

Wstęp do statystyki – podstawowe pojęcia

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Animacja
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela





Spis ludności w Betlejem Obraz Pietera Bruegela Starszego, 1566 r.

Źródło: dostępny w internecie: commons.wikimedia.org, domena publiczna.

Słowo *statystyka* pochodzi od łacińskiego *status* (czyli o stanie rzeczy państwa). Pierwsze badania statystyczne prowadzono już ok. 2000 lat p. n. e. w starożytnym Egipcie, gdzie cyklicznie określano stan ludności i zasobów państwa. Spisy takie prowadzono też w starożytnych Chinach, Grecji, Persji.

W średniowieczu zaczęto prowadzić inwentaryzację majątków prywatnych, feudalnych i kościelnych.

W miarę upływu lat wzrastały państwowe potrzeby administracyjne, gromadzono coraz więcej danych liczbowych, które zaczęto przedstawiać w postaci tabelarycznej.

Terminu statystyka prawdopodobnie jako pierwszy użył Niemiec G. Achenwalla (1749 r.).

Za datę postrzegania statystyki jako dyscypliny naukowej, można przyjąć datę ukazania się książki J. Graunta: "Naturalne i polityczne obserwacje poczynione nad biuletynem śmiertelności". Graunt na podstawie analizy londyńskich biuletynów śmiertelności zauważył, że rzetelne prześledzenie zjawisk masowych prowadzi do ukazania prawidłowości i wyciągnięcia odpowiednich wniosków.

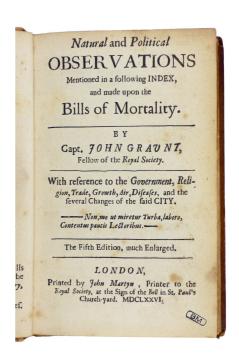
Podstawą statystyki współczesnej jest rachunek prawdopodobieństwa. Wyjaśnia on w jakich warunkach ujawniają się prawidłowości w zjawiskach masowych.

W XIX wieku rozwinęła się statystyka matematyczna. Prekursorami jej byli F. Galton

i K. Pearsone, którzy stworzyli biometrię. Wybitne zasługi w rozwój statystyki wniósł też Polak J. Śniadecki.

 $\rm W~1834~r.$ statystyka została formalnie uznana za naukę. Włączono ją jako sekcję do Brytyjskiego Towarzystwa Postępu Nauki i utworzono Królewskie Towarzystwo Statystyczne.

Jeśli zapoznasz się z treściami zawartymi w tym materiale, uzyskasz jeszcze więcej ciekawych informacji związanych ze statystyką i poznasz podstawowe pojęcia statystyczne. Materiał zawiera kilka podstawowych pojęć statystycznych, niezbędnych do poprawnego używania języka tej dziedziny wiedzy.



Źródło: dostępny w internecie: commons.wikimedia.org, domena publiczna.

- Poznasz podstawowe pojęcia statystyczne.Zaprojektujesz badanie statystyczne, zgodnie z podanymi regułami.

# **Przeczytaj**

## Podstawowe pojęcia

Wykryciem prawidłowości rządzących zjawiskami masowymi, zajmują się **analizy statystyczne**. Wykorzystywane przy tym **metody statystyczne** są pomocne w badaniach takich zjawisk masowych, które dotyczą zbiorowości składających się z elementów o podobnych (ale nie identycznych) własnościach.

## Definicja: Zjawiska masowe

Zjawiska masowe to zjawiska, które często się powtarzają. Badane wskazują określone prawidłowości.

## Przykłady zjawisk masowych:

- imiona nadawane chłopcom urodzonym w Polsce w latach 2010 2012;
- temperatura powietrza o godz. 12 : 00 w Warszawie w latach 1980 2000;
- płeć europejskich lekarzy;
- spożycie pomarańczy w Japonii.

#### Definicja: Zjawiska pojedyncze

Zjawiska, które są jedynymi i niepowtarzalnymi zdarzeniami.

