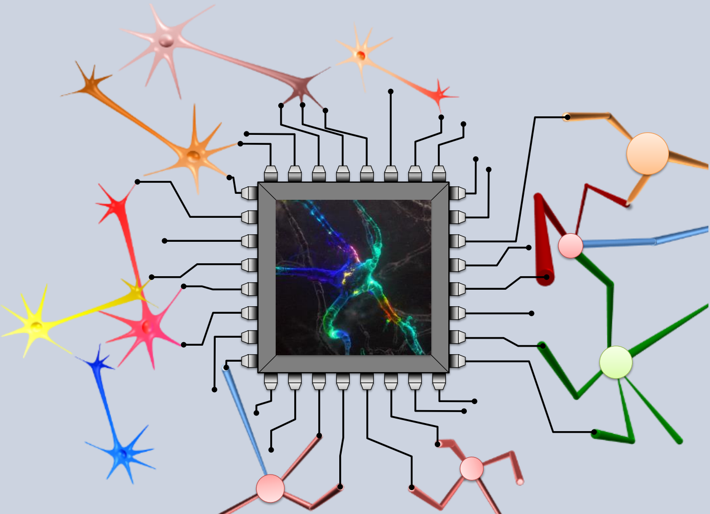
Universidade de São Paulo
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Departamento de Sistemas de Computação

