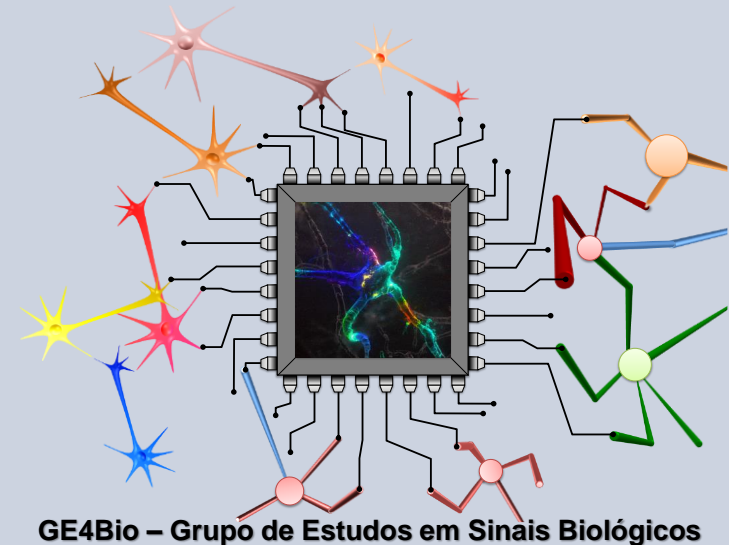


Universidade de São Paulo
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Departamento de Sistemas de Computação

SSC512
Elementos de Lógica Digital

Circuitos Aritméticos



Prof.Dr. Danilo Spatti

São Carlos - 2018

- Dispositivos com a **função** de efetuar operações **aritméticas** básicas (soma e subtração) com **operadores binários**.
- As operações **aritméticas** binárias usam os **mesmos** princípios das operações **decimais**.

- É realizada da **mesma** forma que para números **decimais**, porém, deve-se tomar cuidado com o “vai-um”, também chamado de **carry**.
- Apenas **quatro** situações podem ocorrer quando **dois** dígitos binários (bits) são **somados**, qualquer que seja a posição:
 - $0+0=0$
 - $1+0=1$
 - $1+1=10=0$ + vai-um para a próxima posição.
 - $1+1+1=11=1$ + vai-um para a próxima posição.

$$\begin{array}{r} 190 \\ +141 \\ \hline 331 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 10111110 \\ + 10001101 \\ \hline 101001011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 127 \\ + 63 \\ \hline 190 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 1111111 \\ + 0111111 \\ \hline 10111110 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 011 \\ +110 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 011 \\ +110 \\ \hline 1001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ +1111 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ +1111 \\ \hline 11000 \end{array}$$

- É realizada de forma **semelhante** do que para números **decimais**, cuidando-se do “**empresta-um**”.
- Apenas **quatro** situações podem ocorrer quando **dois** dígitos binários (bits) são **subtraídos**, qualquer que seja a posição:
 - $0-0=0$
 - $1-0=1$
 - $1-1=0$
 - $0-1= 1$ e empresta 1 da próxima posição.

$$\begin{array}{r} 1000 \\ -0111 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ \textcolor{red}{111} \\ -0111 \\ \hline 0001 \end{array}$$

- Representação de números **binários** com **sinal adicionando-se** um bit, além do **MSB**, que representa o sinal, sendo **0** para números **positivos** e **1** para números **negativos**.

$$0110100 = +52_{10}$$

$$1110100 = -52_{10}$$

- Se o número é **positivo** a magnitude é representada na sua forma **binária direta**, e um bit de sinal igual a **0** é colocado na frente do MSB.

$$0101101 = +45_{10}$$

- Se o número é **negativo** a magnitude é representada na sua forma de complemento de 2, e um bit de sinal igual a **1** é colocado na **frente** MSB.

