die (longitudinale) Schallgeschwindigkeit  $v_l$  und das Elastizitätsmodul  $E$  berechnen:

Stabnummer	Material	$\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	$v_l$ [m/s]	$E$ [N/m <sup>2</sup> ]
5	Kupfer	$8.828 \pm 0.118$	$3789.99 \pm 2.10$	$(1.288 \pm 0.017) \cdot 10^{11}$
6	Messing	$8.446 \pm 0.007$	$3505.12 \pm 1.95$	$(1.038 \pm 0.001) \cdot 10^{11}$
9	Aluminium	$2.798 \pm 0.015$	$5108.54 \pm 2.78$	$(0.730 \pm 0.004) \cdot 10^{11}$
11	Stahl	$7.882 \pm 0.059$	$4902.05 \pm 2.66$	$(1.894 \pm 0.015) \cdot 10^{11}$

Die Fehler wurden hierbei mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet.

## 1.5. Fazit

Im Internet findet man zu den verschiedenen Materialien sehr verschiedene Literaturwerte. So sind Stahl (als Eisen-Kohlenstoff-Legierung) und Messing (als Kupferlegierung) keine eindeutig bestimmten Werkstoffe. Eine Auswahl:

Material	$\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	$v_l$ [m/s]	$E$ [N/m <sup>2</sup> ]
Kupfer	8.93	3800	$1.37 \cdot 10^{11}$
Messing	8.60	3500	$1.03 \cdot 10^{11}$
Aluminium	2.70	5110	$0.722 \cdot 10^{11}$
Stahl	7.8 – 8	5100	$2 – 2.2 \cdot 10^{11}$

Die Literaturwerte von  $v_l$  stammen von einer Internetseite des Cassy Herstellers LD Didactic.<sup>1</sup>  $\rho_{Cu}$ ,  $\rho_{Al}$ ,  $E_{Cu}$  und  $E_{Al}$  stammen aus dem Experimentalphysik-Lehrbuch *Gerthsen Physik*.<sup>2</sup> Die Werte von Messing und Stahl sind dem Buch *Physik - Formeln und Gesetze* von Horst Kuchling entnommen.<sup>3</sup> Da wir die genaue Materialzusammensetzung der im Versuch verwendeten Stäbe nicht kennen, ist es nur möglich die Größenordnungen zu vergleichen. Diese stimmen für Kupfer, Messing und Aluminium überein. Dafür weichen die Werte von Stab 11 (Stahl) teils deutlich von den Literaturwerten ab. Das liegt an den verschiedenen Stahlsorten, die für die Messungen verwendet wurden, und an Fehlerquellen wie Beschädigungen, Verunreinigungen und Oxidation am Stab.

<sup>1</sup><https://www.ld-didactic.de/software/524221de/Content/ExperimentExamples/Physics/Mechanics/VelocitySoundSolids.htm>

<sup>2</sup>Dieter Meschede: *Gerthsen Physik*, 25. Auflage, Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2015

<sup>3</sup>Horst Kuchling: *Physik- Formeln und Gesetze*, 17. Auflage, VEB Fachbuchverlag Leipzig, 1982

## 2. Physik der Gitarre

### 2.1. Vorwort

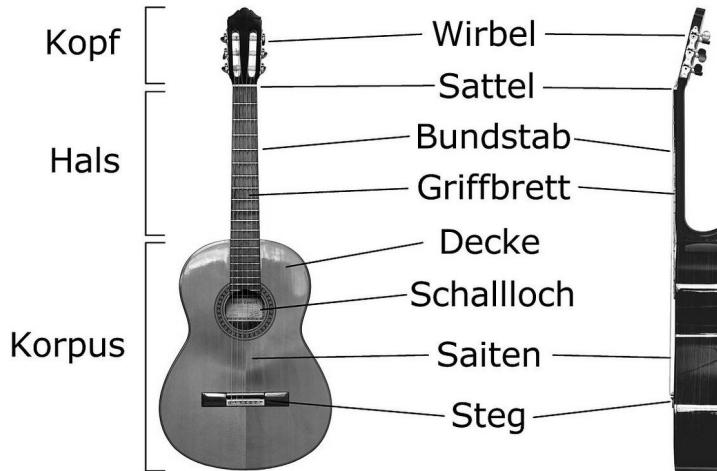


Abbildung 6: Aufbau einer Konzertgitarre

Am Griffbrett der Gitarre mit den Bundstäbchen kann man Töne abgreifen. Der Abstand zwischen zwei Bundstäbchen ist dabei ein Halbtoneinschritt. Dadurch können identische Töne auf verschiedenen Saiten gespielt werden.

Saite	1	2	3	4	5	6
Note	e'	b	g	d	A	E
Frequenz / Hz	329.63	246.94	196.00	146.83	110.00	82.41

Tabelle 1: Frequenzen der Leersaiten

Durch die Überlagerung zweier Schwingungen ähnlicher Frequenz kommt es zu Schwebungseffekten. Dabei ändert sich die Amplitude der resultierenden Schwingung periodisch. Für zwei Schwingungen gleicher Amplitude gilt folgendes Additionstheorem

$$\sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t) = 2 \sin\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t\right) \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right)$$

Es ergibt sich eine Schwebungsfrequenz  $\omega_S$  und eine resultierende Frequenz  $\omega_R$  gemäß

$$\omega_S = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \quad \text{und} \quad \omega_R = \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}.$$

Dieses Phänomen wird im ersten Teilexperiment untersucht. Beim Anschlagen einer Gitarrensaite breiten sich Transversalwellen in beide Richtungen aus und werden an Steg und Sattel reflektiert. Dadurch bilden sich stehende Wellen auf der Saite aus.

