

## TP2: Simulación de canal punto a punto con múltiples reflectores.

Avetta, Gastón  
Fundamentos de las comunicaciones inalámbricas

29 de octubre de 2022

### Distintos mapas utilizados

En las primeras dos consignas (1 y 2) se utiliza una distribución como la de la figura 0.1. El transmisor y el receptor se encuentran siempre en la misma posición; la posición de los reflectores es aleatoria y varía para cada realización de la simulación. De todas formas, el centro y el radio de cada cluster no varían, por lo que la posición de los reflectores en la Fig. 0.1 sirve para tener una idea general de dónde están ubicados.

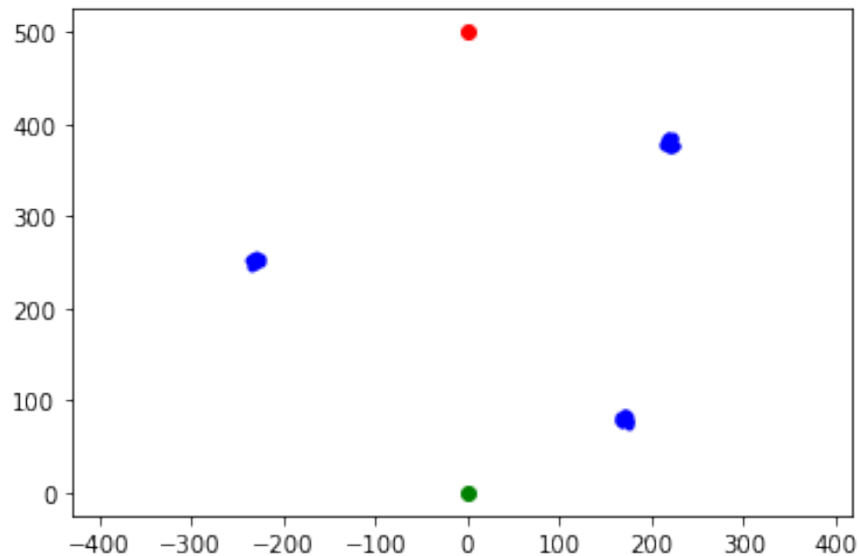


Figura 0.1: Esquema de las posiciones del transmisor (verde), el receptor (rojo) y los reflectores (azul) para las primeras dos consignas.

Para la tercer consigna (3), se hacen numerosas realizaciones variando la posición del receptor, dejando fijos tanto el transmisor como los reflectores. En la figura 0.2 se puede ver un esquema para entender qué porción del mapa se esquematiza en los mapas de fuerza que veremos más adelante.

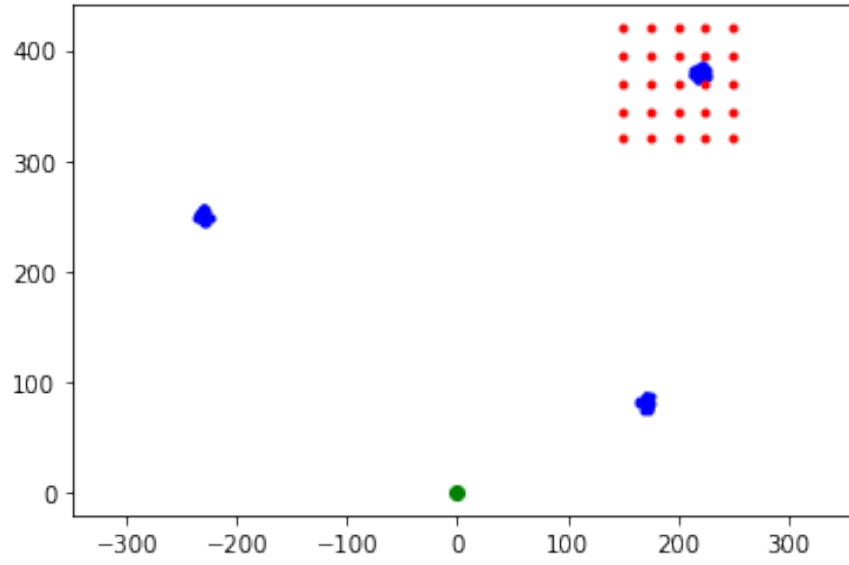


Figura 0.2: Esquema de las posiciones del transmisor (verde), el receptor (rojo) y los reflectores (azul) para la tercer consigna.

Para la cuarta consigna (4), la distribución de reflectores cambia drásticamente. Anteriormente, teníamos tres clusters de 15 metros de diámetro y 20 reflectores cada uno. En este caso, tenemos un único cluster de 50 metros de diámetro con 500 reflectores. Para verificar el comportamiento indicado, desplazamos el receptor dentro de este cluster, tal como se indica en la figura 0.3.

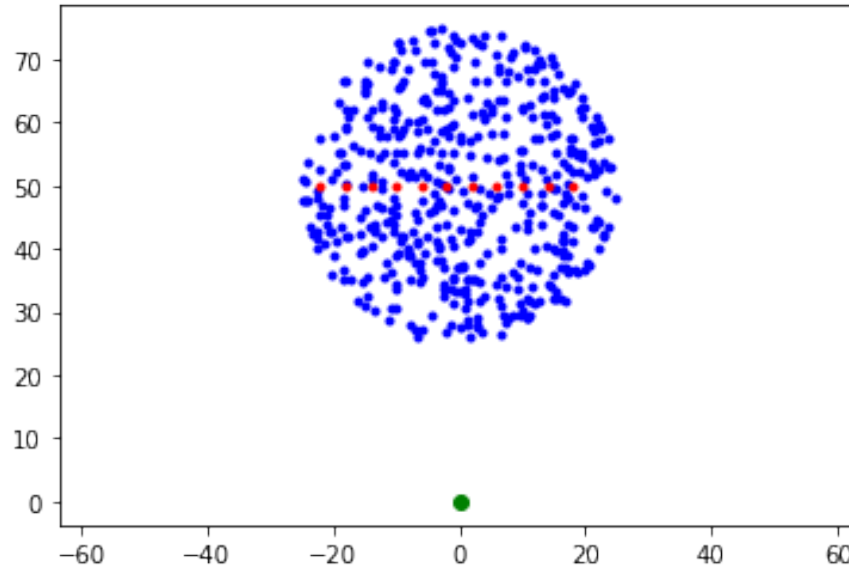


Figura 0.3: Esquema de las posiciones del transmisor (verde), el receptor (rojo) y los reflectores (azul) para la última consigna.