SSC512
Elementos de Lógica Digital



GE4Bio – Grupo de Estudos em Sinais Biológicos

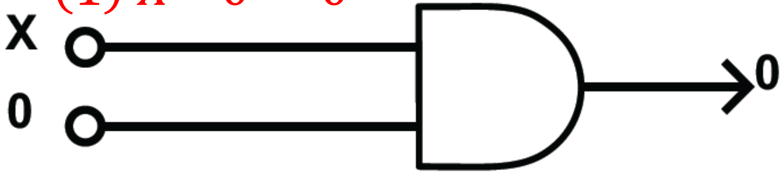
Simplificação de Funções

Prof.Dr. Danilo Spatti

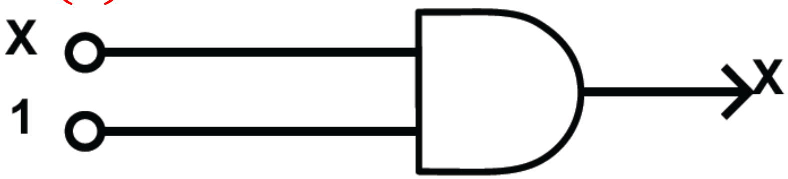
São Carlos - 2018

Teoremas da Álgebra Booleana

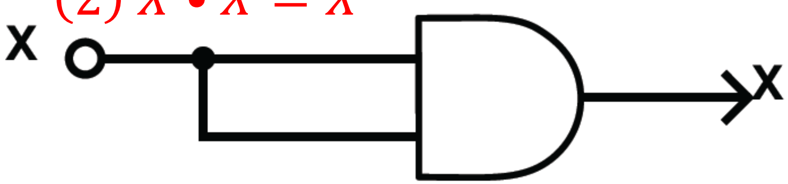
$(1)\ X \bullet 0 = 0$



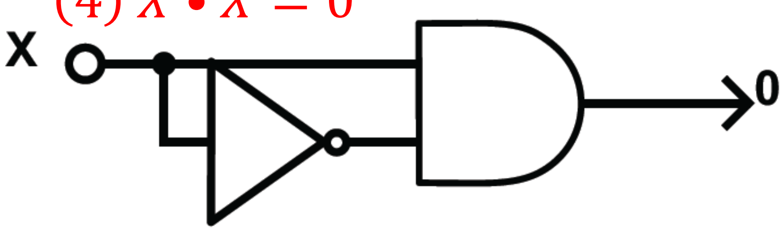
$(2)\ X \bullet 1 = X$



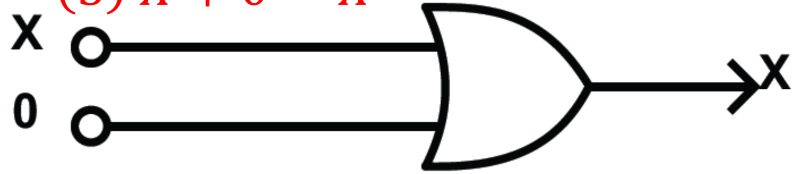
$(2)\ X \bullet X = X$