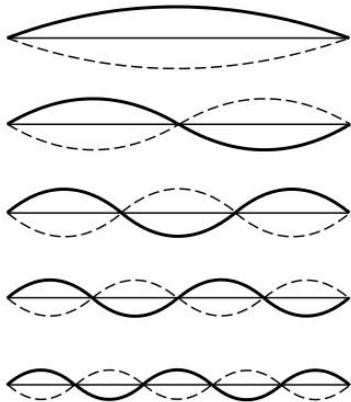


Abbildung 7: Stehende Welle und deren Harmonische bis  $n = 5$

Da die Stehenden Wellen an den Enden der Saite jeweils Knoten ausbilden, gilt für die Wellenlängen der Moden

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

mit  $n \in \mathbb{N}$  und  $L$  als Saitenlänge. Die Auslenkung der Saite ergibt sich dabei als Summe der Moden

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(\omega_n t + \phi_n) \sin(k_n x)$$

mit  $k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n}$ . Der Anschlagpunkt der Saite ist entscheidend für das Auftreten der Moden. Schlägt man die Saite im Abstand  $d = \frac{L}{n}$  an, so fehlt die  $n$ -te Harmonische und ihre Vielfachen. Dies wird im zweiten Teilexperiment untersucht.

## 2.2. Versuchsaufbau

Eine Akustikgitarre liegt auf einer Polsterung auf dem Tisch. Das Mikrofon wird mit einem Stativ mittig oberhalb des Schallochs der Gitarre platziert. Das Mikrofon wird im Amplitudenmodus betrieben und mit dem Sensor-CASSY wird die Ausgangsspannung des Mikrofons gemessen (vgl. Abb. 8). Vor der Messung wird die Gitarre mit einem Stimmgerät mit Stimmgenauigkeit von  $\pm 1$  Cent gestimmt.

## 2.3. Messung der Schwebung

### 2.3.1. Versuchsdurchführung

Nach dem Stimmen der Gitarre wird die A-Saite leicht verstimmt. Anschließend wird die offene D-Saite zusammen mit der im 5. Bund gegriffenen A-Saite angeschlagen und eine Messung mit dem Mikrofon gestartet. Es werden für vier verschiedene Verstimmungen Messungen aufgenommen. Dabei wird für die erste Verstimmung eine Messung aufgenom-

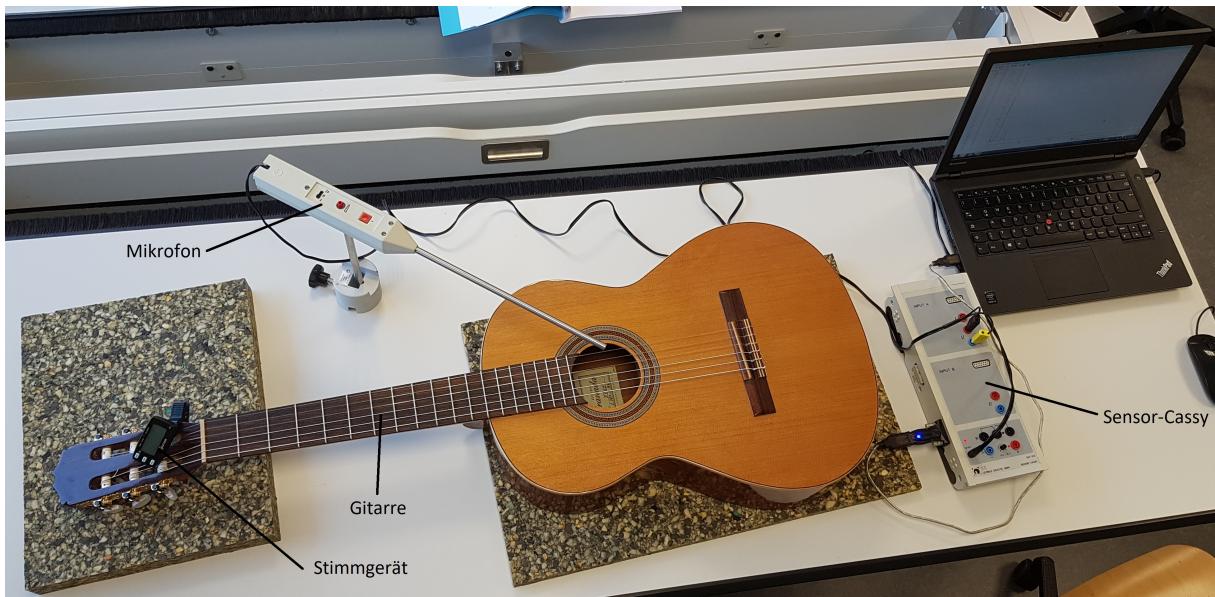


Abbildung 8: Versuchsaufbau

men und für die restlichen drei jeweils zwei Messungen. Für die ersten beiden, sowie die letzte Messung hat das Sensor-CASSY folgende Messparameter:

- Messbereich:  $-10$  bis  $10\text{ V}$
- Intervall:  $200\text{ }\mu\text{s}$
- Messungen: 16000
- Messzeit:  $3.2\text{ s}$

Für die anderen Messungen werden folgende Messparameter verwendet:

- Messbereich:  $-10$  bis  $10\text{ V}$
- Intervall:  $500\text{ }\mu\text{s}$
- Messungen: 16000
- Messzeit:  $8\text{ s}$

### 2.3.2. Versuchsauswertung

Die Rohdaten der Messung sind exemplarisch in Abbildung 9 zu sehen.