# 1. Consigna 1: Distintos anchos de banda y clasificaciones del canal

Para las posiciones indicadas en la Fig. 0.1, tenemos cientos de metros entre el transmisor, el receptor y los distintos clusters y solo unos pocos metros (en general) entre dos reflectores del mismo cluster.

## 1.i. Toda la información en un único canal

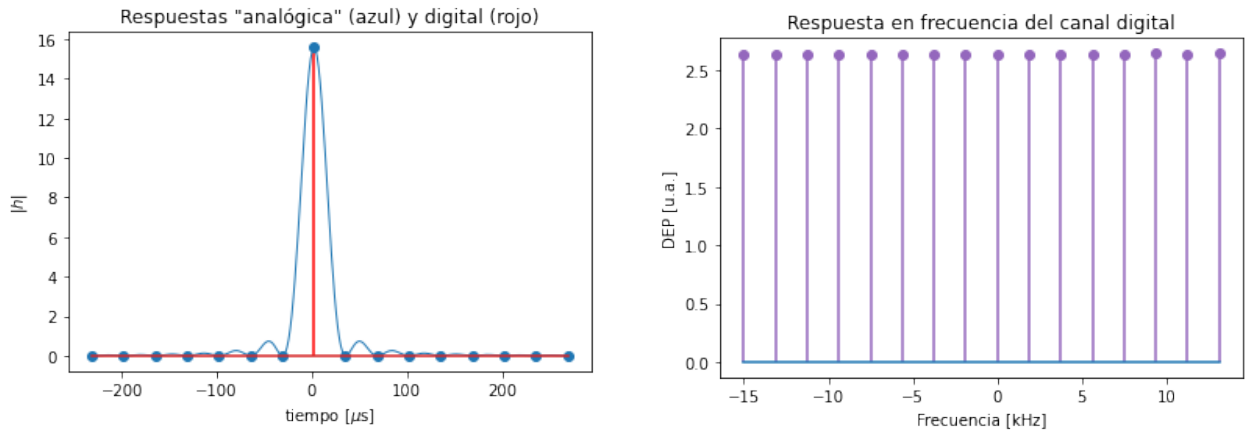
Para no distinguir caminos y recibir toda la información en un único tap, debo transmitir una señal con un ancho de banda lo suficientemente chico para que el tiempo de muestreo sea tan largo que no llegue a distinguir la diferencia de retardos entre el camino más corto y el más largo. En otras palabras, necesito una señal de ancho de banda tal que

$$W \ll W_c \approx \frac{1}{2 \cdot T_d},$$

donde  $T_d$  es el *delay spread*.

Suponiendo que la máxima diferencia de distancias sea, como máximo, un kilómetro, tenemos  $T_d \approx 3,4 \mu s$ , lo cual implica que debemos cumplir  $W \ll 150 \text{ kHz}$ .

Por lo tanto, definimos  $W_1 = 30 \text{ kHz}$ . Para este ancho de banda, obtenemos las respuestas de la figura 1.1. Podemos ver que, efectivamente, para el ancho de banda  $W_1$  propuesto, toda la información del canal es recibida en un único tap y la respuesta en frecuencia del canal es plana, es decir, tenemos un canal *flat fading*.



(a) Señal recibida en el receptor, concentrada en un único tap.

(b) Respuesta en frecuencia del canal digital.

Figura 1.1: Características del canal, tanto en tiempo como en frecuencia, para una señal de ancho de banda  $W_1 = 30 \text{ kHz}$ .

## 1.ii. Distinguir clusters pero no reflectores

Para este caso, tenemos que considerar dos *delay spread* distintos: el correspondiente a dos reflectores de distintos clusters ( $T_{d1}$ ), ya utilizado en el punto anterior; y el correspondiente a los dos reflectores más alejados de un mismo cluster ( $T_{d2}$ ).

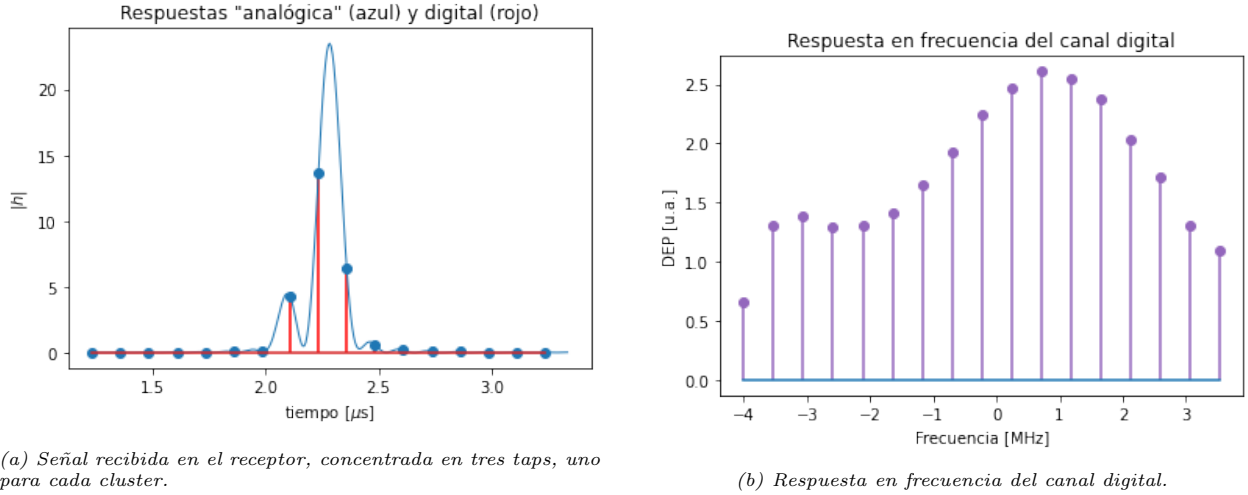
Para el primero, planteamos una distancia mínima entre clusters de 800 metros, lo que implica  $T_{d1} \approx 2,7 \mu s$ , y a su vez,  $W_{c1} \approx 187,5 \text{ kHz}$ . Para poder distinguir entre clusters, necesitamos muestrear lo suficientemente rápido como para poder distinguir los ecos generados por cada uno de ellos, es decir, necesitamos una señal con un ancho de banda  $W \gg 187,5 \text{ kHz}$ .

