

WONDERBUBBLELAND

Soutenance de stage de spécialité GM

Averil PROST

sous la direction avisée de

Alexandre IMPÉRIALE

Table of Contents

● Problème adressé

● Les bulles

● Résultats

Matériau

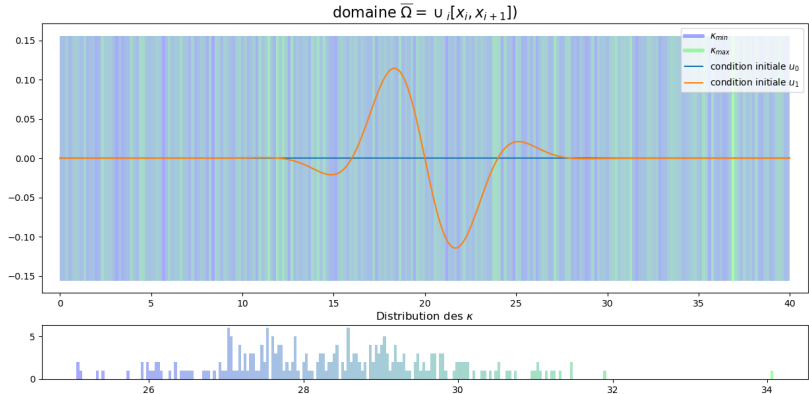


Figure – Éléments fondamentaux du problème

Équation d'onde

Soit $0 < T < +\infty$ fixé. On cherche $u : \Omega \times]0, T[$ solution de

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 0 & \text{sur } \Omega \times]0, T[\\ u = 0 & \text{sur } \partial\Omega \times]0, T[\\ u|_{t=0} = u_0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = u_1 & \text{sur } \Omega \end{cases}$$

Équation d'onde

Soit $0 < T < +\infty$ fixé. On cherche $u : \Omega \times]0, T[$ solution de

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 0 & \text{sur } \Omega \times]0, T[\\ u = 0 & \text{sur } \partial\Omega \times]0, T[\\ u|_{t=0} = u_0, \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = u_1 & \text{sur } \Omega \end{cases}$$

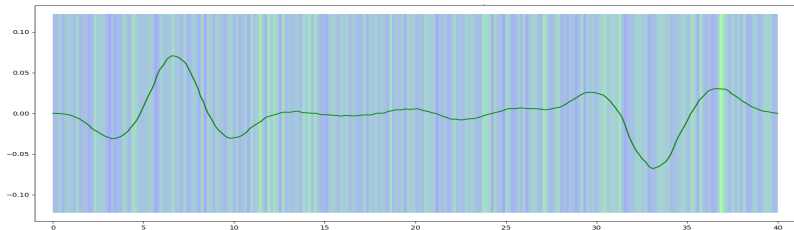


Figure – Aperçu de la solution en milieu inhomogène

Sujet d'étude

Utilisons des éléments finis !

Sujet d'étude

Utilisons des éléments finis !

- Problème 1 : condition sur le maillage pour converger

Sujet d'étude

Utilisons des éléments finis !

- Problème 1 : condition sur le maillage pour converger



Sujet d'étude

Utilisons des éléments finis !

- Problème 1 : condition sur le maillage pour converger



- Problème 2 : condition de Courant-Friedrich-Lewy : $\Delta t < C.h$

Sujet d'étude

Utilisons des éléments finis !

- Problème 1 : condition sur le maillage pour converger



- Problème 2 : condition de Courant-Friedrich-Lewy : $\Delta t < C.h$

Objectif du stage

Rendre la CFL indépendante de l'échelle de la microstructure.

Table of Contents

● Problème adressé

● **Les bulles**

● Résultats

Enrichissement par fonctions bulles

Séparation des contributions

On pose le squelette u_H et les contributions bulles u_b :

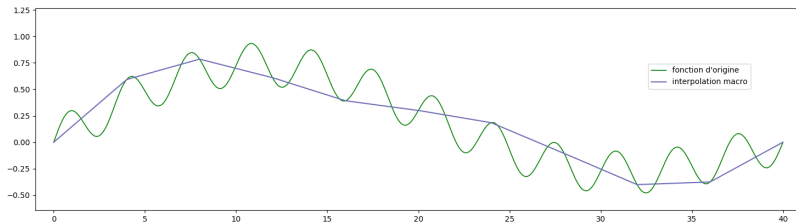
$$u_h = u_H + u_b$$

Enrichissement par fonctions bulles

Séparation des contributions

On pose le squelette u_H et les contributions bulles u_b :