Wir bestimmen nun die Schwebungsfrequenz  $f_S$  und die Frequenz der resultierenden Schwingung  $f_R$  auf zwei unterschiedliche Arten. Zum einen durch Ablesen von Maxima/Minima aus den Rohdaten und zum anderen durch eine Fast Fourier Transformation (FFT) der Rohdaten. In der ersten Variante werden die Maxima/Minima per Augenmaß aus Plots der Rohdaten abgelesen, wie es in Abbildung 10 zu sehen ist. Um eine Unabhängigkeit der daraus erhaltenen Werte zu erreichen wird aus den Dateien "schwebung\_1.lab", "schwebung\_2.1.lab", "schwebung\_3.2.lab" und "schwebung\_4.2.lab" abgelesen und die FFT auf die Daten aus den Dateien "schwebung\_1.lab", "schwebung\_2.2.lab", "schwebung\_3.1.lab" und "schwebung\_4.1.lab" angewendet.

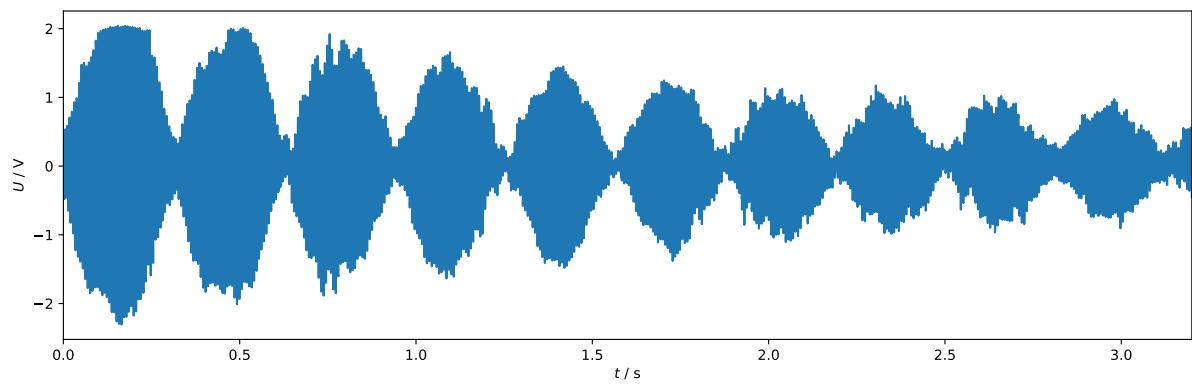


Abbildung 9: Visualisierung der Rohdaten aus der ersten Messung (“schwebung\_1.lab”)

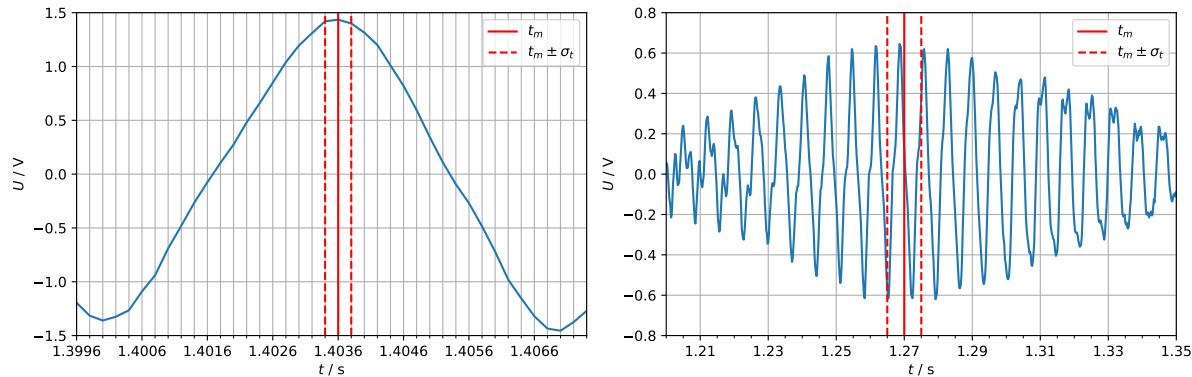


Abbildung 10: Bestimmung der Maxima aus den Rohdaten

Beim Ablesen für die resultierende Schwingung ist zu beachten, dass sich bei einem Null-durchgang der Schwebungsschwingung die Art des Extremums, welches wir ablesen wollen, ändert. Die so abgelesenen Zeitpunkte sind in Tabelle 2 dokumentiert. Angesichts der Messintervalle für die Zeit und der Erkennbarkeit der Extrema wird für die Schwingungen 1 und 2 die Zeitunsicherheit  $\sigma_t = 0.2 \text{ ms}$ , für die Schwingung 3  $\sigma_t = 0.5 \text{ ms}$  und für die Schwingung 4  $\sigma_t = 0.4 \text{ ms}$  angesetzt.