Para el segundo *delay spread*, suponemos una cota superior de 12 metros para la distancia entre reflectores de un mismo cluster (un poco menor al diámetro del mismo). Para dicha distancia, tenemos  $T_{d2} \approx 40$  ns, es decir,  $W_{c2} \approx 12,5$  MHz.

Juntando ambas restricciones, necesitamos un ancho de banda que cumpla las desigualdades

$$187,5 \text{ kHz} \ll W_2 \ll 12,5 \text{ MHz}.$$

Ahora tenemos tanto una cota superior como una inferior, lo cual acota bastante el rango de frecuencias posibles. Probando con distintos valores, vemos que para  $W_2 = 8$  MHz se obtiene el resultado esperado, tal como se puede ver en la figura 1.2. La señal recibida se compone por tres ecos, uno correspondiente a cada cluster.



(a) Señal recibida en el receptor, concentrada en tres taps, uno para cada cluster.

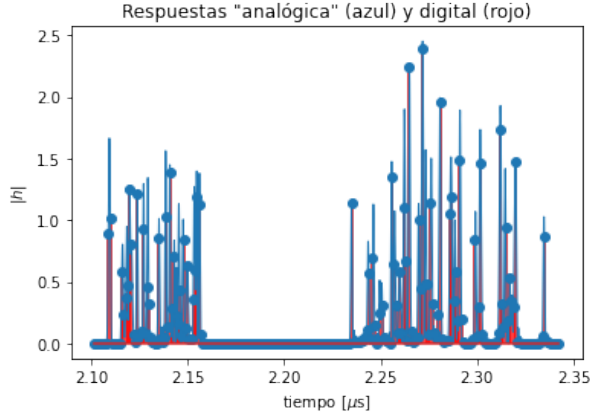
(b) Respuesta en frecuencia del canal digital.

Figura 1.2: Características del canal, tanto en tiempo como en frecuencia, para una señal de ancho de banda  $W_2 = 8$  MHz.

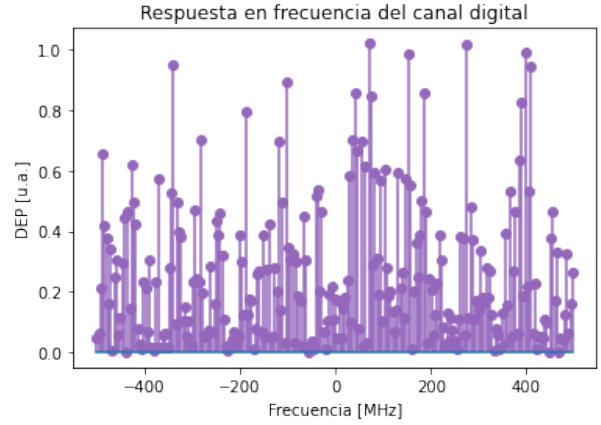
### 1.iii. Distinguir reflectores de un mismo cluster

Para distinguir entre reflectores de un mismo cluster, deberemos tener una señal de gran ancho de banda, tal que el tiempo de muestreo sea suficiente para distinguir caminos con pocos metros de diferencia. Si ponemos como objetivo distinguir clusters que se encuentren a un metro de distancia o más, tenemos  $T_d \approx 3,4$  ns y, por lo tanto  $W_{c2} \approx 150$  MHz.

Dado que solo tenemos una cota inferior,  $W \gg 150$  MHz, podemos excederla sin problema (pudiendo diferenciar reflectores a distancias aún menores a la planteada). Por lo tanto, definimos  $W_3 = 1$  GHz y obtenemos la respuesta de canal que se observa en la figura 1.3. Vemos que, con el ancho de banda planteado, se logra cumplir con lo pedido: en la señal recibida, se pueden observar numerosos taps distintos de cero, los cuales corresponden a distintos reflectores; además, observando la respuesta en frecuencia del canal, podemos asegurar que se trata de un canal *frequency selective*.



(a) Señal recibida en el receptor, compuesta de numerosos clusters, pudiendo distinguir la mayoría de los reflectores del canal.



(b) Respuesta en frecuencia del canal digital.

Figura 1.3: Características del canal, tanto en tiempo como en frecuencia, para una señal de ancho de banda  $W_3 = 1$  GHz.

## 2. Consigna 2: Modelos estadísticos del canal

### 2.1. Modelo Rayleigh

Usando el mapa de la Fig. 0.1 y un ancho de banda  $W_1 = 30$  kHz (lo que implica que el canal es *flat fading*), simulamos 10.000 realizaciones distintas, donde en cada una de ellas varía la posición de cada reflector dentro del cluster, obteniendo así distintos caminos y, por lo tanto, distintos taps centrales en la respuesta del canal.

La distribución del módulo del tap central para las distintas realizaciones se puede observar en la figura 2.1, junto con el ajuste de la misma mediante una función de tipo *Rayleigh*. Observando estos resultados, podemos concluir que el modelo estadístico propuesto para canales con numerosos reflectores estadísticamente independiente entre sí es bastante acertado.

