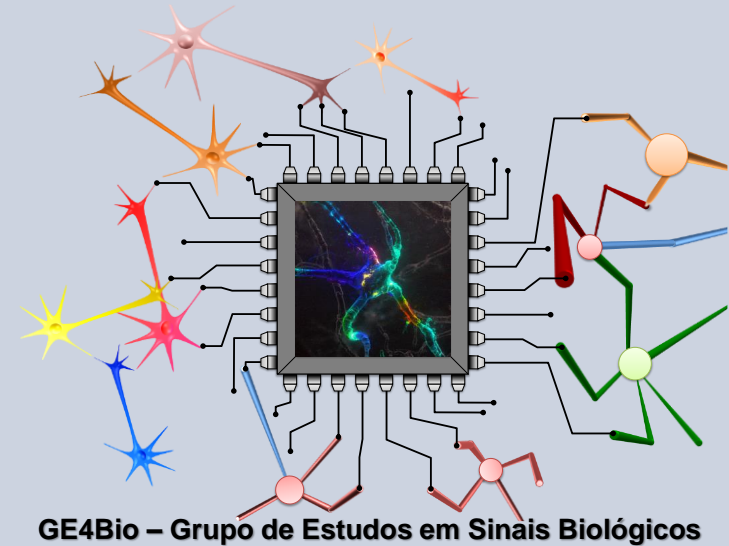


Universidade de São Paulo
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Departamento de Sistemas de Computação

