

Csc 226
Assignment 1 Programming
Avery K.
V00865118

Hypothesis

The results in table A were generated by running 20 random input size values in 6 different integer ranges, (0 - 1 million, 0 - 100 thousand, 0 - 10 thousand, 0 - 1 thousand, 0 - 100, and 0 - 10) through 10 trails of calculating the percentage of red nodes in Red Black tree after N insertions.

In order to ensure maximum randomness, each input set consisted of integers 0 - input size randomly ordered.

Summary of the data:

For the large input ranges (0 - 1 thousand 10 thousand, 100 thousand, 1 million), the expected value for % of red nodes was observed to be between 25.33797673% and 25.67019814%, with very low variation.

For input ranges 10 and 100, their observed expected values were calculated to be 21.43353175 and 27.14486961, respectively.

And finally, the average of all recorded percentage values was calculated to be 25.05464982%.

Based on the results observed, the overall expected value for the % of red nodes in a Red Black is 25.05464982%. However, it is important to note that for input sizes less than 100, the expected value is observed to be closer to 24%.

Table B (Based on the expected value results from Table A)

Average of all expected values	25.05464982
--------------------------------	-------------

Table A

Inputs (0, 1,000,0 00)																						
N	837 854	508 854	177 423	137 491	883 071	901 049	803 906	251 444	361 488	527 862	535 63	872 514	863 200	332 03	129 64	428 187	682 205	245 685	823 162	759 870	E(n)	
Trail 1	25. 470 786 08	25. 449 736 07	25. 373 824 14	25. 366 751 28	25. 400 222 63	25. 384 080 11	25. 406 950 56	25. 345 603 79	25. 401 119 82	25. 429 563 03	25. 388 794 5	25. 397 300 22	25. 393 188 14	25. 368 189 62	25. 501 388 46	25. 489 097 05	25. 354 695 44	25. 344 648 64	25. 437 034 27	25. 381 841 63	25.389 918	
Trail 2	25. 402 277 72	25. 406 894 71	25. 528 257 33	25. 334 749 18	25. 396 712 16	25. 374 868 63	25. 472 402 97	25. 477 471 01	25. 332 567 53	25. 399 996 27	25. 404 864 56	25. 435 820 2	25. 446 495 8	25. 123 418 7	25. 316 041 82	25. 363 343 86	25. 336 101 11	25. 368 275 02	25. 385 789 67			
Trail 3	25. 417 316 14	25. 399 230 43	25. 401 441 75	25. 466 394 16	25. 402 147 73	25. 392 292 76	25. 382 942 78	25. 420 371 93	25. 444 551 41	25. 444 529 06	25. 308 515 21	25. 363 833 7	25. 330 746 06	25. 479 625 34	25. 462 820 12	25. 355 277 02	25. 397 204 65	25. 431 752 04	25. 412 859 19	25. 411 320 36		
Trail 4	25. 414 690 39	25. 386 653 15	25. 385 660 26	25. 444 574 55	25. 364 778 14	25. 342 018 03	25. 422 358 935	25. 407 482 15	25. 304 151 46	25. 461 605 96	25. 394 091 1	25. 416 010 19	25. 365 177 85	25. 593 952 48	25. 422 537 35	25. 412 009 59	25. 224 576 18	25. 383 946 29	25. 416 189 61			
Trail 5	25. 354 775 41	25. 383 705 35	25. 365 933 39	25. 505 669 46	25. 393 767 89	25. 377 976 11	25. 395 630 83	25. 300 663 37	25. 426 293 54	25. 374 434 98	25. 202 098 46	25. 391 340 43	25. 408 595 92	25. 353 130 74	25. 431 965 44	25. 416 932 32	25. 371 845 71	25. 323 483 32	25. 398 281 26	25. 357 495 36		
Trail 6	25. 399 174 56	25. 487 271 4	25. 498 948 84	25. 290 382 64	25. 362 853 04	25. 297 958 27	25. 401 228 5	25. 409 236 25	25. 406 652 5	25. 440 740 19	25. 330 918 73	25. 457 012 72	25. 25. 536 595 08	25. 069 423 02	25. 397 314 72	25. 337 691 75	25. 397 968 94	25. 360 257 15	25. 383 815 65			
Trail 7	25. 411 587 22	25. 379 185 39	25. 445 968 11	25. 488 213 77	25. 391 842 79	25. 358 554 31	25. 421 753 29	25. 499 514 8	25. 376 222 72	25. 411 944 79	25. 452 271 16	25. 356 842 41	25. 377 432 81	25. 500 707 77	25. 509 102 13	25. 330 521 48	25. 426 374 77	25. 326 332 5	25. 437 520 2	25. 383 157 65		
Trail 8	25. 429 132 04	25. 374 665 42	25. 378 333 14	25. 459 848 28	25. 404 752 28	25. 367 543 83	25. 395 382 05	25. 277 198 9	25. 449 807 46	25. 357 763 96	25. 194 630 62	25. 309 049 48	25. 384 962 93	25. 368 189 62	25. 632 520 83	25. 417 399 41	25. 381 813 38	25. 304 353 14	25. 322 597 5	25. 333 412 29		
Trail 9	25. 390 819 88	25. 415 148 55	25. 380 024 01	25. 366 023 96	25. 350 962 72	25. 439 016 08	25. 396 999 15	25. 475 652 63	25. 413 015 09	25. 398 494 3	25. 452 271 16	25. 401 770 06	25. 366 543 1	25. 347 107 19	24. 737 735 27	25. 426 040 49	25. 368 474 29	25. 286 444 02	25. 425 979 33	25. 346 046 03		
Trail 10	25. 398	25. 403	25. 352	25. 430	25. 406	25. 307	25. 438	25. 429	25. 378	25. 396	25. 504	25. 408	25. 372	25. 693	25. 169	25. 465	25. 331	25. 343	25. 315	25. 356		