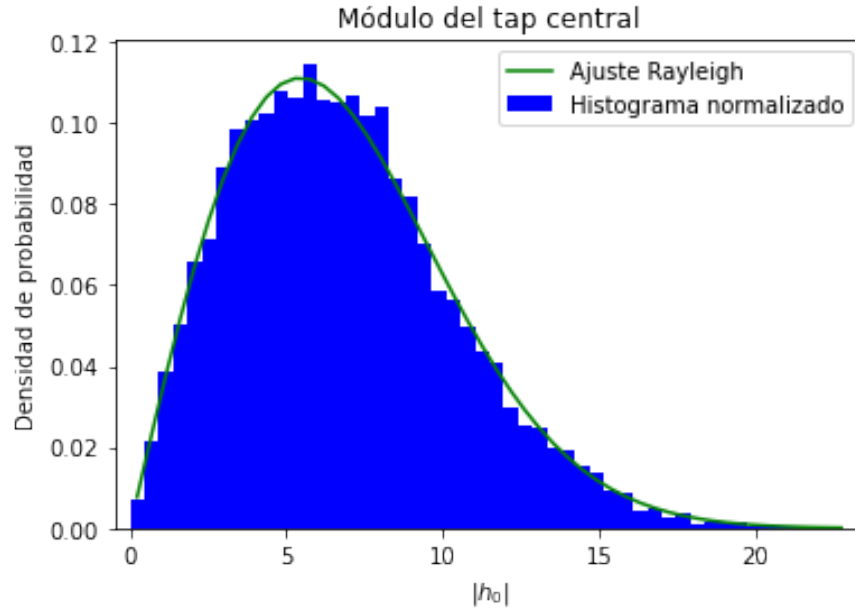
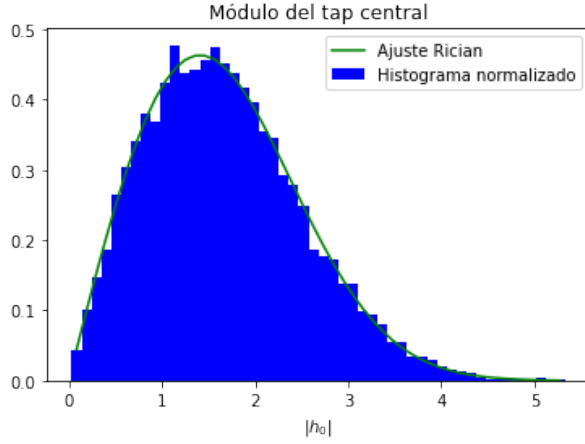


Figura 2.1: Histograma normalizado del módulo del tap central obtenido en las distintas realizaciones y su respectivo ajuste mediante una función de distribución Rayleigh.

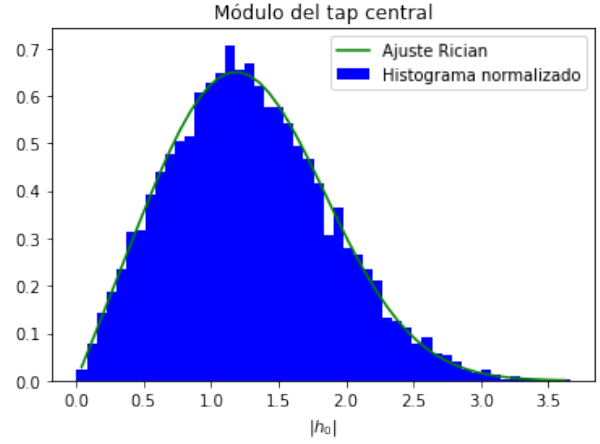
## 2.II. Modelo Rician

Cuando uno de los numerosos caminos del canal tiene una atenuación considerablemente menor al resto o, dicho de otra forma, tiene mayor 'potencia' que la suma del resto de los caminos, se propone una alternativa al modelo anterior, con el módulo del tap central siguiendo una distribución de tipo *Rician*. Esta distribución depende de un parámetro conocido como *factor K*, que hace referencia a la relación entre la potencia del camino principal, también conocido como camino *especular*, respecto de la potencia que resulta de sumar el resto de caminos.

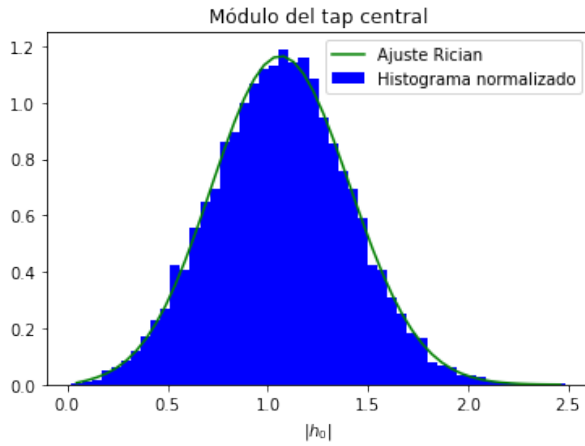
Para verificar la validez de este modelo, modificamos las atenuaciones de los caminos correspondientes a cada reflector, con tal de que sólo un camino resulte con 'potencia' 1 (el camino especular) y que la suma de la 'potencia' del resto de los caminos resulte  $\frac{1}{K}$ . Para cada valor de K propuesto (0,4; 1; 4; 100) simulamos 10.000 realizaciones, graficamos el histograma normalizado del módulo del tap central obtenido en cada realización y ajustamos con la distribución *Rician* correspondiente. Los resultados de este procedimiento se pueden observar en la figura 2.2.



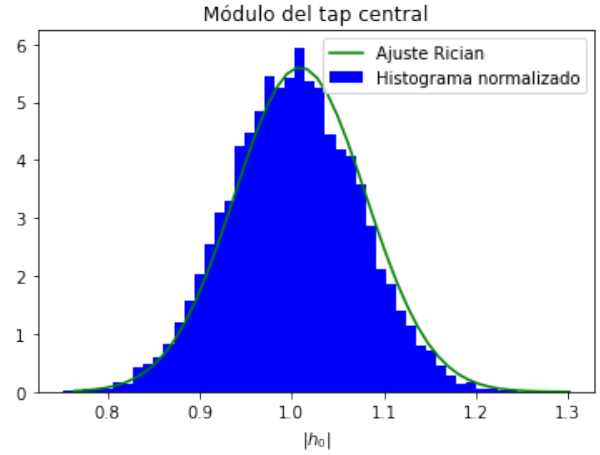
(a) Histograma normalizado y ajuste tipo Rician para un factor  $K = 0,4$ .



(b) Histograma normalizado y ajuste tipo Rician para un factor  $K = 1$ .



(c) Histograma normalizado y ajuste tipo Rician para un factor  $K = 4$ .



(d) Histograma normalizado y ajuste tipo Rician para un factor  $K = 100$ .

Figura 2.2: Características del canal, tanto en tiempo como en frecuencia, para una señal de ancho de banda  $W_3 = 1$  GHz.

