

Prácticas 7 y 8 - Sistemas y tecnologías de las comunicaciones

Avetta, Gastón

27 de Mayo del 2022

Para ambos ejercicios se trabajará con un pulso gaussiano limitado por transformada a la entrada de la fibra, es decir,

$$A(z=0, t) = \sqrt{P_0} \cdot e^{-\frac{t^2}{2 \cdot t_0^2}}$$

cuyo módulo cuadrado es

$$|A(z=0, t)|^2 = P_0 \cdot e^{-\left(\frac{t}{t_0}\right)^2}$$

donde t_0 resulta ser el ancho $\frac{1}{e}$ del módulo cuadrado del pulso. En todos los ejercicios, utilizamos $t_0 = 10$ ps. Para el primer ejercicio, se considera $P_0 = 1$ W, dado que la potencia del pulso no es relevante para el problema en cuestión.

Todas las simulaciones fueron realizadas en lenguaje Python. Los archivos utilizados se encuentran disponibles en https://drive.google.com/drive/folders/1Zg87iP_OLbYgUBZHCsyFuS3DTM6RUWkI?usp=sharing

1. P7. Ejercicio 6 - Dispersión y atenuación en una SMF estándar

En este ejercicio se analiza tanto los efectos de atenuación (α) como los de dispersión, debido a los términos β_2 y β_3 por separado y luego en simultáneo, para un pulso gaussiano limitado por transformada que se propaga a lo largo de una SMF estándar. Para la fibra en cuestión, se utilizaron los valores

- $\alpha = 0,041 \text{ km}^{-1}$ o $\alpha_{dB} = 0,18 \frac{\text{dB}}{\text{km}}$
- $\beta_2 = -20,2 \frac{\text{ps}^2}{\text{km}}$
- $\beta_3 = 0,163 \frac{\text{ps}^3}{\text{km}}$

En los enunciados donde no se considera la atenuación, el espectro del pulso permanece inalterable en toda la fibra, dado que lo único que se agrega es una fase, la cual no afecta en nada el valor absoluto, como se puede ver en la Fig. ?? para una de las simulaciones realizadas.

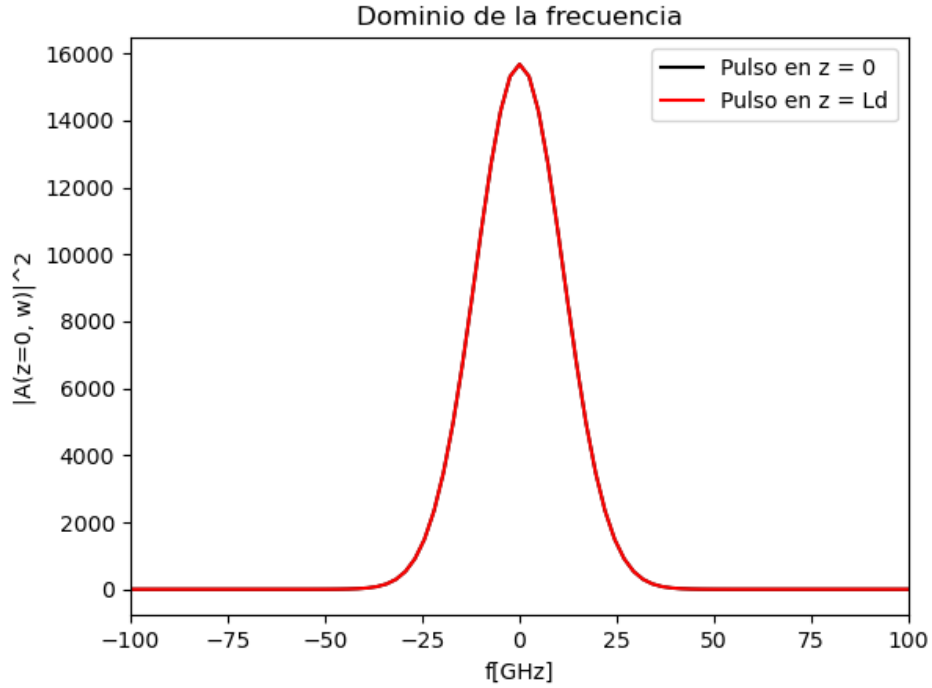


Figura 1.1: Comparación del espectro del pulso en $z = 0$ y en $z = L_d$.

1.1. (a) Dispersión de segundo orden

Dado el valor de β_2 , una vez definido el ancho inicial del pulso t_0 se tendrá el valor de la longitud característica de dispersión del pulso en la fibra, $L_d = \frac{t_0^2}{|\beta_2|}$.

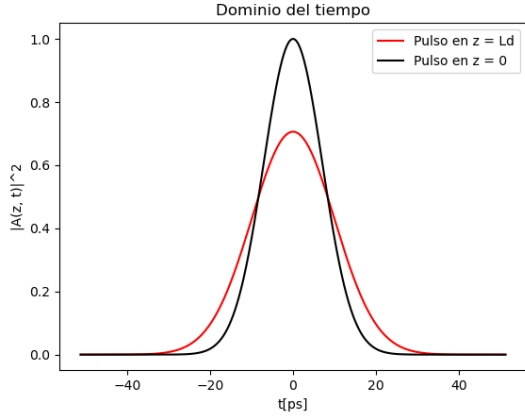
Cabe recordar que, para dispersión debida únicamente al término β_2 , vimos en clase que el ensanchamiento del pulso en función de z es

$$\frac{t_1(z)}{t_0} = \sqrt{1 + \left(\frac{z}{L_d}\right)^2}, \quad (1.1)$$

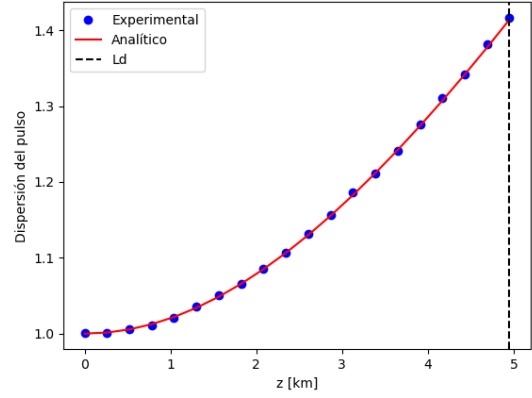
donde $t_1(z)$ es el ancho 1/e del pulso a medida que se propaga por la fibra.

Para el pulso y la fibra en cuestión, se tiene una longitud de dispersión $L_d = 4,95$ km. Transmitimos dicho pulso por una fibra de longitud $L = 50$ km y vemos qué ocurre con el pulso en $z = L_d$ y en $z = L \approx 10 \cdot L_d$

Para $z = L_d$, se obtienen los siguientes resultados



(a) Comparación del pulso en $z = 0$ y en $z = L_d$.

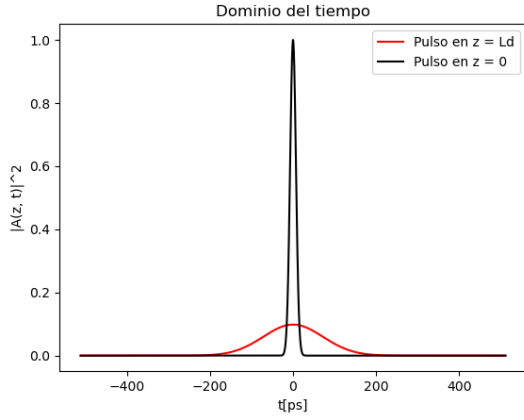


(b) Dispersión del pulso en función de la distancia recorrida.