$$u_h = u_H + u_b$$



Enrichissement par fonctions bulles

Séparation des contributions

On pose le squelette u_H et les contributions bulles u_b :

$$u_h = u_H + u_b$$

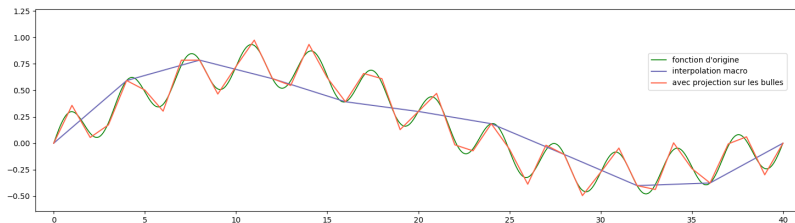


Schéma IM-EX

On décompose masse et rigidité :

$$\mathbb{M} = \begin{pmatrix} \mathbb{M}^{H,H} & \mathbb{M}^{H,b} \\ \mathbb{M}^{b,H} & \mathbb{M}^{b,b} \end{pmatrix}, \quad \mathbb{K} = \begin{pmatrix} \mathbb{K}^{H,H} & \mathbb{K}^{H,b} \\ \mathbb{K}^{b,H} & \mathbb{K}^{b,b} \end{pmatrix}$$

Schéma IM-EX

On décompose masse et rigidité :

$$\mathbb{M} = \begin{pmatrix} \mathbb{M}^{H,H} & \mathbb{M}^{H,b} \\ \mathbb{M}^{b,H} & \mathbb{M}^{b,b} \end{pmatrix}, \quad \mathbb{K} = \begin{pmatrix} \mathbb{K}^{H,H} & \mathbb{K}^{H,b} \\ \mathbb{K}^{b,H} & \mathbb{K}^{b,b} \end{pmatrix}$$

Soit $\theta \in [0, 1]$. On cherche la suite $(U_h^n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que

$$\mathbb{M} \frac{U_h^{n+1} - 2U_h^n + U_h^{n-1}}{\Delta t^2} + (1 - \theta) \begin{pmatrix} \mathbb{K}^{H,H} & \mathbb{K}^{H,b} \\ \mathbb{K}^{b,H} & 0 \end{pmatrix} U_h^n + \theta \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbb{K}^{b,b} \end{pmatrix} \frac{U_h^{n+1} + U_h^{n-1}}{2} = 0$$

$$U_h^0 = \Pi_h u_0, \quad U_h^1 = \Delta t \Pi_h u_1$$

Travail sur la CFL

- Le θ -schéma améliore **un peu** la CFL : pas suffisant.

Travail sur la CFL

- Le θ —schéma améliore **un peu** la CFL : pas suffisant.
- Pour obtenir le résultat attendu, on doit annuler les termes

$$\begin{pmatrix} \mathbb{M}^{H,H} & \mathbb{M}^{H,b} \\ \mathbb{M}^{b,H} & \mathbb{M}^{b,b} \end{pmatrix}$$

Travail sur la CFL

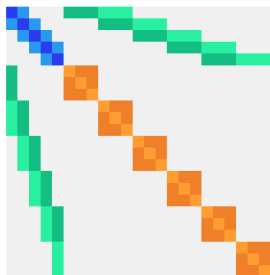
- Le θ —schéma améliore **un peu** la CFL : pas suffisant.
- Pour obtenir le résultat attendu, on doit annuler les termes

$$\begin{pmatrix} \mathbb{M}^{H,H} & \mathbb{M}^{H,b} \\ \mathbb{M}^{b,H} & \mathbb{M}^{b,b} \end{pmatrix}$$

Modèle **orthogonalisé** : les bulles sont choisies orthogonales à \mathbb{P}_1 .

Schémas enrichis

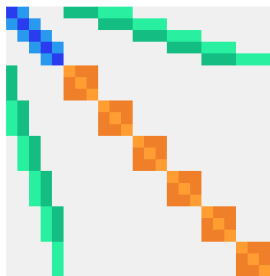
Figure – 3 schémas retenus et leurs matrices à « inverser »



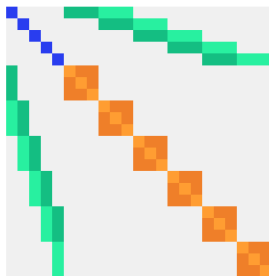
(a) IMEX

Schémas enrichis

Figure – 3 schémas retenus et leurs matrices à « inverser »