Analizando estos resultados, podemos concluir que el modelo estadístico propuesto para canales donde se tiene un camino especular con mayor potencia que el resto es bastante acertado. Otra observación que se obtiene a partir de los resultados es que, a mayor factor  $K$ , más determinista se vuelve la distribución del módulo del tap central, teniendo un rango de valores entre 0 y 5 para la primer simulación ( $K = 0,4$ ) y uno mucho más acotado para la última simulación ( $K = 100$ ), con módulos entre 0,7 y 1,3.

### 3. Consigna 3: Mapas de fuerza

Para esta consigna se utilizan las mismas posiciones para el transmisor y los clusters de reflectores que en las consignas anteriores, pero se varía la posición del receptor a lo largo de toda la región indicada en la Fig. 0.2. Registrando el valor de  $|h_0|^2$  para cada una de estas posiciones, se obtiene el mapa de calor de la figura 3.1, donde se censó un área de 100 metros de ancho por 100 metros de alto.

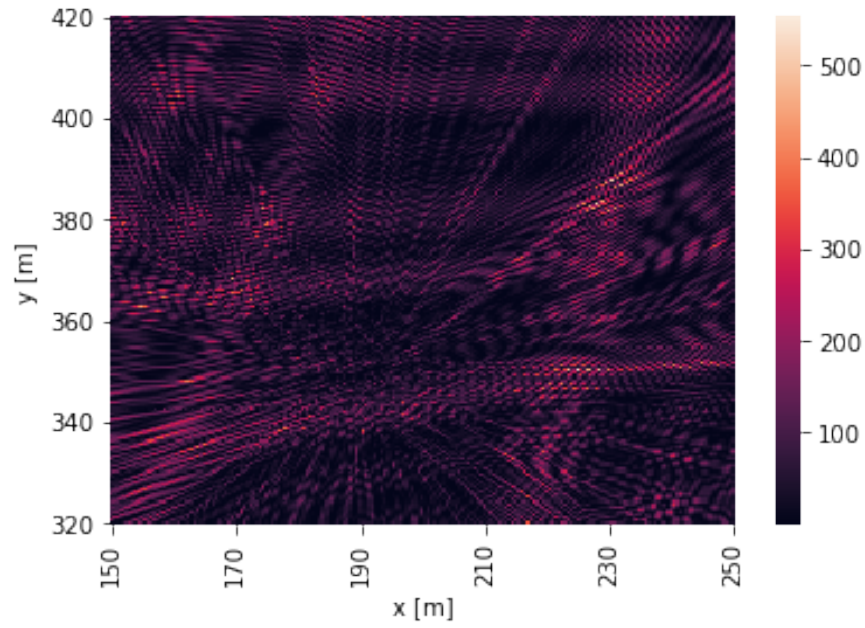


Figura 3.1: Mapa de fuerza obtenido recorriendo la región de 100 metros por 100 metros anteriormente indicada.

Luego, dentro de esta misma región, se hacen barridos más precisos en regiones más acotadas. De esta forma, obtenemos los resultados de las figuras 3.2, 3.3 y 3.4.

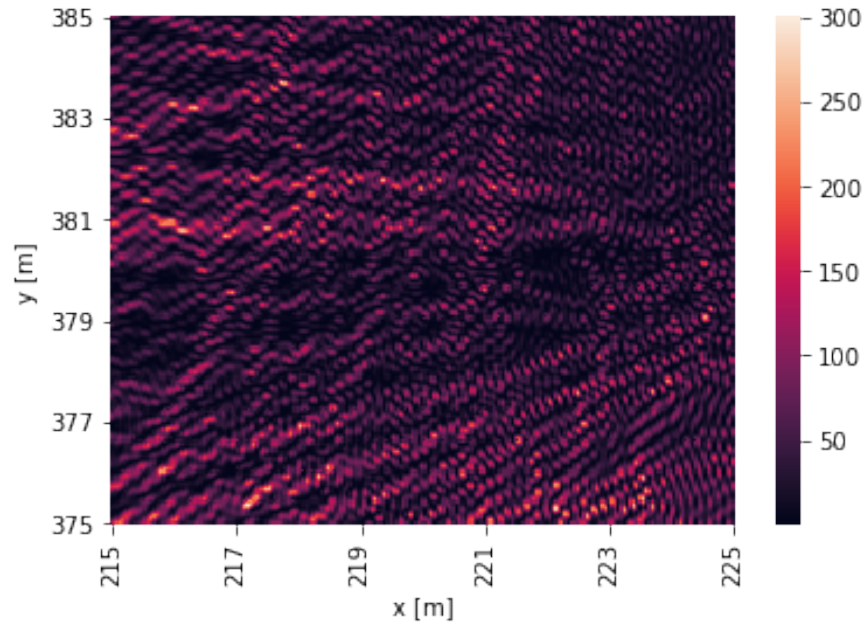


Figura 3.2: Mapa de fuerza obtenido recorriendo una región de 10 metros por 10 metros dentro de la región anteriormente indicada.



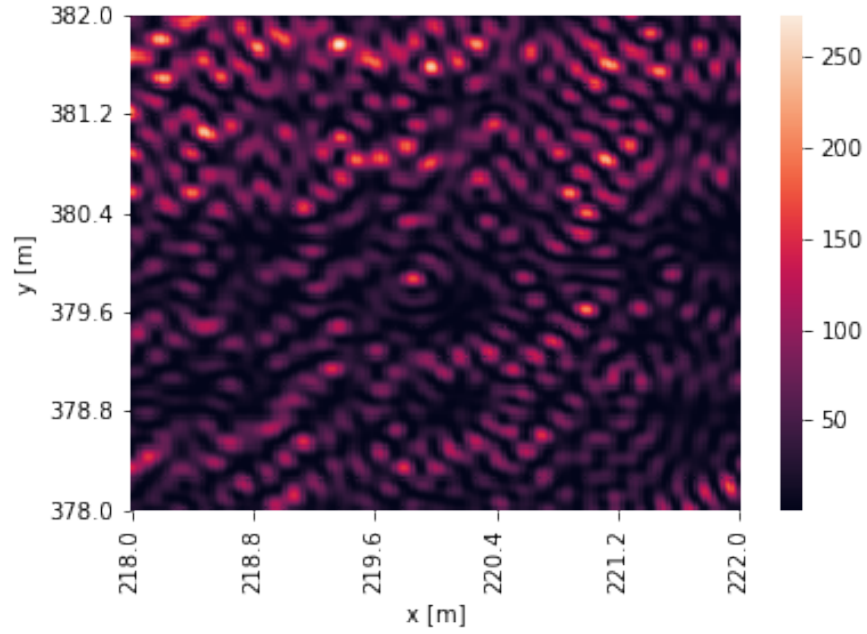


Figura 3.3: Mapa de fuerza obtenido recorriendo una región de 4 metros por 4 metros dentro de la región anteriormente indicada.