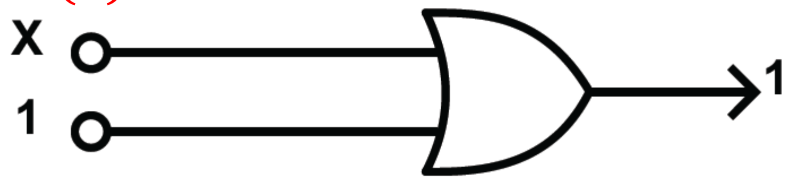
$(4)\ X \bullet \bar{X} = 0$



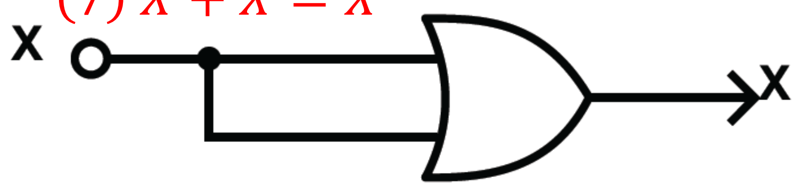
$(5)\ X + 0 = X$



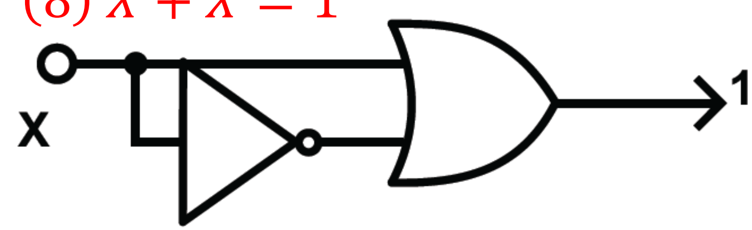
$(6)\ X + 1 = 1$



$(7)\ X + X = X$



$(8)\ X + \bar{X} = 1$

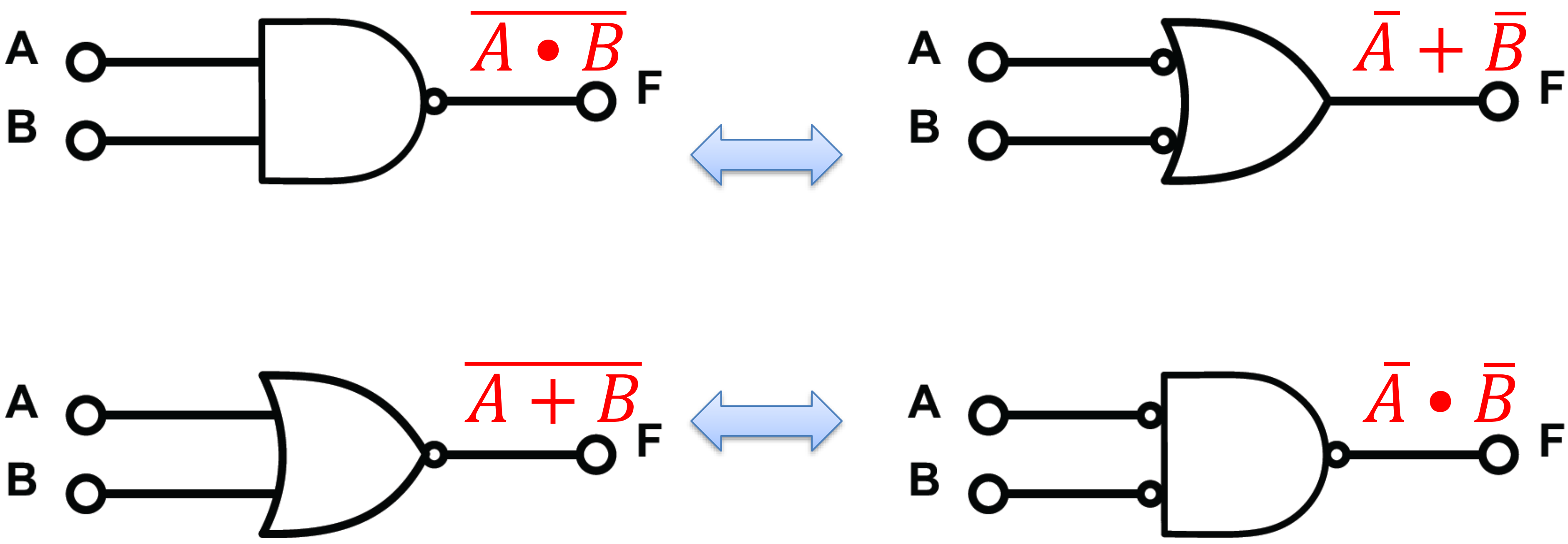


Teoremas da Álgebra Booleana

DeMorgan

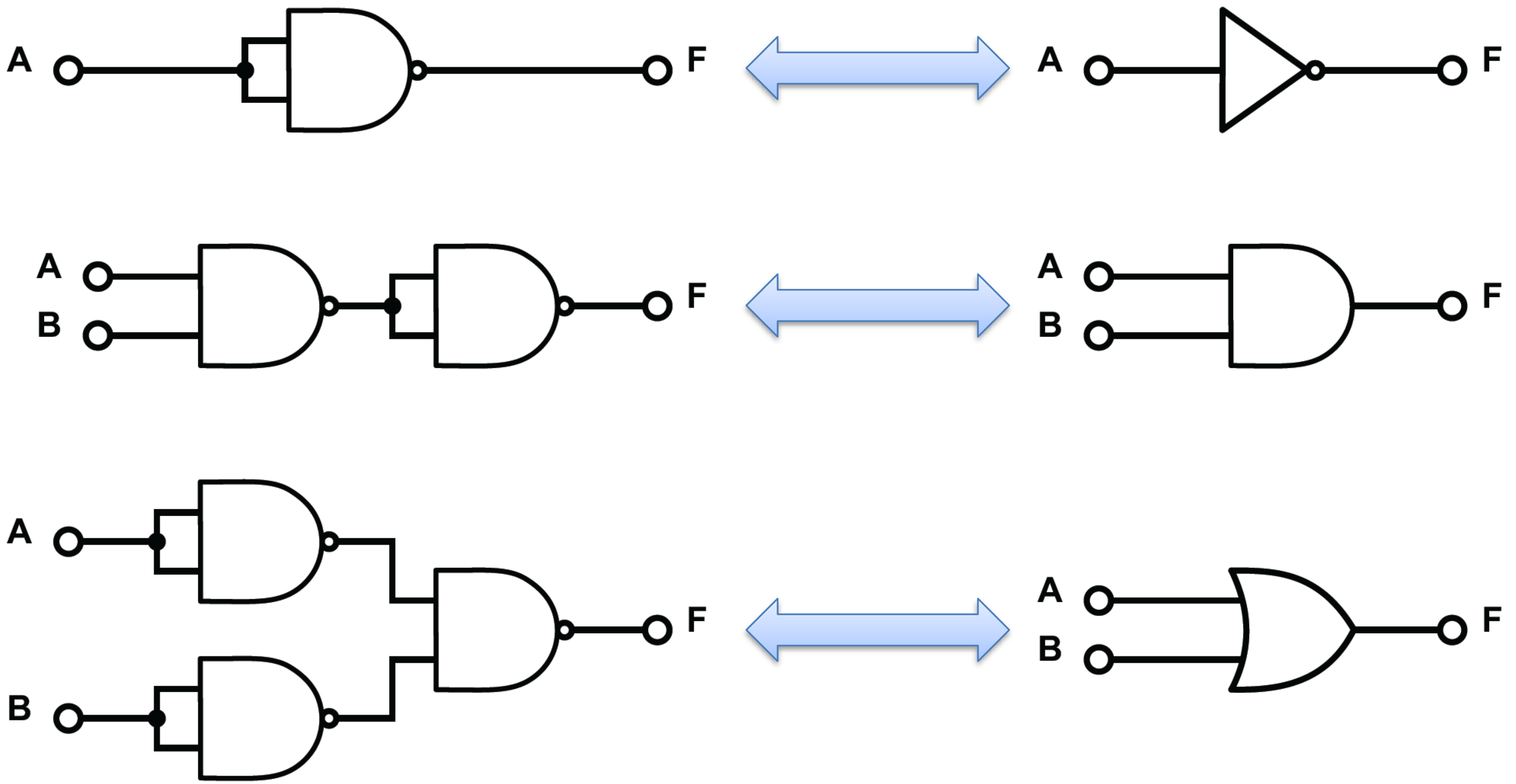
- O complemento da soma é igual ao produto dos complementos.
  - $(\overline{X + Y}) = \bar{X} \bullet \bar{Y}$

