

Saint-Venant

Gabrielle
Collette,
Conrad
Hillairet &
Alexandre
Vieira

Les
équations de
Saint-Venant
Hydrodynam.
Équations

Méthode des
éléments
finis

Présentation
Simulation

FreeFem++
Volumes finis
Simulation
FF++

Conclusion

Présentation projet : les équations de Saint-Venant et la méthode des éléments finis

Gabrielle Collette, Conrad Hillairet & Alexandre Vieira

INSA de Rouen

30 mai 2012

Sommaire

Saint-Venant

Gabrielle
Collette,
Conrad
Hillairet &
Alexandre
Vieira

Les
équations de
Saint-Venant
Hydrodynam.
Équations

Méthode des
éléments
finis

Présentation
Simulation

FreeFem++
Volumes finis
Simulation
FF++

Conclusion

- 1 Les équations de Saint-Venant
 - Un peu d'hydrodynamique
 - Présentation des équations
- 2 Méthode des éléments finis
 - Présentation rapide de la méthode
 - Simulation sur un exemple
- 3 Saint-Venant avec FreeFem++
 - La méthode des volumes finis
 - Simulations avec FreeFem++

Sommaire

Saint-Venant

Gabrielle
Collette,
Conrad
Hillairet &
Alexandre
Vieira

Les
équations de
Saint-Venant
Hydrodynam.
Équations

Méthode des
éléments
finis

Présentation
Simulation

FreeFem++
Volumes finis
Simulation
FF++

Conclusion

- 1 Les équations de Saint-Venant
 - Un peu d'hydrodynamique
 - Présentation des équations
- 2 Méthode des éléments finis
- 3 Saint-Venant avec FreeFem++

Bouah

Saint-Venant

Gabrielle
Collette,
Conrad
Hillairet &
Alexandre
Vieira

Les
équations de
Saint-Venant
Hydrodynam.
Équations

Méthode des
éléments
finis

Présentation
Simulation

FreeFem++
Volumes finis
Simulation
FF++

Conclusion

Démonstration : grandes idées

Saint-Venant

Gabrielle
Collette,
Conrad
Hillairet &
Alexandre
Vieira

Les
équations de
Saint-Venant
Hydrodynam.
Équations

Méthode des
éléments
finis

Présentation
Simulation

FreeFem++
Volumes finis
Simulation
FF++

Conclusion

$$\left. \begin{array}{l} \text{Équation de continuité} \\ \text{Équation de quantité de mouvement} \end{array} \right\}$$

\Rightarrow Équations de Navier-Stokes

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{U}) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{U}) + \operatorname{div}(\rho \vec{U} \otimes \vec{U}) = \rho f - \nabla p + \operatorname{div}(\tau) \end{array} \right.$$

Équations de Saint-Venant complètes

Saint-Venant

Gabrielle
Collette,
Conrad
Hillairet &
Alexandre
Vieira

Les
équations de
Saint-Venant
Hydrodynam.
Équations

Méthode des
éléments
finis

Présentation
Simulation

FreeFem++
Volumes finis
Simulation
FF++

Conclusion

- Moyenne des équations sur la hauteur, eau peu profonde.
- Transformation des équations de Navier-Stokes

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \frac{\partial}{\partial x}(hu) + \frac{\partial}{\partial y}(hv) + \frac{\partial h}{\partial t} & = & 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} & = & -g\frac{\partial Z_s}{\partial x} + F_x \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} & = & -g\frac{\partial Z_s}{\partial y} + F_y \end{array} \right.$$

Équations de Saint-Venant linéarisées

Saint-Venant

Gabrielle
Collette,
Conrad
Hillairet &
Alexandre
Vieira

Les
équations de
Saint-Venant
Hydrodynam.
Équations

Méthode des
éléments
finis

Présentation
Simulation

FreeFem++
Volumes finis
Simulation
FF++

Conclusion

Hypothèses encore plus simplificatrices (variation d'hauteur et de vitesse faibles)

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} = -h_0 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{cases}$$

