

Première partie

Optimisation convexe

1 Ensembles convexes

1. Définition sous-ensemble affine, convexe
2. Définition simplexe, combinaison convexe
3. Théorème : équivalence à C convexe (comb. convexe)
4. 5 propositions sur opérations conservant convexité
5. Définition : face, point extrémal
6. Définition : enveloppe affine, enveloppe convexe
7. Proposition : expression de ces deux ensembles
8. Théorème : Carathéodory, combinaison dans dim. n
9. Théorème : intérieur et fermeture d'un convexe
10. Définition intérieur relatif
11. Théorème : Si C non vide, $ri(C)$?
12. Lemme : C convexe, $x \in ri(C)$, $y \in \overline{C}$, $[x, y[$?
13. Théorème : projection sur un convexe fermé, inégalité sur produit scalaire
14. 3 propriétés de la projection
15. Définition : séparation (stricte) de deux convexes
16. Théorème : séparation d'un convexe et d'un point
17. Théorème : séparation d'un convexe et d'un fermé
18. Théorème : séparation de deux convexes disjoints
19. Définition enveloppe convexe.
20. 2 propriétés sur les convexes fermés (monotonie, inclusion, égalité)
21. Définition demi-espace. Lien avec \overline{conv}
22. 2 corollaires : si C déjà convexe, équivalence à C convexe fermé
23. Théorème : $conv(A)$ compact
24. Définition de cône, enveloppe conique, combinaison conique
25. 2 propositions ressemblant au cas convexe
26. Définition enveloppe conique fermée, propriété comme précédente (monotonie...)
27. Définition du cône normal à C en x
28. Condition pour que le cône ait au moins un élément non nul
29. Définition cône dual, bidual, polaire
30. Proposition sur P^*
31. Lemme de Farkas, corolaire
32. Si C cone convexe fermé, lien entre C^{**} et C

2 Fonctions convexes

33. Définition domaine, épigraphe (strict), fonction propre, convexe
34. Équivalence à f convexe
35. Déf. strictement convexe, fortement convexe
36. 3 opérations conservant la convexité
37. Def Sous ensemble de niveau de f

38. Définition fonction indicatrice
39. Définition fonction d'appui
40. Équivalence à appartenance à $\overline{\text{conv}}(S)$, égalité des fonctions d'appui. Si 2 ensembles convexes fermés ?
41. 2 opérations sur fonctions d'appui
42. Transformée de Fenchel
43. Inégalité de Young
44. Définition sci, équivalence
45. Famille de fonctions sci \Rightarrow sci ?
46. Corollaire sur f^*
47. Définition de biconjuguée, 2 inégalités
48. Implication f sci convexe et propre
49. Thm de Fenchel-Moreau
50. Corollaire : équivalence f sci et convexe
51. f convexe propre, bornée sur une boule \Rightarrow ?
52. Corollaire sur f réduite à l'intérieur relatif de son domaine
53. Thm : dérivée directionnelle (croissance, $= +\infty$, inégalité)
54. 3 équivalences à f convexe avec différentiabilité
55. Thm si 2 fois différentiable
56. Définition fonction affine, pente, ordonnée
57. Définition minorante affine (exacte)
58. Thm existence minorante affine
59. Définition sous-différentiable, sous-gradients
60. Équivalence à f atteint un minimum
61. Ré-expression du sous-différentiel
62. Pour fonction convexe et propre, 3 assertions équivalentes
63. Corollaire pour f continue en un point
64. Expression de la dérivée directionnelle avec la fonction de support
65. Expression du sous-différentiel avec la transformée de Fenchel
66. Proposition : équivalence avec le sous-différentiel de f et de f^*
67. Proposition si f est Gâteaux-différentiable
68. Définition homogène et sous-linéaire
69. Proposition : dérivée directionnelle si f convexe et propre
70. Corollaire : différentiel : convexité, compacité
71. Linéarité du sous-différentiel
72. Différentiel avec fonction affine

3 Critère d'optimalité

73. 2 définitions équivalentes du cône tangent
74. Fermeture, convexité
75. Égalité du cône tangent
76. Définition direction normale, cône normal
77. 4 équivalence à minimisation de J

Deuxième partie

Viscosité

1 Solution classique

1. Définition F elliptique, strictement elliptique, uniformément elliptique, propre
2. Définition F linéaire, semi-linéaire, quasi-linéaire, complètement non linéaire
3. Définition solution classique
4. Proposition si différence atteint un maximum positif
5. Définition sous- et sur-solution
6. Proposition : lien entre inégalité sur le bord et sur le domaine
7. Corollaire sur unicité de la solution
8. Théorème : Principe du maximum

2 Solution de viscosité

9. Définition (Sous- et sur-)solution de viscosité
10. Proposition : remplacer max (ou min), \mathcal{C}^2
11. Sous- et sur-différentiel
12. Thm : Équivalence à sous et sur-solution avec le différentiel
13. Corollaire : si u solution classique, deux fois différentiable en un point
14. Théorème : Résultat de stabilité
15. Définition : Limsup/Liminf
16. Définition : fonction semi-continue
17. Proposition : équivalence à f sci
18. Propriété sur calcul de fonctions scs et sci
19. Définition : Enveloppe semi-continue
20. Proposition sur les enveloppe semi-continue (plus gde fct, ...)
21. Théorème : Minimisation des fonctions sci
22. Définition : Semi-limites relaxées
23. Thm : équivalence à égalité des semi-limites relaxées
24. Définition : Solutions de viscosité discontinues
25. Proposition : solution vérifiant un principe de comparaison
26. Définition : sous- et sur-différentiel limite
27. Équivalence à u sou ou sur-solution
28. Définition de sous et sur-solution barrière
29. Thm si existence de sous et sur-solution barrière
30. Théorème de stabilité pour les sous et sur-solutions
31. Corollaire sur la convergence a priori et a posteriori
32. Théorème : principe de comparaison pour les EDP du premier ordre avec domaine borné ou non (+ Hypothèses)
33. Théorème : principe de comparaison pour l'ordre 2 avec domaine borné (+ hypothèses...)
34. Définition : différentiels parabolique
35. Définition sous et sur-solution barrière parabolique
36. Théorème : principe de comparaison et unicité solution dans le cas parabolique

3 Applications

- 37. Expression du coût, hypothèse sur f , L et h
- 38. Lemme : unicité, majoration et stabilité
- 39. Théorème : Principe de programmation dynamique
- 40. Proposition : Régularité de la fonction valeur
- 41. Théorème avec HJB
- 42. Définition du contrôle en feedback optimal
- 43. Théorème : U solution de HJB C^1 , contrôle optimal