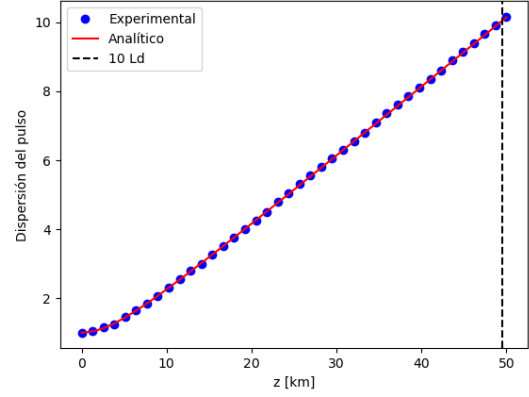
Figura 1.2: Resultados para el pulso de ancho inicial $t_0 = 10$ ps al propagarse una distancia L_d

En 1.2a se puede apreciar el ensanchamiento del pulso, tal como era de esperarse al recorrer una distancia L_d dentro de la fibra. Luego, en 1.2b, se puede ver que el ancho relativo obtenido para el pulso simulado en distintos puntos de la fibra es coincidente con el de la expresión analítica 1.1.

Ahora, hacemos el mismo análisis para el pulso en $L = 50 \text{ km} \approx 10 \cdot L_d$



(a) Comparación del pulso en $z = 0$ y en $z \approx 10 \cdot L_d$.



(b) Dispersión del pulso en función de la distancia recorrida.

Figura 1.3: Resultados para el pulso de ancho inicial $t_0 = 10 \text{ ps}$ al propagarse una distancia de aproximadamente $10 \cdot L_d$

Ahora, podemos ver en 1.3a que la dispersión ensanchó completamente al pulso, por lo que probablemente esta fibra ya no sea útil para servicios de comunicaciones. Además, en 1.3b, vemos que la expresión 1.1 sigue siendo precisa para describir el comportamiento del pulso en la fibra. Por otro lado, podemos ver que el ancho del pulso al recorrer 50 km de fibra es aproximadamente 10 veces el ancho original.

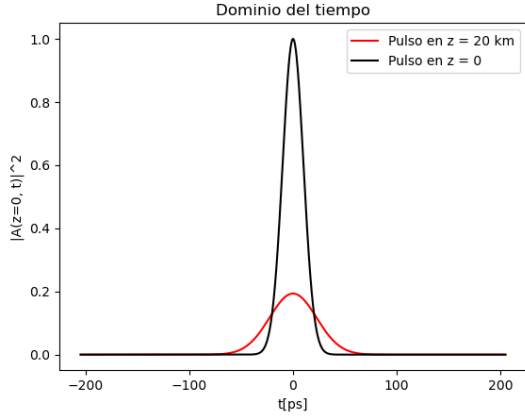
1.2. (b) Atenuación del pulso en la fibra

Si ahora consideramos la atenuación en la fibra, la cual hace decaer exponencialmente la potencia del pulso según la expresión

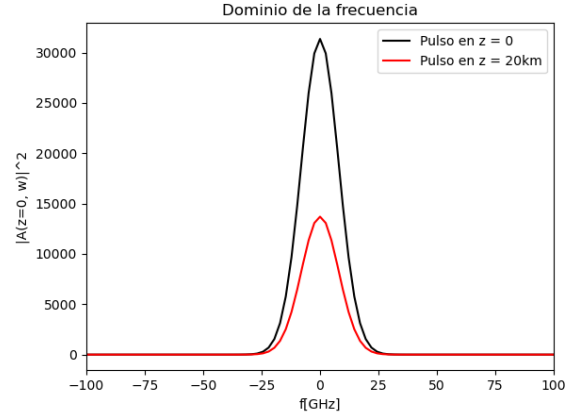
$$P(z) = P_0 \cdot e^{-\alpha \cdot z}, \quad (1.2)$$

donde P_0 es la potencia del pulso al ingresar a la fibra.

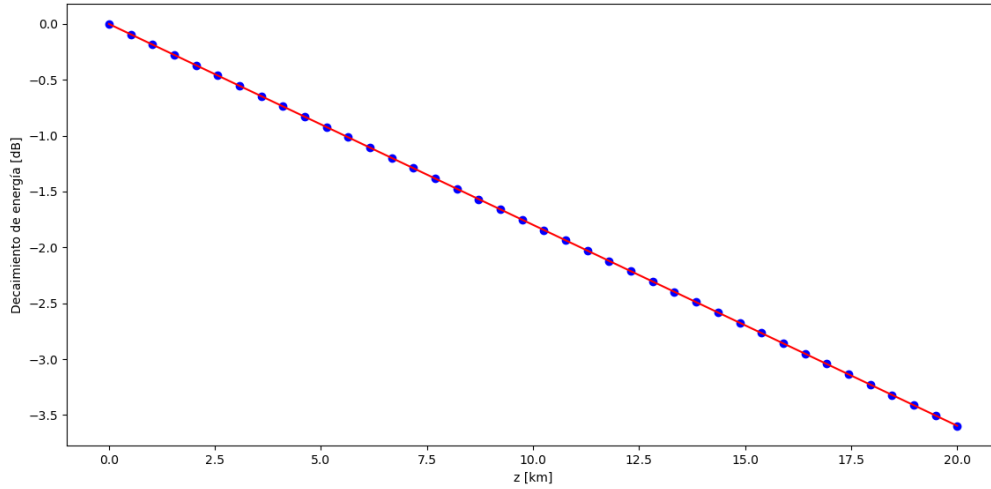
Vemos que, simulando para un pulso que se propaga por una fibra de $L = 20 \text{ km}$, se observan los siguientes resultados.



(a) Comparación del pulso en $z = 0$ y en $z = 20$ km.



(b) Comparación del espectro del pulso en $z = 0$ y en $z = 20$ km.



(c) Pérdida de energía del pulso al propagarse por la fibra.

Figura 1.4: Resultados para el pulso de ancho inicial $t_0 = 10$ ps al propagarse por una fibra de 20 km de largo.

En 1.4a se puede apreciar que el pulso, además de ensancharse, se atenuó considerablemente. Esto se puede confirmar observando la Figura 1.4b, donde se ve que la amplitud del espectro disminuyó considerablemente, a diferencia del enunciado anterior donde permanecía constante para cualquier longitud recorrida en la fibra. Por último, en la Figura 1.4c se ve que en la simulación se obtuvo la pérdida de potencia (y por lo tanto, integrando, de energía) predicho por la expresión 1.2, cuya pendiente, en $\frac{\text{dB}}{\text{km}}$ es de -0,18, es decir $-\alpha_{dB}$.

1.3. (c) Dispersión de tercer orden

Para los casos donde interviene el término de dispersión de tercer orden, los pulsos se vuelven asimétricos y resulta más conveniente trabajar con el ancho RMS.

Para estos casos, la expresión analítica para analizar la dispersión del pulso es

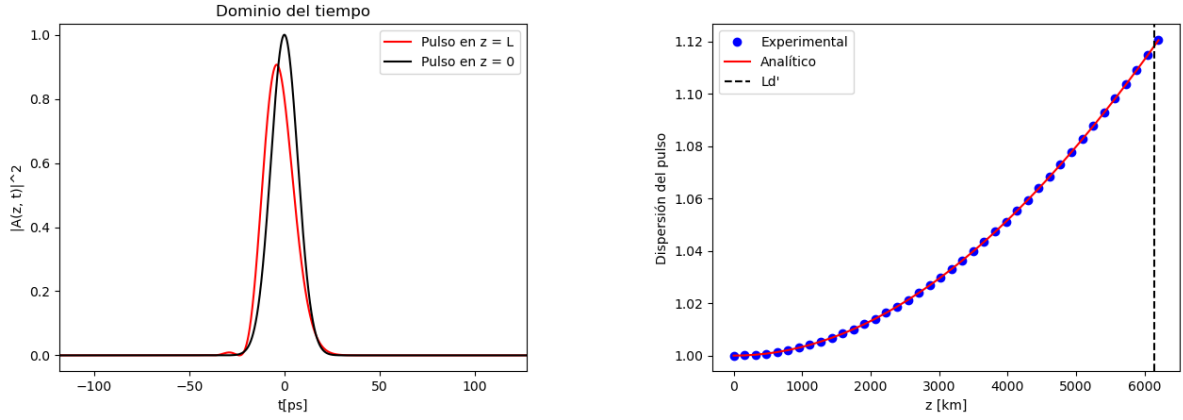
$$\frac{\sigma(z)}{\sigma_0} = \sqrt{1 + \left(\frac{\beta_2 z}{2\sigma_0^2}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\beta_3 z}{4\sigma_0^3}\right)^2}, \quad (1.3)$$

donde σ_0 es el ancho RMS del pulso inicial y, para este punto en particular, $\beta_2 = 0$.