SSC512
Elementos de Lógica Digital

Sistemas de Numeração

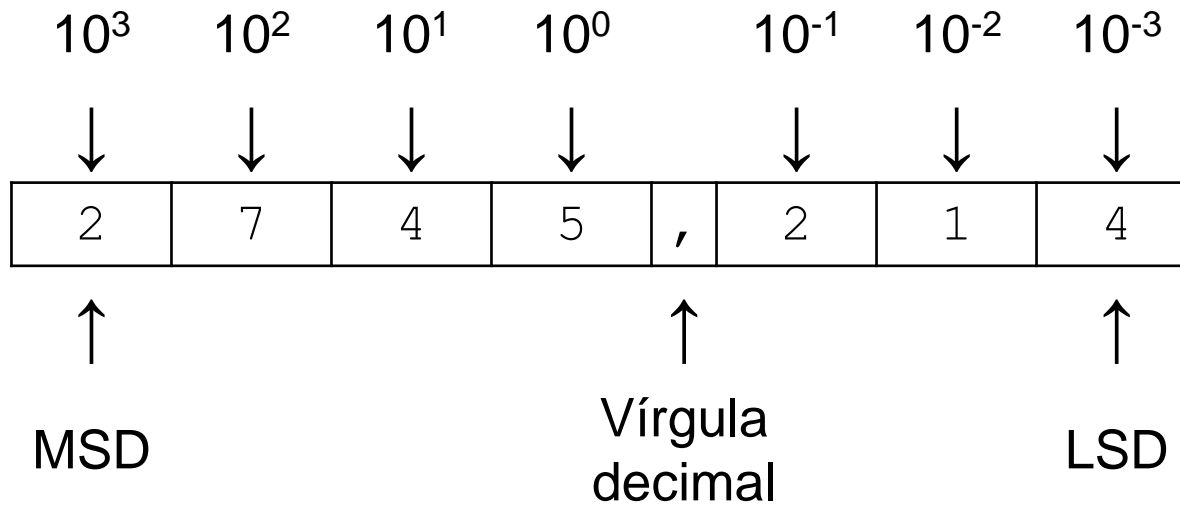


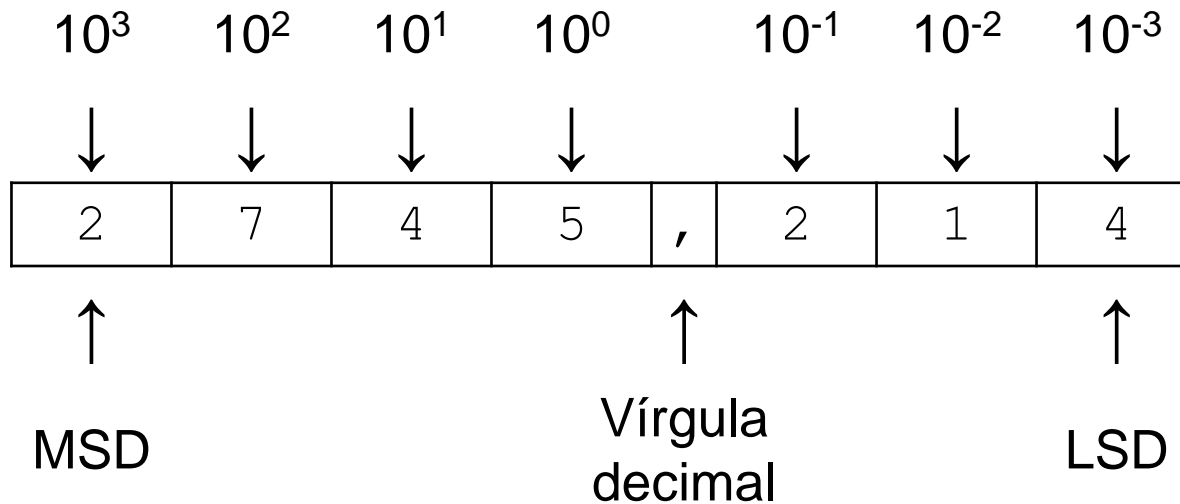
Prof.Dr. Danilo Spatti

São Carlos - 2018

- Existem vários sistemas numéricos
- Decimal, Binário, Octal, Hexadecimal,...
- Sistemas Computacionais
- Binário e Hexadecimal
- Importante saber converter entre os sistemas numéricos

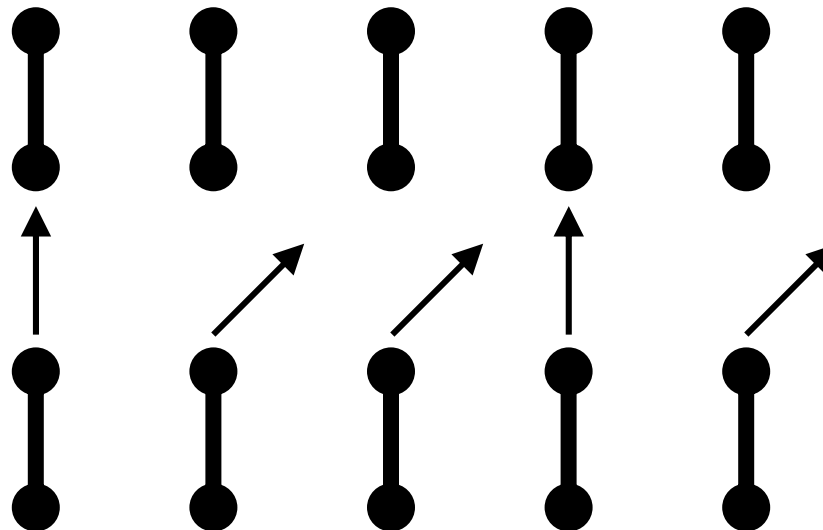
- O sistema de numeração decimal (base 10), composto pelos símbolos de 0 a 9, é um sistema **posicional**.
- Em um sistema posicional, pode-se representar um número por uma **soma** de **produtos** do valor de cada dígito pelo seu peso.





- MSD (most significant digit): dígito com maior peso.
- LSD (least significant digit): dígito com o menor peso.
- Com N dígitos, pode-se contar 10^N números diferentes, começando de 0 até $10^N - 1$.

- Sistema **posicional** que utiliza alfabeto com dois símbolos: **0** e **1** (base 2).
- Trabalham internamente com **dois estados** (ligado/desligado, verdadeiro/falso, aberto/fechado).