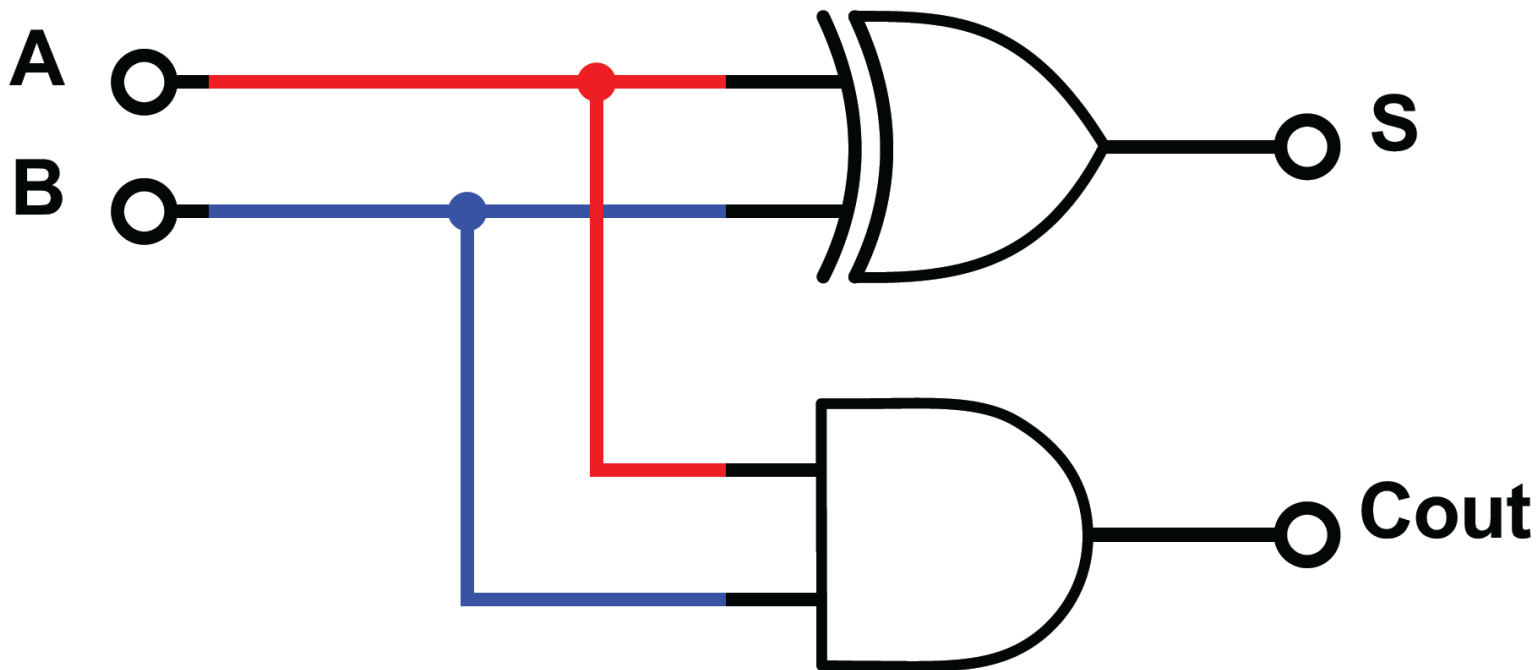
$$1010011 = -45_{10}$$

101101	→	Binário
010010	→	Complemento de 1
+ 1	→	Soma 1 ao LSB
<hr/> 010011	→	Complemento de 2

- Recebe dois **dígitos** a serem somados (A e B) e resulta em um bit de **soma** (S) e um de **carry** (C_{out}), desconsidera-se a entrada de carry (C_{in}).

A	B	S	C_{out}
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

A	B	S	C _{out}
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1



- Também soma o C_{in} .

A	B	C_{IN}	S	C_{OUT}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

A	B	C _{IN}	S	C _{OUT}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$$S = \bar{A}\bar{B}C_{IN} + \bar{A}B\overline{C_{IN}} + A\bar{B}\overline{C_{IN}} + ABC_{IN}$$

		AB			
		00	01	11	10
C_{IN}	0	0	1	0	1
	1	1	0	1	0

A	B	C_{IN}	S	C_{OUT}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

- $$S(A, B, C_{IN}) = \bar{A}\bar{B}C_{IN} + \bar{A}B\overline{C_{IN}} + A\bar{B}\overline{C_{IN}} + ABC_{IN}$$