	458 44	357 35	406 4	028 15	337 66	835 64	546 3	519 1	159 16	599 87	546 05	188 29	103 8	461 43	700 71	509 23	828 41	427 56	672 98	179 35	
Inputs (0, 100,00 0)																					
N	578 06	805 40	659 7	243 90	676 77	579 23	779 83	897 18	614 90	134 1	641 55	278 0	531 96	194 24	421 43	677 61	414 78	138 32	531 83	456 06	E(n)
Trail 1	25. 234 404 73	25. 383 660 29	26. 011 823 56	25. 354 653 55	25. 338 002 57	25. 293 924 69	25. 390 149 14	25. 427 450 46	25. 387 867 95	25. 055 928 41	25. 354 220 25	25. 467 625 9	25. 193 623 58	25. 628 088 96	25. 403 981 68	25. 299 213 41	25. 430 348 62	25. 021 688 84	25. 297 557 49	25. 474 718 24	25.351 40468
Trail 2	25. 367 608 9	25. 577 352 87	24. 965 893 59	25. 514 555 15	25. 360 166 67	25. 457 935 54	25. 273 457 04	25. 486 524 44	25. 498 455 03	26. 099 925 43	25. 486 711 87	26. 187 050 36	25. 272 576 89	25. 144 151 57	25. 610 421 66	25. 409 896 55	25. 283 282 7	25. 375 939 85	25. 182 859 18	25. 362 890 85	
Trail 3	25. 604 608 52	25. 340 203 63	25. 708 655 45	25. 694 956 95	25. 267 077 44	25. 473 473 4	25. 263 198 39	25. 433 023 47	25. 280 533 42	25. 577 926 92	25. 145 351 1	24. 100 719 42	25. 368 448 76	25. 190 423 08	25. 330 204 69	25. 430 348 62	25. 491 613 65	25. 25. 513 792	25. 553 655 22		
Trail 4	25. 381 448 29	25. 279 364 29	25. 102 319 24	25. 772 857 73	25. 388 241 2	25. 514 907 72	25. 526 076 2	25. 262 489 13	25. 381 362 82	23. 340 790 45	25. 337 074 27	26. 223 021 58	25. 362 809 23	25. 061 779 24	25. 506 015 23	25. 389 235 7	25. 591 880 03	25. 281 954 89	25. 258 071 19	25. 430 864 36	
Trail 5	25. 127 149 43	25. 294 263 72	25. 178 111 26	25. 334 153 34	25. 664 553 69	25. 521 813 44	25. 437 595 37	25. 205 644 35	25. 285 412 26	25. 801 640 57	25. 536 591 07	25. 719 424 46	25. 327 092 26	25. 355 230 64	25. 605 675 91	25. 241 658 18	25. 249 529 87	25. 238 577 21	25. 611 567 61	25. 270 797 7	
Trail 6	25. 523 302 08	25. 372 485 72	24. 920 418 37	25. 518 655 19	25. 423 703 77	25. 148 904 58	25. 446 571 69	25. 287 010 41	25. 173 198 89	25. 055 928 41	25. 332 398 1	24. 172 661 87	25. 374 088 28	25. 535 420 1	25. 316 185 37	25. 603 223 09	25. 061 478 37	25. 093 984 96	25. 451 742 1	25. 200 631 5	
Trail 7	25. 163 477 84	25. 376 210 58	26. 042 140 37	25. 284 952 85	25. 509 404 97	25. 271 481 1	25. 358 090 87	25. 360 574 24	25. 306 553 91	25. 354 213 27	25. 337 074 27	24. 424 460 43	25. 233 100 23	25. 813 426 69	25. 527 371 09	25. 296 261 86	25. 483 388 78	25. 021 688 84	25. 177 218 28	25. 347 541 99	
Trail 8	25. 455 835 03	25. 316 612 86	25. 936 031 53	25. 371 053 71	25. 277 420 69	25. 397 510 49	25. 060 590 13	25. 212 331 97	25. 226 866 16	24. 832 214 77	25. 352 661 52	25. 107 913 67	25. 364 689 07	25. 535 420 1	25. 406 354 55	25. 312 495 39	25. 355 610 2	25. 368 710 24	25. 506 270 8	25. 579 967 55	
Trail 9	25. 433	25. 209	25. 223	25. 530	25. 497	25. 133	25. 351	25. 462	25. 404	25. 727	25. 346	25. 755	25. 547	25. 586	25. 494	25. 411	25. 538	25. 665	25. 337	25. 244	