## Przykłady zjawisk pojedynczych:

- płeć dziecka urodzonego przez panią Marię Antosik;
- temperatura powietrza o godz. 12 : 00 w miejscowości Koziegłowy w dniu 10. 11. 2019 r.;
- liczba czekolad spożytych przez Marka w dniu 16 marca 2019 r.

Statystyka zajmuje się zbieraniem klasyfikowaniem i graficznym przedstawianiem odpowiednich danych, a więc opisem liczbowym procesów masowych oraz wnioskowaniem na temat powtarzalności zjawisk czy procesów, a co za tym idzie dostarczaniem informacji niezbędnych do podejmowania różnego rodzaju decyzji.

#### Podstawowe funkcje statystyki:

- informacyjna dająca pełny i obiektywny obraz badanych zjawisk;
- analityczna określanie czynników kształtujących konkretne procesy i zjawiska;
- prognostyczna pozwalająca na przewidywanie kierunku rozwoju analizowanych zjawisk.

Przedmiotem badań statystycznych są **zbiorowości statystyczne (populacje)**. Każda populacja składa się z **jednostek statystycznych**, zaś badana cecha to **cecha statystyczna**.

## Definicja: Zbiorowość statystyczna (populacja statystyczna)

Populacja statystyczna to zbiór elementów objętych badaniem statystycznym, powiązanych ze sobą logicznie, mających cechy wspólne, ale nieidentycznych ze względu na badaną cechę statystyczną.

## Przykłady zbiorowości statystycznej:

- zbiór uczniów danej szkoły;
- samochody osobowe zarejestrowane w krajach Unii Europejskiej.

Zbiorowości powinny być ściśle określone pod względem **rzeczowym** (kto lub co jest przedmiotem badania), **przestrzennym** (gdzie znajduje się zbiorowość) oraz **czasowym** (jakiego momentu lub okresu dotyczy badanie).

#### Definicja: Jednostka statystyczna

Jednostka statystyczna to element składowy badanej populacji statystycznej.

## Przykład 1

- uczniowie klasy I D (w badaniu frekwencji uczniów w danej szkole);
- licea ogólnokształcące (w badaniu wyników matury z matematyki).

W przypadku, gdy nie można zbadać całej wybranej zbiorowości statystycznej, przeprowadza się często badania na wybranych jednostkach statystycznych, wchodzących w skład populacji, czyli na wybranej **próbie losowej**. Na podstawie obserwacji cechy w próbie, wnioskuje się o możliwych wartościach cechy w całej populacji.

#### Definicja: Próba losowa

Próba losowa to podzbiór zbiorowości statystycznej, w skład którego wchodzą jednostki statystyczne, bezpośrednio podlegające badaniu statystycznemu.

#### Przykład 2

W przypadku badania ulubionych programów telewizyjnych, wybieramy 10000 osób i określamy ich preferencje. Na podstawie wyników, wnioskujemy, np. o oglądalności programów telewizyjnych przez wszystkich Polaków.

#### Definicja: Badanie statystyczne

Badanie statystyczne to zbieranie, gromadzenie i opracowanie danych statystycznych oraz ogłoszenie i udostepnienie wyników dokonanych obliczeń, opracowań, analiz,

w tym podstawowych wielkości i wskaźników.

## Przykład 3

Badanie dotyczące sposobu wykorzystania telefonu komórkowego na wybranej losowo próbie 20000 licealistów.

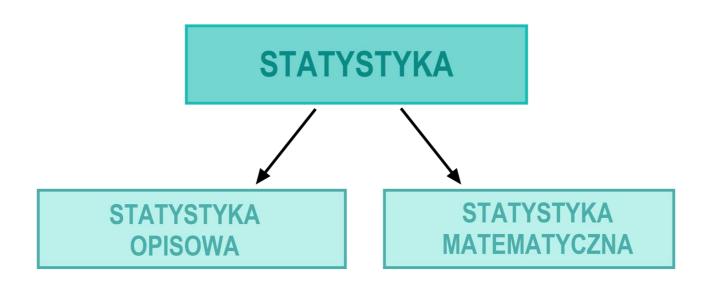
## Definicja: Wnioskowanie statystyczne

Wnioskowanie statystyczne to dział statystyki zajmujący się problemami uogólniania wyników badania próby losowej na całą populację oraz szacowaniem błędów, wynikłych z takiego uogólniania.

