

Генерация случайных чисел

Карасев Арсений Михайлович

Саратовский национальный исследовательский государственный университет
им. Н. Г. Чернышевского

Кафедра математической кибернетики
и компьютерных наук

Научный руководитель: доцент Иванова А. С.

2021г.

Истинные случайные числа.

- Основываются на непредсказуемых данных физических явлений, например анализ шумов в звуковой карте компьютера.

Псевдослучайные числа.

- Основываются на определённых математических алгоритмах. За основу берётся какое-то стартовое число. Каждое новое число в последовательности ГПСЧ генерируется исходя из предыдущего определенным способом.

Пример простого ГПСЧ (Генератора псевдослучайных чисел)

```
1 int PRNG()  
2 {  
3     static unsigned long int seed = 5643;  
4     seed = seed * 1103515245 + 12345;  
5     return (unsigned int)(seed / 65536) % 32768;  
6 }
```

Сама «случайность» происходит из-за переполнения, так как в математических операциях участвуют довольно большие числа.

Распределения. Ключевые термины

- Распределение вероятностей — это закон, описывающий область значений случайной величины и соответствующие вероятности появления этих значений.

Распределения. Ключевые термины

- Распределение вероятностей — это закон, описывающий область значений случайной величины и соответствующие вероятности появления этих значений.
- Плотность вероятности — вещественная функция, характеризующая сравнительную вероятность реализации тех или иных значений случайной переменной.

Распределения. Ключевые термины

- Распределение вероятностей — это закон, описывающий область значений случайной величины и соответствующие вероятности появления этих значений.
- Плотность вероятности — вещественная функция, характеризующая сравнительную вероятность реализации тех или иных значений случайной переменной.
- Функция распределения в теории вероятностей — функция, характеризующая распределение случайной величины.

Распределения. Ключевые термины

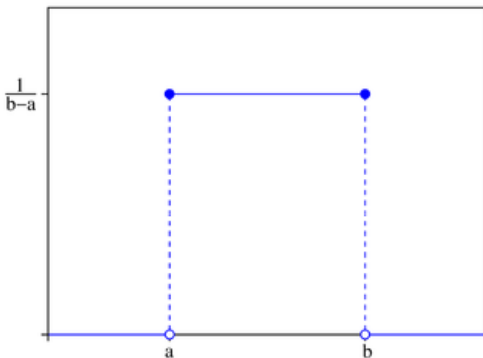
- Распределение вероятностей — это закон, описывающий область значений случайной величины и соответствующие вероятности появления этих значений.
- Плотность вероятности — вещественная функция, характеризующая сравнительную вероятность реализации тех или иных значений случайной переменной.
- Функция распределения в теории вероятностей — функция, характеризующая распределение случайной величины.
- Математическое ожидание (μ) — среднее значение случайной величины. В случае непрерывной случайной величины подразумевается взвешивание по плотности распределения.

Распределения. Ключевые термины

- Распределение вероятностей — это закон, описывающий область значений случайной величины и соответствующие вероятности появления этих значений.
- Плотность вероятности — вещественная функция, характеризующая сравнительную вероятность реализации тех или иных значений случайной переменной.
- Функция распределения в теории вероятностей — функция, характеризующая распределение случайной величины.
- Математическое ожидание (μ) — среднее значение случайной величины. В случае непрерывной случайной величины подразумевается взвешивание по плотности распределения.
- Среднеквадратическое отклонение (σ) — наиболее распространённый показатель рассеивания значений случайной величины относительно её математического ожидания.

Равномерное распределение

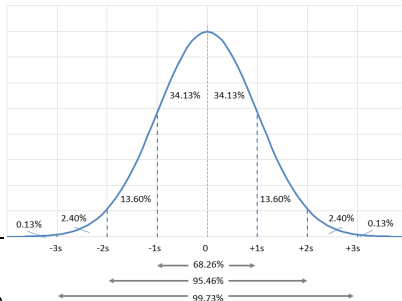
- Одинаковая вероятность появления для всех чисел в диапазоне.
- Идеальное распределение для ГПСЧ.



Гауссово распределение (Нормальное)

- Стандартным нормальным распределением называется нормальное распределение с математическим ожиданием $\mu = 0$ и стандартным отклонением $\sigma = 1$
- Нормальное распределение — распределение вероятностей, которое в одномерном случае задаётся функцией плотности вероятности, совпадающей с функцией Гаусса:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$



Код реализации генерации случайных чисел на нормальном распределении

```
1 double normalFunction(double x)
2 {
3     if (x == 0.5) {
4         return 0.0;
5     }
6     if (x < eps) {
7         return -4.3;
8     }
9     if (x > 1 - eps) {
10        return 4.3;
11    }
12
13
14    int sign = 1;
15    if (x < 0.5) {
16        x = 1 - x;
17        sign = -1;
18    }
19    double xk1 = values[(int)(round(10 * x) - 5)], xk = xk1;
20    double b = 1 - 2 * x;
21    do
22    {
23        xk = xk1;
24        double t = xk / sqrt_2;
25        xk1 = xk - sqrt_pi_2 * exp(t * t) * (erf(t) + b);
26    }
27    while (fabs(xk - xk1) >= eps);
28
29    return sign == 1 ? xk1 : -xk1;
30 }
```