	$n$	1	20	60	80	100	120	140	160	200	236	256
1	$t / \text{s}$	0.0308	0.1614	0.4378	0.5754	0.7136	0.8512	0.9892	1.1276	1.4036	1.6518	1.7902
	$n$	276	296	336	376	396	416	436				
	$t / \text{s}$	1.9278	2.0660	2.3418	2.6178	2.7562	2.8936	3.0322				
2	$n$	-2	17	40	60	100	120	140	160	200	220	240
	$t / \text{s}$	0.1548	0.2848	0.4426	0.5802	0.8548	0.9920	1.1292	1.2662	1.5410	1.6782	1.8156
	$n$	280	300	320	340	380	400	420				
3	$t / \text{s}$	2.0900	2.2274	2.3648	2.5022	2.7762	2.9136	3.0510				
	$n$	6	25	40	60	80	120	140	160	180	200	220
	$t / \text{s}$	0.0070	0.1370	0.2395	0.3765	0.5135	0.7865	0.9235	1.0605	1.11975	1.3345	1.4710
4	$n$	240	260	280	300	340	360	380	400	420	440	460
	$t / \text{s}$	1.6080	1.7450	1.8820	2.0185	2.2910	2.4285	2.5655	2.7025	2.8395	2.9765	3.1135
	$n$	2	20	40	60	80	100	120	180	200	220	240
4	$t / \text{s}$	0.0800	0.2060	0.3446	0.4844	0.6234	0.7636	0.9026	1.3214	1.4604	1.5996	1.7388
	$n$	280	300	320	340	363	380	400	420	440		
	$t / \text{s}$	2.0188	2.1576	2.2968	2.4366	2.5966	2.7162	2.8552	2.9942	3.1338		

Tabelle 2: Abgelesene Zeitpunkte für die Extrema der resultierenden Schwingung

Da wir einen linearen Zusammenhang  $t(n) = Tn + b$  mit der Periodendauer  $T$  für die Zeitpunkte erwarten, führen wir jeweils eine lineare Regression durch. Die Ausgabe der Regressionen ist in Tabelle 3 abgebildet.

Schwebung	$T / \text{ms}$	$b / \text{s}$	$\chi^2 / n_{df}$
1	$6.89993 \pm 0.00035$	$0.02354 \pm 0.00009$	1.37
2	$6.86353 \pm 0.00036$	$0.16829 \pm 0.00009$	0.71
3	$6.84163 \pm 0.00076$	$0.0340 \pm 0.0002$	0.46
4	$6.97226 \pm 0.00064$	$0.0660 \pm 0.0002$	0.84

Tabelle 3: Ergebnisse der Regression für die resultierende Schwingung

Das  $\chi^2/n_{df}$  von Schwebung 3 deutet auf eine zu grobe Fehlerschätzung hin. Da die Unsicherheit der Zeit in diesem Fall dem Messintervall entspricht, wird an der Unsicherheit festgehalten. Die zugehörigen Residuenplots befinden sich in Abbildung 11.

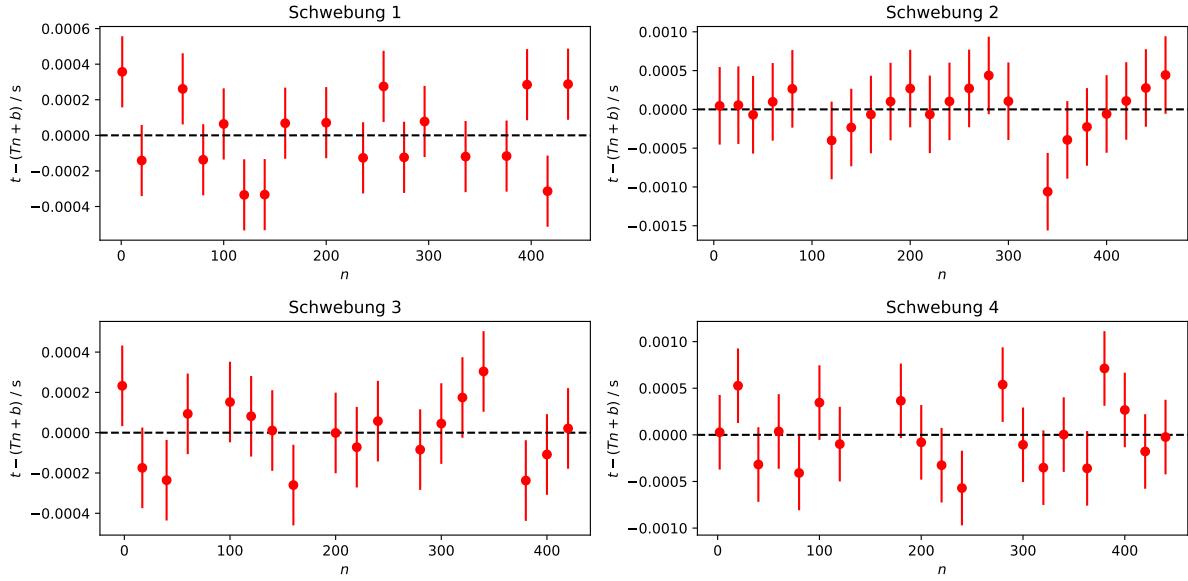


Abbildung 11: Residuenplots der Regression für die resultierende Schwingung

Bei Schwbung 2 könnte man eine Systematik vermuten. Es wurden jedoch die Abstände der Extrema bei den Sprüngen nochmals nachgeprüft. Nun werden die Zeitpunkte der Extrema der Schwebungsschwingung bestimmt. Die Zeiten sind in Tabelle 4 aufgeführt. Für die Unsicherheiten der Zeitbestimmung wird für die Schwebungen 1 und 4  $\sigma_t = 0.005 \text{ s}$  und für die Schwebungen 2 und 3  $\sigma_t = 0.01 \text{ s}$  geschätzt.