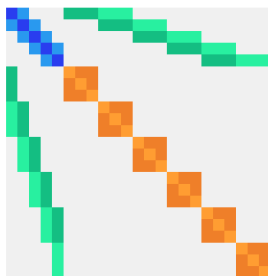
(a) IMEX



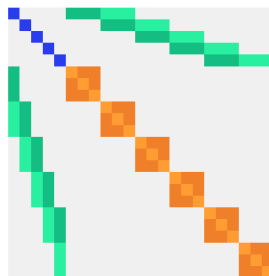
(b) Lumped IMEX
(LIMEX)

Schémas enrichis

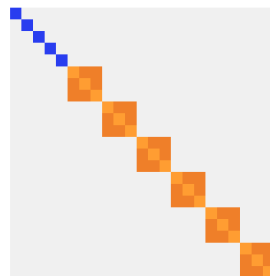
Figure – 3 schémas retenus et leurs matrices à « inverser »



(a) IMEX



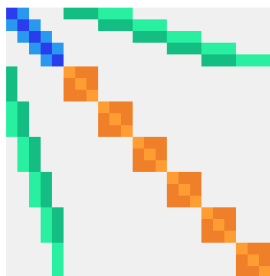
(b) Lumped IMEX
(LIMEX)



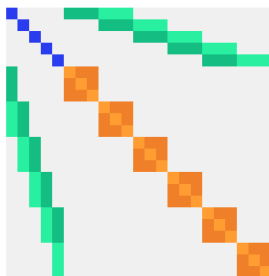
(c) Lumped Orthogonalized
IMEX (LOIMEX)

Schémas enrichis

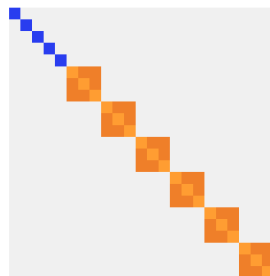
Figure – 3 schémas retenus et leurs matrices à « inverser »



(a) IMEX



(b) Lumped IMEX
(LIMEX)



(c) Lumped Orthogonalized
IMEX (LOIMEX)

Testons ! 😊

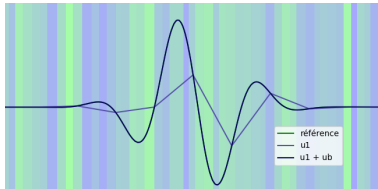
Table of Contents

● Problème adressé

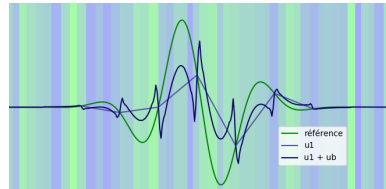
● Les bulles

● Résultats

Problèmes de décomposition



(a) cas non orthogonalisé



(b) cas orthogonalisé

Figure – Effet de l'orthogonalisation des espaces bulles

Performances

IMEX

LIMEX

LOIMEX

CFL



Performances

IMEX

LIMEX

LOIMEX

CFL



représentation
de fonctions



Performances

IMEX

LIMEX

LOIMEX

CFL



représentation
de fonctions



approximation
solution



Conclusion

En l'état, l'ajout de bulles ne permet pas d'améliorer le schéma.

Conclusion

En l'état, l'ajout de bulles ne permet pas d'améliorer le schéma.

Génération futures

Conclusion

En l'état, l'ajout de bulles ne permet pas d'améliorer le schéma.

Génération futures

- prenez votre temps et organisez-vous, stage \neq projet

Conclusion

En l'état, l'ajout de bulles ne permet pas d'améliorer le schéma.

Génération futures

- prenez votre temps et organisez-vous, stage \neq projet
- si ça ne marche pas, ça ne marche pas

Conclusion

En l'état, l'ajout de bulles ne permet pas d'améliorer le schéma.

Génération futures

- prenez votre temps et organisez-vous, stage \neq projet
- si ça ne marche pas, ça ne marche pas
- le CEA sert de très bonnes pizzas

MERCI

Patrick Joly. *Analyse et approximation de modèles de propagation d'ondes*. 2001.

Anton Von Pamel, Colin R. Brett, Peter Huthwaite, and Michael J. S. Lowe. Finite element modelling of elastic wave scattering within a polycrystalline material in two and three dimensions. *Journal of Acoustical Society of America*, 2015.

Haïm Brezis. *Analyse fonctionnelle. Théorie et applications*. 1983.

Hajer Methenni. *Modélisation mathématique et méthode numérique pour la simulation du contrôle santé intégré par ultrasons de plaques composites stratifiées*. PhD thesis, 2021.

Sami Karkar. *Méthodes numériques pour les systèmes dynamiques non linéaires. Applications aux instruments de musique auto-oscillants*. PhD thesis, 2012.