

Estadística de trenes de spikes

Avetta, Gastón
Redes neuronales

28 de septiembre de 2023

0. Datos utilizados

Para este trabajo, se utilizan datos experimentales obtenidos por Ariel Rokem. Los mismos surgen de presentar a un animal un mismo estímulo unas 128 veces (realizaciones) y medir la respuesta de una misma neurona (spikes) para cada realización. En la figura 0.1 se grafica la intensidad en dB del estímulo sonoro utilizado en función del tiempo para cada una de las 128 realizaciones. Por otro lado, en la figura 0.2 se pueden ver los spikes obtenidos en distintos instantes de tiempo para las primeras 24 realizaciones.

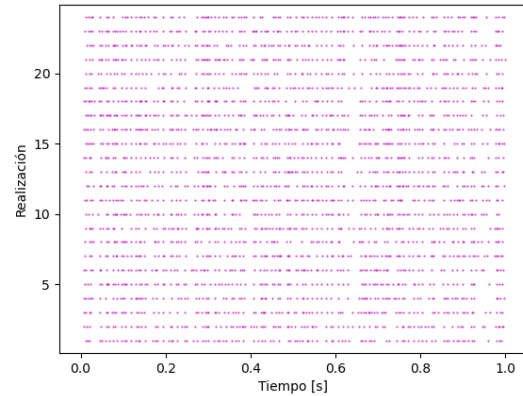


Figura 0.2: Spikes medidos en la neurona para las primeras 24 realizaciones. Cada marcador representa un spike medido en un determinado instante de tiempo (eje horizontal) para una determinada realización (eje vertical).

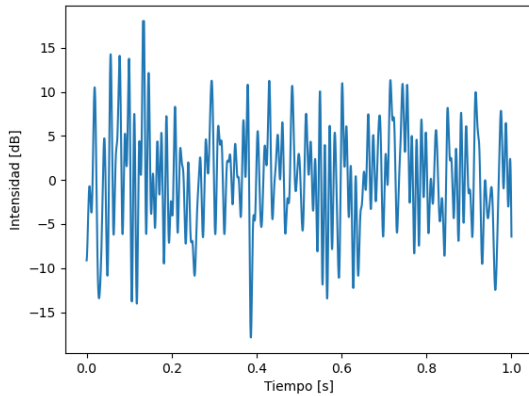


Figura 0.1: Estímulo sonoro presentado al animal.

1. Estadística de los intervalos de tiempo entre spikes (*ISI*)

Obtener un histograma que aproxime la distribución de intervalos $P(ISI)$ de la neurona, considerando todas las realizaciones. Calcule el coeficiente de variabilidad CV .

En la figura 1.1 se puede observar el histograma normalizado obtenido a partir de analizar los intervalos entre cada par de spikes consecutivos en todas las realizaciones. El mismo se encuentra normalizado con tal de poder deducir la distribución de probabilidad $P(ISI)$ a partir del mismo.

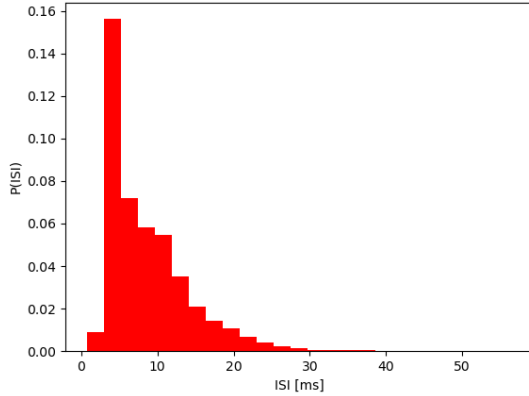


Figura 1.1: Histograma normalizado de la duración (en milisegundos) de los intervalos de tiempo entre dos spikes consecutivos.

Para todos los datos analizados, se obtiene una media de 8,57 ms y una desviación estándar de 5,63 ms, lo cual da como resultado un **coeficiente de variabilidad**

$$CV = \left\{ \frac{\sigma}{\mu} \right\}_{\text{ISI}} = 0,66.$$

2. Estadística de cantidad de spikes por realización (N)

Obtener un histograma que aproxime la probabilidad $P(N)$ de obtener N spikes en una dada realización. Calcular el factor de Fano F . En base a este resultado y al del punto anterior: ¿el proceso de generación de spikes es un **proceso tipo renewal**?

