



Árvores-B

Leandro C. Cintra

M.C.F. de Oliveira

Fonte: Folk & Zoelick, File
Structures



Problema

- Acesso a disco é caro (lento)
- Até agora usamos **pesquisa binária** nos índices ordenados
- Mas se o índice é grande é não cabe em memória principal, então a pesquisa binária exige muitos acessos a disco
 - 15 itens podem requerer 4 acessos, 1.000 itens podem requerer até 10 acessos. São números muito altos



Problema

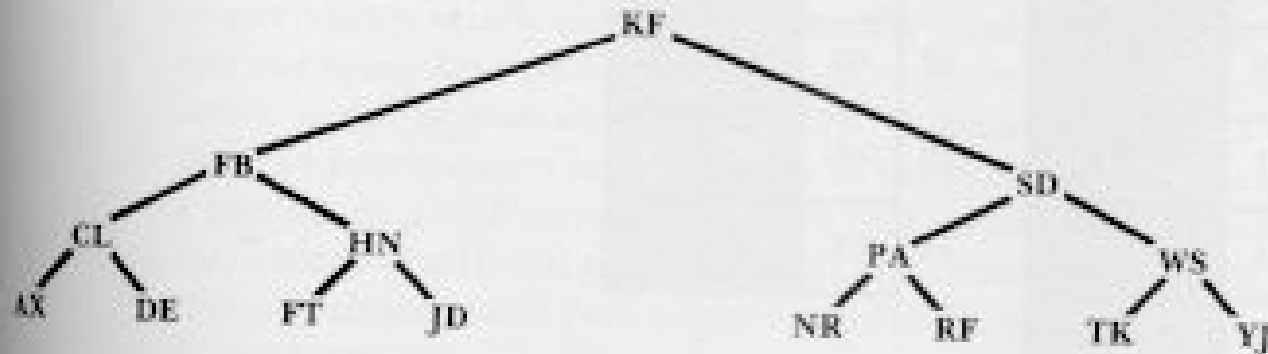
- O custo de manter em disco um índice ordenado de forma a permitir busca binária é proibitivo
- É necessário um método no qual a inserção e a eliminação de registros tenha apenas efeitos locais, isto é, não exija a reorganização total do índice

Solução: árvores binárias de busca?

AX CL DE FB FT HN JD KF NR PA RF SD TK WS

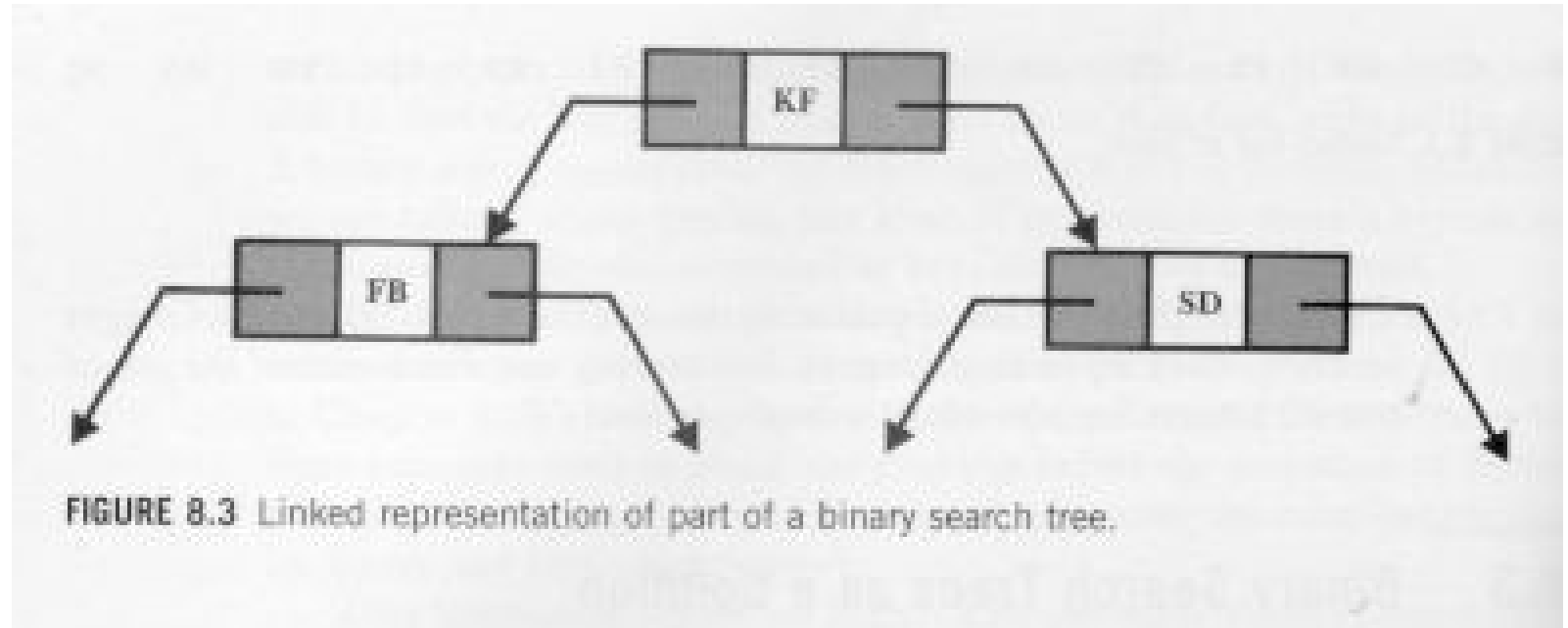
FIGURE 8.1 Sorted list of keys.

