

Versuchsprotokoll

AKUSTIK

Schallgeschwindigkeit in Festkörpern und die Physik der Gitarre

Simon Schwarz und Marius Ising

Inhaltsverzeichnis

1. Schallgeschwindigkeit in Festkörpern	2
1.1. Versuchsbeschreibung	2
1.2. Versuchsaufbau	3
1.3. Versuchsdurchführung	3
1.4. Versuchsauswertung	5
1.5. Fazit	7
A. Ergebnisse der Peakfinder-Methode	9

1. Schallgeschwindigkeit in Festkörpern

1.1. Versuchsbeschreibung

Das Ziel des folgenden Versuchs ist die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit und des Elastizitätsmoduls von vier verschiedenen Metallen. Das Elastizitätsmodul

$$E = \frac{F/A}{\Delta L/L}$$

ist eine Materialkonstante und gibt die relative Längenausdehnung in Abhängigkeit von der angreifenden Zugspannung an. Eine Messung ist über die Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$v_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

möglich, wobei ρ die Dichte des Materials bezeichnet. Die dynamische Bestimmung von E durch das direkte Messen der Längenausdehnung ist bei Metallstäben nicht praktikabel, da für Metalle E in der Größenordnung 10^{11} N/m^2 liegt. Der Metallstab hat als Zylinder mit Länge L , Durchmesser D und Masse M die Dichte

$$\rho = \frac{4M}{\pi L D^2}, \quad (1)$$

so dass sich mit

$$v_l = 2L f_0 \quad (2)$$

das Elastizitätsmodul

$$E = 16 f_0^2 L M \frac{1}{\pi D^2} \quad (3)$$

ergibt. Dabei ist f_0 die Grundfrequenz der longitudinalen Schallwelle, die neben den Größen L , D und M experimentell bestimmt werden soll.

