

פרויקט באופטימיזציה – קבוצה 05

חלק ב: ניסוח בעיית KKT

בחלק זה בפרויקט נבחר להציב $X_4 = 10$ [year], $X_1 = 12000$ [km] במשתני ההחלטה כדי להתאים אותה לבעיית KKT כנדרש. מכיוון שפונקציית המטרה שלנו עוסקת בטיסות לטווחים ארוכים, לצורך חלק זה נבחר שמרחק הטיסה יהיה המרחק בין תל אביב לסן פרנסיסקו, קליפורניה ארה"ב – אותו נגדיר להיות בקירוב 12000 ק"מ, ובנוסף ממוצע ותק צוות האויר יוגדר להיות 10 שנים כדי להבטיח אופטימליות.

פונקציית המטרה והאילוצים בצורה סטנדרטית

$$\text{Minimize } \left(b \cdot \ln \left(\frac{a \cdot X_2}{12000^2} \right) + c \cdot e^{d \left(\frac{X_3}{12000 \cdot X_2} \right)} + m \cdot (1 + h)^{10 \cdot N} \right)$$

s. t

$$X_2 - 192000 \leq 0$$

אילוץ על משקל המטוס המירבי, ללא דלק

$$X_3 - 108330 \leq 0$$

אילוץ על קיבולת מיכל הדלק במטוס

$$X_2 - 1.5X_3 \leq 0$$

אילוץ על היחס בין משקל המטוס לבין משקל הדלק במטוס

לאחר הצבת משתני ההחלטה הנ"ל, ננסח את הלגראנגיאן המתאים:

$$L(X_2, X_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = b \cdot \ln \left(\frac{a \cdot X_2}{12000^2} \right) + c \cdot e^{d \left(\frac{X_3}{12000 \cdot X_2} \right)} + m \cdot (1 + h)^{10 \cdot N} + \lambda_1 \cdot (X_2 - 192000) + \lambda_2 \cdot (X_3 - 108330) + \lambda_3 \cdot (X_2 - 1.5X_3)$$

בהתאם לנ"ל, ניסוח בעיית ה-KKT המתאים יהיה:

$$(1) \frac{\partial L}{\partial X_2} = b \cdot \frac{1}{X_2} + c \cdot e^{d \left(\frac{X_3}{12000 \cdot X_2} \right)} \cdot \left(-\frac{X_3}{12000 X_2^2} \right) + \lambda_1 + \lambda_3 = 0$$

$$(2) \frac{\partial L}{\partial X_3} = c \cdot e^{d \left(\frac{X_3}{12000 \cdot X_2} \right)} \cdot \left(\frac{d}{12000 X_2} \right) + \lambda_2 - 1.5\lambda_3 = 0$$

$$(3) \lambda_1 \cdot (X_2 - 192000) = 0$$

$$(4) \lambda_2 \cdot (X_3 - 108330) = 0$$

$$(5) \lambda_3 \cdot (X_2 - 1.5X_3) = 0$$

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \geq 0$$