		AB			
		00	01	11	10
C _{IN}	0	0	0	1	0
	1	0	1	1	1

A	B	C _{IN}	S	C _{OUT}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

■ $C_{OUT}(A,B,C_{IN}) = AB + AC_{IN} + BC_{IN}$

$$S(A, B, C_{IN}) = \bar{A}\bar{B}C_{IN} + \bar{A}B\overline{C_{IN}} + A\bar{B}\overline{C_{IN}} + ABC_{IN}$$

$$S(A, B, C_{IN}) = A \oplus B \oplus C$$

$$S(A, B, C_{IN}) = \bar{A}(\bar{B}C_{IN} + B\overline{C_{IN}}) + A(\bar{B}\overline{C_{IN}} + BC_{IN})$$

A	B	C _{IN}	\bar{B}	$\overline{C_{IN}}$	$\bar{B}C_{IN}$	$B\overline{C_{IN}}$	$\bar{B}C_{IN} + B\overline{C_{IN}}$
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0

$$S(A, B, C_{IN}) = \bar{A}\bar{B}C_{IN} + \bar{A}B\overline{C_{IN}} + A\bar{B}\overline{C_{IN}} + ABC_{IN}$$

$$S(A, B, C_{IN}) = \bar{A}(\bar{B}C_{IN} + B\overline{C_{IN}}) + A(\bar{B}\overline{C_{IN}} + BC_{IN})$$

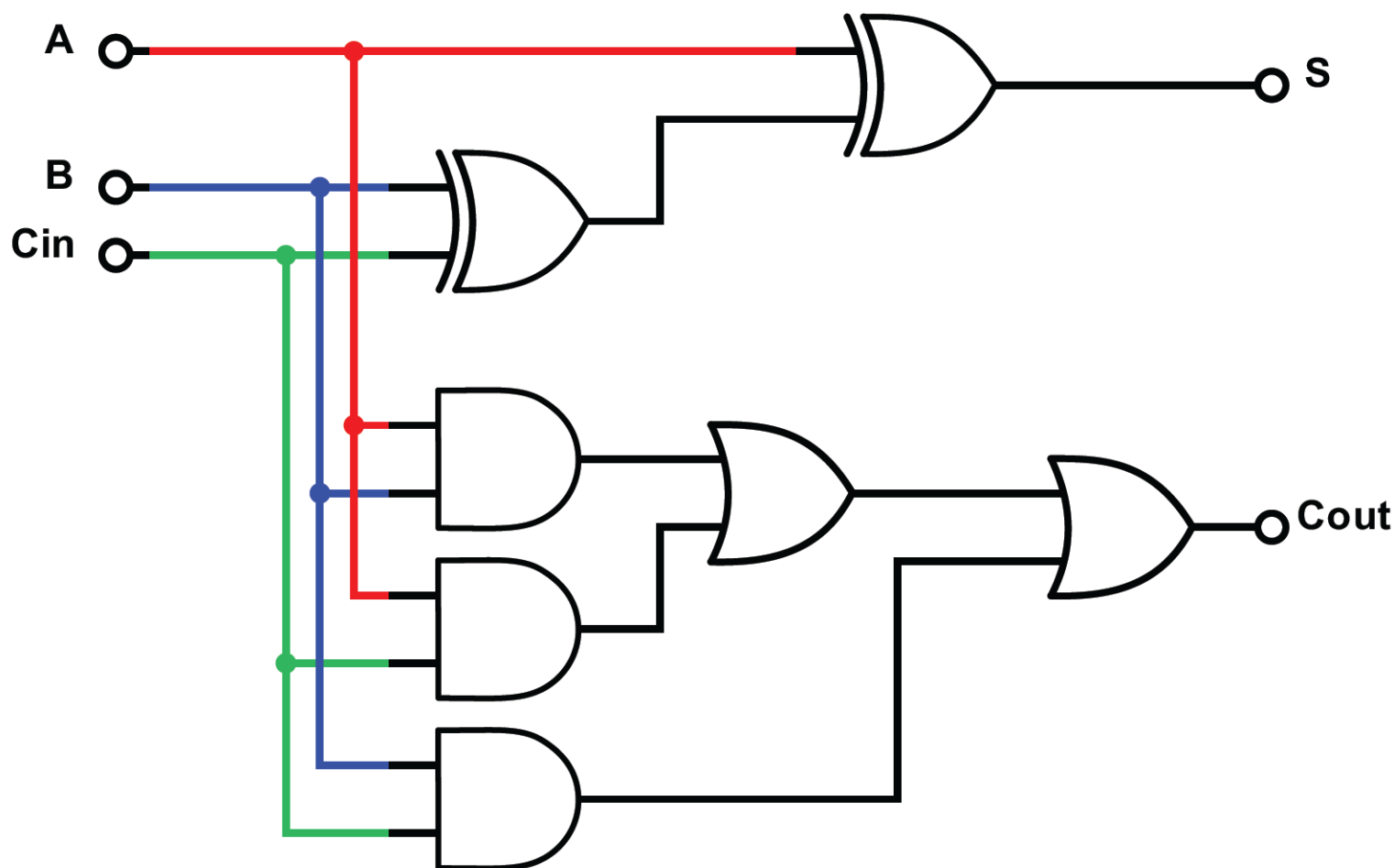
$$S(A, B, C_{IN}) = \bar{A}(B \oplus C_{IN}) + A(\overline{B \oplus C_{IN}})$$