Trabajando con el pulso inicial gaussiano de ancho $\frac{1}{e} t_0 = 10$ ps, este tiene un ancho RMS $\sigma_0 = \frac{t_0}{\sqrt{2}} \approx 7,07$ ps.

Por otro lado, la longitud característica para la dispersión de tercer orden es $L'_d = \frac{t_0^3}{|\beta_3|}$, la cual, en este caso, resulta $L'_d \approx 6135$ km.

Si dicho pulso atraviesa una fibra de $L = 6200\text{km} \approx L'_d$, se obtienen los siguientes resultados.



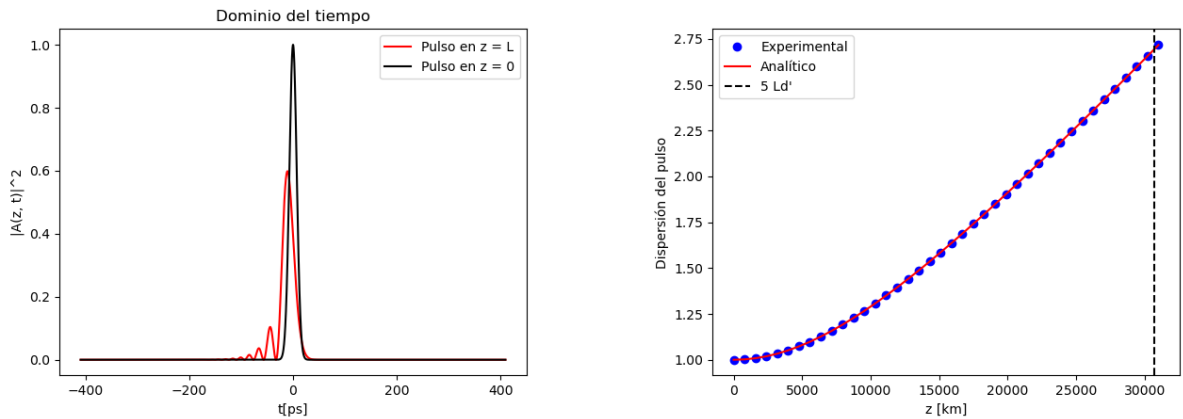
(a) Comparación del pulso en $z = 0$ y en $z = 6.200$ km.

(b) Dispersión del pulso en función de la distancia recorrida.

Figura 1.5: Resultados para el pulso de ancho $\frac{1}{e}$ inicial $t_0 = 10$ ps al atravesar una fibra de longitud $L \approx L'_d$.

En la Figura 1.5a se puede ver que, después de recorrer una longitud característica, se puede apreciar la dispersión del pulso. Lo interesante de esta dispersión es que, a diferencia de la de segundo orden, es asimétrica. Además, en la Figura 1.5b, se ve que el ancho obtenido a partir de la simulación es coincidente con el predicho por la expresión 1.3.

Si ahora atravesamos una fibra de longitud $L = 31.000$ km, obtenemos los siguientes resultados.



(a) Comparación del pulso en $z = 0$ y en $z = 31.000$ km.

(b) Dispersión del pulso en función de la distancia recorrida.

Figura 1.6: Resultados para el pulso de ancho $\frac{1}{e}$ inicial $t_0 = 10$ ps al atravesar una fibra de longitud $L \approx L'_d$.

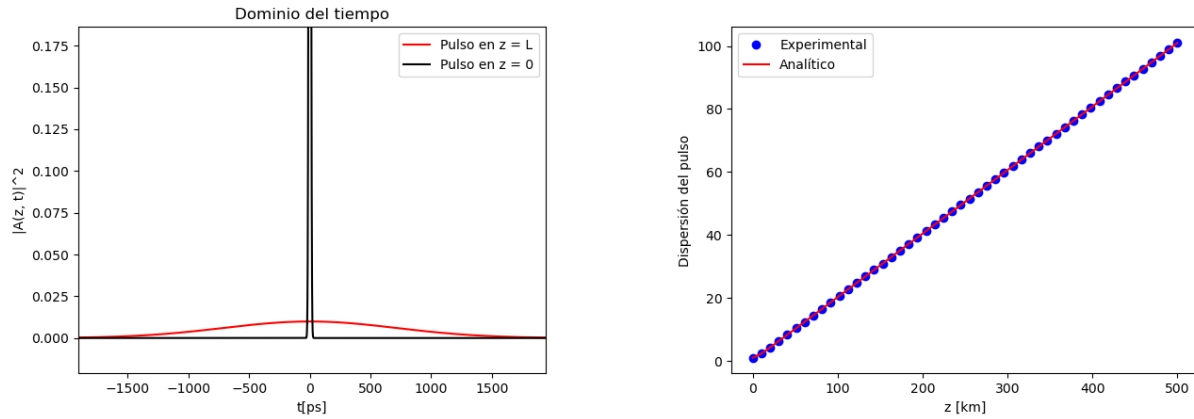
En la Figura 1.6a vemos que se acentuó notablemente la dispersión, teniendo el pulso repartido en numerosos

l6bulos. Tambi6n, en la Figura 1.6b vemos que la expresi6n 1.3 sigue siendo precisa para describir la dispersi6n relativa del pulso.

1.4. (d) Dispersi6n de segundo y tercer orden

Para esta simulaci6n, tomamos la expresi6n 1.3, teniendo en cuenta tanto el t6rmino de β_2 como el de β_3 . Como se puede intuir de los resultados presentados en las Figuras 1.3 y 1.5, ser6 muy dif6cil apreciar ambos efectos en simult6neo, ya que para las longitudes donde se aprecian los efectos de β_2 sin desarmar completamente el pulso, la dispersi6n debida a β_3 resulta despreciable.

Si trabajamos con una fibra de largo $L = 500$ km, se obtienen los siguientes resultados.



(a) Comparaci6n del pulso en $z = 0$ y en $z = 500$ km.

(b) Dispersi6n del pulso en funci6n de la distancia recorrida.

Figura 1.7: Resultados para el pulso de ancho $1/e$ inicial $t_0 = 10$ ps al atravesar una fibra de longitud $L = 500$ km.

Como se puede apreciar en 1.7a, luego de recorrer 500 km, que equivale a aproximadamente $10 L_d$ pero a menos de $0,1 L'_d$, la dispersi6n de segundo orden ya ensanch6 completamente el pulso y no llegamos a apreciar la dispersi6n de tercer orden. Por otro lado, en 1.7b, vemos que la expresi6n 1.3 tambi6n es precisa para describir la dispersi6n del pulso para ambos efectos en simult6neo.

2. P7. Ejercicio 7 - Automodulaci6n de fase

Para no agregar im6genes innecesarias: al analizar la automodulaci6n de fase, el m6dulo del pulso no var6a, ya que solo se agrega una fase. Por lo tanto, lo graficamos una 6nica vez en la Fig. 2.1 para una de las simulaciones realizadas y luego, solo analizamos qu6 ocurre con el espectro para los distintos casos pedidos.

