## Laboratorio Nro. 1 Recursión

#### Alejandro Villada Toro

Universidad Eafit Medellín, Colombia avilladat@eafit.edu.co

#### **Cristian Alzate Urrea**

Universidad Eafit Medellín, Colombia calzateu@eafit.edu.co

## 3) Simulacro de preguntas de sustentación de Proyectos

### 3.1

## Complejidad del ejercicio 1.1

La complejidad esta dada por la función T(n,m), donde n es la longitud de la primera de cadena de caracteres, mientras que m es la longitud de la segunda,  $C_n$  son cantidades constantes de operaciones.

$$\begin{array}{ll} C_1 = 7 \ C_2 = 12 \ C_3 = 4 \\ T \ (n, \ m) = |C_1 & \text{cuando } n = 0 \ \text{o} \ m = 0 \\ |C_2 + T \ (n - 1, \ m - 1) & |C_3 + T \ (n - 1, \ m) + T \ (n, \ m - 1) \ \text{cuando } n > 0 \ \text{y} \ m > 0 \end{array}$$

La función recursiva es bastante difícil de encontrar con lo anterior, pero podemos expresar T en función de una sola variable así T(s) siendo s igual a la suma de las longitudes es decir n+m. De esta manera el peor caso nos queda  $T(s) = C_3 + 2(T(s-1))$  y asi la función recursiva es:

$$\begin{split} T(s) &= C_2(2^s\text{-}1) + C_12^{s\text{-}1} \\ \text{Aplicando la notación O} \\ T(s) &= O(C_2(2^s\text{-}1) + C_12^{s\text{-}1}) \\ \text{Aplicando reglas de suma y producto} \\ T(n) &= O(2^s) \end{split}$$

Y al reemplazar s tenemos que T (n, m) es  $O(2^{n+s})$ 

#### 3.2

Nota: No fue posible tomar los tiempos con 20 tamaños diferentes, solo se pudo con 16. Al tomar los tiempos para 16 tamaños diferentes del ejercicio 1.1, se obtiene la siguiente gráfica:

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez

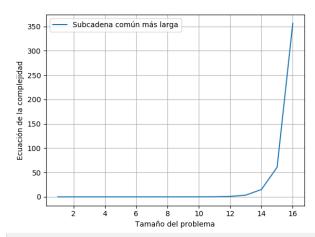
Docente | Escuela de Ingeniería | Informática y Sistemas Correo: mtorobe@eafit.edu.co | Oficina: Bloque 19 – 627 Tel: (+57) (4) 261 95 00 Ext. 9473





П





Como se observa claramente, se genera una función exponencial, por lo tanto, la complejidad del tiempo del problema está dada por una función del mismo tipo.

Una buena aproximación de la función de la complejidad del tiempo sería O(2<sup>n</sup>) siendo n la longitud de las cadenas; con esta fórmula tenemos el tiempo que tardaría con unas cadenas cuya longitud es de 300 000 es alrededor de 2<sup>300 000</sup>, este valor es simplemente gigantesco. **3.3** 

Por lo que vimos en el punto anterior, no es para nada viable utilizar este algoritmo para calcular la longitud de la subcadena común mas larga entre dos cadenas cuya longitud es de alrededor de 300 000 caracteres. Concluimos, se debe implementar un mejor método para este cálculo.

#### 3.4

#### GroupSum5

Dado un arreglo de enteros, el método groupSum5 nos dice si es posible escoger un grupo de esos enteros, de manera que sumen un valor objetivo dado, con la condición de que si alguno de los elementos del arreglo es cinco, entonces debe ser escogido, excepto si el cinco esta seguido de un uno, en cuyo caso no deben ser escogidos; recibe los parámetros nums, que es un arreglo de enteros, start que es un entero y al principio siempre va a ser igual cero, y target que es un entero que representa el objetivo al que se debe llegar. El funcionamiento de la función es el siguiente: primero pregunta si start es mayor o igual que la longitud de nums, en caso de que si, retorna true si target es igual a cero, o false si pasa lo contrario; en caso de que no; existen cuatro posibilidades, la primera sucede si el elemento de nums en la posición start es múltiplo de 5 y además es el último elemento de nums, de este modo retorna un llamado recursivo de la función, con start mas uno, el mismo nums, y target menos el elemento de nums en la posición start, groupSum5(start + 1, nums, target - nums[start]. La segunda sucede cuando el elemento en start de nums es múltiplo de cinco y el siguiente elemento es distinto de uno, así retorna un llamado recursivo de la función, con start más uno, el mismo nums, y target menos el elemento de nums en la posición start, groupSum5(start + 1, nums, target - nums[start]. La tercera sucede solo cuando el elemento en start de nums es múltiplo de cinco, de esta manera retorna un llamado recursivo de la función, con start más dos, el mismo nums, y target menos el elemento de nums en la

