

דוח מעבדה תנועת הירחים של צדק

אביאל וויסמן

דרכא בית ירח

2023

ינואר

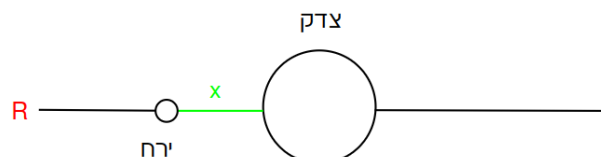
תוכן העניינים

2	מטרת הניסוי
3	רקע תיאורטי
6	מערכת הניסוי
6	מהלך הניסוי
7	תוצאות הניסוי
8	עיבוד וניתוח תוצאות
9	סיכום מסקנות

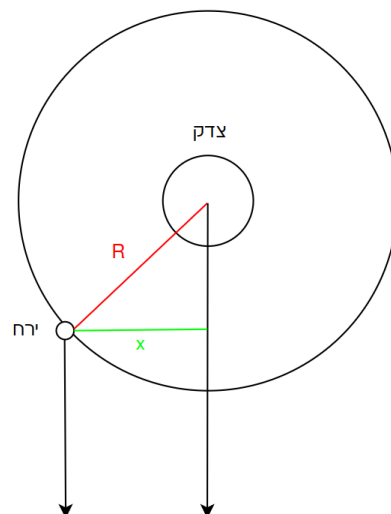
מטרת הניסוי

רקע תיאורטי

לצורך ניסוי זה אנו מניחים שזמן ורדיוס ההקפה של ירח סביב צדק נשאר קבוע. בנוסף אנחנו גם מניחים שירח מקיף את צדק במסלול מעגלי (למרות שבמציאות זה אליפטי).



איור 2: מבט מכדור הארץ



איור 1: מבט מלמעלה

ניתן לראות ש x הוא המרחק הנראה של ירח מצדק, מנקודת מבטנו מכדור הארץ, ו R הוא רדיוס ההקפה של ירח סביב צדק.

מנקודת מבט מכדור הארץ הירח נע על ציר אחד (ציר אופקי), כלומר כפי שנראה מכדור הארץ, הירח ינוע ימינה ושמאלה. דבר זה מתרחש מכיוון שאנחנו (כדור הארץ) וצדק נמצאים על אותו מישור בהקפה שלנו סביב השמש.

בעזרת טריגונומטריה אפשר לחשב את x המרחק הנראה של הירח מצדק, יוצא ש $x = R \sin \alpha$. בעקבות זאת אנחנו נצפה לראות פונקציה סינוסואידלית עבור המרחק של הירח מצדק מנקודת מבטנו.

אנחנו נבנה משוואת כוחות עבור ירח שמסתו m שנע במסלול מעגלי סביב גוף מסיבי שמסתו M (במקרה זה הוא צדק):
נעזר בחוק השני של ניוטון.

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

במקרה זה פועל רק כוח הכבידה, ומיכוון שהירח מקיף את הגוף המסיבי בצורה מעגלית קיים תאוצה רדיאלית (צנטריפטלית).

$$F_G = ma_r$$

אנחנו נחליף את F_G ו a_r במשוואות שלהם, ונציב בהם את המשתנים שלנו.

$$G \frac{mM}{R^2} = m\omega^2 R$$

אנחנו נחליף את התדירות הזוויתית ω במשוואה שלה ונפשט.

$$\frac{GmM}{R^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 R$$

$$\frac{GM}{R^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} R$$

$$\frac{GM}{4\pi^2} = \frac{R^3}{T^2} \quad (1)$$

אנחנו נבנה משוואת כוחות עבור כדור הארץ שמקיף את השמש שמסתה M_S במסלול שרידוסו R_E בזמן הקפה T_E :

אנחנו נציב משתנים אלו במשוואה 1 למעלה, ונקבל:

$$\frac{GM_S}{4\pi^2} = \frac{R_E^3}{T_E^2} \quad (2)$$

נחלק משוואה 1 ב- 2:

$$\frac{\frac{GM}{4\pi^2}}{\frac{GM_S}{4\pi^2}} = \frac{\frac{R^3}{T^2}}{\frac{R_E^3}{T_E^2}} \Rightarrow \frac{M}{M_S} = \frac{R^3}{T^2} \times \frac{T_E^2}{R_E^3} \quad \text{נחלק שבר בשבר והחלפה בין המכנים}$$

$$\frac{M}{M_S} = \frac{R^3}{R_E^3} \times \frac{T_E^2}{T^2} \quad \text{נעביר מכפל לחילוק בין השברים}$$

$$\frac{M}{M_S} = \frac{\frac{R^3}{R_E^3}}{\frac{T^2}{T_E^2}} \quad \text{נשתמש בחוקי חזקות}$$

$$\frac{M}{M_S} = \frac{\left(\frac{R}{R_E}\right)^3}{\left(\frac{T}{T_E}\right)^2} \quad (3)$$

קיבלנו משוואה המתארת את הקשר בין מסת גוף מסיבי (ביחידות מסת שמש) לבין היחס של רדיוס מסלולו (ביחידות אסטרונומיות $1 AU$) לזמן המחזור של הקפתו (בשנים).

