

Table des matières

I	Automatique	2
II	Éléments finis	2
III	Béziers-Splines	3
1	Courbes paramétrées	3
2	Splines	4
3	B-Splines	4
4	Algorithme	4
IV	Optimisation linéaire	4
V	Processus de Markov	5
VI	Statistiques	6

Première partie

Automatique

1. Définition linéaire, invariant.
2. Définition accessible, ensemble d'accessibilité, contrôlable, complètement contrôlable.
3. Solution de l'équation $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$
4. Définition transformée de Laplace. Transformée de f' . Transformée de cos, sin et exponentielle.
5. Fonction de transfert
6. Effet d'un changement de base
7. Définition observable, observateur
8. Définition stabilité, point d'équilibre
9. Lemme : expression de l'exponentielle de At
10. Théorème de Kalman sur la contrôlabilité
11. Propriété sur la contrôlabilité
12. Définition complètement observable
13. Théorème de Kalman sur l'observabilité
14. Observateur de Luenberger
15. Critère des valeurs propres : matrice définie par bloc, matrice de transfert
16. Stabilité avec valeur propre
17. Lemme de Lyapounov
18. Trouver l'entrée pour stabiliser asymptotiquement S à l'origine
19. Système non linéaire : définition du linéarisé, de ε
20. Définition de pseudo-linéaire
21. Définition de point d'équilibre critique
22. Théorème de Hartman
23. Définition système affine
24. Définition du crochet, de $\Delta(z)$
25. Condition nécessaire pour qu'un système affine soit contrôlable à partir de $z \in \mathbb{R}^n$
26. Ensemble d'accessibilité depuis z
27. Proposition avec la condition du rang
28. Théorème sur E compact avec un système affine
29. Si aucune fonction F , que dire pour la contrôlabilité ?
30. Condition nécessaire et suffisante pour la contrôlabilité complète d'un système affine complet.

Deuxième partie

Éléments finis

1. Intégration par parties
2. Formule de Stokes
3. Formule d'Ostrogradsky
4. Première et deuxième identité de Green
5. Conditions de Dirichlet
6. Théorème de Lax-Milgram ~ Démonstration...
7. Choix de V_h , dimension ?

8. Fonctions de base, problème discrétisé
9. Matrice de rigidité
10. **R est définie positive**
11. Espace de Hilbert (TOUT définir)
12. Définition de $\mathcal{D}(\Omega)$ et de $\mathcal{D}'(\Omega)$. Quid que Ω ?
13. Pseudo-topologie sur $\mathcal{D}(\Omega)$ et sur $\mathcal{D}'(\Omega)$
14. Dérivation des distributions. Continuité ?
15. Définition de ∂^α
16. Définition de $L^p(\Omega)$. Produit scalaire et norme sur $L^2(\Omega)$.
17. Lien entre $\mathcal{D}(\Omega)$ et $L^2(\Omega)$.
18. Densité de $\mathcal{D}(\Omega)$.
19. Injection canonique
20. Lien entre la convergence dans $L^2(\Omega)$ et celle dans $\mathcal{D}'(\Omega)$
21. Définition de $H^1(\Omega)$ et $H_0^1(\Omega)$
22. Produit scalaire et norme sur $H^1(\Omega)$
23. $H^1(\Omega)$: 3 propriétés. **Il est complet**
24. Propriété de Rellich. Application compacte
25. $H_0^1(\Omega)$: Propriété.
26. **Formule de Poincaré**
27. **Semi norme sur $H_0^1(\Omega)$ et lien avec $\|\bullet\|_{H^1(\Omega)}$**
28. Définition de γ_0
29. Définition de $W^{m,p}(\Omega)$. Norme sur cet espace.
30. Fonctions μ -Holderienne
31. Condition d'injection canonique entre $H^m(\Omega)$ et $\mathcal{C}^s(\Omega)$
32. Norme sur un dual
33. Théorème de projection
34. Théorème de représentation de Riesz-Fréchet
35. **Théorème de Stampaccia**
36. **Lemme de Céa**
37. Qu'est-ce qu'un élément fini ?
38. Définition d'unisolvance. Comment la démontrer ?

Troisième partie

Béziers-Splines

1 Courbes paramétrées

1. Régularité, p-régulier
2. Arc admet un vecteur limite tangent
3. Suivant p et q pairs et impairs
4. Branches infinies dans le cas des courbes planes
5. Revoir réduction d'intervalle
6. Longueur de l'arc
7. Arcs équivalents

8. Courbes gauche : tangente, plan normal, plan osculateur, normale principale
9. Paramétrisation normale, abscisse curviligne
10. Exemple de paramètre admissible
11. Courbure algébrique, rayon de courbure, centre de courbure, cercle osculateur, développée
12. Formules de Frénet
13. Trouver un plan tangent

2 Splines

14. Définition de la suite $\tau, r, \mathcal{P}^{k,\tau,r}$
15. Dimension et base de $\mathcal{P}^{k,\tau,r}$
16. Particularité des fonctions splines, dimension de l'espace des fonctions splines
17. Conditions (C) pour splines cubiques
18. Unicité ?
19. Problème de minimisation vérifié par une fonction spline cubique

3 B-Splines

20. Définition de nœuds, multiplicité k
21. Définition de $w_{ij}(x)$
22. Relation de récurrence pour les $B_{i,k}$
23. Quelle multiplicité pour avoir $B_{i,k}$ nul ?
24. 6 propriétés des $B_{i,k}$
25. Formule de dérivée à droite
26. Définition de $\mathcal{P}^{k,\tau}$
27. Lien entre n, m et k . Condition pour une base.