- O complemento do produto é igual a soma dos complementos.
  - $(\overline{X \bullet Y}) = \bar{X} + \bar{Y}$



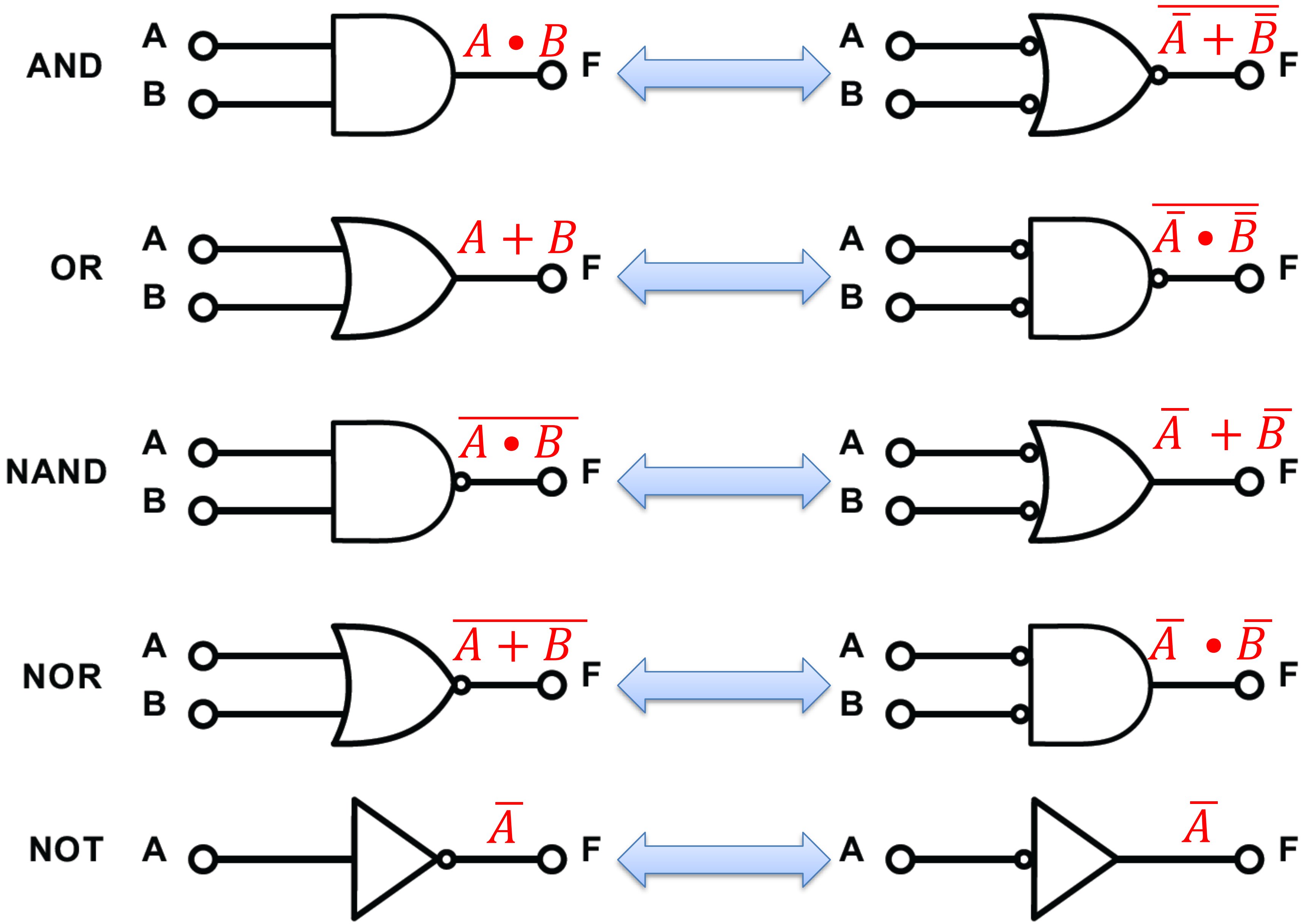
Teoremas da Álgebra Booleana

- Qualquer expressão booleana pode ser decomposta nas três operações básicas: AND, OR ou NOT. Além disso, é possível implementar qualquer expressão usando somente portas NANDs.