בניסוי זה אנחנו נחשב את מסת צדק ביחידות מסת שמש. נעשה זאת באמצעות הוצאת מידע מהניסוי על רדיוס וזמן מחזור של ירח סביב צדק.

בהדמיה משתמשים ביחידות שונות לאלו שאנחנו משתמשים בהם במשוואה 3, לכן נמיר יחידות אלו. בהדמיה משתמשים ביחידות של קטרי צדק (פעמיים רדיוס צדק) עבור רדיוס ההקפה ויחידות ימים עבור זמן המחזור של ההקפה, נמיר אותם ליחידות AU ושנים בהתאמה:

$$\frac{AU}{\text{קוטר צדק}} = \frac{149.6 \times 10^9}{2 \times 71.4 \times 10^6} = 1047m$$

$$\frac{\text{שנים}}{\text{ימים}} = 365$$

מחישובים אלו נובע שצריך לחלק את תוצאות הרדיוס מהניסוי ב-1047 כדי שיהיו ביחידות AU, ושצריך לחלק את תוצאות הזמן מחזור מהניסוי ב-365 כדי שיהיו ביחידות שנים.

¹מרחק ממוצע מכדור הארץ לשמש, כלומר רדיוס ההקפה של כדור הארץ סביב השמש.

מערכת הניסוי

במעבדה זו נשתמש במחשב להדמית תצפית על ארבעת הירחים של צדק, אנחנו נצפה בארבעת הירחים הגליליאניים - איו, אירופה, גנימד, קליסטו.

על מנת שיהיה קל יותר לזהות את הירחים ניתן לתת לכל ירח צבע אחר, נעשה זאת כך:
File → Preferences → ID Colors

מהלך הניסוי

במהלך הניסוי נבצע את אותם השלבים על כל ירח:

1. נקבע את מרווחי הזמן בין כל תצפית בצורה הבאה:

. איו - 2 שעות

. אירופה - 4 שעות

. גנימד - 6 שעות

. קליסטו - 8 שעות

נעשה זאת כך: File → Preferences → Timing, לשנות את הערך של Observation Interval.

2. נמדוד את המיקום של כל ירח נעשה זאת על ידי לחיצה שמאלית על הירח באצעות העכבר, בפינה הימנית התחתונה של המסך יופיע מידע על הירח שלחנו על, מידע זה כולל: שם הירח, מיקום על המסך, המרחק מצדק ובאיזה צד (E או W) הירח נראה לעומת צדק. אם שם הירח אינו מופיע שם, יש לדייק בלחיצת העכבר על הירח, מומלץ מאוד להשתמש בהגדלה הכי גדולה שעבורה הירח אינו חורג מגבולות המסך.

כאשר אנחנו מרוצים מהמידה, אנו צריכים ללחוץ על Record כדי שהמידע יקלט לתוכנה. ניתן להוסיף או לערוך נתונים על ידי File → Data → Review.

בסוף מדידה יש ללחוץ על כפתור Next. יש לבצע בין 20-30 מדידות לכל ירח על מנת לקבל מספיק דגימות כדי ליצור פונקציה של מסלול כל ירח סביב צדק.

תוצאות הניסוי

האפשרות לבנות גרף סינוס מובנית בתוכנה, נעשה זאת כך:

1. נבחר איזה ירח אנחנו רוצים ליצור לו גרף, נעשה זאת כך: File → Data → Analyze : ירח. לאחר מכן נבחר Plot → Plot Type → Show Points.

2. נקבע זמן מחזור של הפונקציה, נעשה זאת על ידי לחיצה שמאלית על נקודה שבה הגרף אמור לחצות את ציר הזמן, בחר כעת Plot → Fit Sine Curve → Set Initial Parameters, ונזין את הזמן שמצאנו בתור T-Zero.

3.

4. לאחר הזנת כל נתוני פונקציית הסינוס, נלחץ על OK ויופיע גרף סינוס. במידה שהגרף אינו עובר דרך כל הנקודות, עלינו לחזור על השלבים הקודמים. אם רק כמה נקודות חורגות מעקומת הסינוס, הדבר נובע כנראה מאי-דיוק במדידה. ניתן להשתמש בשלושת פסי הגלילה כדי לשפר את ההתאמה של עקומת הסינוס לנקודות.

יש לשאוף לערך RMS Residual מינימלי.

עיבוד וניתוח תוצאות

סיכום מסקנות