## Przykład 4

Wnioskowanie statystyczne może odbywać się za pomocą dwóch metod uogólniania wyników:

- **estymacji** szacowania wartości nieznanych parametrów rozkładu na podstawie znanych wyników próby (może być stosowane jedynie w przypadku regularnych rozkładów parametrów cechy w populacji);
- weryfikacji hipotez statystycznych sprawdzania poprawności przypuszczeń na temat rozkładu (dotyczy odrzucenia hipotezy ze względu na przekroczenie wartości wyniku względem założonego poziomu istotności) lub uznanie hipotezy.



**Statystyka opisowa** – zajmuje się badaniem zbiorowości statystycznej na podstawie obserwacji całkowitej, tzn. obejmującej wszystkie jednostki całej badanej populacji.

**Statystyka matematyczna** – zajmuje się metodami wnioskowania statystycznego (opartymi z reguły na rachunku prawdopodobieństwa) o całej zbiorowości statystycznej na podstawie

obserwacji tylko jej części, czyli próby. Wnioski, które wyciągane są na podstawie badania próby, uogólnia się na całą zbiorowość statystyczną. W statystyce matematycznej zbiorowość statystyczną przyjęło się nazywać **populacją generalną**.

## **Zmienne**

Po zebraniu danych przeznaczonych do opracowania statystycznego, chcemy poznać wybrane cechy charakterystyczne elementów danej populacji. Na przykład może nas szczególnie interesować kolor oczu dziewcząt z danej klasy licealnej.

Te specyficzne cechy, które chcemy zbadać, nazywamy **zmiennymi**.

Dzielimy je na:

- zmienne jakościowe (niemierzalne);
- zmienne ilościowe (mierzalne).

Zmienna jakościowa opisuje cechę danego elementu w sposób słowny.

#### Przykład 5

Zmienne jakościowe to między innymi:

- wzrost pewnej osoby określamy jako wysoki lub niski;
- kolor oczu opisujemy jako niebieski, zielony, szary, czarny, piwny.

**Zmienna ilościowa** określona jest liczbowo. Zmienne te dzielimy na ciągłe i skokowe (dyskretne).

**Zmienna ciągła** może przyjmować każdą wartość z danego przedziału liczbowego. Wybrane wartości zmiennej ciągłej otrzymujemy zwykle na podstawie pomiarów.

#### Przykład 6

W sposób ciągły zmienia się:

- masa ciała danej osoby w ciągu życia;
- temperatura powietrza;
- prędkość wiatru.

**Zmienna skokowa** przyjmuje tylko pewne, ściśle określone wartości ze zbioru, który ma skończoną (lub przeliczalną) liczbę elementów. Zwykle zmienna skokowa przyjmuje wartości całkowite nieujemne. Wartości niektórych zmiennych skokowych można otrzymać przez przeliczenie.

#### Przykład 7

## Zmienna skokowa to liczba:

- osób obecnych na przedstawieniu teatralnym;
- dni, pozostałych do końca roku szkolnego;
- określająca rozmiar ubrania.

## Słownik

## statystyka

to nauka zajmująca się pozyskiwaniem, opracowywaniem, prezentacją i interpretacją danych opisujących zjawiska i procesy, w tym masowe

# **Animacja**

## Polecenie 1

Zapoznaj się z wiadomościami na temat badania statystycznego. Zwróć uwagę na chronologię etapów badania i używaną terminologię.

Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D15L1eQC8

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącego wstępu do statystyki.

## Polecenie 2

Wymień elementy opracowania i prezentacji materiału w badaniu statystycznym.