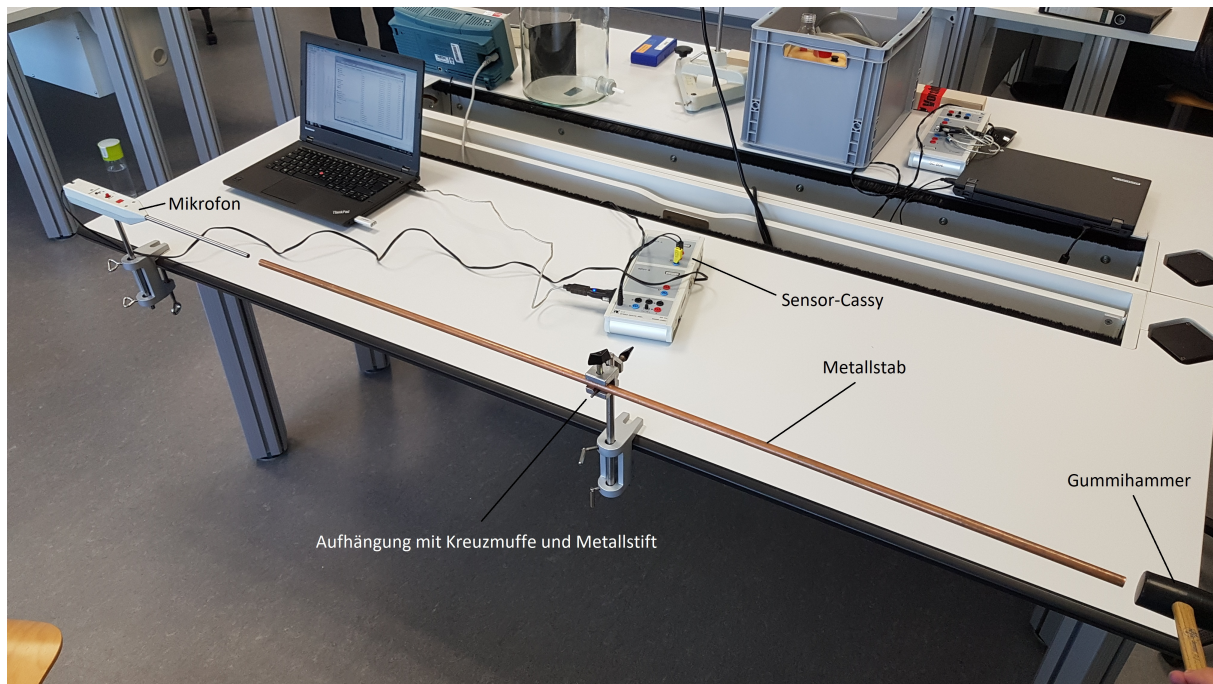


Abbildung 1: Versuchsaufbau

1.2. Versuchsaufbau

Folgende Geräte werden für den Versuch benötigt: Zwei Tischklemmen, eine Kreuzmuffe, eine Metallstange ~ 20 cm, ein Metallstift, ein Sensor-Cassy mit Laptop, ein Mikrofon, ein Gummihammer, eine Waage, ein Bandmaß, eine Mikrometerschraube und vier Metallstangen ~ 130 cm (Kupfer, Stahl, Aluminium und Messing).

Eine große, zu untersuchende Metallstange wird mit Hilfe einer Tischklemme, der kleinen Metallstange und der Kreuzmuffe horizontal am Tisch befestigt. Dabei muss die Stange mittig an zwei Punkten eingespannt werden, damit die Schwingung nicht beeinträchtigt wird. Dies ist in Abbildung 2 dargestellt. In kleinem Abstand zu einem Ende der großen Metallstange wird das Mikrofon platziert, das den Schalldruck und somit die Schallwellen misst. Das Mikrofon ist am Sensor-Cassy angeschlossen. Am anderen Ende kann die Stange durch einen Schlag mit dem Gummihammer in Schwingung versetzt werden.

1.3. Versuchsdurchführung

Die Stäbe werden nacheinander ausgemessen und in die Versuchsvorrichtung eingespannt. Für die Länge wird das Maßband verwendet und für die Masse die Waage. Um den Durchmesser zu bestimmen, wird mit einer Mikrometerschraube an verschiedenen Stellen mit verschiedenen Orientierungen gemessen, da der Durchmesser variieren und eine Elliptizität nicht ausgeschlossen werden kann. Ist der Stab eingespannt und das Mikrofon eingeschaltet und ausgerichtet, kann der Stab durch einen Schlag mit dem Gummihammer in Schwingung versetzt werden. Der Schlag sollte möglichst gerade auf das Ende der Stange erfolgen, um transversale Schwingungen des Stabes zu vermeiden. Für jeden Stab wird die