	346 02	833 62	586 48	955 31	584 11	366 71	679 21	003 17	130 75	069 35	426 62	395 68	033 61	902 8	150 87	372 32	839 87	124 35	043 79	485 37	
Trail 10	25. 241 324 43	25. 428 358 58	24. 799 151 13	25. 649 856 5	25. 352 778 64	25. 304 283 27	25. 281 151 02	25. 315 990 1	25. 413 888 44	24. 906 785 98	25. 341 750 45	24. 136 690 65	25. 552 673 13	25. 344 934 1	25. 244 999 17	25. 398 090 35	25. 464 101 45	25. 028 918 45	25. 620 969 11	25. 152 392 23	
Inputs (0, 10,000)																					
N	359	626 6	412 5	773	857 0	954 7	872 0	293 9	923 9	488 7	603 2	825 4	728 0	140 6	745 0	487 7	608 0	203 5	468 3	E(n)	
Trail 1	26. 183 844 01	25. 710 181 93	26. 206 060 61	23. 673 997 41	25. 554 259 04	24. 971 195 14	25. 825 688 07	25. 314 732 9	25. 998 484 68	26. 168 224 3	25. 298 408 49	25. 502 786 53	25. 302 197 8	26. 315 789 47	25. 557 046 98	25. 384 457 66	25. 230 263 16	24. 275 184 28	25. 496 476 62	25.337 97673	
Trail 2	24. 233 983 29	25. 837 855 09	25. 260 606 06	25. 226 390 69	25. 379 229 87	25. 484 445 38	25. 642 201 83	25. 348 758 08	25. 565 537 4	24. 818 276 22	25. 352 977 29	25. 613 395 23	25. 102 980 37	25. 412 087 91	25. 675 859 68	25. 328 015 31	25. 015 378 25	25. 012 285 01	25. 261 584 45		
Trail 3	25. 626 740 95	25. 853 814 24	25. 915 151 52	24. 967 658 47	25. 472 578 76	25. 725 358 75	25. 321 100 92	24. 872 405 58	25. 706 245 26	24. 506 749 74	24. 923 265 81	25. 314 986 74	25. 926 823 36	25. 535 714 29	26. 031 294 45	25. 328 859 06	26. 594 217 76	24. 819 078 95	24. 471 744 47	25. 944 907 11	
Trail 4	26. 183 844 01	25. 837 855 09	26. 206 060 61	24. 708 926 26	25. 647 607 93	24. 929 297 16	26. 123 853 21	25. 416 808 44	25. 078 471 7	26. 687 435 1	25. 127 890 32	25. 116 047 75	25. 102 980 37	25. 315 934 07	25. 177 809 39	25. 234 899 33	24. 687 307 77	24. 539 473 68	25. 405 405 41	25. 923 553 28	
Trail 5	24. 233 983 29	25. 343 121 61	25. 191 25. 461 6	24. 332 555 84	25. 065 465 43	25. 607 798 59	25. 24. 498 128 62	25. 587 184 76	25. 960 539 98	24. 902 803 36	25. 314 986 74	25. 817 785 32	25. 686 813 19	24. 039 829 3	25. 798 657 72	25. 425 466 48	25. 246 710 53	24. 815 724 82	25. 688 661 11		
Trail 6	24. 512 534 82	26. 236 833 71	25. 648 484 85	24. 320 827 94	25. 075 845 97	25. 547 292 34	25. 607 798 17	25. 212 657 37	25. 327 416 39	25. 856 697 82	25. 762 226 31	25. 431 034 48	26. 011 630 72	25. 439 560 44	26. 173 541 96	25. 530 201 34	25. 097 395 94	25. 756 578 95	24. 471 744 47	25. 411 061 29	
Trail 7	24. 512 534 82	24. 880 306 42	25. 066 666 67	26. 520 051 75	25. 040 840 14	24. 636 011 31	25. 286 697 25	25. 654 984 69	25. 933 542 59	26. 064 382 14	25. 397 877 98	25. 442 209 84	25. 824 175 82	26. 813 655 76	25. 718 120 81	25. 548 492 93	25. 394 736 84	25. 405 405 41	24. 941 276 96		
Trail 8	23. 119 777 16	25. 103 734 44	25. 745 454 55	25. 25. 614 489	25. 635 473 939	25. 473 850 970	24. 850 917 43	24. 634 229 33	25. 543 890 03	24. 610 882 9	24. 24. 340 9	25. 828 260 47	25. 25. 362 64	25. 137 529 05	26. 529 033 88	25. 445 855 16	25. 25. 263 95	25. 945 304 292	25. 304 292 12		

