

Задача 1. При испытании нового лекарства от шонибудилеза пациентов разбили на две группы по 50 человек. Одной группе давали новое лекарство, а другой — крашеный сахар (при этом все пациенты содержались вместе, остальные процедуры проводились одинаково и ни сами пациенты, ни сестры не знали, кому что дают). В результате в экспериментальной группе выздоровело 42 человека, а в контрольной 35. Проверьте с 5%-м уровнем значимости гипотезу о том, что новое лекарство эффективнее плацебо. Вычислите p -value.

В качестве гипотезы H_0 возьмём гипотезу о том что вероятность выздороветь одинаковая, т.е. $p_1 = p_2$, в качестве альтернативной гипотезы H_1 то, что $p_1 > p_2$

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{42}{50} = 0.84 \\ p_2 &= \frac{35}{50} = 0.7 \\ p &= \frac{50 \cdot 42 + 50 \cdot 35}{100} = 0.77 \\ z &= \sqrt{50 \cdot 50 / 100} \cdot \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p \cdot (1 - p)}} = 1.66337 \end{aligned}$$

Статистика z имеет нормальное распределение. Возьмём в качестве критической области $S = (z_{1-\alpha}, \infty) = (1.644854, \infty)$, тогда гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_1 .

Значение p -value = $1 - F(z) = 0.04811924$.

Задача 2. В двух параллельных классах 25 и 28 учеников соответственно. На медосмотре всем измерили рост. получилось, что в первом классе средний рост составил 152 см со стандартным отклонением 4 см, а во втором 148 см со стандартным отклонением 5 см. Считая распределение роста в обоих классах нормальным, проверить гипотезу о совпадении роста с 5%-м уровнем значимости. Вычислить p -value.

В качестве гипотезы H_0 возьмём гипотезу о том что Математическое ожидание среднего роста одинаковое, т.е. $Ex_1 = Ex_2$, в качестве альтернативной гипотезы H_1 то, что $Ex_1 \neq Ex_2$, тогда

$$N_1 = 25, N_2 = 28$$

$$\bar{X}_1 = 152, \bar{X}_2 = 148$$

$$z = \frac{\frac{s_1}{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2}}} = 3.511076$$

Статистика имеет распределение студента со степенью свободы $\mu = 55.40144$. Критическая область имеет вид $S = (-\infty, -2.001308) \cup (2.001308, \infty)$, поэтому гипотезу H_0 отвергаем в пользу альтернативной H_1 . Значение p -value = $2 \cdot \min(0.999567, 1 - 0.999567) = 0.000866$.