	$m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		0.155	0.465	0.780	1.085	1.410	1.720	2.035	2.345	2.655	2.975
2	$t / \text{s}$	0.38	1.02	1.66	2.33	2.99					
3		1.30	2.82								
4	$m$	11	12	13	14	15	16	17	18		
	$t / \text{s}$	1.795	1.965	2.135	2.305	2.470	2.640	2.810	2.975		

Tabelle 4: Abgelesene Zeitpunkte für die Extrema der Schwebungsschwingung

Wir erwarten wiederum einen linearen Zusammenhang  $t(m) = \frac{T}{2}m + c$  mit der Periodendauer  $T$  der Schwebungsschwingung. Wir führen also eine lineare Regression durch mit den Resultaten in Tabelle 5.

Schwebung	$T / \text{ms}$	$c$	$\chi^2 / n_{df}$
1	$0.6266 \pm 0.0011$	$-0.161 \pm 0.003$	0.56
2	$1.3060 \pm 0.0063$	$-0.28 \pm 0.01$	1.43
4	$0.34211 \pm 0.00045$	$-0.094 \pm 0.003$	1.02

Tabelle 5: Ergebnisse der Regression für die Schwebungsschwingung

Da wir bei Schwebung 3 nur 2 Extrema vernünftig ablesen konnten, wird hier keine Regression gemacht, sondern die Periodendauer mittels  $T = 2(t_2 - t_1) = 3.04\text{ s}$  bestimmt. Die Unsicherheit beträgt dabei  $\sigma_T = 2\sqrt{2}\sigma_t \approx 0.03\text{ s}$ . Für die restlichen Schwebungen sind die Residuengraphen in Abbildung 12.

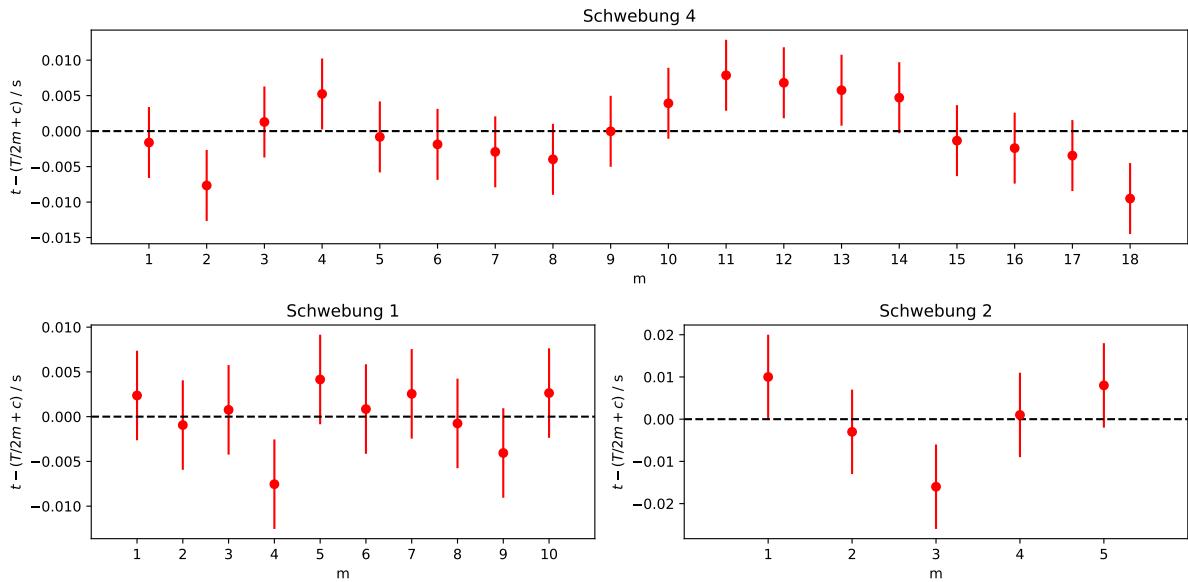


Abbildung 12: Residuenplots der Regression für die Schwebungsschwingung

Auf den ersten Blick sehen diese gut aus und es lässt sich keine Systematik erkennen. Nun wollen wir uns dem Frequenzspektrum aus der FFT widmen. In Abbildung 13 ist beispielhaft das Spektrum einer Schwebung abgebildet. Man sieht deutlich zwei Peaks bei etwa 145 Hz. Diese setzen sich zudem kleiner werdend bei den Vielfachen dieser Frequenz fort.

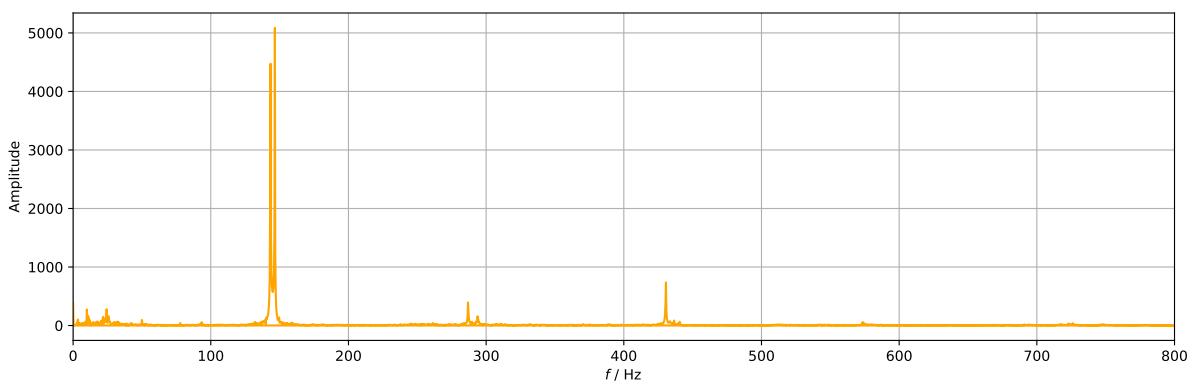


Abbildung 13: Frequenzspektrum der ersten Messung ("schwebung\_1.lab")