Trail 9	24. 233 983 29	25. 678 263 65	25. 139 393 94	24. 579 974 16	25. 845 974 33	25. 013 093 12	25. 217 889 91	25. 654 984 69	25. 349 063 75	22. 845 275 18	25. 168 815 22	25. 016 578 25	25. 163 557 06	25. 288 461 54	24. 182 076 81	24. 953 020 13	25. 815 050 24	25. 855 263 16	24. 815 724 82	25. 539 184 28	
	25. 348 189 42	26. 220 874 56	25. 406 060 61	24. 062 095 73	25. 939 323 22	25. 421 598 41	25. 412 844 04	26. 063 286 83	25. 132 590 11	23. 468 328 14	25. 331 475 752	25. 478 564 99	25. 247 252 85	25. 244 665 72	24. 872 483 22	25. 097 395 94	26. 085 526 32	25. 405 405 41	25. 539 184 28		
	Inputs (0, 1,000)																				
N	369	184	17	897	644	598	22	361	705	438	237	533	917	526	526	532	286	666	614	403	E(n)
Trail 1	25. 474 254 74	26. 630 434 78	29. 411 764 71	24. 689 440 301	26. 923 076 99	22. 727 272 73	24. 930 747 92	26. 666 666 67	27. 853 881 28	24. 894 514 77	22. 326 454 03	25. 954 198 47	26. 235 741 44	25. 285 171 1	22. 556 390 98	25. 174 825 17	22. 972 972 97	28. 664 495 11	26. 054 590 57	25.670 19814	
	27. 371 273 71	23. 913 043 48	29. 411 764 71	26. 421 404 68	25. 931 677 02	26. 755 852 84	18. 181 818 18	26. 592 797 78	25. 957 446 81	26. 940 639 27	27. 426 160 34	25. 328 330 21	24. 645 583 42	25. 285 171 1	25. 095 057 03	28. 571 428 57	25. 524 475 52	25. 975 975 98	27. 524 429 97	24. 813 895 78	
	25. 745 257 45	26. 086 956 52	35. 294 117 65	27. 27. 090 301	25. 465 838 51	23. 913 043 48	22. 727 272 73	26. 592 797 78	25. 815 602 84	26. 712 328 77	25. 266 416 62	24. 645 583 42	24. 904 942 97	25. 475 285 17	24. 060 150 38	24. 825 174 83	25. 525 525 53	24. 918 566 78	24. 317 617 87		
	24. 390 243 9	23. 913 043 48	35. 294 117 65	25. 863 991 08	25. 310 559 01	23. 578 595 32	13. 636 363 64	27. 146 814 4	25. 531 914 89	23. 972 602 74	27. 426 160 34	24. 765 478 42	22. 573 609 6	25. 095 057 03	24. 524 714 83	26. 315 789 47	23. 776 223 78	23. 723 723 72	23. 941 368 08	26. 302 729 53	
Trail 5	23. 848 238 48	20. 652 173 91	29. 411 764 71	26. 086 956 52	24. 534 161 49	25. 585 284 28	18. 181 818 18	26. 869 806 09	25. 957 446 81	24. 429 223 74	25. 316 455 7	28. 517 823 64	25. 190 839 69	28. 665 399 13	25. 819 548 24	27. 825 174 83	24. 426 899 43	26. 732 451 02	25. 806 451 61		
	24. 932 249 32	23. 369 565 22	35. 294 117 65	24. 191 750 28	24. 844 720 5	23. 745 819 4	18. 181 818 18	28. 808 864 27	27. 801 418 44	26. 484 018 26	24. 050 632 91	25. 328 330 21	27. 480 916 03	23. 574 144 49	26. 806 083 65	25. 187 969 92	29. 020 979 02	27. 327 327 33	27. 198 697 07	23. 573 200 99	
	23. 035 230 35	35. 294 117 65	26. 421 404 68	24. 223 602 48	24. 749 163 88	40. 909 090 91	24. 930 747 92	24. 255 319 15	22. 146 219 72	27. 004 885 41	27. 016 536 55	24. 475 532 17	25. 475 285 17	23. 384 030 42	27. 255 639 1	26. 223 776 22	25. 225 225 23	25. 570 032 57	25. 558 312 66		
	26. 558	26. 086	11. 764	26. 086	27. 018	25. 083	22. 727	22. 437	25. 390	28. 767	28. 270	26. 829	25. 190	24. 714	27. 756	23. 120	26. 923	26. 126	25. 732	26. 799	