En la figura 2.1 se puede observar el histograma normalizado de la cantidad de spikes observados por realización. Al igual que en el caso anterior, se encuentra normalizado para poder aproximar así a la distribución de probabilidad $P(N)$.

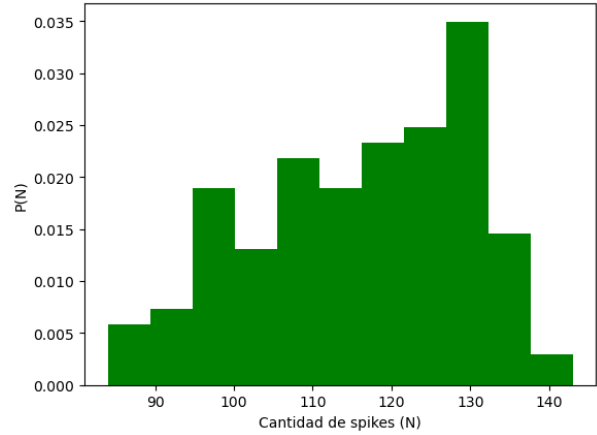


Figura 2.1: Histograma normalizado de la cantidad de spikes por realización.

Estos datos dan como resultado una media de 116 spikes por realización con una varianza de 183,2 spikes “al cuadrado”*, lo cual da como resultado un **factor de Fano**

$$F = \left\{ \frac{\sigma^2}{\mu} \right\}_N = 1,58.$$

*La varianza de una distribución de probabilidad tiene las unidades de la variable en cuestión elevadas al cuadrado, aunque en este caso la variable N , que se trata de spikes por realización, es adimensional.

Proceso tipo renewal

Una de las características de los **procesos de renewal** es que $F = (CV)^2$. En este caso,

$$F = 1,58, \\ (CV)^2 = 0,44,$$

lo cual indica que claramente no se trata de un proceso de este tipo.

Por otro lado, sabemos que, en un proceso de renewal, los intervalos de tiempo entre dos spikes son independientes de los intervalos entre los demás pares de spikes. Para analizar esto, en la figura 2.2 se grafica el ISI entre dos spikes en función del ISI entre los dos spikes anteriores.

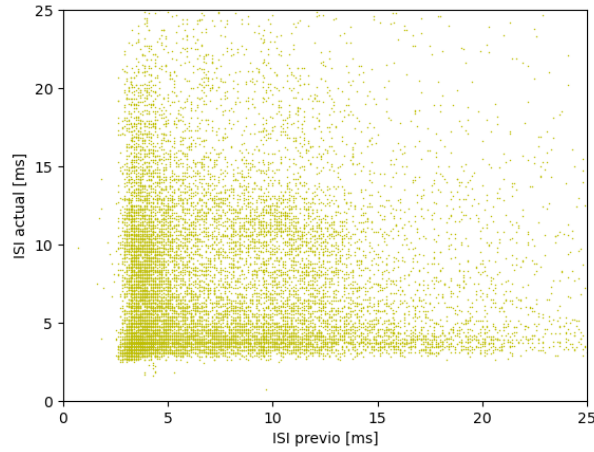


Figura 2.2: Intervalo de tiempo entre dos spikes consecutivos graficado en función del intervalo de tiempo entre el par de spikes consecutivos anteriores.

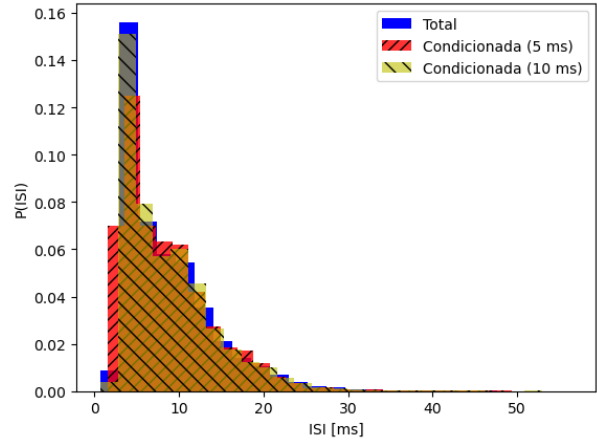


Figura 2.3: Histograma normalizado de la duración (en milisegundos) de los intervalos de tiempo entre dos spikes consecutivos teniendo en cuenta todos los datos (azul), solo los datos precedidos por ISIs menores a 5 milisegundos (rojo) o a 10 milisegundos (amarillo).