Код реализации генерации случайных чисел на нормальном распределении

```
1 double getNormRandVal()
2 {
3     return normalFunction((double)rand() / ((double)RAND_MAX));
4 }
5
6
7 double finalResult(double m, double sigma)
8 {
9     std::vector<double> vec;
10    double randNum;
11    randNum = m + sigma * getNormRandVal();
12
13
14    return randNum;
15 }
```

Где values — массив с вычисленными значениями функции нормального распределения (от 0.5 до 0.99)

Результат работы генератора

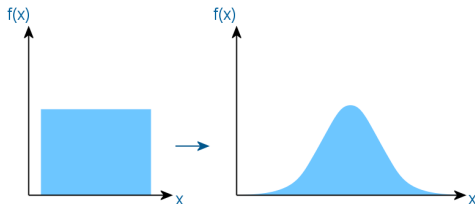
```
Input m: 15.0  
Input sigma: 2.0
```

```
-----  
13.494136  
14.866717  
15.596783  
14.31641  
15.271561  
13.705694  
12.699931  
16.227304  
14.305695  
14.634687  
17.565783  
14.06521  
15.349456  
16.201915  
16.344325  
12.191761  
16.317406  
16.057254  
16.101323  
14.309269
```

```
Input m: 15.0  
Input sigma: 2.0
```

```
-----  
8  
9  
10  
11 ***  
12 *****  
13 *****  
14 *****  
15 *****  
16 *****  
17 *****  
18 *****  
19 **  
20 *  
21  
22
```

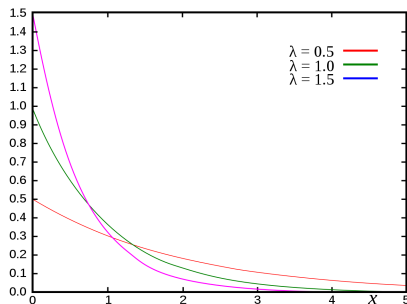
Получается, мы
«переводим»
равномерное
распределение в
нормальное.



Экспоненциальное распределение (показательное)

Экспоненциальное распределение моделирует время между двумя последовательными свершениями одного и того же события. Для подсчёта вероятности нужен один параметр (λ), причём $\lambda > 0$. Тогда плотность вероятности этого распределения имеет вид:

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$



Код реализации генератора случайных чисел на экспоненциальном распределении

```
1 double getRandomnumber()  
2 {  
3     return (double)rand() / (double)RAND_MAX;  
4 }  
5  
6  
7 double exponentialDistribution(double ly)  
8 {  
9     double x, u;  
10    u = getRandomnumber();  
11    x = log(1 - u) * (1 / (-ly));  
12    return x;  
13 }
```

Результат работы генератора

```
Введите количество событий: 1.0
1.09089
1.5098
0.0326637
0.791355
0.648941
2.06151
1.57323
0.239513
0.543143
2.09715
0.415017
1.36357
1.37679
1.64239
1.43697
3.87951
0.137765
0.959622
1.77616
0.21141
0.688853
1.36668
0.00768964
0.190368
0.539053
0.177129
2.38715
5.0693
0.607306
0.438302
0.0-0.5 *****
0.5-1.0 *****
1.0-1.5 *****
1.5-2.0 ****
2.0-2.5 ***
3.5-4.0 *
5.0-5.5 *
```

```
Введите количество событий: 1.5
1.27929
0.289369
0.971643
0.287989
1.70039
0.255332
0.0506225
0.71591
1.1052
0.969898
0.987382
0.233521
0.0581944
0.156091
0.136231
0.185155
0.449222
1.26245
1.36167
1.05672
0.827247
0.383628
0.80701
0.430063
0.196641
0.832333
0.107986
0.241862
0.210892
0.0747156
0.0-0.5 *****
0.5-1.0 *****
1.0-1.5 *****
1.5-2.0 *
```

```
Введите количество событий: 0.5
3.96536
0.450075
0.048853
0.389542
1.67194
0.504941
2.52269
1.5057
2.17978
2.36032
0.898293
1.08198
1.66701
0.347637
3.37147
0.995596
6.79186
0.0365886
6.17593
0.267979
1.06496
1.12308
1.02035
6.23158
3.31496
1.10465
0.787598
0.121348
0.0458101
2.52744
0.0-0.5 *****
0.5-1.0 *****
1.0-1.5 *****
1.5-2.0 ***
2.0-2.5 **
2.5-3.0 **
3.0-3.5 **
3.5-4.0 *
6.0-6.5 **
6.5-7.0 *
```

Список использованной литературы



Б. В. Гнеденко

Курс теории вероятностей /Б. В. Гнеденко.

Москва, Россия, Едиториал УРСС, 2019, стр. 158–175.



В.П. Чистяков

Курс теории вероятностей /Б. В. Гнеденко.

Москва, Россия, Наука, 1987, стр. 71–122.



Поиск генераторов истинных случайных чисел[Электронный ресурс]

URL: <https://habr.com/ru/company/mailru/blog/408181/>

(Дата обращения 13.11.2017) Загл. с экр. яз. рус.



Генерация случайных чисел[Электронный ресурс]

URL: <https://ravesli.com/urok-71-generatsiya-sluchajnyh-chisel-funktsii-srand-i-rand/>

(Дата обращения 15.09.2020) Загл. с экр. яз. рус.



Генераторы непрерывно распределенных случайных величин[Электронный ресурс]

URL: <https://habr.com/ru/post/263993/>

(Дата обращения 02.08.2015) Загл. с экр. яз. рус.

Спасибо за внимание!