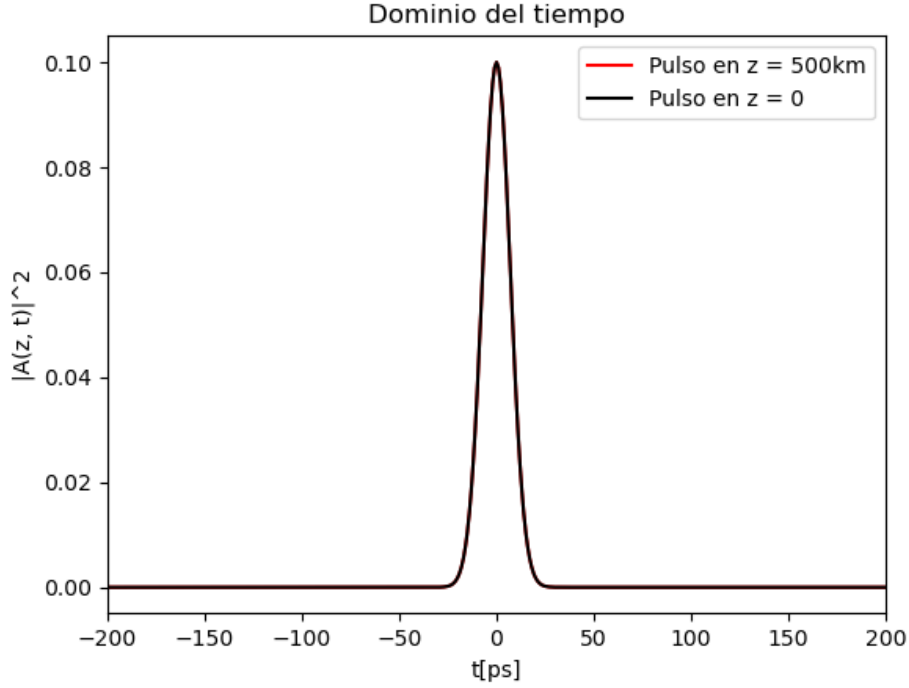


Figura 2.1: Comparación del pulso en $z = 0$ y en $z = 500$ km.

Además, se tratará de verificar la relación

$$\phi_{max} = \gamma \cdot P_0 \cdot L \approx \left(M - \frac{1}{2}\right) \cdot \pi, \quad (2.1)$$

donde γ es el término que determina la automodulación de fase a partir de la potencia del pulso y la distancia recorrida, $\phi_{NL} = \gamma \cdot P(t) \cdot z$, P_0 es la potencia pico del pulso inicial y M la cantidad de picos que se observan en el espectro del pulso para $z = L$.

2.1. Fibra SMF

Para esta fibra, tenemos un coeficiente $\gamma = 1,2(\text{W} \cdot \text{km})^{-1}$. Si consideramos una fibra de longitud $L = 10\text{km}$, para las potencias pedidas (1, 10 y 100 mW) se observan pocos cambios en el espectro, teniendo un único pico y solo apreciando el ensanchamiento del espectro para $P_0 = 100$ mW, como se puede observar en la Figura 2.2

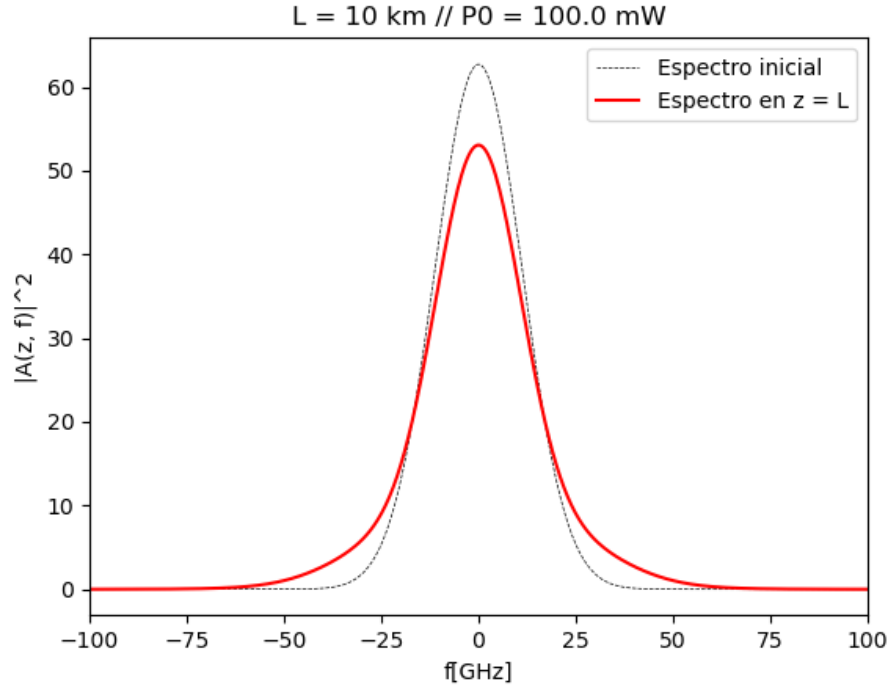


Figura 2.2: Comparación del espectro del pulso en $z = 0$ y en $z = 10$ km, con una potencia inicial de 100 mW.

Esto se condice con la expresión 2.1 ya que se obtiene un valor $M \approx 0,9$ o menor para estos parámetros.

Si ahora usamos esta misma fibra pero con longitud $L = 80$ km, seguimos obteniendo un pulso de un único pico para potencias pico de 1 y 10 mW, ya que de la expresión 2.1 se obtienen valores de M menores a 1. Sin embargo, para $P_0 = 100$ mW, se tiene $M \approx 3,6$. Esto se puede observar en la Figura 2.3, donde se observa que, luego de recorrer 80 km de fibra, se obtiene un espectro con 4 picos, donde dos de ellos aún no se separaron del todo.

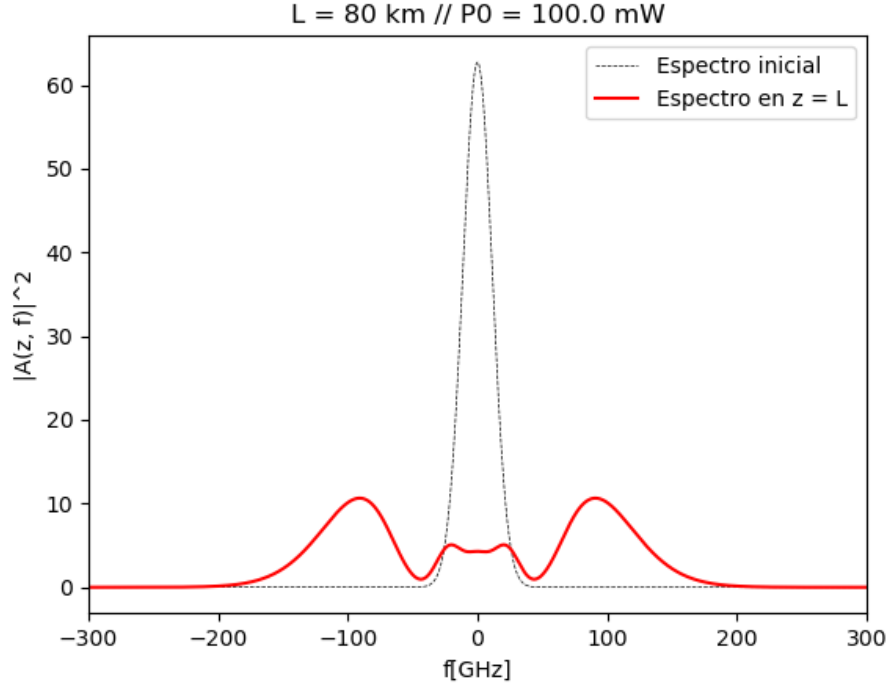
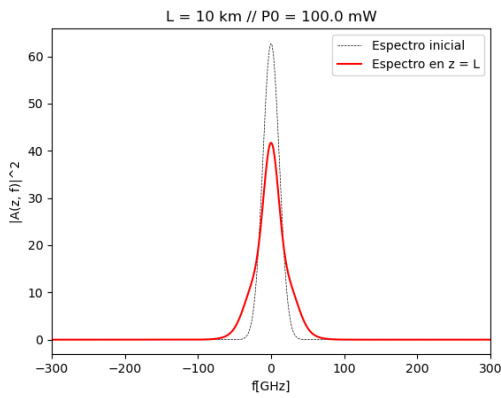


