

Informe Curvas

Luis Felipe Galvis Martinez (6000200), Sol Alejandra Palomino Hernandez (6000218)

Abstract—In the following report we will talk about the characteristics, applications and differences of the Spline, Bezier and NURB curves, curves used in the vast majority of design programs as tools for modeling. These are soft curves, represented by polynomials, which count with control elements, located in the space, with these elements it is possible to give shape to the curves.

I. INTRODUCCION

En el siguiente informe hablaremos acerca de las características, aplicaciones y diferencias de las curvas Spline, Bezier y NURB, curvas usadas en la gran mayoría de programas de diseño como herramientas para modelado. Se trata de curvas suaves, representadas por polinomios, que cuentan con elementos de control, ubicados en el espacio, con estos elementos es posible darle forma a las curvas.

II. CURVAS

A. Curva Spline

- Características: Las curvas Spline son de tipo 2D que utilizan un método de interpolación que estima valores usando una función matemática que minimiza la curvatura general de la superficie, lo que resulta en una superficie suave que pasa exactamente por los puntos de entrada. Para aplicar una curva Spline se debe cumplir con dos condiciones fundamentales: La superficie debe pasar exactamente por los puntos de datos y, la superficie debe tener una curvatura mínima, la suma acumulativa de los cuadrados de los términos de la derivada segunda de la superficie tomada sobre cada punto de la superficie debe ser un mínimo.

$$S(x,y) = T(x,y) + \sum_{j=1}^N \lambda_j R(r_j) \quad (1)$$

- Aplicaciones: Las curvas Spline hacen referencia a una amplia clase de funciones que son utilizadas en aplicaciones que requieren la interpolación de datos, o un suavizado de curvas, los splines son utilizados para trabajar tanto en una como en varias dimensiones La interpolación lineal a trozos es el ejemplo más simple de interpolación con funciones splines. Esta curva puede ser implementada a pesar de ser 2D gracias a la extrusión lo que hace que simule ser 3D.

B.

Curva NURB

- Características: La curvas NURB se definen por su grado, un conjunto de puntos de control ponderados, y un vector de nodos. Las curvas NURB pueden representar con precisión objetos geométricos

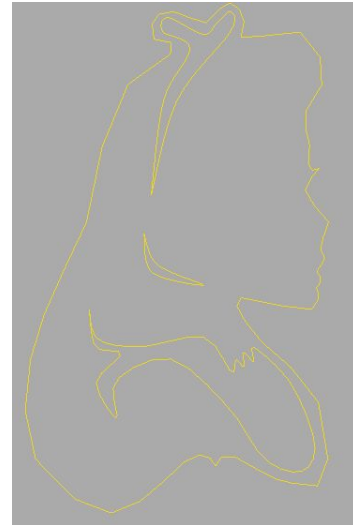


Figura 1. Curva spline de Alicia



Figura 2. Curva spline extruida de Alicia

estándar tales como líneas, círculos, elipses, esferas y toroides, así como formas geométricas libres como carrocerías de coches y cuerpos humanos.

- Aplicaciones: Las curvas NURB son comúnmente utilizadas en el diseño asistido por ordenador, fabricación e ingeniería, también se encuentran en el modelado 3D y varios paquetes de software de animación, tales como la forma Z, Blender, Autodesk Maya, Rhino 3D, Cinema 4D, Cobalto, y soluciones de modelado sólido. Las curvas NURB permiten la representación de formas geométricas en una forma compacta; estas pueden ser eficientemente manejados por los programas de ordenador.
- Diferencias: Las curvas NURB son generalizaciones de curvas Splines y curvas de Bezier, siendo su diferencia principal la ponderación de los puntos de control que hacen a las curvas NURBS

C. Curvas de Bezier

- Características: Las curvas de Bezier comienzan desde un punto inicial y terminan en otro punto, para esto hay varios puntos intermedios que controlan la curvatura, para cada punto debemos controlar tres aspectos fundamentales: la posición de ese vértice o nodo, la orientación de cada tangente y la longitud de las mismas. Las curvas de Bézier se dividen en tres grupos, cada uno con su propia ecuación:

Curvas lineales de Bezier:

$$\mathbf{B}(t) = \mathbf{P}_0 + (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0)t = (1-t)\mathbf{P}_0 + t\mathbf{P}_1, t \in [0, 1]. \quad (2)$$