# Sprawdź się

**Ćwiczenie 1** Uzupełnij zdania odpowiednimi sformułowaniami: wykryciem prawidłowości rządzących zjawiskami masowymi, zajmują się są pomocne w badaniach takich zjawisk masowych, które dotyczą zbiorowości składających się z elementów o podobnych (ale nie identycznych) własnościach; przedmiotem badań statystycznych są każda populacja składa się z zbiorowości statystyczne jednostek statystycznych metody statystyczne analizy statystyczne **Ćwiczenie 2 (**) Zaznacz wszystkie prawdziwe strwierdzenia. Przykładem populacji jest zbiór mieszkańców województwa mazowieckiego. W badaniu wzrostu uczniów szkół ponadpodstawowych jednostką statystyczną jest grupa uczniów z XX Liceum Ogólnokształcącego w Łodzi. lmię brata Eli Muszyńskiej to przykład zjawiska masowego. Przykładem zjawiska masowego jest spożycie czekolady (w kg) na jednego mieszkańca Europy.

Pokaż ćwiczenia: (\*) (\*)

#### **Ćwiczenie 3**



Przyporządkuj nazwę do odpowiedniego opisu.

Zbiór przedmiotów podobnych do siebie pod względem określonej cechy i powiązanych ze sobą logicznie, ale nie identycznych.

Zjawisko, które badane w dużej masie zdarzeń wykazuje właściwą sobie prawidłowość, jakiej nie można byłoby zaobserwować w pojedynczym przypadku.

Część zbiorowości statystycznej poddanej badaniu, która została wyodrębniona ze zbiorowości w określony sposób.

Liczba jednostek wchodzących w skład zbiorowości statystycznej.

Liczebność

Populacja

Próba statystyczna

Zjawisko masowe

Ćwiczenie 4		
Określ, czy dana zmienna jest jakościowa czy ilościowa. U okienku.	Jmieść daną cechę w odpowiednim	
Zmienne ilościowe:		
	wynik meczu (wygrana, przegrana, remis)	
	masa ciała owcy	
Zmienne jakościowe:	gatunki drzew rosnących w lesie	
	preferowany smak lodów	
	odległość między danymi miastami (w km)	
	temperatura ciała człowieka	
	ulubiony rodzaj filmów	
	prędkość jazdy samochodu	
Ćwiczenie 5		
Określ, czy podane zmienne są jakościowe czy ilościowe. Pogrupuj je odpowiednio.  Zmienna jakościowa:		
	Rodzaj ulubionych cukierków pana Jana.	
Zmienna ilościowa:	Oceny uczniów danej klasy z prac domowych z matematyki.	
	Liczba jabłek leżących na talerzu.	
	Gatunek gruszek, które znajdują się w skrzynce.	
	Kolor włosów Ewy.	

Ćwiczenie 6	
Określ, czy podane zmienne są ciągłe czy skokowe. Pogru	upuj je odpowiednio.
Zmienna skokowa:	
	Cena $1  \mathrm{kg}$ śliwek sprzedawanych w danym sklepie w dniu $13  \mathrm{maja}$ .
Zmienna ciągła:	Masa rosnącej w ogrodzie dyni, w dniach od $1$ czerwca do $2$ sierpnia.
	Czas oczekiwania na rozpoczęcie seansu filmowego.
	Masa danej dyni sprzedawanej na targu.
	Liczba uczniów obecnych na lekcji matematyki w dniu 3 marca.
Ćwiczenie 7	
Zaznacz wszystkie poprawne stwierdzenia.	
Ciśnienie atmosferyczne to zmienna skokowa.	
Liczba okien w pokoju to zmienna skokowa.	
Produkcja samochodów w danej fabryce (wyrażo ilościowa.	na w sztukach) to zmienna
Ulubione programy radiowe to zmienna jakościow	va.
Wiek człowieka wyrażony w latach to zmienna cia	agła.

## Ćwiczenie 8



Poniżej zapisano etapy badania statystycznego w przypadkowej kolejności. Uporządkuj je od etapu najwcześniejszego do etapu najpóźniejszego.