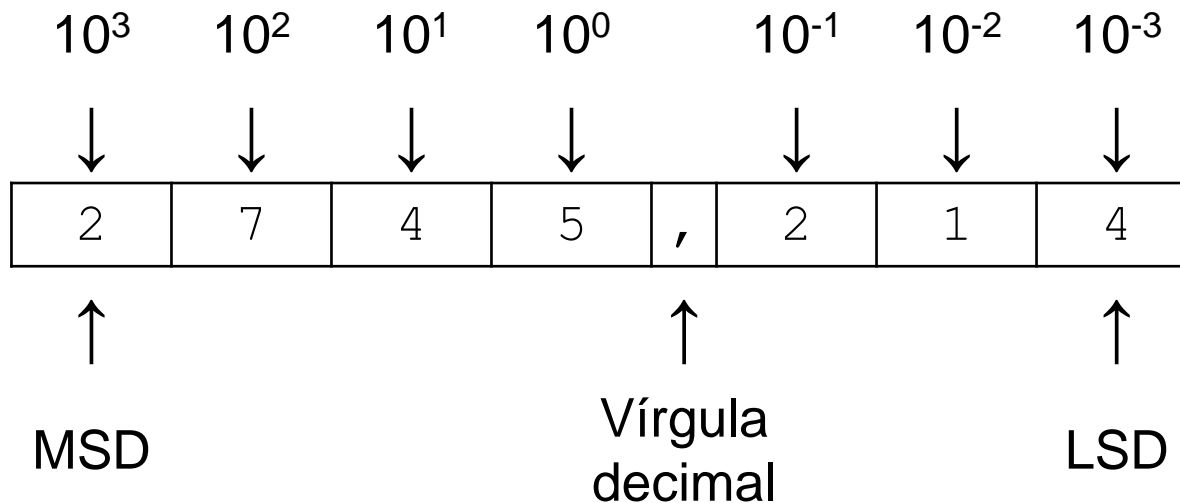


10010₂

- Um dígito binário é chamado de **bit** (**B**inary **digiT**).
- O bit mais significativo é chamado de **MSB** (most significant bit) e o menos significativo de **LSB** (least significant bit).
- Nibble – **4** dígitos binários
- Byte – **8** dígitos binários

Decimal	Pesos		
	2^2	2^1	2^0
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1
MSB		LSB	

- Exemplo: $1011,101_2$ seria quanto em decimal?



$$1011,101 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3}$$

$$1011,101 = 8 + 0 + 2 + 1 + 0,5 + 0 + 0,125$$

$$\mathbf{1011,101 = 11,625_{10}}$$

- Sistema de numeração **muito utilizado** na programação de **microprocessadores** .
- Sistema com **16 símbolos** diferentes (base 16): os números de **0** a **9** (decimal) e as letras de **A** a **F** (hexa).
- As posições dos dígitos recebem pesos como potências de **16** .
- Exemplo: $1BC2_{16}$ para decimal?

$$1BC2_{16} = 1 \times 16^3 + B \times 16^2 + C \times 16^1 + 2 \times 16^0$$

$$1BC2_{16} = 4096 + 2816 + 192 + 2$$

$$\mathbf{1BC2_{16} = 7106_{10}}$$

Hexa	Decimal	Binário
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
A	10	1010
B	11	1011
C	12	1100
D	13	1101
E	14	1110
F	15	1111

- O sistema octal foi muito utilizado no mundo da **computação**, como uma alternativa mais **compacta** do sistema binário.
- Sistema que possui alfabeto com oito símbolos (base 8): 0, **1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7**.

Octal	0	1	2	3	4	5	6	7
Binário	000	001	010	011	100	101	110	111

- Exemplo: 372_8 para decimal?

$$372_8 = 3 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 2 \times 8^0$$

$$372_8 = 3 \times 64 + 7 \times 8 + 2 \times 1$$

$$372_8 = 192 + 56 + 2$$

$$\mathbf{372_8 = 250_{10}}$$

- Qualquer número binário pode ser convertido para seu equivalente decimal pela soma dos pesos das posições em que o número binário possuir um bit 1.