Wir benutzen nun die Peakfinder-Methode der Praktikumsbibliothek um die Frequenzen

der Peaks zu bestimmen. Die Resultate sind in Abbildung 14 für alle vier Schwebungen zu sehen.

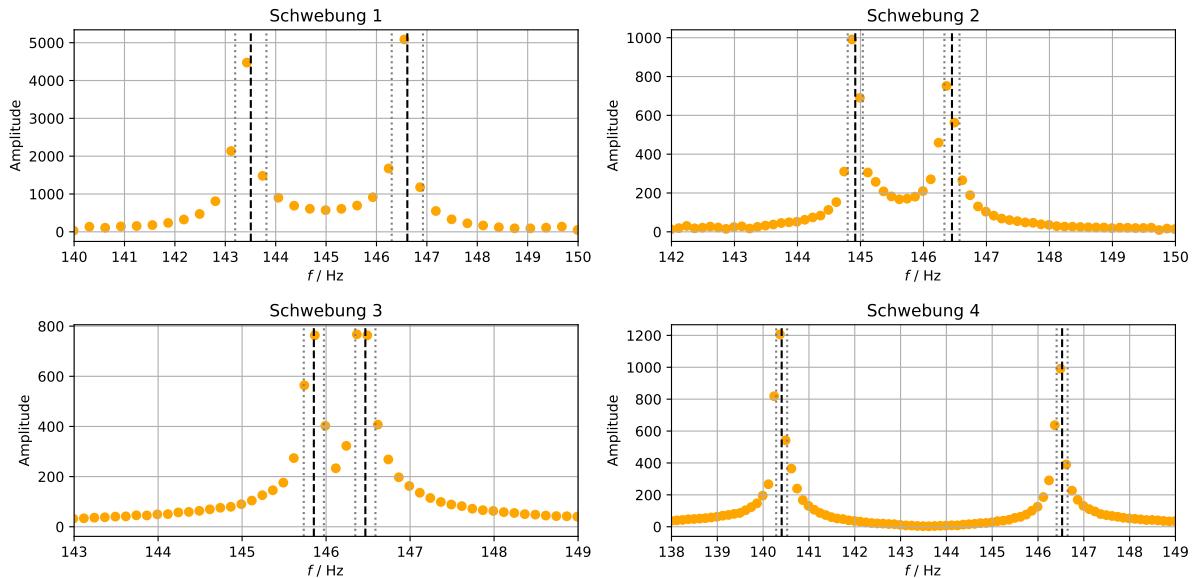


Abbildung 14: FFT der Schwebungen mit Peakanalyse

Als Fehler wird dabei die Frequenzdifferenz zwischen zwei Punkten in der FFT genommen. Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Tabelle 6 aufgelistet. Zudem ist dort auch angegeben auf welche Frequenzbereiche des Spektrums die Peakfinder-Methode angewendet wurde.

Schwebung	$f_1$ / Hz	Bereich für $f_1$ / Hz	$f_2$ / Hz	Bereich für $f_2$ / Hz
1	$143.51 \pm 0.31$	142-145	$146.61 \pm 0.31$	145-148
2	$144.92 \pm 0.12$	144-145.5	$146.45 \pm 0.12$	145.5-147.5
3	$145.85 \pm 0.12$	144-146.2	$146.47 \pm 0.12$	146.1-148
4	$140.40 \pm 0.12$	138-143.5	$146.53 \pm 0.12$	143.5-149

Tabelle 6: Ergebnisse der Peakanalyse der Frequenzspektren

Mit diesen Werten lassen sich nun die Frequenz der resultierenden Schwingung und der Schwebungsschwingung berechnen, wenn man

$$f_S = \frac{f_2 - f_1}{2}, \quad f_R = \frac{f_2 + f_1}{2}$$

benutzt. Berechnet man zusätzlich anhand der abgelesenen Periodendauern die Frequenzen mittels  $f = \frac{1}{T}$ , so ergibt sich das Resultat in Tabelle 7.

Schwebung	Abgelesen		FFT	
	$f_S$ / Hz	$f_R$ / Hz	$f_S$ / Hz	$f_R$ / Hz
1	$1.5959 \pm 0.0028$	$144.9290 \pm 0.0074$	$1.55 \pm 0.22$	$145.06 \pm 0.22$
2	$0.7657 \pm 0.0037$	$145.6978 \pm 0.0076$	$0.77 \pm 0.08$	$145.69 \pm 0.08$
3	$0.3289 \pm 0.0032$	$146.164 \pm 0.016$	$0.31 \pm 0.08$	$146.16 \pm 0.08$
4	$2.9230 \pm 0.0038$	$143.426 \pm 0.013$	$3.07 \pm 0.08$	$143.47 \pm 0.08$

Tabelle 7: Ergebnisse der Frequenzen von resultierender und Schwebungs-Schwingung

### 2.3.3. Fazit

Wir haben nun auf zwei verschiedene Arten Werte für die Frequenzen der Schwebungsschwingung und der resultierenden Schwingung erhalten. Zum Vergleich der Werte berechnen wir die relativen Abweichungen.