Vemos que los histogramas difieren levemente entre sí, pero tampoco es evidente que representen distribuciones de probabilidad claramente distintas, sino que las diferencias entre ellos podrían deberse a la cantidad de bins utilizados y a la diferencia entre la cantidad de datos que componen a cada histograma.

Si bien no pudimos encontrar claramente que haya dependencia entre el valor de ISI respecto al ISI inmediatamente anterior, podría haberlo respecto a algún otro intervalo previo. De todas formas, concluimos que no se trata de un proceso renewal por la relación entre los parámetros F y CV .

Vemos que parece haber cierta dependencia para el tiempo que transcurre entre dos spikes y el que transcurrió entre los dos spikes anteriores. De todas formas, dado que, como ya vimos, $P(ISI)$ está lejos de ser una distribución uniforme, es difícil definir si hay dependencia o no a partir de la figura 2.2.

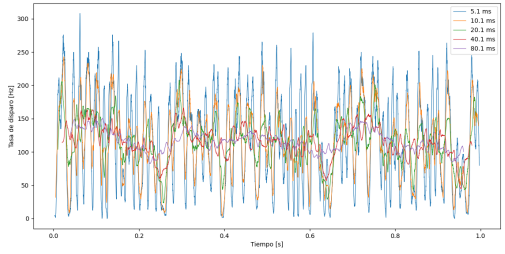
Por lo tanto, comparamos el histograma de la figura 1.1 con los histogramas obtenidos teniendo en cuenta únicamente los tiempos ISI de aquellos que son precedidos por un ISI menor a 5 milisegundos (10 milisegundos): es decir, si ISI_{i-1} es menor a 5 ms (10 ms), entonces ISI_i es tenido en cuenta en los histogramas de la figura 2.3. El objetivo de esta figura es ver si las distribuciones de probabilidad que representan los distintos histogramas difieren o no, es decir, si la distribución de probabilidad condicionada por el valor de ISI previo $P(ISI_i | ISI_{i-1})$ (para distintos casos de este condicionamiento) difiere de la distribución de probabilidad marginal $P(ISI)$.

3. Tasa de disparo $r(t)$

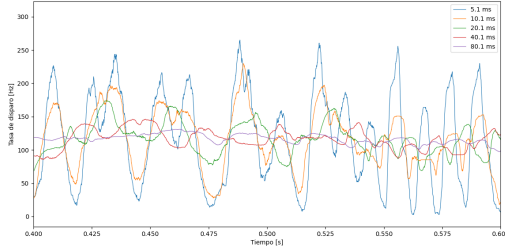
Calcular la tasa de disparo en función del tiempo $r(t)$.

Para obtener la tasa de disparo de la neurona a partir de los datos experimentales, contamos la cantidad de spikes detectados en una cierta ventana de tiempo centrada en el tiempo t para todas las realizaciones hechas. Luego, dividimos esta cantidad por la cantidad de realizaciones en cuestión (*promediamos*) y por la duración de la ventana de integración (*obtenemos una frecuencia*). Para intervalos de integración muy cortos, se tendrán en cuenta pocos spikes, por lo que la estadística será mala y la tasa de disparo obtenida será muy ruidosa. Por otro lado, si se utilizan ventanas de tiempo muy largas, se perderá información sobre la variación temporal de la tasa de disparo. Este comportamiento se puede observar en la figura 3.1,

donde se grafican las tasas de disparo obtenidas para distintos intervalos de integración.



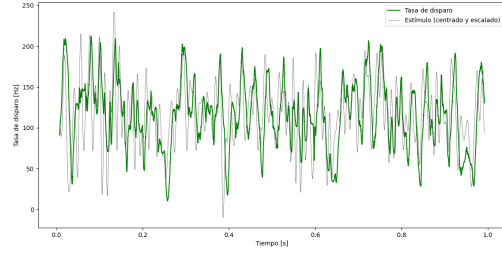
(a) Duración de todo el estímulo.



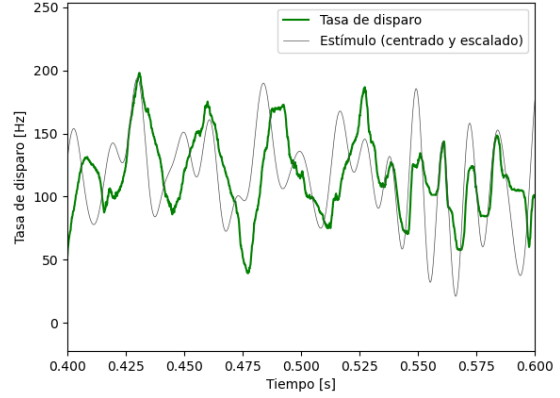
(b) Zoom de 0,2 segundos a la mitad de la duración del estímulo.

