

# Versuchsprotokoll

## WÄRMELEHRE

Bestimmung des Adiabatenkoeffizienten  
mit der Rüchardt-Methode

*Simon Schwarz und Marius Ising*

# Inhaltsverzeichnis

1. Rüchardt-Methode	3
2. Versuchsaufbau	4
3. Versuchsdurchführung	5
4. Versuchsauswertung	6
5. Fazit	8
A. Regression der mittleren und großen Glasche	8

# 1. Rüchardt-Methode

Wir wollen den Adiabatenkoeffizienten  $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$  von Luft mit der Rüchardt-Methode bestimmen. Dabei ist  $c_p$  die spezifische Wärme bei konstantem Druck und  $c_v$  die spezifische Wärme bei konstantem Volumen. Die Rüchardt-Methode beruht auf der Messung von Schwingungen einer Stahlkugel.

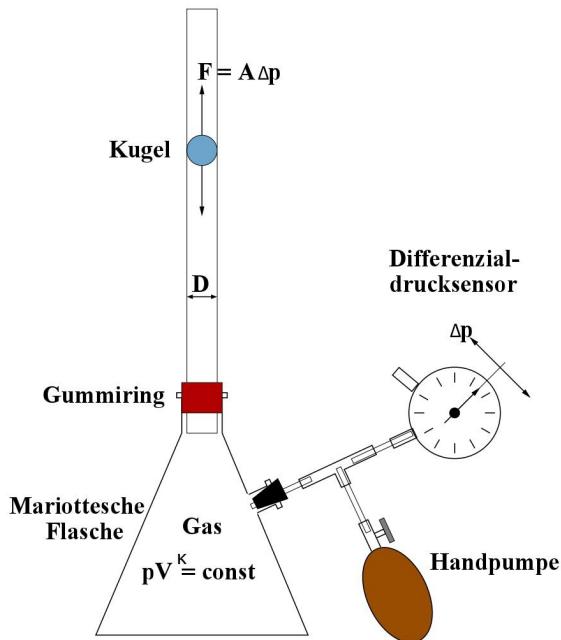


Abbildung 1: Prinzip der Messung von  $\kappa$  nach Rüchardt

Die Kugel befindet sich im Gleichgewicht, wenn der Druck  $p$  in der Flasche gleich der Summe aus dem Außendruck  $p_0$  und dem Druck der Gewichtskraft der Kugel ist. Dann gilt

$$p = p_0 + \frac{mg}{A}$$

mit der Querschnittsfläche  $A = \pi \frac{D^2}{4}$  des Glasrohrs. Lenkt man die Kugel um eine Strecke  $x$  aus der Gleichgewichtslage aus, so ändert sich der Druck um  $dp$  und es wirkt eine Kraft  $Adp$  auf die Kugel. Mit der Reibungskraft  $F_R = \alpha \frac{dx}{dt}$  ergibt sich dann

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = Adp - \alpha \frac{dx}{dt}.$$

Der Prozess wird als quasi adiabatisch betrachtet, da er für einen Wärmeaustausch zu schnell abläuft. Damit gilt die Differenzialgleichung der Adiabate

$$\frac{dp}{p} = -\kappa \frac{dV}{V}.$$

Mit der Volumenänderung  $dV = Ax$  erhält man die Bewegungsgleichung

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\alpha}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{p\kappa A^2}{mV} x = 0.$$

Dies ist die Differenzialgleichung einer gedämpften harmonischen Schwingung. Aus der Schwingungsfrequenz  $\omega_0^2 = \frac{p\kappa A^2}{mV}$  der ungedämpften Schwingung ergibt sich dann

$$\kappa = \omega_0^2 \frac{mV}{pA^2}.$$

Mit dem Dämpfungsfaktor  $\delta = \frac{\alpha}{2m}$  und der Schwingungsfrequenz  $\omega$  der gedämpften Schwingung erhält man