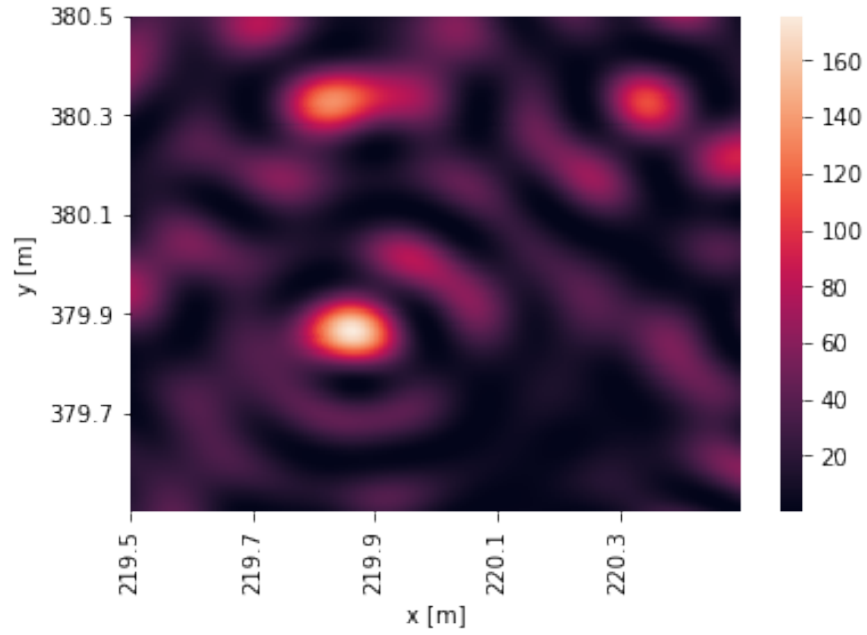


Figura 3.4: Mapa de fuerza obtenido recorriendo una región de 1 metro por 1 metro dentro de la región anteriormente indicada.

Definiendo a la *distancia de coherencia* como la distancia entre un punto donde la fuerza del tap central es máxima y otro donde es mínima, observando la figura 3.4, podemos concluir que tenemos una distancia de coherencia de aproximadamente 13 centímetros, lo cual casi coincide con la mitad de la longitud de onda de la señal transmitida, como es de esperar.

## 4. Consigna 4: Autocorrelación y modelo de Clarke

### 4.1. Autocorrelación obtenida a partir de simulaciones

Para esta consigna, se utiliza el mapa de la Fig. 0.3, donde tanto el transmisor como los reflectores permanecen quietos. Se realizan simulaciones con el transmisor recorriendo la recta indicada en la figura a distintas velocidades.

Dado que la posición de cada reflector es aleatoria, podemos suponer que éstos son estadísticamente independientes entre sí, por lo que promediar el valor del tap central obtenido en distintas posiciones es equivalente a promediar dichos valores obtenidos en la misma posición para distintas realizaciones. Dicho de otra forma, suponemos que se trata de un proceso aleatorio *ergódico en media*.

Al desplazarnos en la recta roja indicada en la Fig. 0.3 obtenemos el valor de  $h_0$  en distintos puntos, con pasos considerablemente menores a la distancia de coherencia estimada en el punto anterior. Una vez obtenido el valor del tap central para todas las posiciones consideradas, realizamos el promedio de los mismos en distintas posiciones, lo cual, teniendo en cuenta la suposición de ergodicidad, nos da como resultado la correlación del proceso en función del tiempo. En las figuras 4.1, 4.2 y 4.3 se pueden observar las funciones de autocorrelación obtenidas mediante este método para el transmisor desplazándose a distintas velocidades.

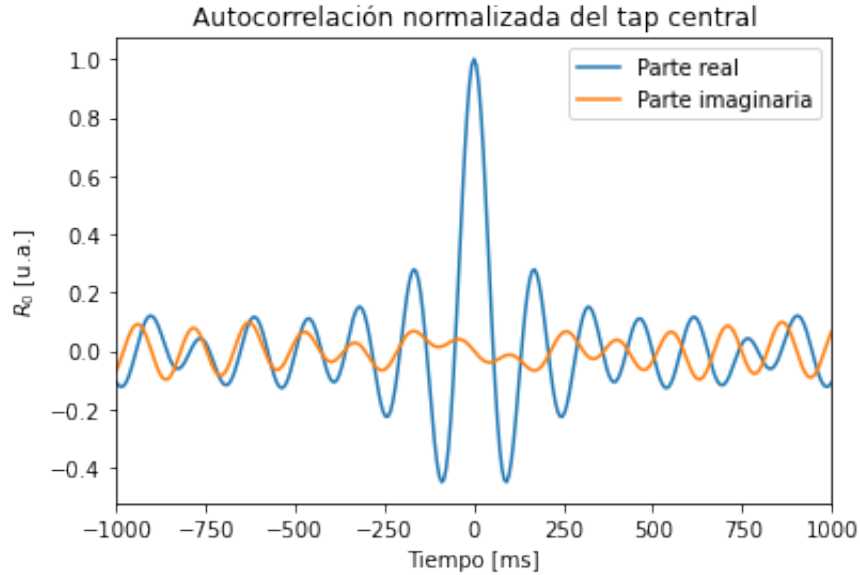


Figura 4.1: Autocorrelación obtenida para el receptor desplazándose a una velocidad de  $2 \frac{m}{s}$ .