FIGURE 8.2 Binary search tree representation of the list of keys.



Vetor ordenado e representação por árvore binária

Solução: árvores binárias de busca



Representação da árvore no arquivo

ROOT → 9

| | Key | Left child | Right child |
|---|-----|------------|-------------|
| 0 | FB | 10 | 5 |
| 1 | JD | | |
| 2 | RF | | |
| 3 | SD | 6 | 13 |
| 4 | AX | | |
| 5 | VJ | | |
| 6 | PA | 11 | 2 |
| 7 | FT | | |

| | Key | Left child | Right child |
|----|-----|------------|-------------|
| 8 | HN | 7 | 1 |
| 9 | KF | 0 | 3 |
| 10 | CL | 4 | 12 |
| 11 | NR | | |
| 12 | DE | | |
| 13 | WS | 14 | 5 |
| 14 | TK | | |

FIGURE 8.4 Record contents for a linked representation of the binary tree in Fig. 8.2.

os registros são mantidos em arquivo, e ponteiros (**esq** e **dir**) indicam aonde estão os registros filhos.



Vantagens

- A ordem lógica dos registros não está associada à ordem física no arquivo
- O arquivo físico do índice não precisa mais ser mantido ordenado: o que interessa é recuperar a estrutura lógica da árvore, o que é possível com os campos **esq** e **dir**
- Inserção de uma nova chave no arquivo
 - é necessário saber aonde inserir esta chave na árvore, de modo a mantê-la como ABB. A busca pelo registro é necessária, mas a reorganização do arquivo não é