$$\omega_0^2 = \omega^2 + \delta^2.$$

## 2. Versuchsaufbau

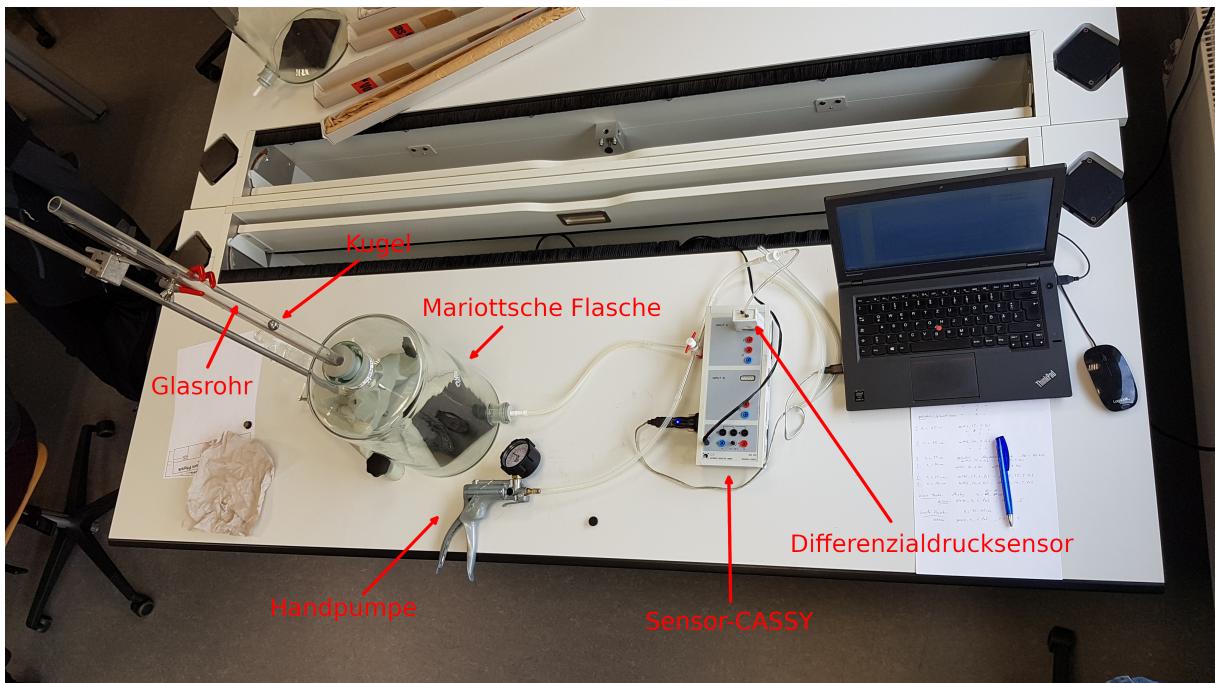


Abbildung 2: Versuchsaufbau

In die Mariotttsche Flasche wird vertikal ein Glasrohr eingeführt, welches durch einen Gummiring luftdicht abgeschlossen ist. Die vertikale Position das Rohrs wird mit einer Greifhalterung, die an einem Stativ befestigt ist, fixiert. Zusätzlich wird an die Halterung ein Metallmaßstab angebracht. In den Auslass der Mariotttschen Flasche wird über ein Schlauch und eine T-Ventil eine Handpumpe und ein Differenzialdrucksensor angeschlossen. Der Sensor wird dabei an den Eingang A des Sensor-CASSY angeschlossen. Es stehen insgesamt drei Flaschen mit unterschiedlichen Größen zur Verfügung.

### 3. Versuchsdurchführung

Die Masse  $m$  der Kugel wird mittels einer Digitalwaage und der Durchmesser  $D$  mit einer Mikrometerschraube gemessen. Der Außendruck  $p_0$  wird von einer Wetterstation am Campus Hörn abgerufen. Der Versuchsaufbau wird nacheinander mit den drei Mariottischen Flaschen aufgebaut. Für jede Flasche wird die Schwingung bei 6-7 verschiedenen Starthöhen  $x_0$  aufgezeichnet. Die Starthöhen werden zwischen 50 cm und 15 cm gewählt und in Schritten von 5 cm geändert. Dabei werden für jede Höhe 5 Messungen des Differenzialdrucksensors aufgezeichnet. Für den Relativdruck wird zwischen dem Messbereich von  $\pm 21 \text{ hPa}$  und  $\pm 70 \text{ hPa}$  variiert. Für die Messung mit dem Sensor-CASSY werden folgende weitere Messparameter gewählt:

- Intervall:  $500 \mu\text{s}$
- Messungen: 16000
- Messzeit: 8 s

Für die Höhe  $x_0 = 50 \text{ cm}$  bei der mittleren Flasche ist das Messintervall abweichend auf  $200 \mu\text{s}$  festgesetzt. Zusätzlich wurde bei dieser Höhe noch eine Messung mit den anderen Parametern durchgeführt. Das Volumen der kleinen und der mittleren Flasche wird mittels Wiegung der leeren und der mit Wasser gefüllten Flasche nach dem eigentlichen Versuch bestimmt. Für das Volumen der großen Flasche wird der auf einem Aufkleber angegebene Wert benutzt.

## 4. Versuchsauswertung

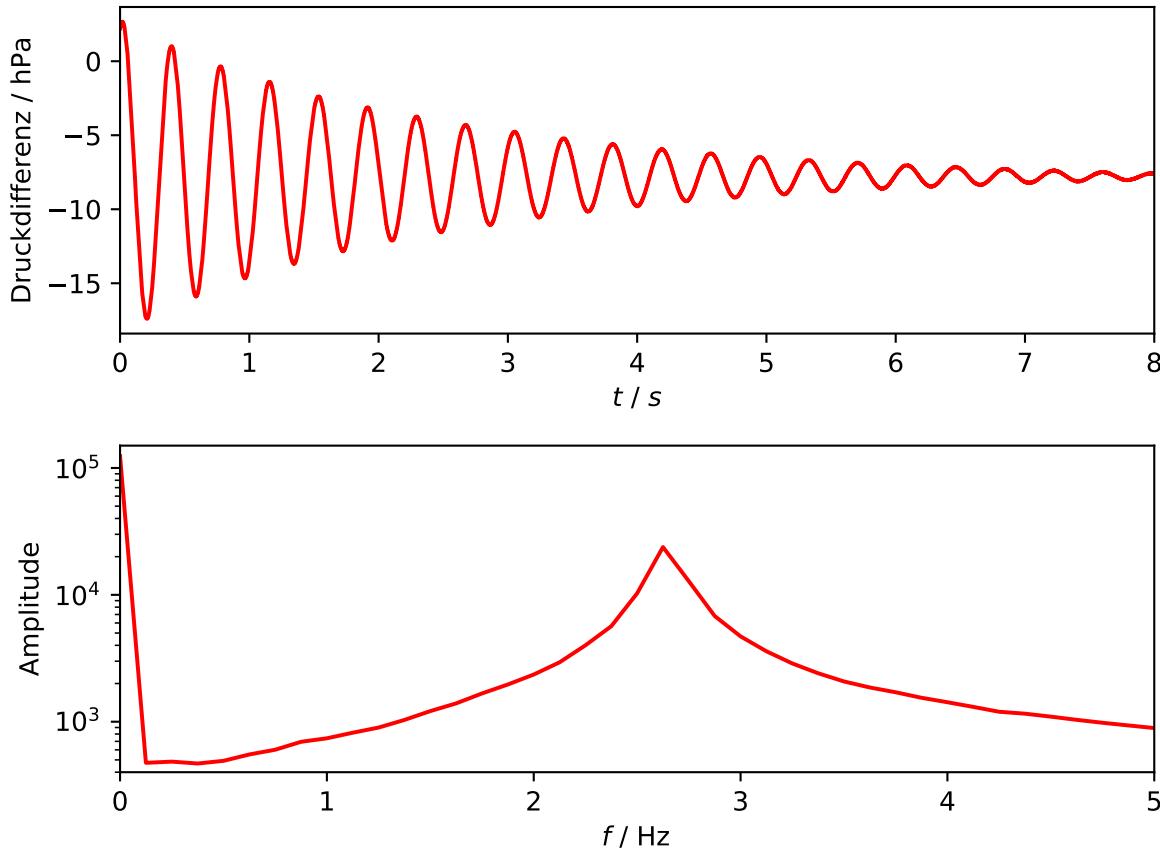


Abbildung 3: Visualisierung der Rohdaten

Eine typische Messung des Differenzialdrucksensors, sowie des daraus mittels FFT berechneten Frequenzspektrums, ist in Abbildung 3 zu sehen. Folgende Werte wurden während des Versuches gemessen:  $m_{\text{Kugel}} = (16.5 \pm 0.02)\text{g}$ ,  $d_{\text{Kugel}} = (16.00 \pm 0.002)\text{mm}$ ,  $p_0 = 99400\text{Pa}$ ,  $V_{\text{klein}} = 0.00031\text{m}^3$ ,  $V_{\text{mittel}} = 0.00112\text{m}^3$  und  $V_{\text{groß}} = 0.01132\text{m}^3$ . Die Volumenangaben bezeichnen dabei jeweils die Flaschenvolumen der Mariottischen Flaschen und haben einen vernachlässigbar kleinen Fehler. Das Volumen  $V$  in der Formel für  $\kappa$  setzt sich jedoch zusammen aus dem Flaschenvolumen  $V_F$ , dem Volumen im Glasrohr  $x_0 A$  und dem Restvolumen  $V_r$ . Man erhält den linearen Zusammenhang