Sommaire

Saint-Venant

Gabrielle
Collette,
Conrad
Hillairet &
Alexandre
Vieira

Les
équations de
Saint-Venant
Hydrodynam.
Équations

Méthode des
éléments
finis

Présentation
Simulation

FreeFem++
Volumes finis
Simulation
FF++

Conclusion

1 Les équations de Saint-Venant

2 Méthode des éléments finis

- Présentation rapide de la méthode
- Simulation sur un exemple

3 Saint-Venant avec FreeFem++

Bouah

Saint-Venant

Gabrielle
Collette,
Conrad
Hillairet &
Alexandre
Vieira

Les
équations de
Saint-Venant
Hydrodynam.
Équations

Méthode des
éléments
finis

Présentation
Simulation

FreeFem++
Volumes finis
Simulation
FF++

Conclusion

Bouah

Saint-Venant

Gabrielle
Collette,
Conrad
Hillairet &
Alexandre
Vieira

Les
équations de
Saint-Venant
Hydrodynam.
Équations

Méthode des
éléments
finis

Présentation
Simulation

FreeFem++
Volumes finis
Simulation
FF++

Conclusion

Sommaire

Saint-Venant

Gabrielle
Collette,
Conrad
Hillairet &
Alexandre
Vieira

Les
équations de
Saint-Venant
Hydrodynam.
Équations

Méthode des
éléments
finis

Présentation
Simulation

FreeFem++
Volumes finis
Simulation
FF++

Conclusion

1 Les équations de Saint-Venant

2 Méthode des éléments finis

- 3 Saint-Venant avec FreeFem++
- La méthode des volumes finis
 - Simulations avec FreeFem++

Présentation de la méthode

Saint-Venant

Gabrielle
Collette,
Conrad
Hillairet &
Alexandre
Vieira

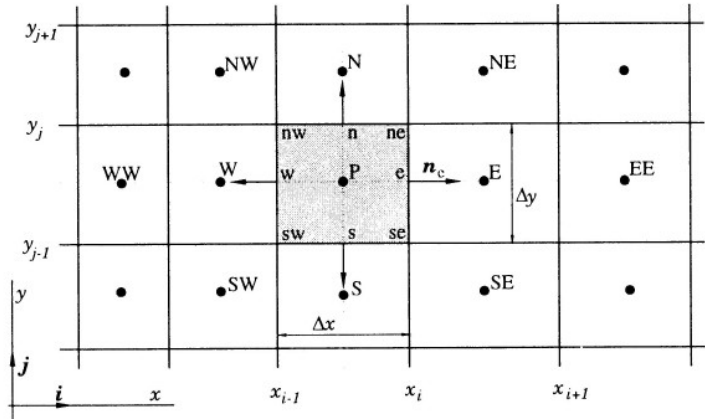
Les
équations de
Saint-Venant
Hydrodynam.
Équations

Méthode des
éléments
finis

Présentation
Simulation

FreeFem++
Volumes finis
Simulation
FF++

Conclusion



Source : Cours Introduction à la Mécanique des Fluides Numériques : Méthode "Volumes Finis" -

1A HY - Alexeï Stoukov

Résultats

Saint-Venant

Gabrielle
Collette,
Conrad
Hillairet &
Alexandre
Vieira

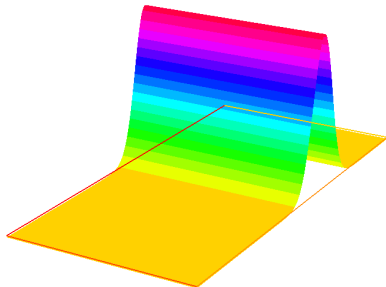
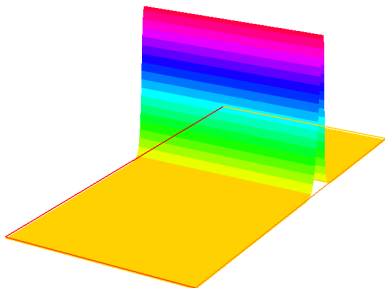
Les
équations de
Saint-Venant
Hydrodynam.
Équations

Méthode des
éléments
finis

Présentation
Simulation

FreeFem++
Volumes finis
Simulation
FF++

Conclusion



Conclusion

Saint-Venant

Gabrielle
Collette,
Conrad
Hillairet &
Alexandre
Vieira

Les
équations de
Saint-Venant
Hydrodynam.
Équations

Méthode des
éléments
finis

Présentation
Simulation

FreeFem++
Volumes finis
Simulation
FF++

Conclusion