Curvas cuadráticas de Bézier:

$$\mathbf{B}(t) = (1-t)^2\mathbf{P}_0 + 2t(1-t)\mathbf{P}_1 + t^2\mathbf{P}_2, t \in [0, 1]. \quad (3)$$

Curvas cúbicas de Bezier:

$$\mathbf{B}(t) = \mathbf{P}_0(1-t)^3 + 3\mathbf{P}_1t(1-t)^2 + 3\mathbf{P}_2t^2(1-t) + \mathbf{P}_3t^3, t \in [0, 1]. \quad (4)$$

- Aplicaciones: Las curvas de Bezier resultan idóneas para el dibujo y la gestión de curvas bidimensionales, especialmente cuando se cuenta con un programa que los implementa de un modo sólido y robusto, por ejemplo Adobe Illustrator, Photoshop, Gimp, Inkscape, etc. También se utilizan en tecnologías gráficas como las fuentes OpenType (TTF / OTF) y los gráficos vectoriales escalables (SVG).

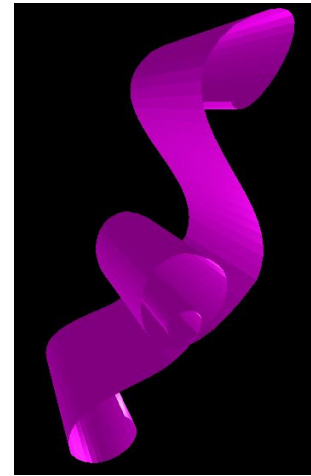


Figura 3. Curva bezier

- Diferencias: Aunque es verdad que las curvas de Bezier resultan idóneas para el dibujo y la gestión de curvas bidimensionales. A la hora de trazar perfiles tridimensionales ya no son tan adecuados, pese a que estén disponibles para muchos programas 3D, función que si es adecuada por ejemplo a las curvas NURB.

III. REFERENCIAS

- [1] Pemap.unizar.es. (2018). [online] Available at: http://pemap.unizar.es/~carni/SitioWeb/AFS_files/AFS12.pdf [Accessed 21 Nov. 2018].
- [2] Es.wikipedia.org. (2018). Spline. [online] Available at: <https://es.wikipedia.org/wiki/Spline> [Accessed 21 Nov. 2018].
- [3] Marionettestudio.com. Easing functions in the animation process. (2018). [online] Available at: <https://marionettestudio.com/easing-functions-in-the-animation-process/> [Accessed 21 Nov. 2018].
- [4] Etereastudios.com. Las bezier más alla del dibujo 2D. [online] Available at: http://www.etereastudios.com/training_img/vectorial_tip/s/bezier_vs_nurbs.htm [Accessed 21 Nov. 2018].
- [5] Es.wikipedia.org. (2018). Curva de Bézier. [online] Available at: https://es.wikipedia.org/wiki/Curva_de_B%C3%A9zier [Accessed 21 Nov. 2018].
- [6] Ecured.cu. (2018). NURBS. [online] Available at: <https://www.ecured.cu/NURBS> [Accessed 21 Nov. 2018].
- [7] 3dcadportal.com. (2018). NURBS. [online] Available at: <http://www.3dcadportal.com/nurbs.html> [Accessed 21 Nov. 2018].
- [8] Rhino3d.com. (2018). ¿Qué son las NURBS?. [online] Available at: <https://www.rhino3d.com/la/nurbs> [Accessed 21 Nov. 2018].
- [9] Es.wikipedia.org. (2018). NURBS. [online] Available at: <https://es.wikipedia.org/wiki/NURBS> [Accessed 21 Nov. 2018].

- [10] Ocw.upm.es. (2018). Curvas Spline. [online] Available at:
<http://ocw.upm.es/matematica-aplicada/curvas-y-superficies-en-el-diseno-geometrico-asistido-por-ordenador/contenido/otros-recursos/curvas-spline/curvas-spline.htm>
[Accessed 21 Nov. 2018].
- [11] Ujaen.es. (2018). Interpolación con funciones splines.
[online] Available at:
http://www4.ujaen.es/~angelcid/Archivos/An_Met_Num_INFORMATICA/Splines.pdf [Accessed 21 Nov. 2018].
- [12] Desktop.arcgis.com. (2018). Cómo funciona Spline.
[online] Available at:
<http://desktop.arcgis.com/es/arcmap/10.3/tools/spatial-analysis-toolbox/how-spline-works.htm> [Accessed 21 Nov. 2018].