### Première partie

# Automatique non linéaire

### 1 Outils mathématiques

- 1. Définition  $\mathcal{C}^{\infty}$ , difféomorphisme, difféomorphisme local.
- 2. Théorème sur difféomorphisme local
- 3. Définition vecteur tangent, espace tangent, champ de vecteurs
- 4. Lemme :  $(\phi_* f)(p) = ?$
- 5. Proposition : diagramme qui commute
- 6. Proposition: Lien entre flot original et flot transformé?
- 7. Définition de  $V^{\infty}(X)$
- 8. Défintion du crochet de Lie, autre formulation

#### 2 Controlabilité

- 9. Proposition : à quelle condition revient-on au point de départ?
- 10. 7 points équivalents sur la controlabilité (critère de Kalmann)
- 11. Définition d'accessible, fortement accessible.
- 12. Proposition sur le linéairisé et l'accessibilité locale
- 13. Définition d'une l'algèbre de Lie de  $\Pi$
- 14. Expression de  $\mathcal{L}$  avec les contrôles
- 15. Propriété des crochets
- 16. Définition de sous-variété plongée de dimension n
- 17. Lemme sur vecteurs tangents et leur crochets
- 18. Théorème de Sussman-Jevdjevic (Dim de  $\mathcal{L}(x_0)$ )
- 19. Définition d'une distribution, de rang constant,  $\mathcal{C}^{\infty}$ , intégrale, involutive
- 20. Définition : Opérateur associé à un champ de vecteur
- 21. Théorème de Frobenius
- 22. Définition d'Orbite
- 23. Lemme : relation d'équivalence pour l'orbite, propriété en résultant
- 24. Définition de sous-variété immersée
- 25. Théorème sur orbite, sous-variété immersée, distribution, algèbre de Lie de  $\Pi$
- 26. Définition : Idéal de Lie
- 27. Théorème sur l'accessibilité forte et l'idéal de Lie
- 28. Propriété : rapport entre  $\mathcal{L}$  et  $\mathcal{L}_0$
- 29. 3 formes normale d'accessibilité

## 3 Controlabilité complète

- 30. Définition : Complètement controlable, reversible
- 31. Proprité si reversible entre orbite et R
- 32. Définition : Connexe
- 33. Théorème si reversible et connexe avec controlabilité complète
- 34. Définition : Stable à la Poisson
- 35. Théorème : Bonnard-Crouch sur systèmes affines

#### 4 Linéarisation

- 36. Définition de S-équivalent, localement S-équivalent, S-linéarisable
- 37. Définition de  $ad_i^j g$
- 38. Théorème : linéarisable autour d'un point d'équilibre
- 39. Théorème S-linéarisable
- 40. Définition de F-équivalence
- 41. Théorème de Jakuleczyk-Respondek sur la F-linéarisation
- 42. Définition : Forme de Brunovsky

#### 5 Observabilité

- 43. Définition indistingable, observable, localement observable, espace d'observation
- 44. Définition Codistribution
- 45. Théorème de Hermann-Kremer : implication pour localement observable
- 46. Théorème : 4 points avec dimension de la codistribution constante
- 47. Définition découplable, matrice de découplage
- 48. Théorème sur découplage avec matrice de découplage

### Deuxième partie

## Calcul différentiel

#### 1 Calcul variationnel

#### 1.1 Euler-Lagrange

- 1. Théorème d'Euler-Lagrange
- 2. Définition d'une intégrale première
- 3. Propriété si L(x, y') et si L(y, y').
- 4. Définition : Topologie dans  $\mathcal{C}([x_1, x_2])$
- 5. Définition de minimum faible/fort
- 6. Définition de champ d'extremales
- 7. Théorème : Jacobi-Weierstrass

#### 1.2 Hamiltonien

- 8. Définition de l'Hamiltonien, système hamiltonien (SH)
- 9. Proposition : équivalence à I intégrale première
- 10. H intégrale première?
- 11. Définition du crochet de Poisson
- 12. Dans 2 cas : I intégrale première de (SH)
- 13. Si L invariant par rapport aux translations spatiales? (avec L puis I)
- 14. I invariant par rapport à une transformation
- 15. Théorème d'Emmy Noether

#### 2 EDP d'ordre 1

- 16. Définition : problème de Cauchy
- 17. Condition pour que le système (EH) admette des solutions / une solution unique
- 18. De même pour (ENH)
- 19. Théorème des fonctions implicites
- 20. Si EQL, que faire?
- 21. Système d'EDP : définition de  $\mathcal{D}$ , involutive? Si oui, comment exprimer tous les crochets?
- 22. Équivalence à (S) possède des solutions, une solution unique pour le problème de Cauchy.

## Troisième partie

## Sobolev

## 1 Rappels

- 1. Définition : Hölderienne
- 2. Théorème : Unicité et existence
- 3. Théorème : estimation de Schender

#### 1.1 $L^p$

- 4. Définition Dual, Bidual, reflexif
- 5. Théorème : représentation de Riesz-Fréchet
- 6. Inégalité de Holder
- 7. Corollaire : convergence entre  $L^p$  et  $L^{p'}$
- 8.  $1 \le p < q \le +\infty$ , inclusion, inégalité des normes
- 9. Théorème : inégalité d'interpolation
- 10. Lemme de Fatou, convergence dominée de Lebesgue
- 11. Convergence dans  $L^p$  et dans O
- 12. Définition : Séparable,  $L^p$ ?
- 13. Théorème : représentation de Green (un p à remplacer par p')
- 14. 3 propriétés de la convolution
- 15. Définition : suite régularisante, convergence avec convolution
- 16. Densité de  $L^p$
- 17. Lemme : de Urysohn, corollaire
- 18. Théorème : prolongement d'une fonction  $L^p$  en dehors de O

#### 1.2 Distributions

- 19. Convergence dans les fonctions tests, définition distribution
- 20. Distribution régulière, dérivée d'une distribution

## 2 Espaces de Sobolev

- 21. Définition d'un espace de Sobolev, notation pour p=2
- 22. Équivalene à la norme dans un espace de Sobolev
- 23. Banach, Hilbert?
- 24. Séparable, reflexif?
- 25. Densité de  $W^{1,p}(\mathbb{R}^N)$
- 26. Définition : ouvert à frontière lipschitzienne
- $27.\ {\rm Th\'{e}or\`{e}me}$  : de prolongement
- 28. Définition :  $\mathcal{D}(\overline{\Omega})$
- 29. Densité de  $W^{1,p}(\Omega)$
- 30. Théorème : chain rule, Stampacchia