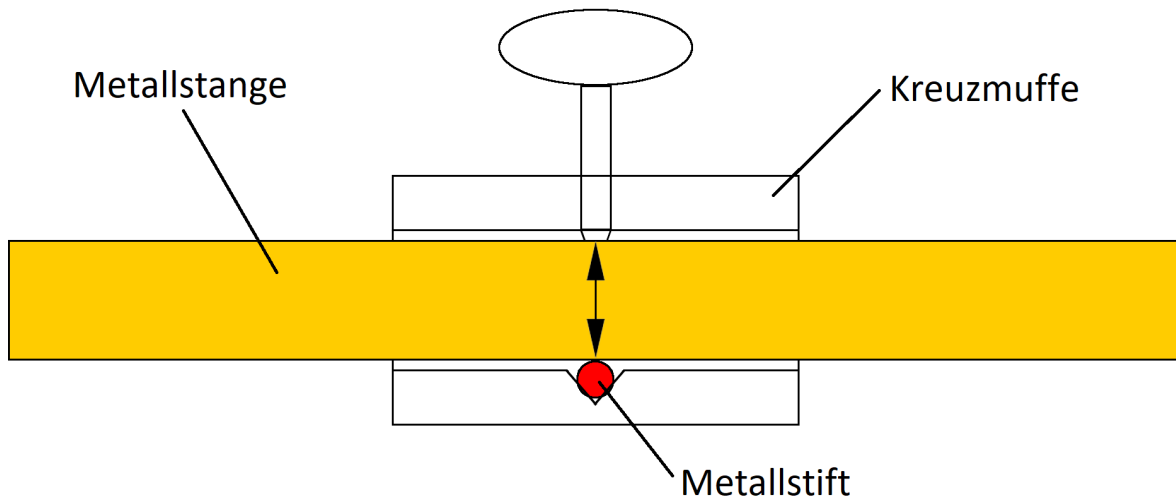


Abbildung 2: Aufhängung der Metallstange an zwei Punkten mit der Kreuzmuffe und einem Metallstift

Messung fünfmal durchgeführt. Bei den vorliegenden Messungen für die Stäbe 5 (Kupfer), 6 (Messing) und 9 (Aluminium) hatte das Sensor-Cassy die Messparameter:

- Messbereich: -3 bis 3 V
- Intervall: $100\ \mu\text{s}$
- Messungen: 16000
- Messzeit: 1.6 s

Da die gemessene Schwingung des Stahlstabes deutlich schneller abgeklungen ist als die der anderen Stäbe, wurden für die Messungen bei Stab 11 (Stahl) die Messparameter

- Messbereich: -3 bis 3 V
- Intervall: $50\ \mu\text{s}$
- Messungen: 16000
- Messzeit: 0.8 s

verwendet.

1.4. Versuchsauswertung

Für die Messungen der Längen und Massen ergaben sich folgende Werte:

Stabnummer	Material	L [cm]	M [g]	\overline{D} [mm]
5	Kupfer	129.90 ± 0.07	1295.00 ± 0.03	11.991 ± 0.081
6	Messing	130.00 ± 0.07	1237.20 ± 0.03	11.978 ± 0.005
9	Aluminium	129.90 ± 0.07	407.30 ± 0.03	11.944 ± 0.031
11	Stahl	130.10 ± 0.07	1157.60 ± 0.03	11.989 ± 0.045

Als Fehler in \overline{D} wurde die Wurzel der empirischen Varianz und nicht die Standardabweichung des arithmetischen Mittels genommen, weil diese den Unebenheiten des Stabes nicht gerecht wird. In Abbildung 3 ist eine Messung des für den Kupferstab abgebildet.

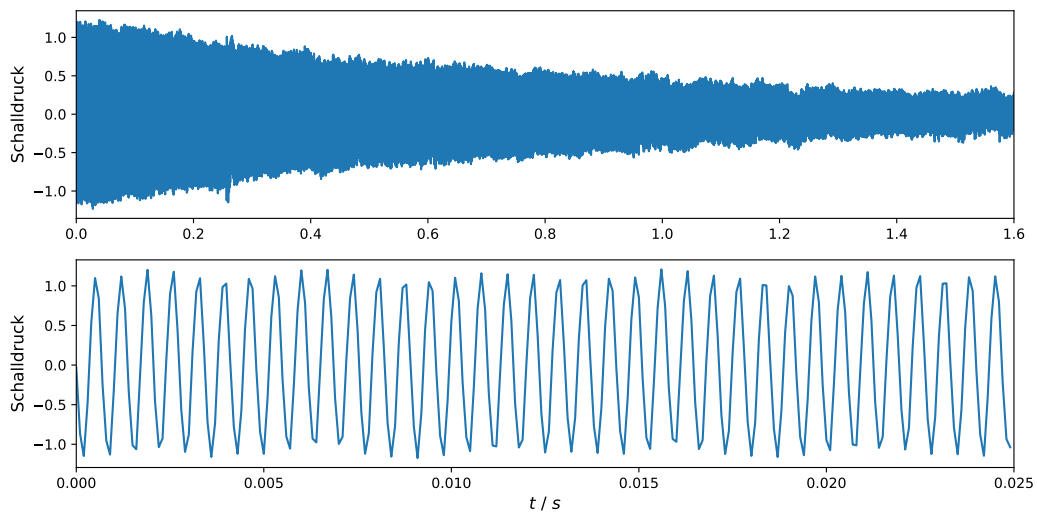


Abbildung 3: Visualisierung der Rohdaten aus der ersten Messung für Stab 5 (“Nr5_1.lab”) mit zwei verschiedenen Zeitskalen.