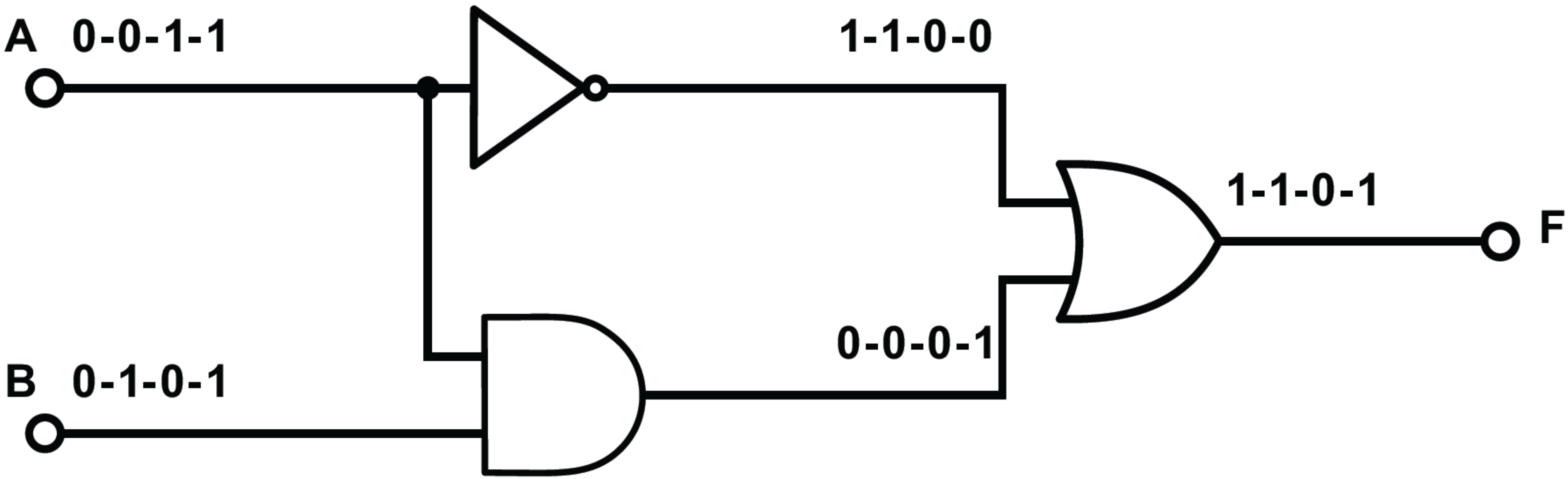
Teoremas da Álgebra Booleana

Simbologia Alternativa das Operações Primitivas



Teoremas da Álgebra Booleana

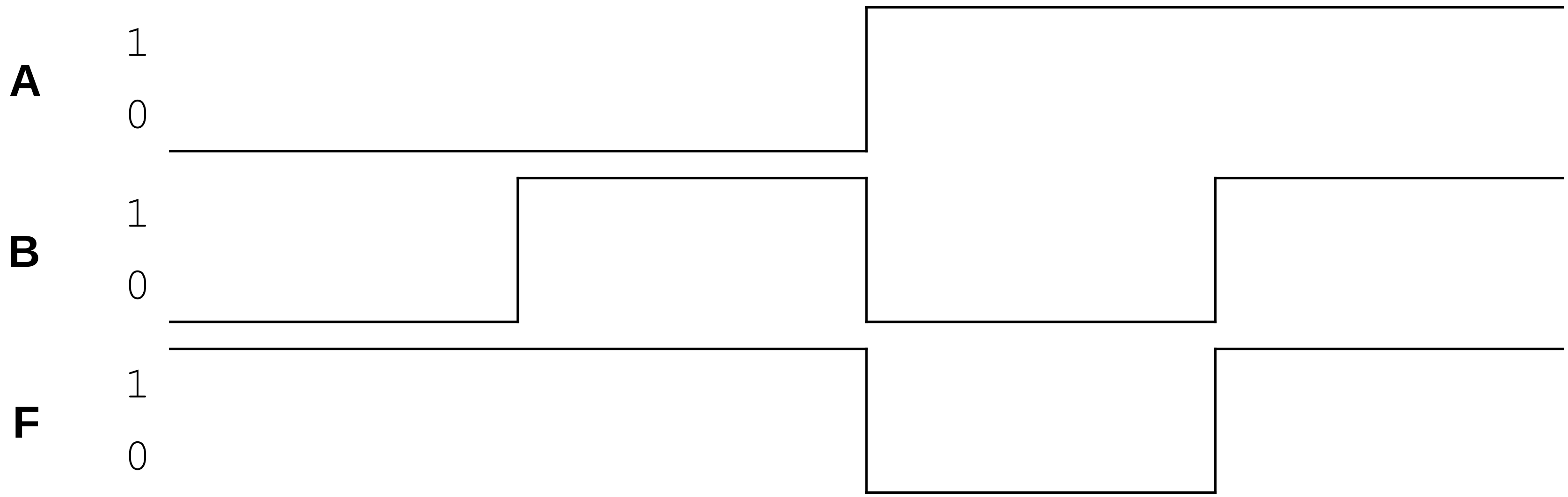
Formas de Análise



A	B	$F = \bar{A} + AB$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Teoremas da Álgebra Booleana

Representação Por Diagrama de Tempo



A	B	$F = \bar{A} + AB$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

- Consiste em dois ou mais termos AND conectados por uma operação OR.

- As variáveis podem estar complementadas, porém nunca com barras sobre mais de uma variável.

- Exemplo:

$$S = AB\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + AB\bar{C}$$

- Consiste em dois ou mais termos OR conectados por operações AND.
- As variáveis podem estar complementadas, porém nunca com barras sobre mais de uma variável.
- Exemplo:

$$S = (A + \bar{B} + C)(\bar{A} + \bar{B} + C)(A + B + \bar{C})$$

- Para cada linha da tabela verdade de um circuito lógico, pode ser associado um mintermo e um maxtermo correspondente.

- Mintermos: produto de variáveis não repetidas. Para n variáveis, tem-se 2^n mintermos. Obtido pelo produto das entradas que resultam em nível alto. Lógica Direta.

- Maxtermos: soma de variáveis não repetidas. Para n variáveis, tem-se 2^n maxtermos. Obtido pela soma das entradas que resultam em nível baixo. Lógica Inversa.

Formas Canônicas de Expressões Lógicas

Mintermos / Maxtermos (II)

Decimal	*A*	*B*	*C*
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1

Mintermo