$$1010_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

$$1010_2 = 8 + 0 + 2 + 0$$

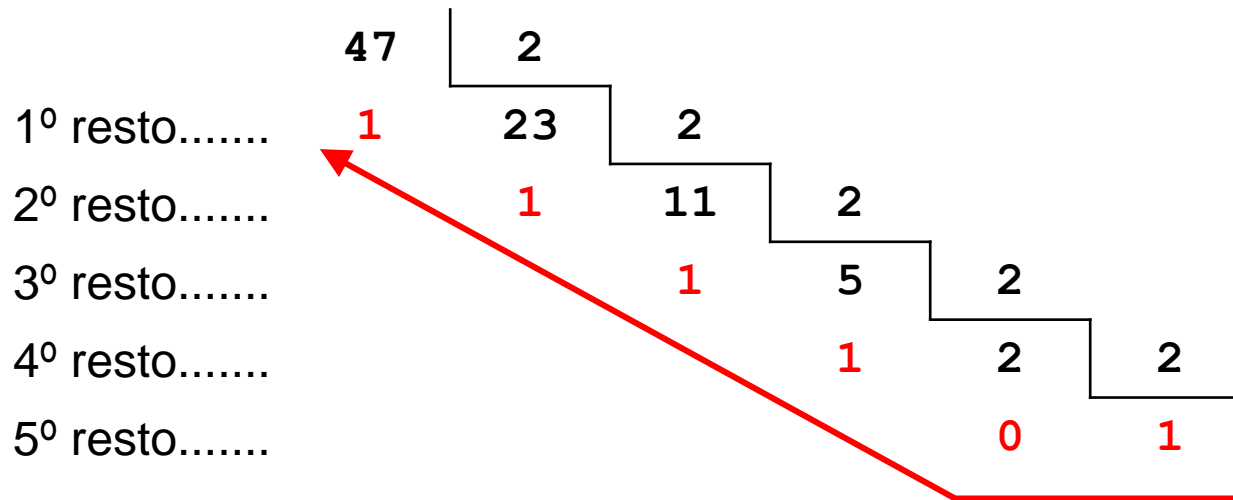
$$\mathbf{1010_2 = 10_{10}}$$

$$1010,11_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$

$$1010,11_2 = 8 + 0 + 2 + 0 + 0,5 + 0,25$$

$$\mathbf{1010,11_2 = 10,75_{10}}$$

- Divisões sucessivas por 2 até que um quociente **zero** seja obtido. O resultado é dado pelos restos da divisão na ordem inversa que foram obtidos.



101111₂

- A conversão de números hexadecimais para decimais é feita da mesma forma que para converter binários para decimais.

$$356_{16} = 3 \times 16^2 + 5 \times 16^1 + 6 \times 16^0$$

$$356_{16} = 768 + 80 + 60$$

$$\mathbf{356_{16} = 854_{10}}$$

$$2AF_{16} = 2 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 15 \times 16^0$$

$$2AF_{16} = 512 + 160 + 15$$

$$\mathbf{2AF_{16} = 687_{10}}$$

- A conversão de decimal para hexa, usam-se divisões sucessivas por 16 similar à conversão de decimal para binário.

$$\begin{array}{r|l} 255 & 16 \\ \hline 15 & 15 \end{array} = \text{FF}_{16}$$

$$\begin{array}{r|l} 224 & 16 \\ \hline 0 & 14 \end{array} = \text{E0}_{16}$$

$$\begin{array}{r|l} 31 & 16 \\ \hline 15 & 1 \end{array} = \text{1F}_{16}$$

$$\begin{array}{r|l} 32 & 16 \\ \hline 0 & 2 \end{array} = \text{20}_{16}$$

$$\begin{array}{r|l} 65 & 16 \\ \hline 1 & 4 \end{array} = \text{41}_{16}$$

$$\begin{array}{r|l} 109 & 16 \\ \hline 13 & 6 \end{array} = \text{6D}_{16}$$

$$\begin{array}{r|l} 428 & 16 \\ \hline 12 & 26 \\ & \hline 10 & 1 \end{array} = \text{1AC}_{16}$$

$$\begin{array}{r|l} 1016 & 16 \\ \hline 8 & 63 \\ & \hline 15 & 3 \end{array} = \text{3F8}_{16}$$

- A conversão de números octais para decimais é feita da mesma forma que para converter binários para decimais.

$$43_8 = 4 \times 8^1 + 3 \times 8^0$$

$$43_8 = 32 + 3$$

$$43_8 = 35_{10}$$

- A conversão de decimal para hexa, usam-se divisões sucessivas por 8 similar à conversão de decimal para binário

$$\begin{array}{r|l} 38 & 8 \\ \hline 6 & 4 \end{array} = 46_8$$

$$\begin{array}{r|l} 13 & 8 \\ \hline 5 & 1 \end{array} = 15_8$$

$$\begin{array}{r|l|l} 255 & 8 & \\ \hline 7 & 31 & 8 \\ & 7 & 3 \end{array} = 377_8$$

$$\begin{array}{r|l|l} 66 & 8 & \\ \hline 2 & 8 & 8 \\ & 0 & 1 \end{array} = 102_8$$

- A conversão de hexa em binário é realizada pela troca de cada dígito hexa pelo seu equivalente binário com 4 bits.

$$\begin{array}{ccccccc} 9 & F & 2 & & & & \\ \downarrow & & \downarrow & & & & \downarrow \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

$$9F2_{16} = 100111110010_2$$

- A conversão binário em hexa é o inverso, ou seja, arranjam-se os bits em grupos de quatro e os substituem por dígitos hexa.