Schwebung	$f_S$				$f_R$			
	1	2	3	4	1	2	3	4
$\frac{ f_1 - f_2 }{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}$	0.21	0.05	0.24	1.84	0.60	0.10	0.05	0.54

Die Werte stimmen überwiegend gut überein. Bei Schwebung 4 liegen die Schwebungsfrequenzen  $f_S$  weiter auseinander. Es könnte der Fehler bei der Auswertung mit der FFT unterschätzt worden. Besonders die Bestimmung des Peaks ist dabei fraglich. Ein Zusammenhang zur Verwendung von verschiedenen Messungen bei der Auswertung kann ausgeschlossen werden, da eine FFT der anderen Messung die gleichen Frequenzen liefert.

## 2.4. Aufnahme eines Frequenzspektrums

### 2.4.1. Versuchsdurchführung

In diesem Teilversuch wird das Frequenzspektrum der Gitarre in Abhängigkeit des Anschlagpunktes auf der Saite untersucht. Dazu wird die E-Saite an drei verschiedenen Punkten angeschlagen. Die Saite wird dabei bei  $d = \frac{1}{2}$ ,  $d = \frac{1}{5}$  und  $d = \frac{1}{3}$  der Saitenlänge angeschlagen. Für den ersten und dritten Anschlagpunkt werden zwei Messungen aufgenommen und für den zweiten eine Messung. Die Messparameter des Sensor-CASSY sind dabei, abgesehen vom Messintervall, wie im ersten Teilversuch. Für die erste Messung liegt das Messintervall bei  $200 \mu s$  und für die restlichen bei  $100 \mu s$ .

### 2.4.2. Versuchsauswertung

Jeweils eines der Frequenzspektren für jeden Anschlagpunkt  $d$  ist in Abbildung 15 geplottet. Man sieht jeweils gut, dass der Peak für die  $1/d$ -te Harmonische deutlich weniger ausgeprägt ist, als die Peaks der benachbarten Harmonischen. Bei den Vielfachen ist dies auch noch leicht zu erkennen. Das die Peaks trotzdem vorhanden sind hängt vermutlich mit einem unsauberen Anschlag zusammen. Theoretisch könnte man die Peakhöhen

ablesen und durch Überlagerung der Moden mit den entsprechenden Amplituden die ursprüngliche Auslenkung der Saite rekonstruieren. Das Auftreten eines Peaks bei etwa 3800 Hz in allen Spektren kommt sicher nicht von der Gitarre. Allerdings fehlt uns auch eine andere Erklärung desssen.