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez





posición start, groupSum5(start + 2, nums, target-nums[start]). El cuarto sucede cuando no se cumple ninguna de las condiciones anteriores, en este caso, retorna la disyunción entre dos llamados recursivos, el primer disyunto es el llamado de recursivo de la función con start más uno, el mismo nums y target menos el elemento en la posición start de nums groupSum5(start + 1, nums, target - nums[start]); el segundo disyunto es el llamado recursivo de la función con start más uno, el mismo nums y target sin ningún cambio groupSum5(start + 1, nums, target). El principio en el que se basa la función es que existe alguna manera de que la suma de un grupo de enteros sea igual a un valor objetivo, si y solo si, existe alguna manera de que el valor objetivo menos la suma de un grupo de enteros sea igual a cero.  $target = a+b+c \leftarrow \rightarrow target-a-b-c = 0.$ 

#### 3.5

## Ejercicios de Recursión 1 en CodingBat **BunnyEars**

El método BunnyEars calcula la cantidad de orejas que hay en un número dado de conejos; recibe el parámetro bunnies que es un entero positivo y representa la cantidad de conejos a los que se le calculara el número de orejas. El método tiene el siguiente funcionamiento: primero verifica si la cantidad de conejos es menor o igual a 1, en el caso de que si, retorna la cantidad de conejos bunnies multiplicada por dos; en caso de que no, retorna el método con la cantidad de conejos menos uno y a esto se le suma dos BunnyEars(bunnies-1) +2. La idea en la que se basa el algoritmo es que el número de oreias de una cantidad de conejos dada es igual a dos más el número de orejas de la cantidad de conejos menos 1.

La complejidad del tiempo está dada por la función T(n), donde n es la cantidad de conejos y C<sub>n</sub> son cantidades constantes de operaciones.

 $C_1 = 4 C_2 = 3$  $T(n) = |C_1|$ cuando n<=1  $|C_2 + T(n-1)|$  cuando n>1

La función de recursividad está dada por:

 $T(n) = C_2n + C_1$ Aplicando la notación O T(n) es  $O(C_2n + C_1)$ Aplicando reglas de sumas y producto T(n) es O(n)

#### **BunnyEars2**

El método BunnyEars2 calcula la cantidad de orejas de un numero dado de conejos, con una particularidad, aquellos conejos que se encuentran en posiciones pares han sufrido una mutación y poseen tres orejas, por lo que la cantidad de orejas será mayor a lo común; al igual que BunnyEars recibe el parámetro Bunnies que es un numero entero positivo y representa el numero de conejos a los que se le calculará la cantidad de orejas. El método tiene un funcionamiento muy similar al de BunnyEars, con la diferencia de que a la hora de realizar el llamado recursivo comprueba si el conejo esta ubicado en una posición par o impar, en el caso de que sea par, suma 3 al llamado de la función BunnyEars2(bunnies-1) +3; en caso de que sea impar suma solo 2 BunnyEars2(bunnies-1) +2. El principio en el que se basa este algoritmo es el mismo que el de BunnyEars.

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez





La complejidad del tiempo está dada por la función T(n), donde n es la cantidad de conejos y  $C_n$  son cantidades constantes de operaciones.

```
C_1=4 C_2=6 C_3=3

T(n) = |C_1 cuando n<=1

|C_2 + T(n-1)| cuando n>1 y n%2==0

|C_3 + T(n-1)| cuando n>1
```

La función de recursividad está dada por:

 $T(n) = Cn + C_1$ Aplicando la notación O T(n) es  $O(C_2n + C_1)$ Aplicando reglas de sumas y producto T(n) es O(n)