Inserção da chave LV

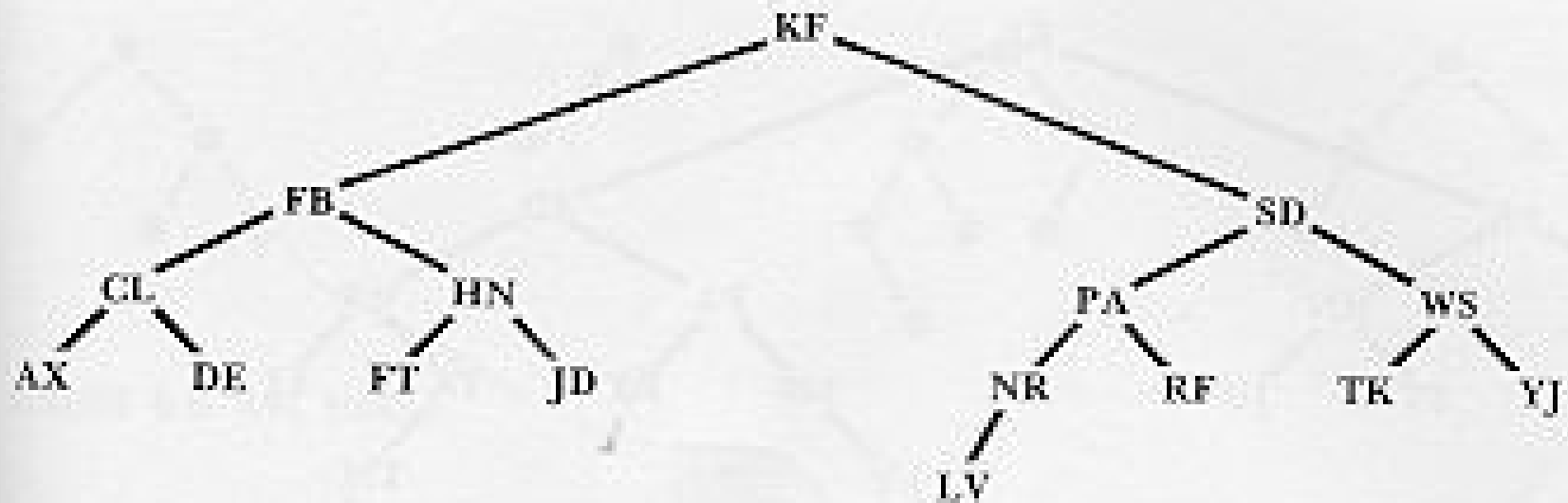
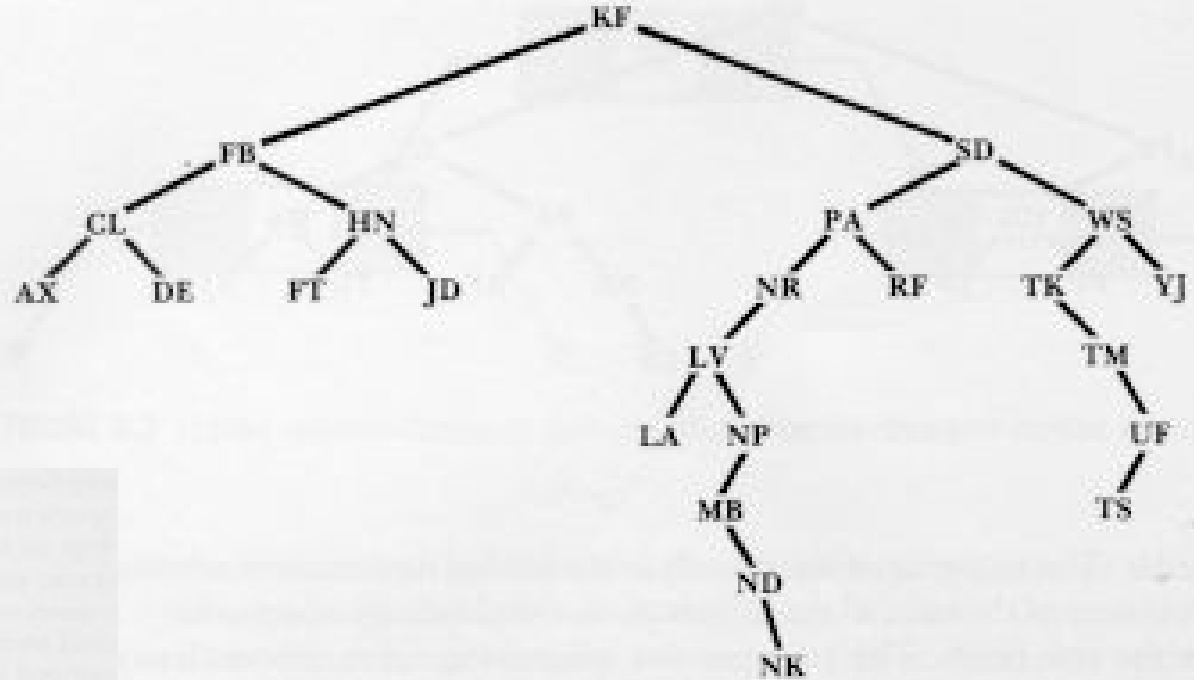


FIGURE 8.5 Binary search tree with LV added.