$$S(A, B, C_{IN}) = A \oplus B \oplus C$$

$$C_{OUT}(A, B, C_{IN}) = AB + AC_{IN} + BC_{IN}$$

$$S(A, B, C_{IN}) = A \oplus B \oplus C$$

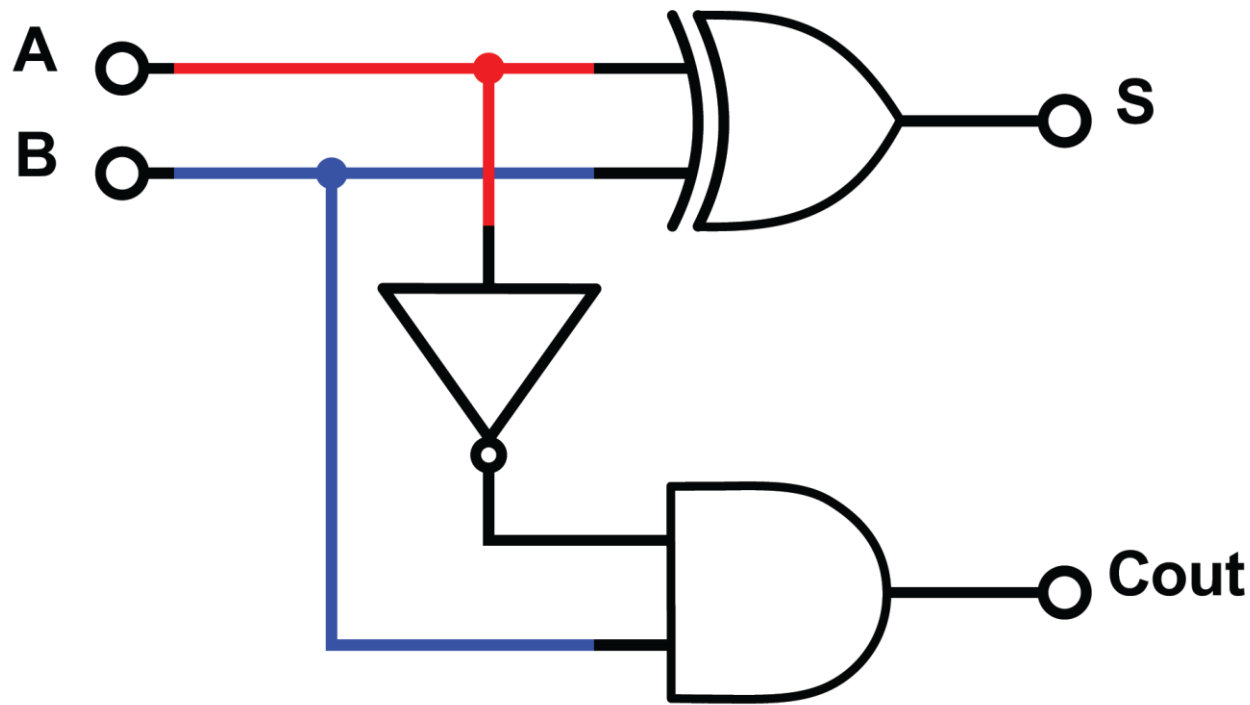
$$C_{OUT}(A, B, C_{IN}) = AB + AC_{IN} + BC_{IN}$$



- Recebe dois **dígitos** a serem subtraídos (A e B) e resulta em um bit de **subtração** (S) e um de **carry** (C_{out}).