	27. 272 727 27		20. 689 655 17		24. 444 444 44	25. 714 285 71	25. 287 356 32	25. 274 725 27		40. 384 615 38		30. 434 782 61	31. 081 081 08	18. 867 924 53		30. 927 835 05	27. 058 823 53	24. 242 424 24		34. 285 714 29		
Trail 8		25. 252 525 25		20. 689 655 17	18. 478 260 87	31. 111 111 11	27. 142 857 14	22. 988 505 75	21. 978 021 98		30. 769 230 77		17. 391 304 35	28. 378 378 38	32. 075 471 7		29. 896 907 22	23. 529 411 76	21. 212 121 21		25. 714 285 71	
Trail 9		22. 222 222 22		20. 689 655 17			25. 714 285 71	22. 988 505 75	21. 978 021 98				30. 434 782 61	28. 378 378 38	18. 867 924 53		23. 711 340 21	30. 588 235 29	24. 242 424 24		21. 428 571 43	
Trail 10																						
Inputs (0, 10)																						
N	3	9	6	3	8	2	9	5	4	2	4	0	8	8	5	9	9	4	7	8	E(n)	
Trail 1			22. 222 222 0	33. 333 333 22			12. 222 222 5	22. 222 222 22						12. 5	12. 5		22. 222 222 22	11. 111 111 11			12. 5	21.433 53175
Trail 2			11. 111 111 0	33. 333 333 33			12. 222 222 5	22. 222 222 22						12. 5	12. 5		11. 111 111 11	11. 111 111 11			0	50
Trail 3			22. 222 222 0	33. 333 333 33			12. 111 111 5	11. 111 111 11						12. 5	12. 5		11. 111 111 11	11. 111 111 11		42. 857 142 86	12. 5	
Trail 4			22. 222 222 0	33. 333 333 33			12. 222 222 5	22. 222 222 22						12. 5	12. 5		22. 222 222 22	22. 222 222 22			12. 5	
Trail 5			22. 222 222 0	33. 333 333 33				22. 222 222 22						12. 5	12. 5		22. 222 222 22	22. 222 222 22		42. 857 142 86	50	
Trail 6			22. 222 222 0	33. 333 333 33			12. 222 222 5	22. 222 222 22						12. 5	12. 5		22. 222 222 22	22. 222 222 22		42. 857 142 86	12. 5	
Trail 7			22. 222 222 0	33. 333 333 33			12. 222 222 5	22. 222 222 22						12. 5	12. 5		11. 111 111 11	11. 111 111 11			12. 5	

Trail 8	0	22. 222 222 22	33. 333 333 33	0	12. 5	50	22. 222 222 22	20	25	50	25	0	50	12. 5	40	22. 222 222 22	22. 222 222 22	25	0	50	
Trail 9	0	11. 111 111 11	33. 333 333 33	0	12. 5	50	11. 111 111 11	20	25	50	25	0	12. 5	12. 5	20	22. 222 222 22	11. 111 111 11	25	0	12. 5	
Trail 10	0	22. 222 222 22	33. 333 333 33	0	12. 5	50	22. 222 222 22	40	25	50	25	0	12. 5	12. 5	20	22. 222 222 22	11. 111 111 11	25	42. 857 142 86	12. 5	