Die Bestimmung von f_0 erfolgt mit Hilfe der Frequenzspektren, die durch eine FFT aus den Rohdaten berechnet wird. Das Spektrum für die Schwingung aus Abbildung 3 ist beispielhaft in Abbildung 4 dargestellt. Man sieht deutlich die Grundschiwingung bei circa 1500Hz.

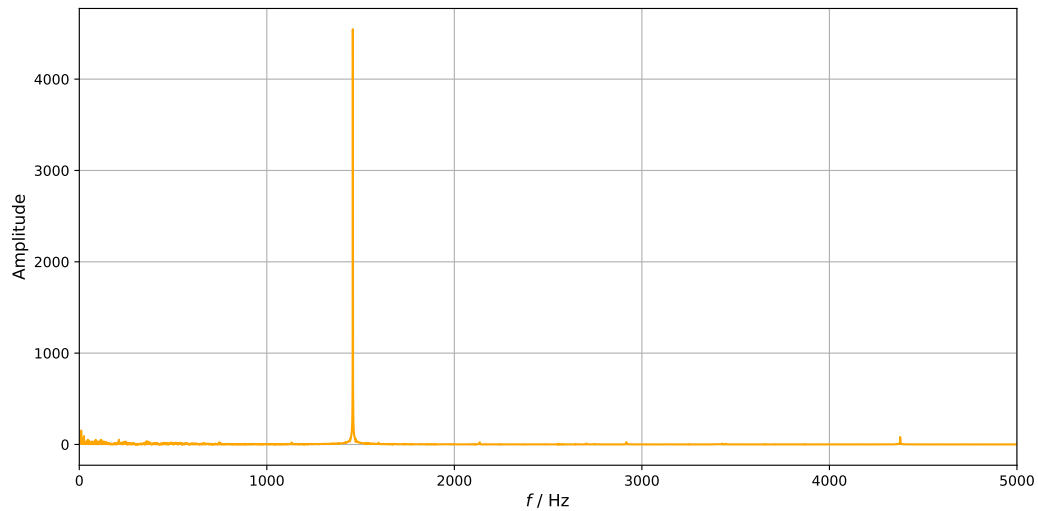


Abbildung 4: Visualisierung des Spektrums der ersten Messung für Stab 5 (“Nr5_1.lab”) berechnet mittels FFT.

Um f_0 möglichst exakt aus diesem Spektrum ablesen zu können, wird die Peakfinder-Methode aus dem Praktikumspaket verwendet. Für das Spektrum in Abbildung 4 ist dies in Abbildung 5 visualisiert. Im Anhang A finden sich für alle Messungen entsprechende Plots. Als Fehler, der durch das Ablesen, durch die FFT und durch Messunsicherheiten verursacht wird, wird $\sigma_f = 0.5$ Hz verwendet.