Figura 3.1: Tasas de disparo obtenidas experimentalmente para distintas ventanas de integración.

Analizando más en profundidad, decidimos quedarnos con la tasa de disparo obtenida integrando 15,1 ms. Graficamos esta función junto con una curva análoga a la intensidad del estímulo, centrada en el valor medio de la curva $r(t)$ y reescalada con tal de ver ambas curvas en la misma escala, tal como se puede ver en la figura 3.2.



(a) Duración de todo el estímulo.



(b) Zoom de 0,2 segundos a la mitad de la duración del estímulo.

Figura 3.2: Tasas de disparo obtenidas experimentalmente para una ventana de integración de 15,1 ms.

Podemos ver que la variabilidad de la tasa de disparo para esta ventana de integración se corresponde con la variabilidad de la intensidad del estímulo, por lo que 15,1 ms parece ser una duración adecuada para obtener la tasa de disparo de la neurona experimentalmente.

4. Filtro asociado a la neurona

Calcular el filtro asociado a esta neurona, que da la mejor predicción lineal del histograma de la tasa de disparo $r(t)$ en función del estímulo recibido. Despreciar el tiempo de autocorrelación del estímulo.

La predicción lineal $\hat{r}(t)$ de la tasa de disparo $r(t)$ de la neurona a partir del estímulo $S(t)$ se obtiene de la expresión

$$\hat{r}(t) = r_0 + \int_0^{+\infty} d\tau \cdot D(\tau) \cdot S(t - \tau),$$

donde se deben encontrar el parámetro r_0 y la función

$D(t)$ que caracterizan a la neurona en cuestión.

En el caso de estímulos con valor medio nulo, el valor de r_0 que minimiza el error es la tasa de disparo promedio obtenida. La intensidad del estímulo sonoro utilizado en este trabajo tiene un valor medio de 0,15 dB, para un estímulo que oscila entre los -15 y los 15 dB, por lo cual podemos despreciar este valor medio y suponer que es 0. Por otro lado, la tasa de disparo promedio obtenida varía levemente según la ventana de integración utilizada, entre 115,7 Hz y 116,6 Hz para los valores utilizados en la figura 3.1. Dado que decidimos quedarnos con la tasa de disparo obtenida usando un intervalo de integración de 15,1 ms, nos quedamos con el valor medio de dicha curva, por lo cual tenemos

$$r_0 = 116,5 \text{ Hz.}$$

Dado que se indica despreciar la autocorrelación del estímulo, la función $D(t)$ es simplemente la correlación entre el estímulo y la tasa de disparo obtenida (afectada por un factor de normalización relacionado con la varianza del estímulo). Para obtener esta función, analizamos cómo es el estímulo una cierta ventana de tiempo previa a cada spike obtenido y promediamos sobre todos ellos. Decidimos utilizar una ventana de tiempo de 50 ms, para la cual obtenemos

la respuesta al impulso de la figura 4.1.

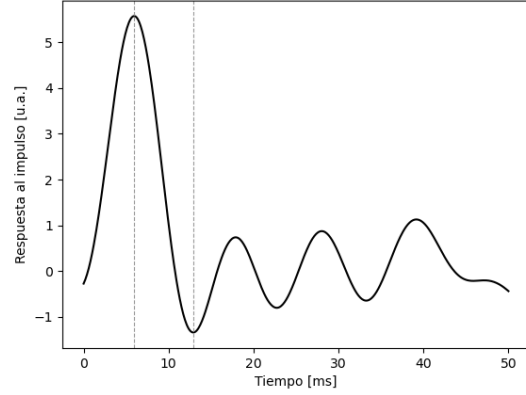


Figura 4.1: Respuesta al impulso del filtro que representa a la neurona en cuestión. En líneas grises punteadas se indican los tiempos del máximo y el mínimo de dicha función.

Observando esta figura podemos concluir que la mayor correlación entre la intensidad del estímulo y la ocurrencia de un spike en la neurona se da a los 5,9 ms, tal como indica la primer línea punteada. Luego, para tiempos mayores, esta relación es considerablemente menor, además de oscilar entre valores positivos y negativos.