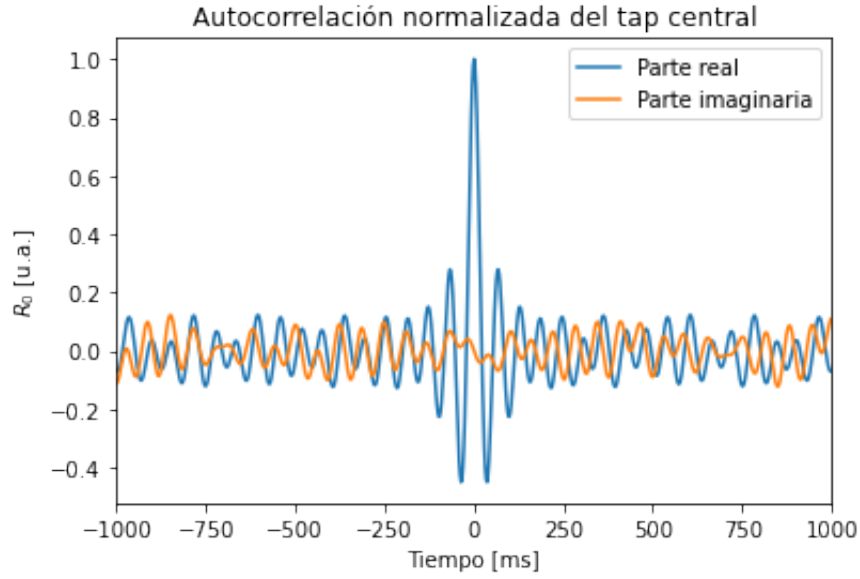


Figura 4.2: Autocorrelación obtenida para el receptor desplazándose a una velocidad de  $5 \frac{m}{s}$ .

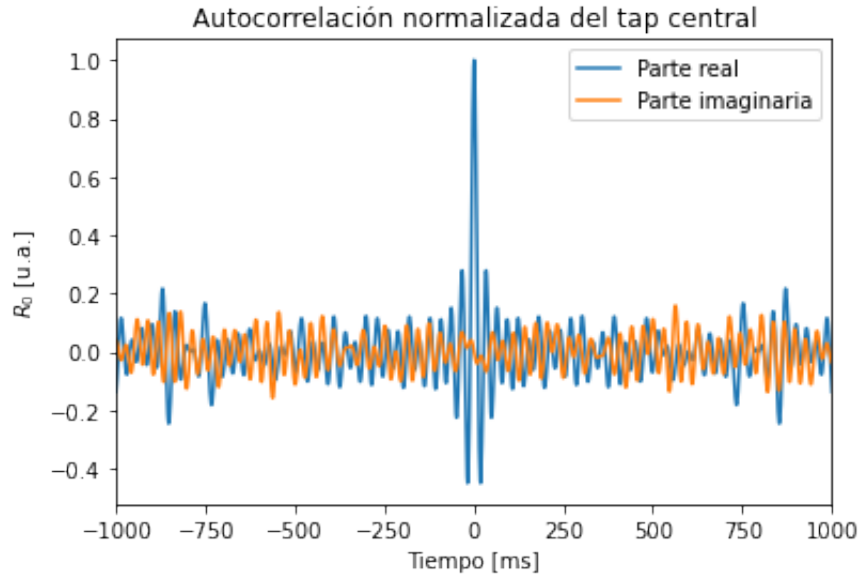


Figura 4.3: Autocorrelación obtenida para el receptor desplazándose a una velocidad de  $10 \frac{m}{s}$ .

Algunas aclaraciones del procedimiento y conclusiones que se pueden extraer de las imágenes.

- Lógicamente, la correlación entre los distintos taps depende de la posición de los mismos, por lo cual, al estar graficando la correlación en función del tiempo, la velocidad a la que se desplaza el receptor solo representa un factor de ensanchamiento para la función: a mayor velocidad, más angosta la función y, en un mismo tiempo, llego a ver la correlación de puntos más alejados entre sí.
- Para el *modelo de Clarke* <sup>[1]</sup> se obtiene una función de Bessel de orden 0 (escalada) como autocorrelación. Esta es una función real, a diferencia de lo obtenido en nuestras simulaciones. Sin embargo, el modelo de

Clarke describe un receptor desplazándose dentro de un anillo de reflectores continuamente distribuidos, es decir, un caso convenientemente ideal para obtener un resultado analítico. Nuestro resultado parte de simular una situación real y, a grandes rasgos, es bastante similar al obtenido analíticamente: la parte real es considerablemente parecida y la parte imaginaria es casi nula para cualquier diferencia de tiempos.

- Por último, podemos ver que a distancias mayores, en general, la correlación decrece, lo cual parece bastante intuitivo. También es necesario aclarar que, debido al método utilizado para calcular la autocorrelación, para diferencias de tiempo mayores los resultados obtenidos son menos precisos, debido a que se obtienen promediando cada vez menos valores.

Por otro lado, obtenemos el *espectro Doppler* de esta simulación mediante la transformada de Fourier de la autocorrelación obtenida. Los resultados obtenidos para las distintas velocidades se grafican en las figuras 4.1, 4.2 y 4.3.

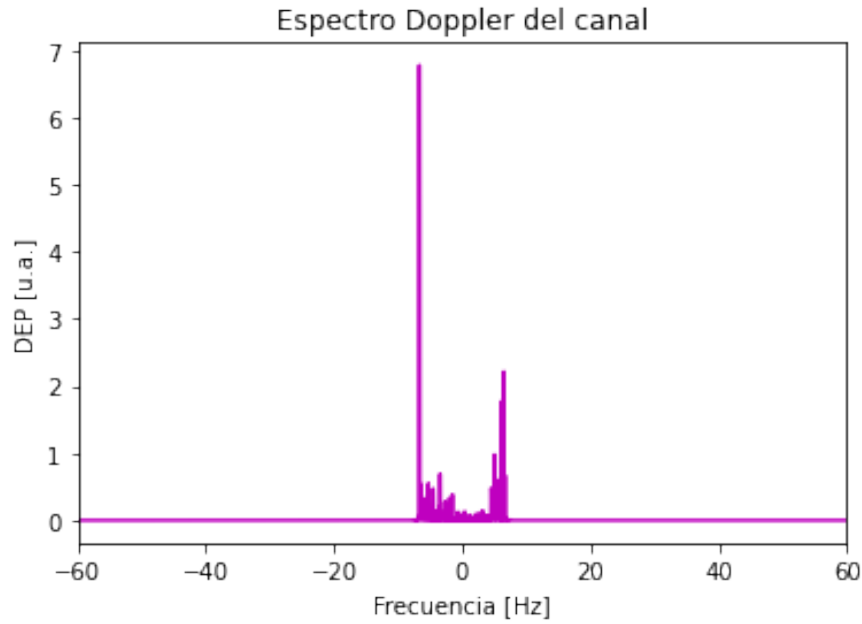


Figura 4.4: Espectro Doppler obtenido para una velocidad de  $2 \frac{m}{s}$ .