$$(V_F + x_0 A) \left( \frac{1}{\omega_0^2} \right) = \frac{p \kappa A^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2} - V_r.$$

Die Fläche  $A = \frac{\pi d_{\text{Kugel}}^2}{4} = (2.0106 \pm 0.0007) \text{m}^2$  kann mit dem Durchmesser der Kugel berechnet werden. Damit lässt sich eine lineare Regression durchführen, um das nicht gemessene  $V_r$  zu bestimmen. Die Regression für die kleine Flasche ist in Abbildung 4

abgebildet. Die  $\omega_0$  werden für jede Höhe auf Grundlage aller fünf Messreihen ermittelt. Dabei wird die Dämpfung numerisch bestimmt und der aus dem Spektrum abgelesene Peak mit dem jeweiligen Wert korrigiert. Der genaue Algorithmus ist in `frequenzen.py` einsehbar.

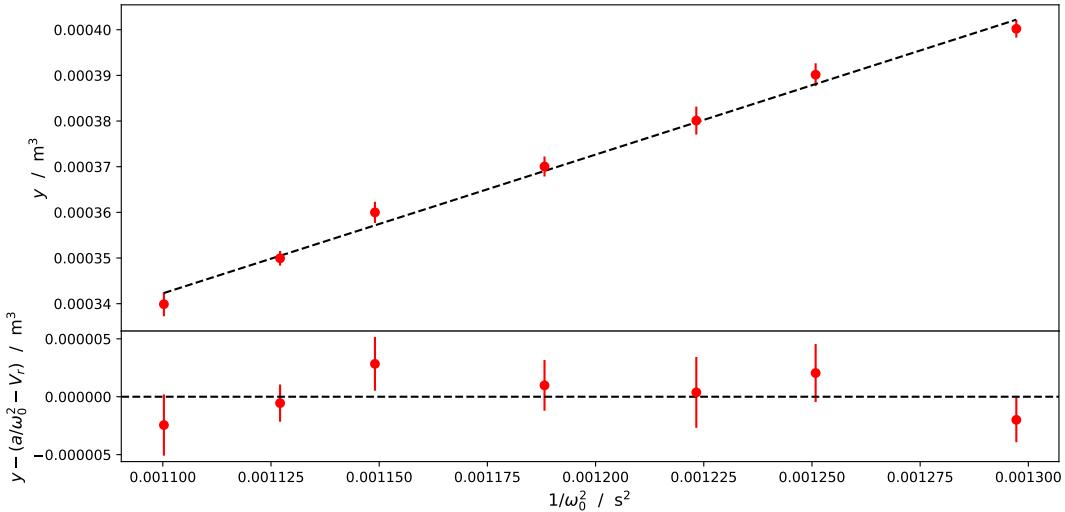


Abbildung 4: Regression für die kleine Mariottesche Flasche mit  $\chi^2/\text{ndf} = 0.63$

Es ergibt sich  $V_r = (-7.91 \pm 14.48) \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ . Der Wert ist offensichtlich nicht akzeptabel. Dennoch führen auch die Regressionen der mittleren und großen Flasche zu keinem besseren Ergebnis, wie in Anhang A zu sehen ist. Deshalb wird von nun an der Fehler durch die Vernachlässigung des unbestimmbaren Volumens  $V_r$  mit einem Fehler  $\sigma_V = 1.448 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$  auf  $V = V_F + x_0 A$  modelliert.