$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$
$\bar{A}\bar{B}C$
$\bar{A}B\bar{C}$
$\bar{A}BC$
$A\bar{B}\bar{C}$
$A\bar{B}C$
$AB\bar{C}$
ABC

Maxtermo
$A + B + C$
$A + B + \bar{C}$
$A + \bar{B} + C$
$A + \bar{B} + \bar{C}$
$\bar{A} + B + C$
$\bar{A} + B + C$
$\bar{A} + \bar{B} + C$
$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$

- Soma dos mintermos de uma função lógica das linhas de sua tabela verdade que resultam em nível alto. Lógica Direta.

- Ex: obter a função lógica da tabela abaixo utilizando a Soma Canônica.

Decimal	A	B	C	S
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

$$S = \sum_{A,B,C} (0,3,4,6,7)$$

$$S = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} + ABC$$

- Produto dos maxtermos de uma função lógica das linhas de sua tabela verdade que resultam em nível baixo. Lógica Inversa.

- Ex: obter a função lógica da tabela abaixo utilizando a Produto Canônico.

Decimal	A	B	C	S
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

$$S = \prod_{ABC}(1,2,5)$$

$$S = (A + B + \bar{C})(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + B + \bar{C})$$

- Simplifique $S = ABC + A\bar{B}(\overline{\bar{A}\bar{C}})$
- Usando DeMorgan, para quebrar todas as barras de inversão.

  $S = ABC + A\bar{B}(\overline{\bar{A}\bar{C}})$

  $S = ABC + A\bar{B}(\bar{\bar{A}} + \bar{\bar{C}})$ DeMorgan

  $S = ABC + A\bar{B}(A + C)$ Cancela Inversões duplas

  $S = ABC + A\bar{B}A + A\bar{B}C$ $A \bullet A = A$

  $S = ABC + A\bar{B} + A\bar{B}C$

- Procurar por termos comuns.