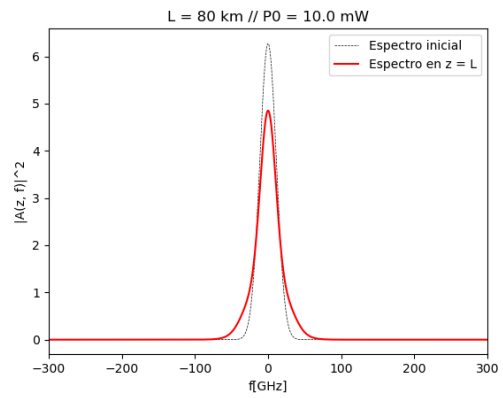
Figura 2.3: Comparación del espectro del pulso en $z = 0$ y en $z = 80$ km, con una potencia pico inicial de 100 mW.

2.2. Fibra TW-RS

Para esta fibra, tenemos un coeficiente $\gamma = 1,85(\text{W} \cdot \text{km})^{-1}$. Otra vez, para casi todos los casos planteados, tenemos un único pico en el espectro, pero ahora se observa el ensanchamiento del espectro en más casos, como se puede ver en la Figura 2.4.



(a) Comparación del pulso en $z = 0$ y en $z = 10$ km, con una potencia inicial de 100 mW.



(b) Comparación del espectro del pulso en $z = 0$ y en $z = 80$ km, con una potencia inicial de 10 mW.

Figura 2.4: Ensanchamiento del espectro en distintos casos.

Para la fibra de longitud 80km y potencia pico inicial 100 mW, según la expresión 2.1, obtenemos $M \approx 5,3$ y en la Figura 2.5 se puede ver que, efectivamente, el espectro tiene 5 picos bien definidos.

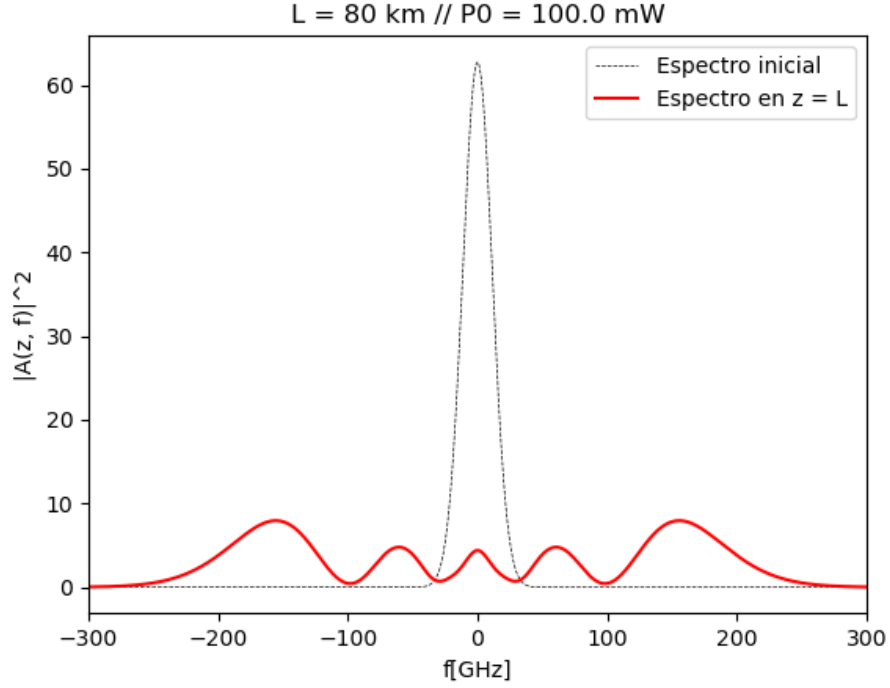


Figura 2.5: Comparación del espectro del pulso en $z = 0$ y en $z = 80$ km, con una potencia pico inicial de 100 mW.

2.3. Considerando la atenuación

Si ahora tenemos en cuenta la atenuación en el análisis de la automodulación de fase, debemos considerar una nueva longitud característica: la longitud efectiva $L_{eff} = \frac{1-e^{-\alpha L}}{\alpha}$. Considerando $\alpha = 0,041 \text{ km}^{-1}$, para una fibra de $L = 10$ km, tenemos $L_{eff} = 8,2$ km y, para una fibra de $L = 80$ km, tenemos $L_{eff} = 23,3$ km. Esta longitud efectiva reemplaza a L en la definición de ϕ_{max} , dando valores aún menores de M , por lo que el efecto de la automodulación de fase se apreciará aún menos. Por supuesto, además de afectar a la automodulación de fase, atenuará al espectro, disminuyendo su amplitud y siendo cada vez más notable a medida que recorra mayor distancia en la fibra.

Analizamos que ocurre con la fibra TW-RS para pulsos con potencia pico inicial $P_0 = 100$ mW. Para la fibra de longitud $L = 10$ km, se ve el siguiente espectro.

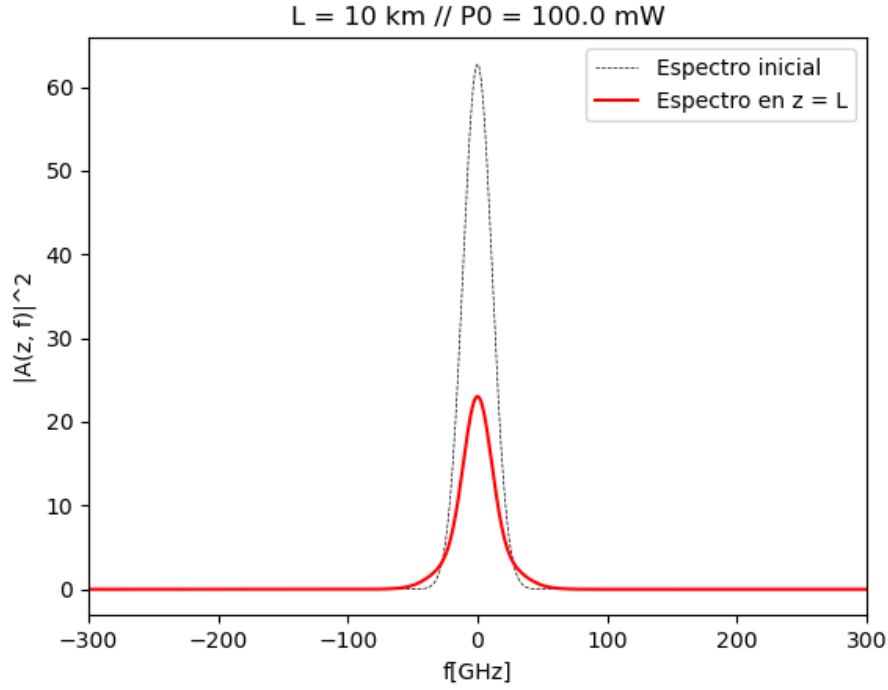


Figura 2.6: Comparación del espectro del pulso en $z = 0$ y en $z = 10$ km, con una potencia pico inicial de 100 mW.