4 Algorithme

28. Définition de S
29. Algorithme de De Casteljau évaluation en un point
30. Algorithme des dérivées
31. Algorithme d'insertion d'un nœud

Quatrième partie

Optimisation linéaire

1. Définition infimum, minimum
2. Définition coercive
3. Deux exemples fonctions coercives
4. **Exemple de J coercive**
5. **Condition pour que J atteigne son minimum**
6. **Rapport frontière et minimum**
7. Définition dérivée directionnelle, Gâteaux-différentiable, gradient
8. Définition de Fréchet-différentiable

9. **Fréchet \Rightarrow Gâteaux**
10. Définition espace convexe, épigraphe.
11. **Équivalence fonction convexe**
12. Définition strictement convexe, α -convexe.
13. Équivalence à f convexe
14. **Équivalence à α -convexe**
15. **Condition d'optimalité dans un ouvert**
16. **Condition nécessaire puis condition suffisante pour un minimum**
17. **Théorème de Kuhn et Tucker**
18. Contraintes qualifiées
19. **Théorème dans le cas des contraintes qualifiées**
20. **Condition nécessaire de qualification**
21. **Lemme : équivalence à un minimum**
22. **Équivalent à minimum avec λ**
23. Point selle
24. **Propriété des points selles : système vérifié**
25. **Lemme : inégalité sup et inf**
26. **Problème dual**
27. Problème d'optimisation linéaire, passage du problème sous forme canonique à la forme standard
28. Ensemble des solutions réalisables, sommets
29. Définition de Γ , A_γ et \mathcal{B} .

Cinquième partie

Processus de Markov

1. Définition de processus
2. Propriété de Markov, homogénéité
3. Mesure de probabilité, $f : E \rightarrow \mathbb{C}$: représentation vectorielle
4. Matrice stochastique
5. **Relations de Kolmogorov**
6. Définition " i conduit à j ", conduit) un préordre. Notation.
7. i et j communiquent, relation d'équivalence, notation.
8. Définition transitive, finale, ergodiques.
9. Existence de classes finales dans le cas fini
10. Forme canonique matrice de transition, puissance n
11. **Si E fini, alors le processus finira presque sûrement dans une des classes finales**
12. **A quoi correspond $(I - Q)^{-1}$?**
13. **$B=NR$?**
14. Ensemble des entiers avec un chemin
15. Propriété fondamentale
16. **$\text{PGCD}(N_{ii})$**
17. Période d'une classe, classe apériodique.
18. **Forme de N_{ii} et de N_{ij}**
19. Définition de $i \sim j$

20. Nombre de sous-classes cycliques
21. Chaîne régulière
22. **Équivalence à chaîne régulière**
23. **Théorème fondamental des chaînes régulières**
24. **Théorème ergodique**

Sixième partie

Statistiques

1. Définition suite chronologique
2. Deux modèles de décomposition : quelle combinaison ? Dans quels cas va-t-on choisir l'un ou l'autre ?
3. Moindres carrés : expression de a et b .
4. Mise en place de la méthode des deux points
5. Expression de r
6. Moindre carré polynomial : expression de θ^{MC}
7. Formule des moyennes mobiles
8. Définition MMC
9. Étape dans la décomposition d'une série chronologique
10. Loi du χ^2 : espérance et variance
11. Loi de Student, de Fisher, carré d'une Student
12. Définition MLG
13. Définition des estimateurs A , B et σ^2 . Lois de chacun.
14. d_x^2 ?
15. Statistiques pour avoir les intervalles de confiance pour α , β et σ^2
16. IC de chacun d'entre eux
17. Test significatif du lien linéaire : Stat et zone de rejet
18. Test d'un modèle linéaire spécifique
19. IC pour $\mathbb{E}(Y_0)$ et pour une observation Y_0
20. Test du caractère significatif de la liaison linéaire par comparaison de modèle
21. ANOVA 1 : Gueule des données et du modèle
22. Définition dimension
23. Définition de M_1 et M_p
24. Estimation des paramètres dans chacun des modèles
25. Statistique de test
26. Définition contraste
27. Statistique de test pour les contrastes
28. Estimateur des μ_i et des σ_i^2
29. IC pour μ_i