  $S = AC(B + \bar{B}) + A\bar{B}$ $B + \bar{B} = 1$

  $S = AC(1) + A\bar{B}$

  $S = A(C + \bar{B})$

- Simplifique $S = A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$

$S = A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$ Escolher $A\bar{B}$ ou AC?

$S = A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}C + ABC$

$S = A\bar{B}(\bar{C} + C) + AC(\bar{B} + B)$

$S = A\bar{B}(1) + AC(1)$

$S = A(\bar{B} + C)$

- Simplifique $S = \bar{A}C(\overline{\bar{A}BD}) + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C$

$$S = \bar{A}C(A + \bar{B} + \bar{D}) + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C$$
$$S = \bar{A}CA + \bar{A}C\bar{B} + \bar{A}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C \qquad A \bullet \bar{A} = 0$$
$$S = \bar{A}C\bar{B} + \bar{A}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C \qquad \bar{B}C,\ \bar{A}\bar{D}$$
$$S = \bar{B}C(\bar{A} + A) + \bar{A}\bar{D}(C + B\bar{C}) \qquad C + B\bar{C} = B + C$$
$$S = \bar{B}C(1) + \bar{A}\bar{D}(B + C)$$

$$S = \bar{B}C + \bar{A}\bar{D}(B + C)$$

- Simplifique $S = (\bar{A} + B)(A + B + D)\overline{D}$

$S = \bar{A}A\overline{D} + \bar{A}B\overline{D} + \bar{A}D\overline{D} + BA\overline{D} + BB\overline{D} + BD\overline{D}$

$A \bullet \bar{A} = 0$, $B \bullet B = B$

$S = \bar{A}B\overline{D} + BA\overline{D} + B\overline{D}$

$S = B\overline{D}(\bar{A} + A + 1)$

$S = B\overline{D}$

- Projetar um circuito digital com com três entradas A, B e C, cuja saída seja nível alto quando a maioria das entradas for nível alto.

- Passo 1: fazer a tabela verdade.
- Passo 2: escrever a soma canônica.

Decimal	A	B	C	S
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

$$S = \sum_{A,B,C}(3,5,6,7)$$

$$S = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

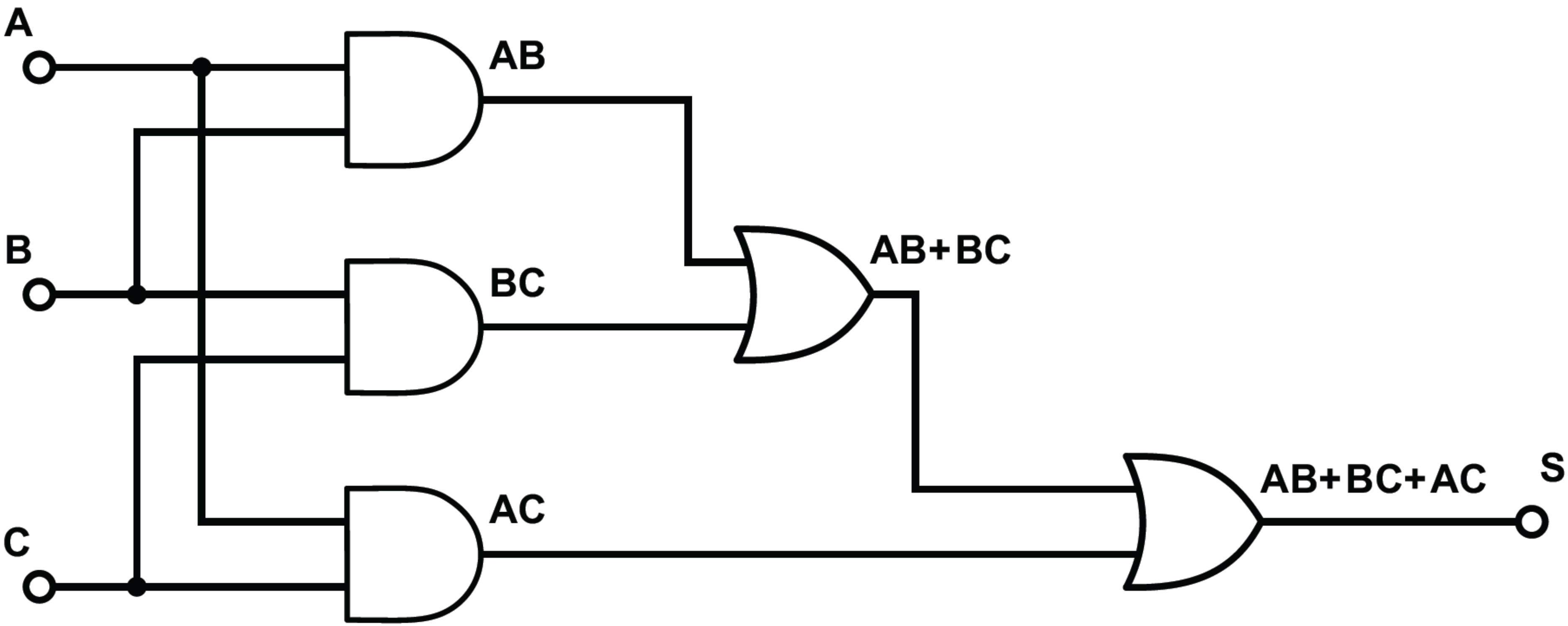
- Passo 3: simplificar.