$1110100110_2 =$	0011	1010	0010
	↓	↓	↓
$1110100110_2 =$	3	A	6

$1110100110_2 = 3A6_{16}$

- BCD (Binary-Coded-Decimal).
- Cada dígito de um número decimal é representado por seu equivalente binário de 4 bits.

Decimal	8	7	4
	↓	↓	↓
BCD	1000	0111	0100

- BCD (Binary-Coded-Decimal).
- Cada dígito de um número decimal é representado por seu equivalente binário de 4 bits.

Decimal	8	7	4
	↓	↓	↓
BCD	1000	0111	0100

$137_{10} = 10001001_2$ (binário puro)

$137_{10} = 0001\ 0011\ 0111$ (BCD)

Dec	Bin	BCD
0	0	0000
1	1	0001
2	10	0010
3	11	0011
4	100	0100
5	101	0101
6	110	0110
7	111	0111
8	1000	1000
9	1001	1001
10	1010	0001 0000
11	1011	0001 0001
12	1100	0001 0010
13	1101	0001 0011
14	1110	0001 0100
15	1111	001 0101

- Somente um bit muda entre dois números sucessivos na sequência de números.

Decimal	Binário Normal		
	A	B	C
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1

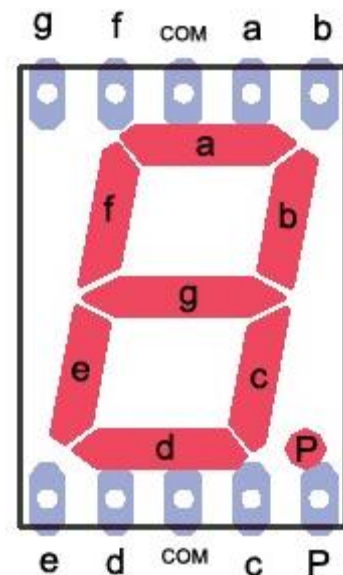
Decimal	Código de Gray		
	A	B	C
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	1
3	0	1	0
4	1	1	0
5	1	1	1
6	1	0	1
7	1	0	0

- ASCII (American Standard Code for Information Interchange)
- Codificação alfanumérica, utilizada para representar letras, números e outros símbolos.
- O código ASCII padrão usa 7 bits, 128 combinações possíveis.
- A versão estendida utiliza 8 bits, 256 combinações.