Problema: desbalanceamento

- Inserção das chaves NP MB TM LA UF ND TS NK

Situação
indesejável:
inserção em
ordem alfabética



8.6 Binary search tree showing the effect of added keys.

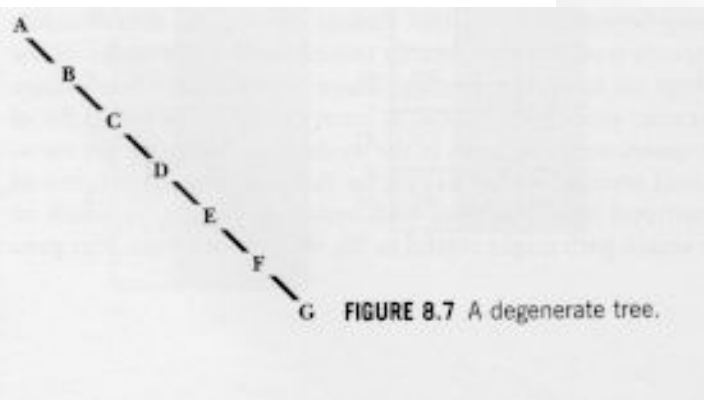
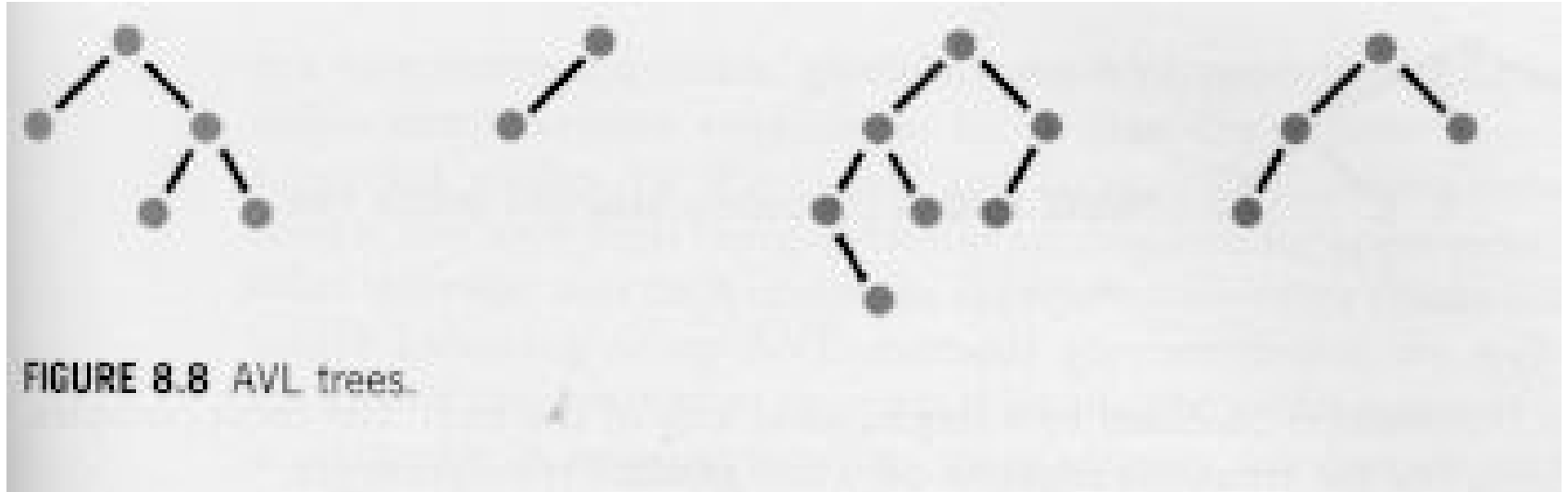


FIGURE 8.7 A degenerate tree.

Solução por árvores- AVL



Árvores binárias perfeitamente balanceadas e AVL

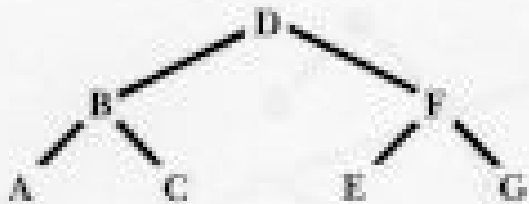


FIGURE 8.10 A completely balanced search tree.