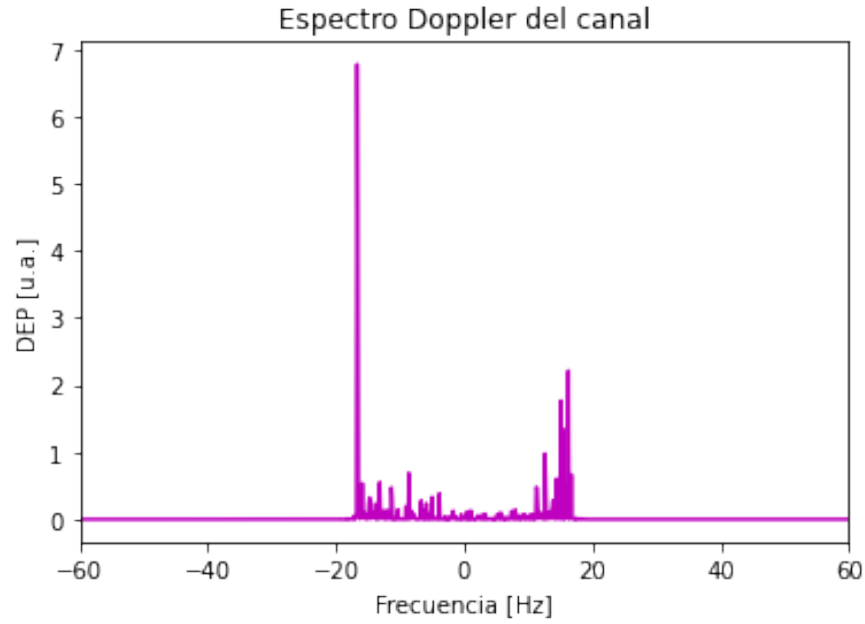


Figura 4.5: Espectro Doppler obtenido para una velocidad de  $5 \frac{m}{s}$ .

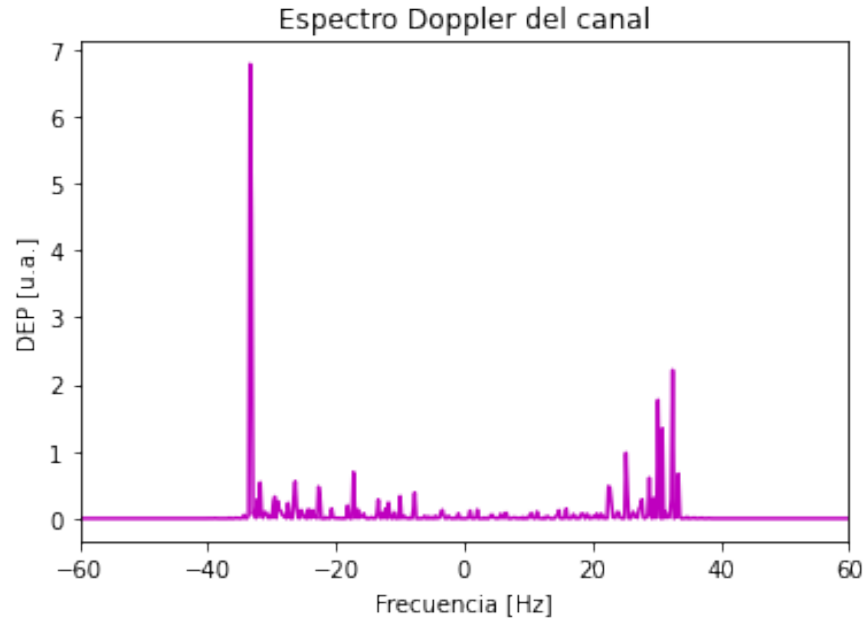


Figura 4.6: Espectro Doppler obtenido para una velocidad de  $10 \frac{m}{s}$ .

Al igual que para la autocorrelación: la velocidad solo implica un factor de ensanchamiento para el espectro Doppler. El espectro es esencialmente el mismo en las tres figuras, ya que todas representan la misma distribución de reflectores.

En todos los casos, el espectro es máximo para las frecuencias  $f = \pm D_s$  y nulo para frecuencias de valor absoluto mayor a  $D_s$ , donde  $D_s = \frac{f_c \cdot v}{c}$  es el *Doppler shift*. Lo primero se debe a que el desplazamiento Doppler es máximo para aquellos reflectores que están sobre la línea donde se desplaza el transmisor, a los cuales se

acerca (o de los cuales se aleja) a una velocidad  $v$ , mientras que el efecto Doppler causado por los demás reflectores cercanos es considerablemente menor. Lo segundo parece bastante intuitivo: dado que tanto el transmisor como los reflectores están quietos, no hay desplazamiento Doppler correspondiente a velocidades mayores a las que se desplaza el receptor.

#### 4.11. Potencia de los distintos caminos

Tal como se aclara en el enunciado, para estas simulaciones se define que la potencia de cada camino es proporcional a  $\frac{1}{d_1 \cdot d_2}$ , en lugar a lo que definimos intuitivamente a partir del trazado de rayos,  $\frac{1}{d_1 + d_2}$  (aunque en las simulaciones anteriores no hayamos tenido en cuenta este factor), siendo  $d_1$  la distancia entre el transmisor y el reflector y  $d_2$ , entre el reflector y el receptor.

Suponiendo que la distancia del transmisor al reflector es similar para cada uno de ellos, el término  $\frac{1}{d_1}$  será de la misma magnitud para todos los caminos del cluster; por lo tanto, el factor  $\frac{1}{d_2}$  provoca que los reflectores más cercanos al receptor tengan una potencia considerablemente mayor a los más lejanos, provocando que nuestra simulación se asemeje un poco más al modelo ideal a partir del cual se obtienen los resultados analíticos<sup>[1]</sup>.

## Referencias

- [1] David Tse; Pramod Viswanath. *Fundamentals of Wireless Communication*. Cambridge University Press, 2004.