Vemos que el resultado obtenido en la Figura 2.6 es muy similar al de la Figura 2.4a, pero con menor potencia debido a la atenuación del pulso en la fibra.

Si ahora el pulso recorre una fibra de longitud $L = 80$ km, se obtiene el siguiente resultado.

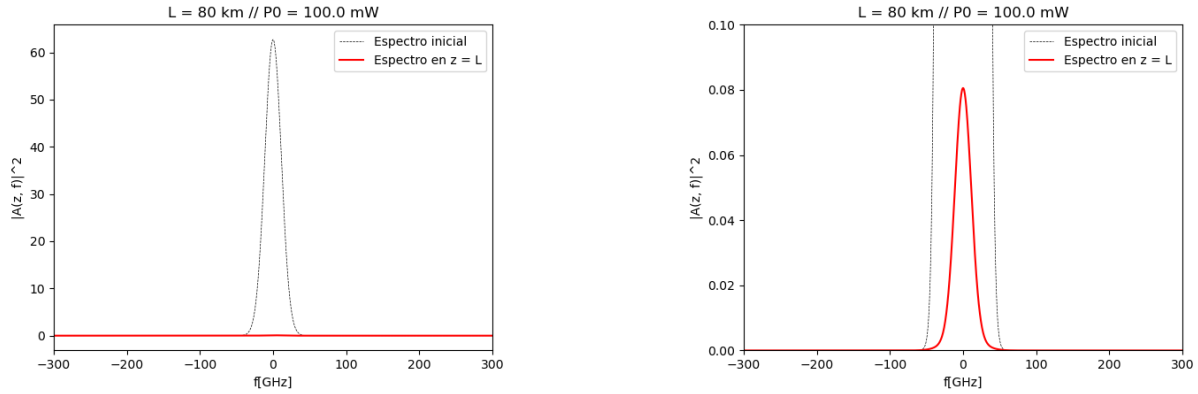


Figura 2.7: Comparación del pulso en $z = 0$ y en $z = 80$ km, con una potencia pico inicial de 100 mW. A la izquierda, sin zoom para notar la diferencia entre el espectro al comienzo y al final de la fibra. A la derecha, con zoom para apreciar la forma del espectro ensanchado y atenuado.

En la Figura 2.7 se puede ver que el espectro luego de recorrer 80 km de fibra es despreciable frente al espectro inicial, debido a la atenuación del mismo. Por otro lado, se puede apreciar el ensanchamiento del espectro pero sin multiplicidad de picos, ya que, considerando L_{eff} , se tiene un valor $M \approx 1,9$.

3. P8. Ejercicio 4 - Four-wave mixing y cross-phase modulation

En este ejercicio analizamos qué ocurre cuando se envían dos pulsos por una misma fibra óptica, cuyas portadoras se encuentran separadas por una frecuencia Δf .

En este caso, usamos dos pulsos gaussianos de misma potencia P_0 y ancho t_0 , es decir

$$A(z=0, t) = \sqrt{P_0} \left(e^{-\frac{t^2}{2 \cdot t_0^2}} + e^{-\frac{t^2}{2 \cdot t_0^2}} \cdot e^{j \cdot 2\pi f \cdot t} \right)$$

Al analizar el módulo cuadrado, la presencia de la fase $e^{j \cdot 2\pi f \cdot t}$ provoca un batido entre ambos pulsos. Para el caso con $\Delta f = 50$ GHz, el pulso transmitido se ve como en la Fig. 3.1.

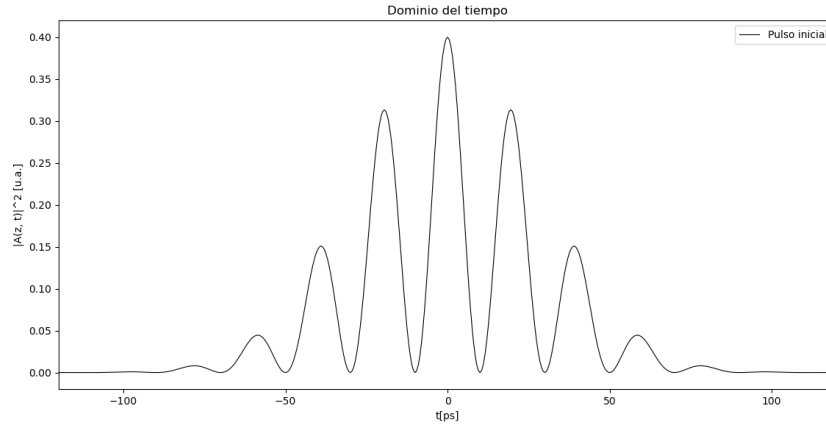


Figura 3.1: Batido debido a la suma de dos pulsos centrados en distintas frecuencias.

Dicho pulso corresponde a una senoide modulada. El período de dicha senoide es de 20 ps, lo que corresponde a una frecuencia de 50 GHz, es decir, la diferencia entre las portadoras de cada pulso.

Además, al transmitir dicho pulso por la fibra, la presencia de la fase $e^{j \cdot 2\pi f \cdot t}$ provocará que dicho pulso se desplace y deje de estar centrado en $t = 0$. Este desplazamiento temporal se explica con la expresión $\Delta t = 2\pi\beta_2\Delta fL$.

A una tasa de transmisión de $10 \frac{Gb}{s}$, tenemos 100 ps para cada bit, por lo que el semi ancho de cada uno de ellos debe ser menor a 50 ps. Definiendo $t_0 = 40$ ps y $P_0 = 50$ mW y propagando los pulsos por una fibra de longitud $L = 100$ km, $\gamma = 1,8(W \cdot km)^{-1}$ y $\beta_2 = 10 \frac{ps^2}{km}$, se obtienen los siguientes resultados.

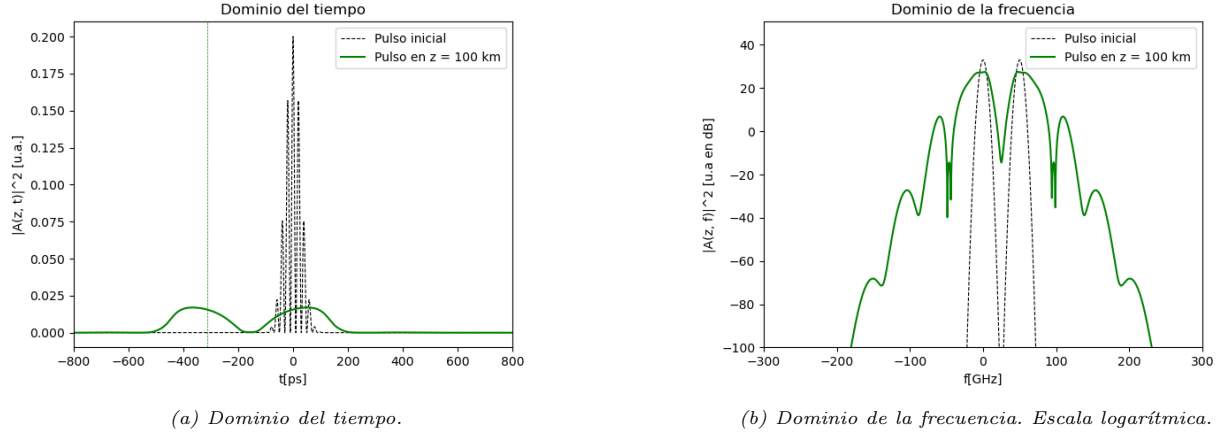


Figura 3.2: Comparación del pulso en $z = 0$ y en $z = 100$ km.