A	B	S	C_{out}
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

A	B	S	C _{out}
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0



- Também subtrai o C_{in} .

A	B	C_{IN}	S	C_{OUT}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

A	B	C _{IN}	S	C _{OUT}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

$$S = \overline{A}\overline{B}C_{IN} + \overline{A}B\overline{C_{IN}} + A\overline{B}\overline{C_{IN}} + ABC_{IN}$$

		AB			
		00	01	11	10
C_{IN}	0	0	1	0	1
	1	1	0	1	0

A	B	C_{IN}	S	C_{OUT}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

- $$S(A, B, C_{IN}) = \bar{A}\bar{B}C_{IN} + \bar{A}B\overline{C_{IN}} + A\bar{B}\overline{C_{IN}} + ABC_{IN}$$

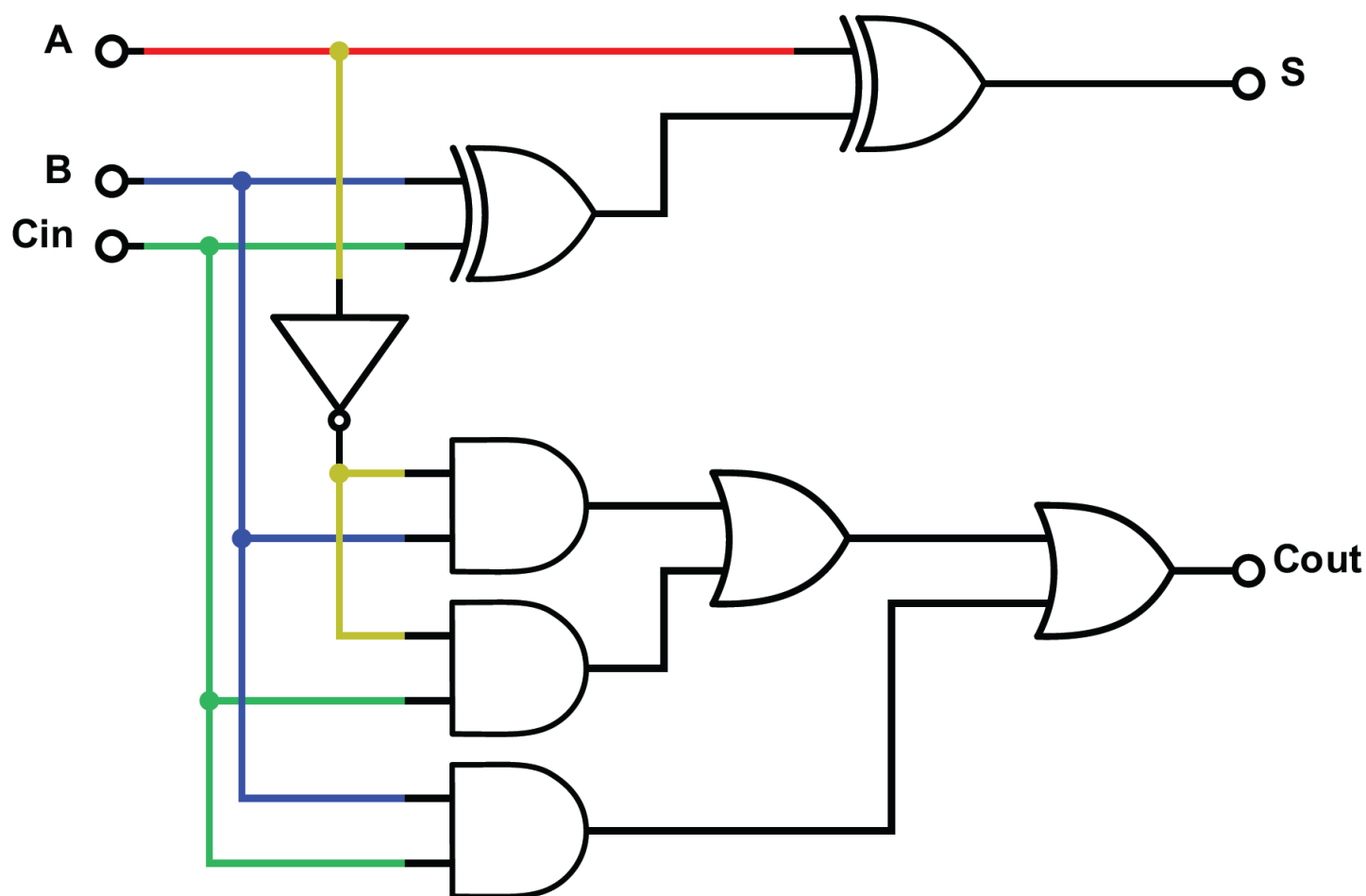
		AB			
		00	01	11	10
C _{IN}	0	0	1	0	0
	1	1	1	1	0