## 5. Fazit

### A. Regression der mittleren und großen Glasche

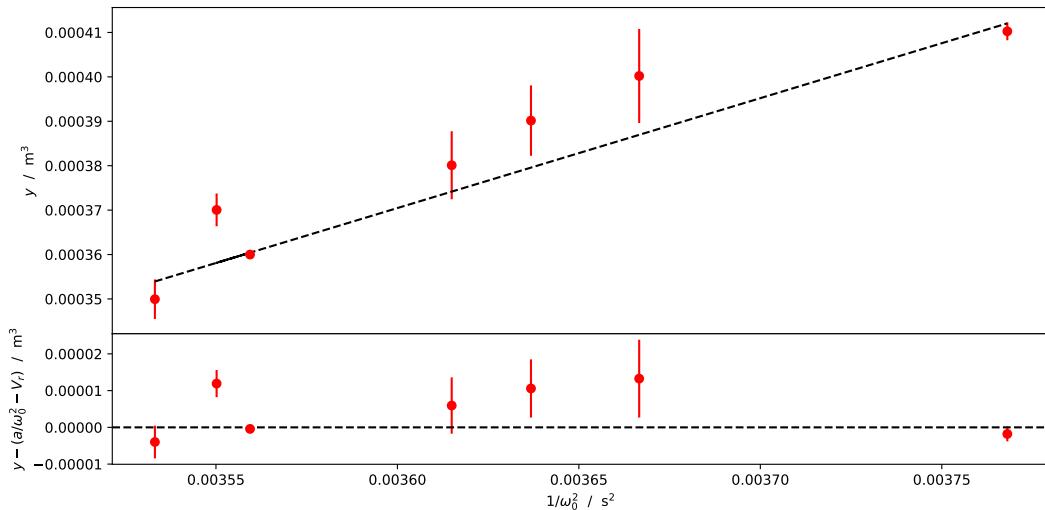


Abbildung 5: Regression für die mittlere Mariottesche Flasche mit  $V_r = (5.203 \pm 0.372) \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$  und  $\chi^2/\text{ndf} = 2.31$

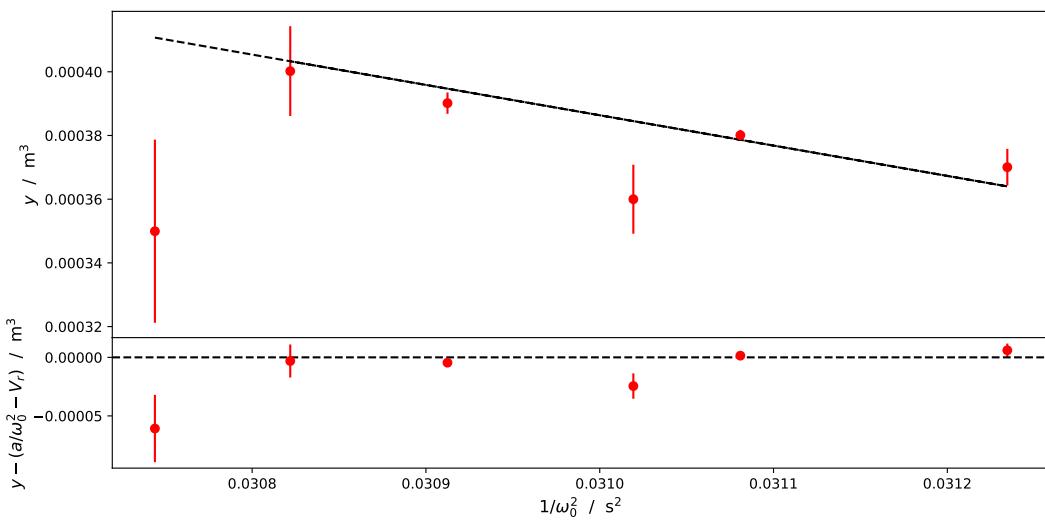


Abbildung 6: Regression für die große Mariottesche Flasche mit  $V_r = (3.339 \pm 0.686) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  und  $\chi^2/\text{ndf} = 2.22$