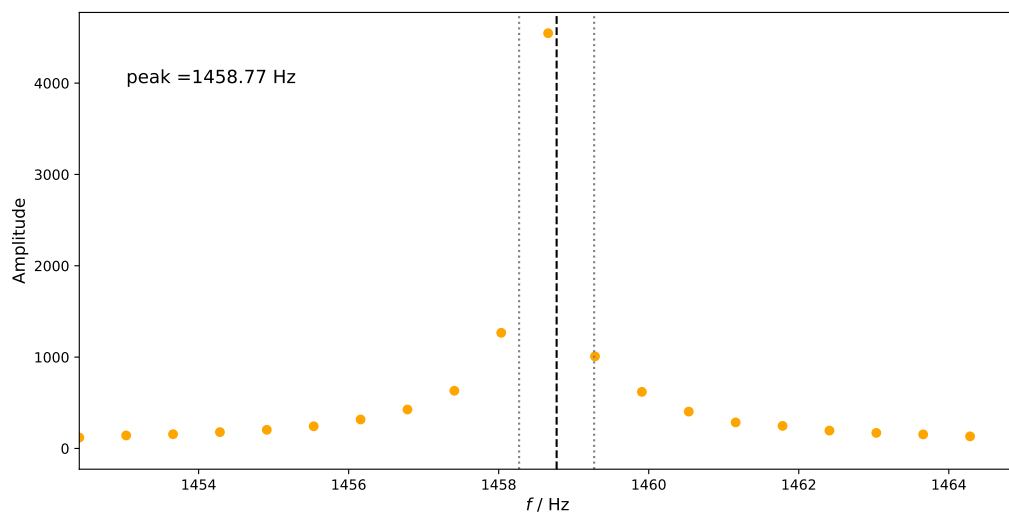


Abbildung 5: Eingezeichnetes Ergebnis der Peakfinder-Methode (in schwarz) mit ± 0.5 Hz (in grau) für das Spektrum der ersten Messung, Stab 5 (“Nr5_1.lab”).

Daraus ergeben sich die folgenden Grundfrequenzen:

Stabnummer	Material	\bar{f}_0 [Hz]
5	Kupfer	1458.810 ± 0.224
6	Messing	1348.122 ± 0.224
9	Aluminium	1966.334 ± 0.224
11	Stahl	1883.954 ± 0.224

Zusammen mit den ermittelten Werten von M , L und \bar{D} lässt sich mit den Gleichungen 1, 2 und 3 die Dichte ρ , die (longitudinale) Schallgeschwindigkeit v_l und das Elastizitätsmodul E berechnen:

Stabnummer	Material	ρ [g/cm ³]	v_l [m/s]	E [N/m ²]
5	Kupfer	8.828 ± 0.118	3789.99 ± 2.10	$(1.288 \pm 0.017) \cdot 10^{11}$
6	Messing	8.446 ± 0.007	3505.12 ± 1.95	$(1.038 \pm 0.001) \cdot 10^{11}$
9	Aluminium	2.798 ± 0.015	5108.54 ± 2.78	$(0.730 \pm 0.004) \cdot 10^{11}$
11	Stahl	7.882 ± 0.059	4902.05 ± 2.66	$(1.894 \pm 0.015) \cdot 10^{11}$

1.5. Fazit

Im Internet findet man zu den verschiedenen Materialien sehr verschiedene Literaturwerte. So sind Stahl (als Eisen-Kohlenstoff-Legierung) und Messing (als Kupferlegierung) keine eindeutig bestimmten Werkstoffe. Eine Auswahl:

Material	ρ [g/cm ³]	v_l [m/s]	E [N/m ²]
Kupfer	8.93	3800	$1.37 \cdot 10^{11}$
Messing	8.60	3500	$(1.02 - 1.25) \cdot 10^{11}$
Aluminium	2.70	5110	$0.722 \cdot 10^{11}$
Stahl	7.9	5100	$1.8 \cdot 10^{11}$

Die Literaturwerte von v_l stammen von einer Internetseite des Cassy Herstellers LD Didactic.¹ ρ_{Cu} , ρ_{Al} , E_{Cu} und E_{Al} stammen aus dem Experimentalphysik-Lehrbuch *Gerthsen Physik*.²

¹<https://www.ld-didactic.de/software/524221de/Content/ExperimentExamples/Physics/Mechanics/VelocitySoundSolids.htm>

²Dieter Meschede: *Gerthsen Physik*, 25. Auflage, Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2015

A. Ergebnisse der Peakfinder-Methode