En la Fig. 3.2a se puede ver el desplazamiento temporal de uno de los pulsos, notando que queda centrado en el Δt previsto por la expresión analítica mencionada. En la Fig 3.2b se puede ver como se altera el espectro del pulso al propagarse en la fibra, apareciendo componentes espectrales en frecuencias donde inicialmente no había potencia.

Si ahora aumentamos la potencia de los pulsos a $P_0 = 100$ mW y los separamos $\Delta f = 100$ GHz, se obtienen los siguientes resultados.

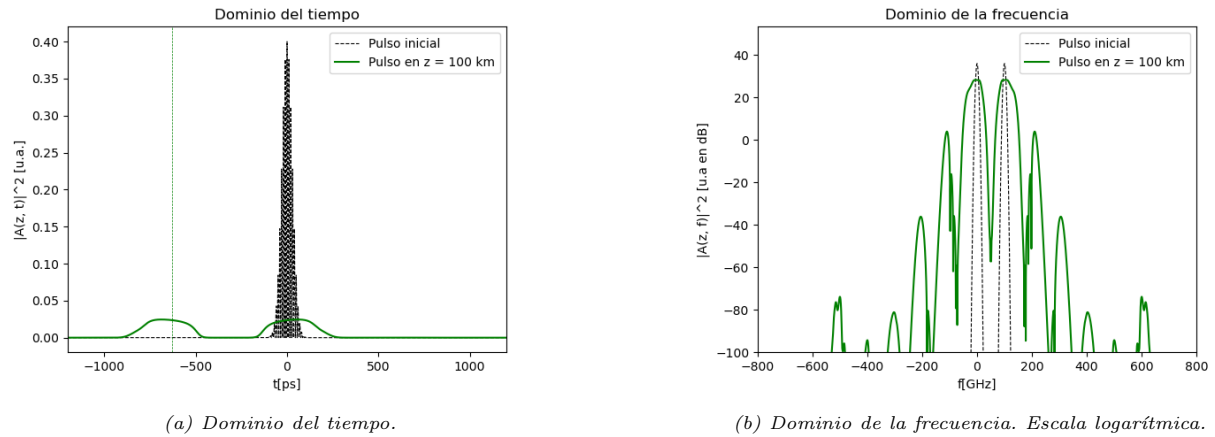


Figura 3.3: Comparación del pulso en $z = 0$ y en $z = 100$ km.

Dado que duplicamos Δf respecto al pulso anterior, el desplazamiento temporal también se duplicó, tal como se puede ver en la Fig. 3.3a. Además, al aumentar la potencia, favorecemos la generación de Four-wave mixing, pero aumentando la distancia entre la portadora de ambos pulsos, disminuimos la generación de este efecto, tal como se ve en la Fig. 3.3b. Sin embargo, al haber aumentado la distancia (en frecuencia) entre las portadoras, es más fácil de apreciar que las componentes espectrales que se generan por este efecto se encuentran en los múltiplos de Δf , dado que dichas componentes se solapan menos entre sí.

Ahora analizamos cómo varía este efecto para distintos valores de β_2 , P_0 y Δf . Para esto, analizamos la diferencia en dB entre la componente espectral en las frecuencias Δf , que corresponde a uno de los pulsos transmitidos, y $2 \cdot \Delta f$, que corresponde a una componente generada por el efecto de Four-wave mixing

Para analizar cómo varía con β_2 , fijamos un pulso con $t_0 = 40$ ps, $P_0 = 50$ mW y $\Delta f = 50$ GHz y obtenemos

el gráfico de la Fig. 3.4

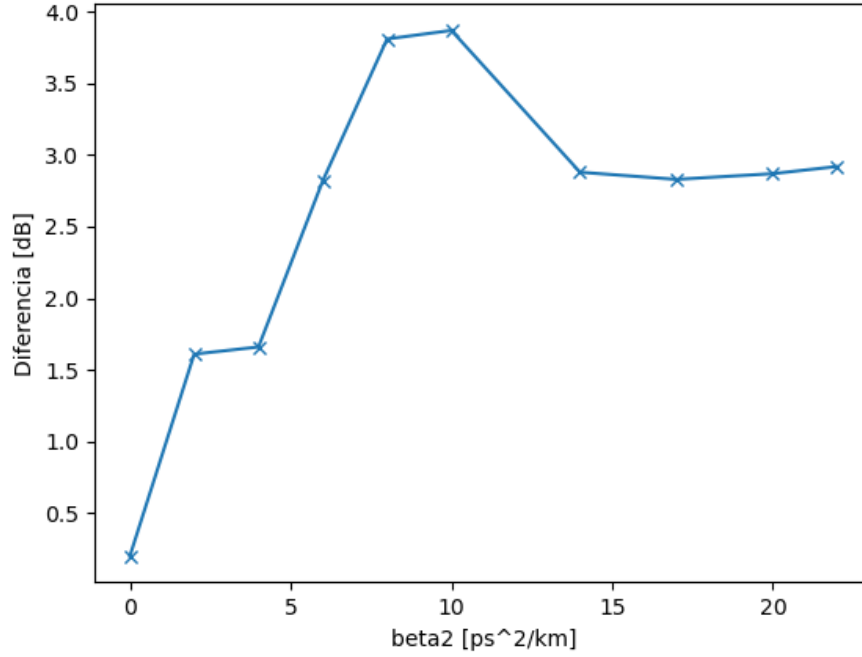


Figura 3.4: Diferencia en dB entre componente espectral de uno de los canales y primer componente espectral provocada por Four-wave mixing en función del factor β_2 .

A grandes rasgos, se puede ver que para fibras con β_2 muy chico, la componente espectral generada por Four-wave mixing tiene casi la misma amplitud que la componente del canal principal, lo cual es muy poco conveniente para sistemas de comunicación. Este es el motivo por el cual no se utilizan las fibras DSF.

Ahora analizamos la variación con P_0 . Para esto, fijamos $\beta_2 = 10$ y el resto de los parámetros del pulso son los mismos que en el análisis anterior. El resultado se grafica en la Fig. 3.5.

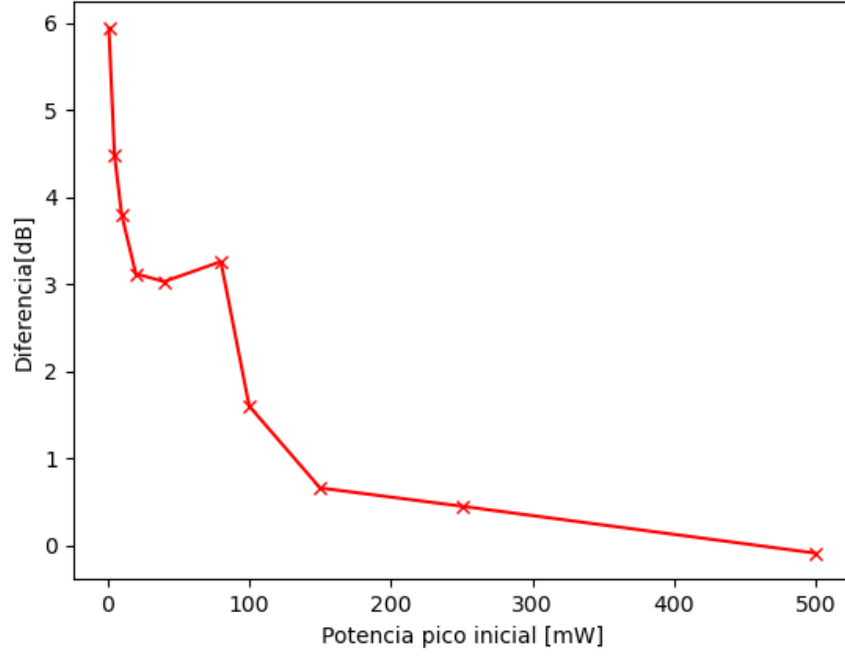


Figura 3.5: Diferencia en dB entre componente espectral de uno de los canales y primer componente espectral provocada por Four-wave mixing en función de la potencia pico P_0 .