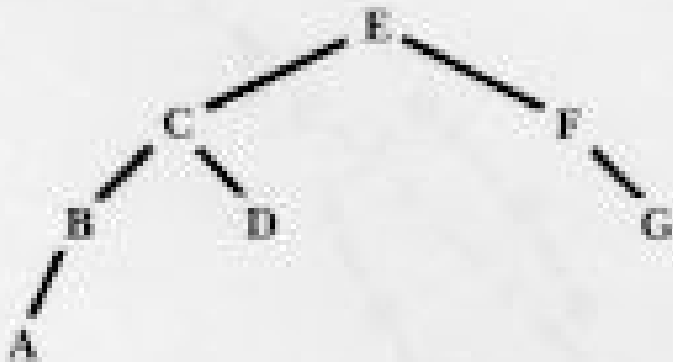


FIGURE 8.11 A search tree constructed using AVL procedures.



Solução por árvores- AVL

- A eficiência do uso de árvores binárias de busca exige que estas sejam mantidas balanceadas
- Isso implica no uso de árvores AVL
- Número máximo de comparações para localizar uma chave
 - Em uma árvore binária perfeitamente balanceada, é igual à altura da árvore, dada por $\log_2 (N+1)$
 - Para uma árvore AVL, esse número é $1.44 * \log_2 (N+2)$
 - Para 1.000.000 de chaves
 - Na árvore completamente balanceada uma busca percorre até 20 níveis
 - Para uma árvore AVL, a busca poderia percorrer até 28 níveis



Solução por árvores- AVL

- Entretanto, se as chaves estão em memória secundária, qualquer procedimento que exija mais do que 5 ou 6 acessos para localizar uma chave é altamente indesejável
 - 20 ou 28 *seeks* são inaceitáveis
- Árvores balanceadas são uma boa alternativa para o problema da ordenação
 - não requerem a ordenação do índice a cada nova inserção
- As soluções até agora não resolvem o número excessivo de acessos a disco



Solução por Árvores Binárias Paginadas (*Paged Binary Trees*)

- a busca (seek) por uma posição específica do disco é muito lenta
- uma vez encontrada a posição, pode-se ler uma grande quantidade de registros seqüencialmente a um custo relativamente pequeno



Solução por Árvores Binárias Paginadas (*Paged Binary Trees*)

- Esta combinação de busca (*seek*) lenta e transferência rápida sugere a noção de **página**
 - Em um sistema "paginado", uma vez realizado um *seek*, que consome um tempo considerável, todos os registros em uma mesma "página" do arquivo são lidos
 - Esta página pode conter um número grande de registros
 - se o próximo registro a ser recuperado estiver na mesma página já lida, evita-se um novo acesso ao disco

Solução por Árvores Binárias Paginadas (*Paged Binary Trees*)