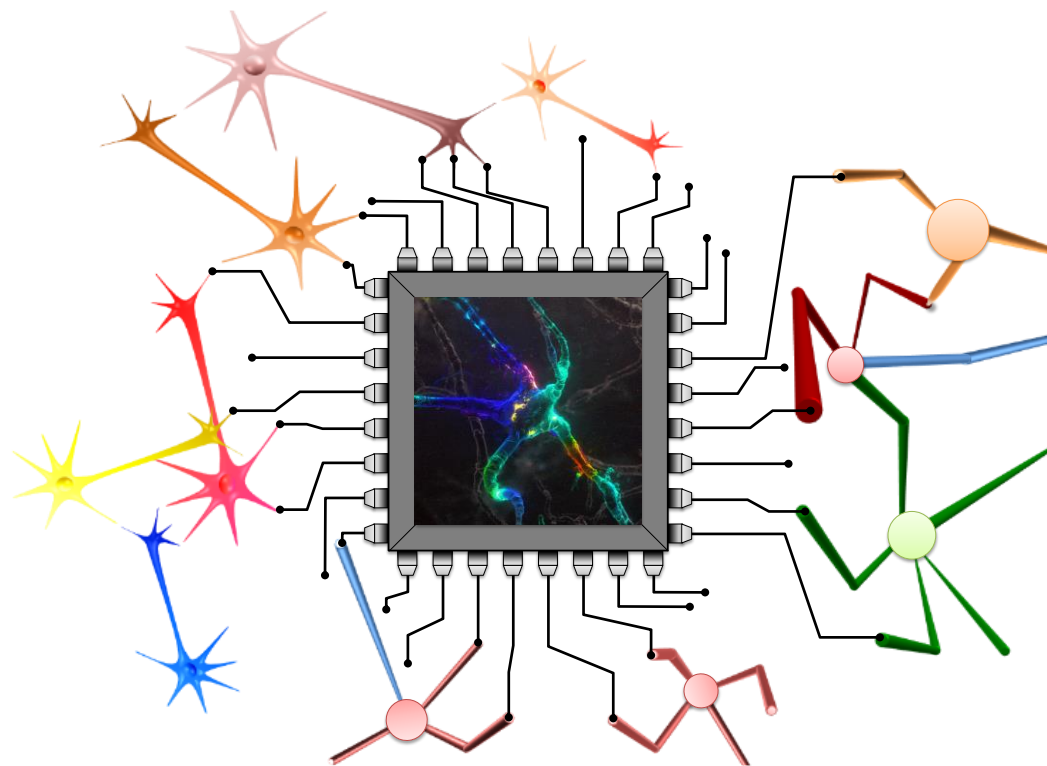
ASCII TABLE

Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char
0	0	[NULL]	32	20	[SPACE]	64	40	@	96	60	`
1	1	[START OF HEADING]	33	21	!	65	41	A	97	61	a
2	2	[START OF TEXT]	34	22	"	66	42	B	98	62	b
3	3	[END OF TEXT]	35	23	#	67	43	C	99	63	c
4	4	[END OF TRANSMISSION]	36	24	\$	68	44	D	100	64	d
5	5	[ENQUIRY]	37	25	%	69	45	E	101	65	e
6	6	[ACKNOWLEDGE]	38	26	&	70	46	F	102	66	f
7	7	[BELL]	39	27	'	71	47	G	103	67	g
8	8	[BACKSPACE]	40	28	(72	48	H	104	68	h
9	9	[HORIZONTAL TAB]	41	29)	73	49	I	105	69	i
10	A	[LINE FEED]	42	2A	*	74	4A	J	106	6A	j
11	B	[VERTICAL TAB]	43	2B	+	75	4B	K	107	6B	k
12	C	[FORM FEED]	44	2C	,	76	4C	L	108	6C	l
13	D	[CARRIAGE RETURN]	45	2D	-	77	4D	M	109	6D	m
14	E	[SHIFT OUT]	46	2E	.	78	4E	N	110	6E	n
15	F	[SHIFT IN]	47	2F	/	79	4F	O	111	6F	o
16	10	[DATA LINK ESCAPE]	48	30	0	80	50	P	112	70	p
17	11	[DEVICE CONTROL 1]	49	31	1	81	51	Q	113	71	q
18	12	[DEVICE CONTROL 2]	50	32	2	82	52	R	114	72	r
19	13	[DEVICE CONTROL 3]	51	33	3	83	53	S	115	73	s
20	14	[DEVICE CONTROL 4]	52	34	4	84	54	T	116	74	t
21	15	[NEGATIVE ACKNOWLEDGE]	53	35	5	85	55	U	117	75	u
22	16	[SYNCHRONOUS IDLE]	54	36	6	86	56	V	118	76	v
23	17	[ENG OF TRANS. BLOCK]	55	37	7	87	57	W	119	77	w
24	18	[CANCEL]	56	38	8	88	58	X	120	78	x
25	19	[END OF MEDIUM]	57	39	9	89	59	Y	121	79	y
26	1A	[SUBSTITUTE]	58	3A	:	90	5A	Z	122	7A	z
27	1B	[ESCAPE]	59	3B	;	91	5B	[123	7B	{
28	1C	[FILE SEPARATOR]	60	3C	<	92	5C	\	124	7C	
29	1D	[GROUP SEPARATOR]	61	3D	=	93	5D]	125	7D	}
30	1E	[RECORD SEPARATOR]	62	3E	>	94	5E	^	126	7E	~
31	1F	[UNIT SEPARATOR]	63	3F	?	95	5F	_	127	7F	[DEL]

- Converta 1, 2, 7, 8, 32 e 33 de decimal para binário e hexadecimal.
- Converta os valores do exercício 1 da representação binária para Octal e Hexadecimal.
- Diversos aparelhos eletrônicos usam displays de números com display de 7 segmentos. Quantos números diferentes podem ser escritos com esse display?
- Qual o sistema numérico que você usaria tendo à disposição um display de 7 segmentos? Justifique.



spatti@icmc.usp.br



GE4Bio – Grupo de Estudos em Sinais Biológicos