Projet de Fin d'Étude : Propagation d'un pathogène dans un champ de blé

Alexandre Vieira

INSA de Rouen

8 mars 2015

Sommaire

Sommaire

Modèles de propagation

Modèle SI :

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\beta SI \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI\end{aligned}$$

Modèle de contact distribué :

$$\frac{\partial I}{\partial t}(x,t) = \beta(x)(N - I(x,t)) \int_{\mathbb{R}} k(x,y)I(y,t)dy \qquad (1)$$

Modèle avec mouvement de population

$$\frac{\partial I}{\partial t}(x,t) = \beta(x)(N - I(x,t)) - DI(x,t) + D\int_{\mathbb{R}} k(x,y)I(y,t)dy \qquad (2)$$

Vitesse de propagation

Vitesse bornée par le modèle linéaire :

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \beta(x) N \int_{\mathbb{R}} k(x,y) I(y,t) dt$$

Condition initiale bornée par une exponentielle :

$$I_0(x,0) \leq A e^{-\theta x}$$

Vitesse bornée par

$$c = \beta(x) \inf_{\theta > 0} \frac{M(\theta)}{\theta} \tag{3}$$

Conjecture : sous certaines hypothèses, vitesse du modèle complet = vitesse du modèle linéaire.

Forme du front d'onde

Raisonnement par perturbations. Forme du front d'onde à l'ordre 0 donné par :

$$I(z) = \frac{1}{1 + \exp\left(\beta \frac{z}{c}\right)}$$

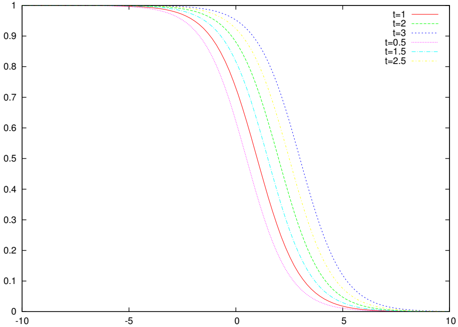


Figure : Forme approchée du front à l'ordre 0 : $\beta = 1$, $c = 1$

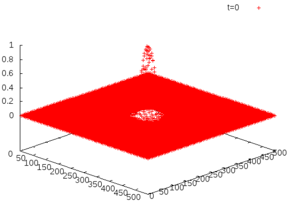
Sommaire

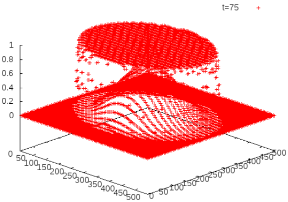
Forme du front d'onde

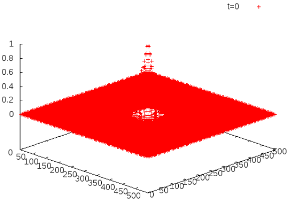
$$\frac{\partial I}{\partial t}(x,t) = \beta(x) N \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n \mu_n}{n!} \frac{\partial^n I}{\partial x^n}(x,t)$$

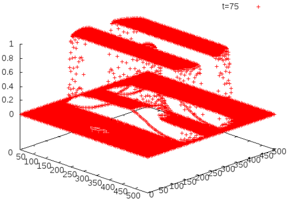
$$\frac{\partial I}{\partial t}(x,t) = \beta(x) \left(I(x,t) + \frac{\mu_2}{2} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \right) \tag{4}$$

Cadre, résultats et analyse

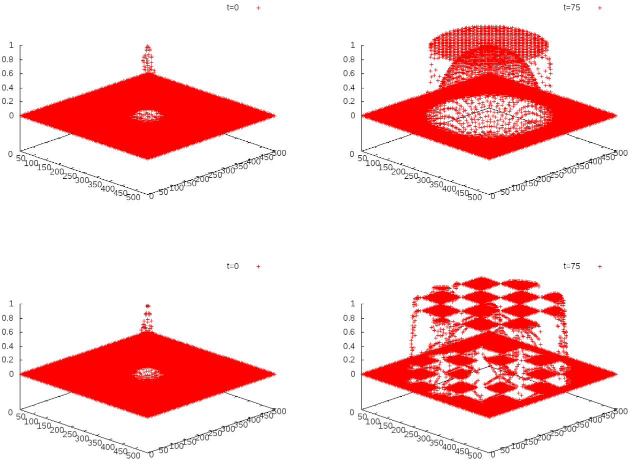








Cadre, résultats et analyse



Sommaire

Problème de décision

$$\text{Maximiser} \quad t$$

$$\text{tel que} \quad \left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{mes(\Omega)} \int_\Omega I(x,t)dx > 0,5 \\ r_1 \leq R \leq r_2 \\ x_\mu > \alpha \end{array} \right.$$

Difficile à traiter.

Largeur du front d'onde

$$c = \beta \underbrace{\inf_{\theta>0} \frac{M(\theta)}{\theta}}_{=K} = \beta K \tag{5}$$

Approximation à l'ordre 0 de la forme du front d'onde :

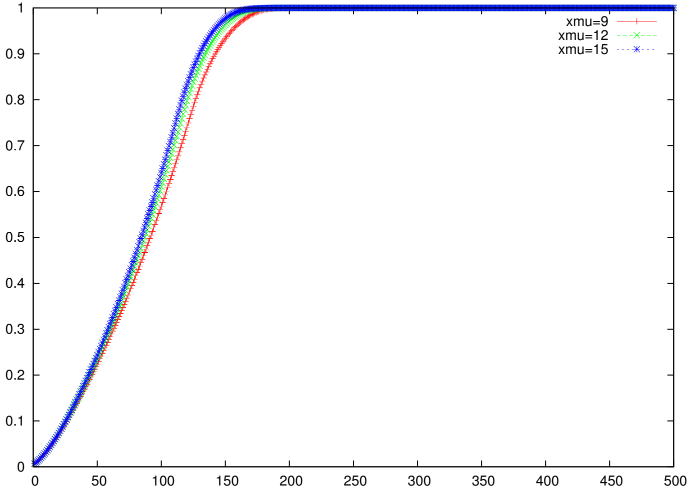
$$I(z) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\beta}{c} z\right)} \tag{6}$$

$\Rightarrow$ Largeur du front d'onde :

$$w = \frac{c}{\beta} = \frac{\beta K}{\beta} = K \text{ constante indépendante de } \beta \tag{7}$$

$$x_\mu < w \text{ ou } x_\mu > w\,?$$

Résulats


1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450
500
xmu=9
xmu=12
xmu=15