$$S = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$
$$S = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$
$$S = \bar{A}BC + ABC + A\bar{B}C + ABC + AB\bar{C} + ABC$$
$$S = BC(\bar{A} + A) + AC(\bar{B} + B) + AB(\bar{C} + C)$$

$$S = AB + BC + AC$$

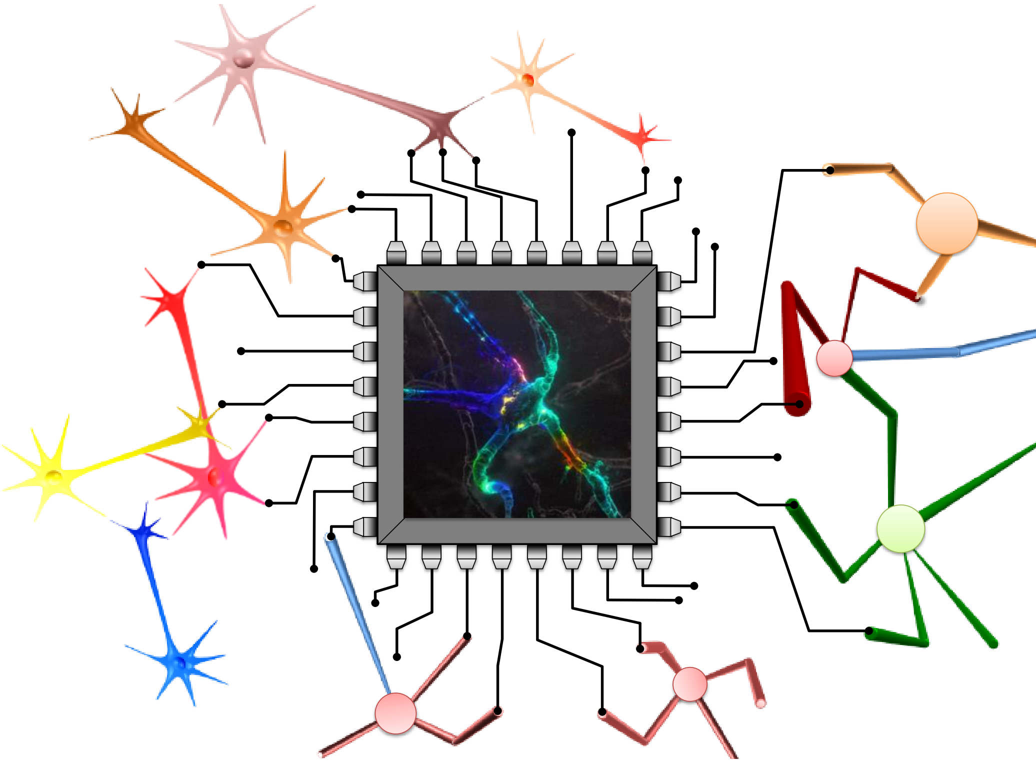
- Passo 4: implementar o circuito.

$$S = AB + BC + AC$$



Fim

spatti@icmc.usp.br



GE4Bio – Grupo de Estudos em Sinais Biológicos