Etapy badania statystycznego:

gromadzenie danych	<b>\$</b>
opracowanie i prezentacja materiału	<b>\$</b>
programowanie	<b>\$</b>
analiza i wnioskowanie	<b>\$</b>

# Dla nauczyciela

Autor: Justyna Cybulska

**Przedmiot:** Matematyka

Temat: Wstęp do statystyki - podstawowe pojęcia

## Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony, klasa III lub IV

## Podstawa programowa:

XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Zakres podstawowy.

Uczeń:

- 3) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę;
- 4) oblicza odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych.

## Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

#### Cele operacyjne:

#### Uczeń:

- pozna podstawowe pojęcia statystyczne
- rozpoznaje i stosuje podstawowe pojęcia statystyczne
- podaje przykłady występowania zmiennych jakościowych i ilościowych w sytuacjach typowych i nietypowych
- projektuje badania statystyczne według ustalonych etapów

## Strategie nauczania:

- konstruktywizm
- konektywizm

## Metody i techniki nauczania:

- praca z ekspertem
- studium przypadku
- mini konkurs zadaniowy

## Formy pracy:

- · praca indywidualna
- · praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

## Środki dydaktyczne:

 komputery z dostępem do Internetu w takiej liczbie, żeby każda grupa uczniów miała do dyspozycji komputer

## Przebieg lekcji

## Faza wstępna:

- 1. Kilka dni wcześniej nauczyciel poleca 3 uczniom, aby zapoznali się z materiałem z sekcji "Przeczytaj" i przygotowali na lekcję krótkie wystąpienia eksperckie (obudowane np. w prezentacje multimedialne), których celem będzie przybliżenie pozostałym uczniom najważniejszych pojęć statystycznych.
- 2. Lekcja rozpoczyna się więc od wystąpień ekspertów, którzy również odpowiadają na ewentualne pytania uczniów.
- 3. Eksperci podają temat zajęć i opracowane wcześniej przez siebie kryteria sukcesu.

## Faza realizacyjna:

- 1. Uczniowie pracują w grupach pod kierunkiem ekspertów. Każda grupa zapoznaje się z animacją, a następnie ma przeprowadzić badania statystyczne, zgodnie z etapami opisanymi w animacji:
- programowanie,
- gromadzenie danych,
- opracowanie i prezentacja materiału,
- analiza i wnioskowanie.

Celem badania jest możliwie jak najdokładniejsze opisanie członków danej grupy. Każda grupa musi ustalić co najmniej 8 cech, które będą podlegały badaniom, np. czas dojazdu (dojścia) ucznia do szkoły, liczba godzin snu, itd.

Wyniki badań można przedstawić w dowolny sposób.

- 2. Grupy prezentują swoje dokonania, używając przy tym poznanych pojęć statystycznych. Ekspert przyporządkowany do danej grupy odpowiada na ewentualne pytania członków innych grup.
- 3. Ta część zajęć powinna zakończyć się krótkim podsumowaniem (prowadzonym przez jednego z uczniów, bądź eksperta) i wyciągnięciem wniosków na temat powtarzających się cech uczniów klasy.

#### Faza podsumowująca:

- 1. Mini konkurs grupy rozwiązują zadania interaktywne zawarte w sekcji Sprawdź się. Grupa, która poprawnie rozwiąże wszystkie zadania w określonym czasie, otrzymuje stopień bardzo dobry.
- 2. Eksperci omawiają pracę swoich grup, wskazując mocne i słabe strony uczniów.

#### Praca domowa:

Zadaniem każdego z uczniów jest przeprowadzić podobne badania, jak w czasie zajęć, wśród członków swojej rodziny.

## Materialy pomocnicze:

- Odczytywanie danych statystycznych
- Przedstawianie danych statystycznych

#### Wskazówki metodyczne:

Z animacją mogą zapoznać się w domu eksperci i przekazać pozyskaną wiedzę członkom grupy, którą kierują.