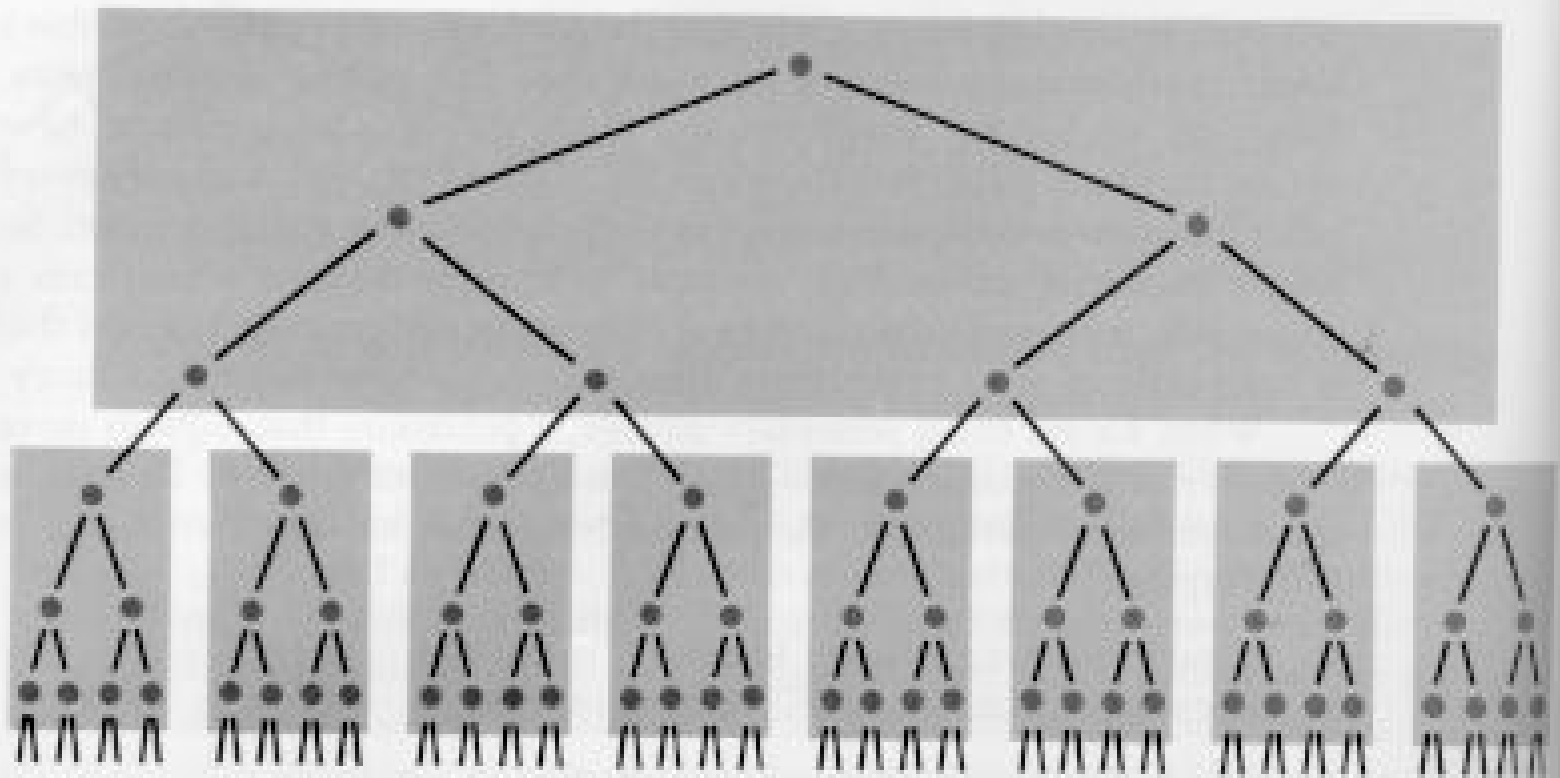


FIGURE 8.12 Paged binary tree.



Solução por Árvores Binárias Paginadas (*Paged Binary Trees*)

- Na árvore da figura anterior
 - qualquer um dos 63 registros pode ser acessado em, no máximo, 2 acessos
- Se a árvore é estendida com um nível de paginação adicional, adicionamos 64 novas páginas
 - podemos encontrar qualquer uma das 511 ($64 \times 7 + 63$) chaves armazenadas fazendo apenas 3 *seeks*



Eficiência da árvore-B

- Supondo que
 - cada página dessa árvore ocupa 8KB e armazena 511 pares chave-referência
 - cada página contém uma árvore completa perfeitamente balanceada
- Então, a árvore pode armazenar 134.217.727 chaves
 - $511 + 512 \cdot 511 + 512^2 \cdot 511 = 134.217.727$
 - qualquer delas pode ser acessada em, no máximo, 3 acessos ao disco



Eficiência da árvore-B

Pior caso para:

ABB completa, perfeitamente balanceada: $\log_2 (N+1)$

Versão paginada: $\log_{k+1} (N+1)$

onde **N** é o número total de chaves, e **k** é o número de chaves armazenadas em uma página

- ABB (pb): $\log_2 (134.217.727) = 27$ acessos
- Versão paginada : $\log_{511+1} (134.217.727) = 3$ acessos



Preços a pagar

- maior tempo na transmissão de grandes quantidades de dados, e, mais sério...
- a necessidade de manter a organização da árvore
- As árvores-B são uma generalização da idéia de ABB paginada
 - Não são binárias
 - Conteúdo de uma página não é mantido como uma árvore