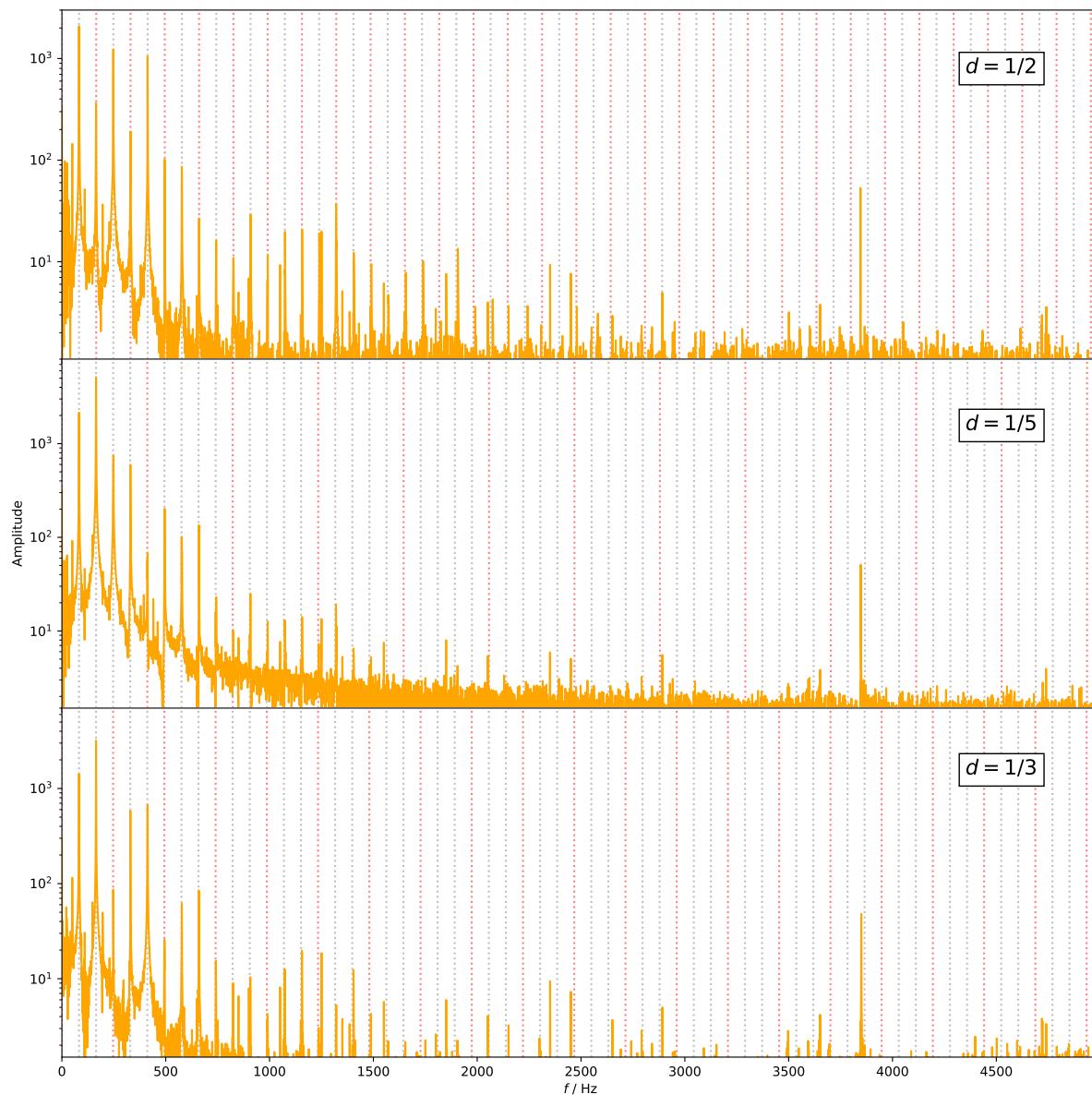
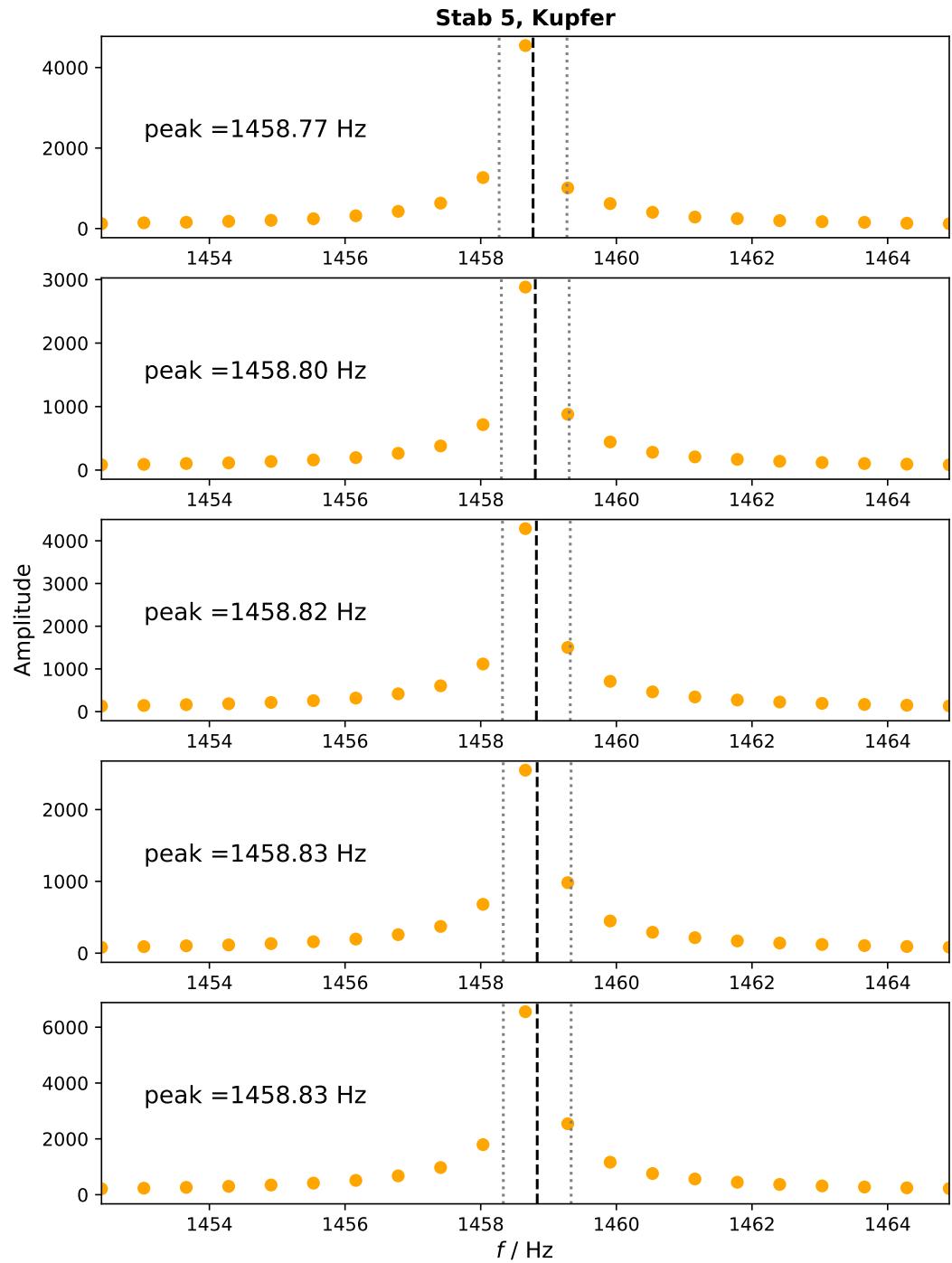


Abbildung 15: Frequenzspektren bei verschiedenen Anschlagpunkten



## A. Ergebnisse der Peakfinder-Methode



### Stab 6, Messing

