Présentation d'un article :
On shape optimization of optical waveguides using inverse problem techniques

Thomas Felici & Heinz W Engl

Alexandre Vieira

INSA de Rouen

19 février 2015

Sommaire

Sommaire

Équation étudiée

$$\Delta U + n^2 U = 0$$

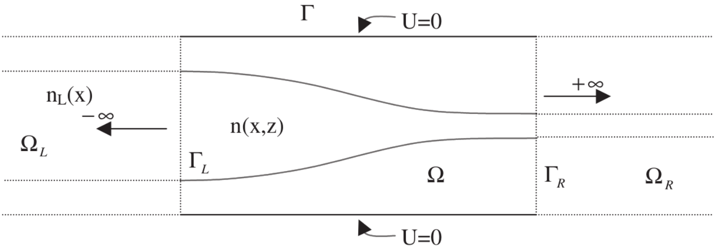
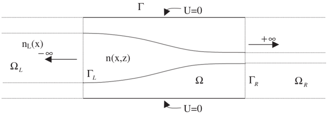


Figure: Profil du taper

Recherche de conditions au bord



$$\begin{cases} \Delta U + n^2 U = 0 & \text{pour } (x,z) \in \Omega \\ U_{|\Gamma} = 0 & \text{(murs réfléchissants)} \\ \frac{\partial U}{\partial z} + i \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k^{(L)^2} \left\langle U, \tilde{U}_k^{(L)} \right\rangle \tilde{U}_k^{(L)} = 2i \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k^{(L)^2} \left\langle U_I, \tilde{U}_k^{(L)} \right\rangle \tilde{U}_k^{(L)} & \text{sur } \Gamma_L \\ \frac{\partial U}{\partial z} - i \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k^{(R)^2} \left\langle U, \tilde{U}_k^{(R)} \right\rangle \tilde{U}_k^{(R)} = 0 & \text{sur } \Gamma_R \end{cases} \quad (1)$$

Problème d'optimisation

$$\langle \tilde{U}_k, \tilde{U}_k \rangle = \frac{1}{\beta_k} \tag{2}$$

On cherche à maximiser :

$$P(n^2) = \beta_1^2 |\langle U, \tilde{U}_1^{(R)} \rangle|^2 = \beta_1^2 \left| \int_{x \in \Gamma_R} U(x, z_R) \tilde{U}_1^{(R)}(x) dx \right|^2 \tag{3}$$

$\Rightarrow$Formulation difficile à exploiter.

Sommaire

Représentation locale

$$L_t(U) = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + n^2(x,z)U$$

$$\begin{array}{rcl} L_t(U_k) & = & \beta_k^2 U_k \quad \text{dans } \Omega_z \\ U_k|_{\partial\Omega_z} & = & 0 \end{array} \tag{4}$$

$$\begin{array}{rcl} U & = & \sum_{k=1}^{\infty}(a_k + a_{-k})U_k \\ \frac{\partial U}{\partial z} & = & \sum_{k=1}^{\infty}(a_k - a_{-k})i\beta_k U_k \end{array} \tag{5}$$

Représentation locale

Puissance dans le $k$ème mode : $|a_k|^2$ et $|a_{-k}|^2$. Ainsi :

$$P(n) = |a_1|^2$$

Longue démonstration pour avoir :

$$\dot{a}_k(z) - i\beta_k a_k(z) = \sum_{j \neq k,0} r_{kj}(z) a_j(z), \;\; k \neq 0 \tag{6}$$

avec $\beta_{-k} = -\beta_k$ et

$$r_{kj}(z) = \frac{\int_{\Omega_z} \frac{\partial n^2}{\partial z} U_k U_j ds}{2(\beta_k - \beta_j)}$$

pour tout $j \neq k$, $j, k \neq 0$