Por último, analizamos qué ocurre al variar la diferencia Δf entre portadoras. Para esto, fijamos $P_0 = 20$ mW, $t_0 = 50$ ps. El resultado se grafica en la Fig. 3.6.

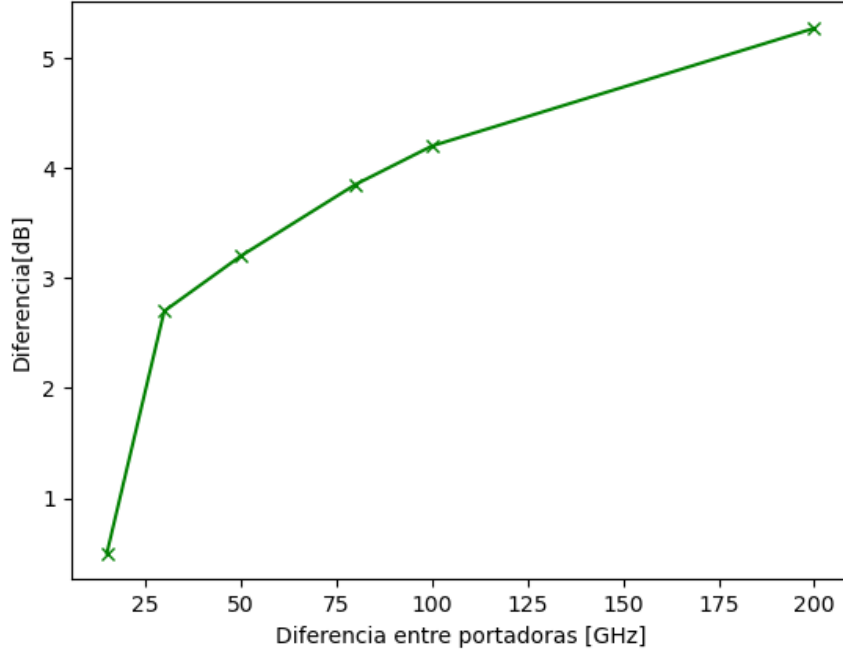


Figura 3.6: Diferencia en dB entre componente espectral de uno de los canales y primer componente espectral provocada por Four-wave mixing en función de la diferencia entre portadoras Δf .

Podemos ver que mientras más separadas se encuentren las portadoras, menor es la amplitud de las componentes espectrales generadas por Four-wave mixing respecto a las componentes en los canales de transmisión. Esto implica que separar las portadoras es una ventaja doble para sistemas de comunicación: además de generar componentes espectrales en frecuencias más alejadas del canal, éstas son de menor amplitud, disminuyendo la posible interferencia que podrían provocar. Lógicamente, la desventaja de ampliar esta distancia es consumir mayor ancho de banda o, lo que es lo mismo, mandar menos información en un mismo ancho de banda consumido.

Al aumentar la tasa de transmisión a $40 \frac{Gb}{s}$, decidimos trabajar con $t_0 = 10$ ps. Al transmitirlo por la misma fibra que el pulso de la Fig. 3.2, obtenemos los resultados que se observan en la Fig. 3.7

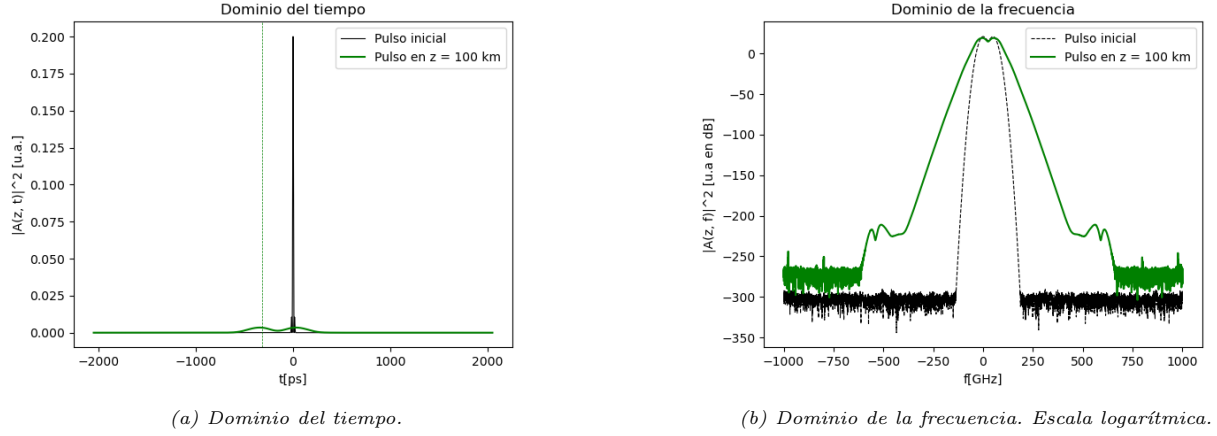


Figura 3.7: Comparación del pulso en $z = 0$ y en $z = 100$ km.

En la Fig. 3.7a, podemos ver que el desplazamiento temporal del pulso dado por la expresión analítica sigue siendo válida, pero que ambos pulsos ya se ensancharon completamente y probablemente no sean útiles para sistemas de comunicación. Por otro lado, al tener pulsos más angostos, sus espectros son más anchos. Esto se puede apreciar en la Fig. 3.7b, donde no se llegan a apreciar picos de densidad espectral en los múltiplos de Δf porque estos espectros se encuentran totalmente solapados entre sí.

Para apreciar el efecto de Cross-phase modulation, analizamos qué ocurre con el pulso cuyo espectro se encuentra centrado en $f = 0$ Hz cuando no transmitimos el otro pulso en simultáneo y cuando sí lo hacemos. Para esto, utilizamos pulsos de $t_0 = 30$ ps, $P_0 = 50$ mW y $\Delta f = 50$ GHz. El resultado se ve en la Fig. 3.8.

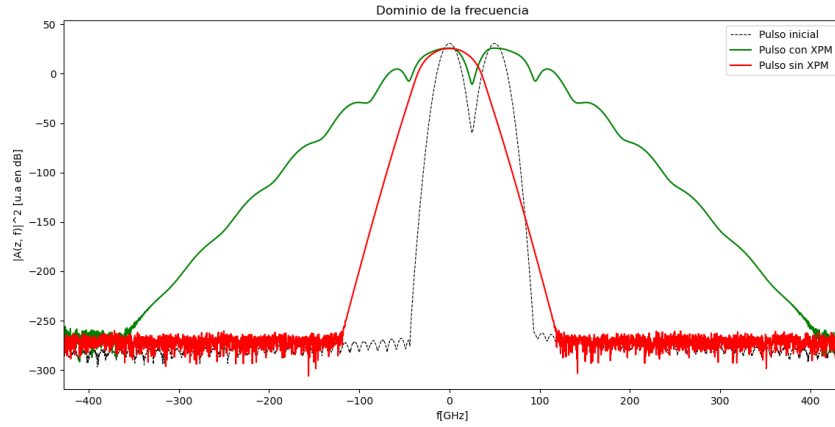


Figura 3.8: Comparación del espectro del pulso al transmitirse por la fibra junto con otro pulso y al transmitirse solo.

Podemos ver que el espectro se ensancha considerablemente más ante la presencia de otro pulso en la fibra. Este efecto es conocido como Cross-phase modulation, en analogía a la Self-phase modulation que ocurre al transmitir un único pulso (la cual también afecta al pulso, en paralelo a la XPM).