A	B	C _{IN}	S	C _{OUT}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

- $$C_{OUT}(A, B, C_{IN}) = \bar{A}B + \bar{A}C_{IN} + BC_{IN}$$

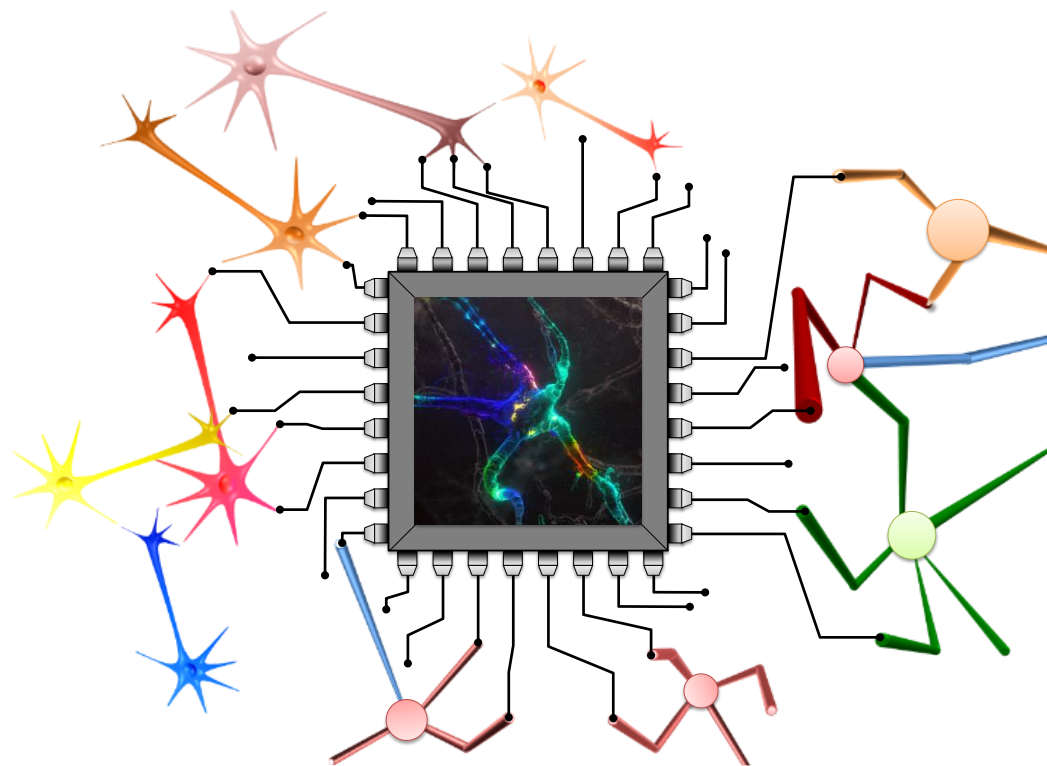
$$S(A, B, C_{IN}) = A \oplus B \oplus C$$

$$C_{OUT}(A, B, C_{IN}) = \bar{A}B + \bar{A}C_{IN} + BC_{IN}$$



- O experimento Lab02 consistirá da implementação em hardware dos circuitos aritméticos vistos na aula de hoje.
- Não serão permitidas portas lógicas com mais de duas entradas.
- O Ex3 deverá ser implementado utilizando apenas portas NAND.

spatti@icmc.usp.br



GE4Bio – Grupo de Estudos em Sinais Biológicos