#### CountHi

El método *counHi* calcula el numero de veces que aparece "hi" en minúsculas dentro de una cadena dada; recibe el parámetro *str* que es una cadena de caracteres a la cual se le realizara el cálculo. El método tiene el siguiente funcionamiento: primero pregunta si la longitud de la cadena de caracteres es menor o igual a uno, en el caso de que si, retorna cero, en el caso de que no, continua preguntándose si los últimos dos elementos de la cadena son 'h' e 'i', en el caso de que si, retorna el llamado recursivo con *str* sin su último elemento y esto se le suma uno *countHi(str.substring(0,str.length()-1))+1*; en el caso de que no, solamente retorna el llamado recursivo con *str* sin su último elemento *countHi(str.substring(0,str.length()-1))*. El principio en el que se basa el algoritmo es en que, en el caso de que los últimos dos elementos de la cadena sean igual "hi", la cantidad de "hi" en una cadena es igual uno mas la cantidad de "hi" en la cadena menos sus últimos dos elementos; en caso contrario, seria la cantidad de "hi" en la cadena menos su ultimo elemento.

La complejidad del tiempo está dada por la función T(n), donde n es la longitud de la cadena y  $C_n$  son cantidades constantes de operaciones.

$$C_1$$
=4  $C_2$ =14  $C_3$ =3  
 $T(n) = |C_1|$  cuando n<=1  
 $|C_2 + T(n-1)|$  cuando n>1

La función de recursividad está dada por:

$$\begin{split} T(n) &= C_2 n + C_1 \\ \text{Aplicando la notación O} \\ T(n) &= O \ (C_2 n + C_1) \\ \text{Aplicando reglas de sumas y producto} \\ T(n) &= O(n) \end{split}$$

### CountX

El método *countX* calcula el número de veces que aparece 'x' en minúscula dentro de una cadena dada; recibe el parámetro *str* que es una cadena de caracteres a la cual se le realizara el cálculo. El método tiene el siguiente funcionamiento: primero pregunta si la longitud de la cadena de caracteres es igual a cero, en el caso de que si, retorna cero, en el caso de que no, continua preguntándose si el último elemento de la cadena es 'x', en el caso de que si,

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez







retorna el llamado recursivo con *str* sin su último elemento y esto se le suma uno *countX(str.substring(0,str.length()-1))+1*; en el caso de que no, solamente retorna el llamado recursivo con *str* sin su último elemento *countX(str.substring(0,str.length()-1).* El principio en el que se basa el algoritmo es en que, en el caso de que el ultimo elemento de la cadena sea igual 'x', la cantidad de 'x' en la cadena es igual uno más la cantidad de 'x' en la cadena menos su último elemento; en caso contrario, sería la cantidad de 'x' en la cadena menos su último elemento.

La complejidad del tiempo está dada por la función T(n), donde n es la longitud de la cadena y  $C_n$  son cantidades constantes de operaciones.

```
\begin{array}{l} C_1 \!\!=\!\! 4 \; C_2 \!\!=\! 9 \; C_3 \!\!=\!\! 3 \\ T(n) = |C_1 \qquad \qquad \text{cuando n==1} \\ |C_2 \!\!+\! T(n \!\!-\!\! 1) \qquad \text{cuando n>1} \\ \text{La función de recursividad está dada por:} \\ T(n) = C_2 n + C_1 \\ \text{Aplicando la notación O} \\ T(n) \text{ es } O(C_2 n + C_1) \\ \text{Aplicando reglas de sumas y producto} \\ T(n) \text{ es } O(n) \end{array}
```

## Triangle

El método *Triangle* calcula el numero de cubos de un triangulo formado por cubos de un numero de filas dado; recibe el parámetro *rows* que es un entero positivo y representa la cantidad de filas del triángulo. El método tiene el siguiente funcionamiento: primero pregunta si la cantidad de filas es igual a cero, en ese caso retorna cero, si sucede lo contrario retorna la cantidad de filas más el llamado recursivo con el número de filas menos uno *triangle*(*rows-1*)+*rows*. El principio en el que se basa el algoritmo es que la cantidad de cubos de un triangulo de n filas es igual a n mas la cantidad de cubos de un triángulo en n-1 filas.

La complejidad del tiempo está dada por la función T(n), donde n es el número de filas del triángulo y  $C_n$  son cantidades constantes de operaciones.

$$\begin{array}{ll} C_1 \!\!=\! 3 & C_2 \!\!=\! 3 \\ T(n) = |C_1 & \text{cuando n==0} \\ |C_2 \!\!+\! T(n\!\!-\!\!1) & \text{cuando n>0} \end{array}$$

La función de recursividad está dada por:

 $T(n) = C_2n + C_1$ Aplicando la notación O T(n) es  $O(C_2n + C_1)$ Aplicando reglas de sumas y producto T(n) es O(n)

# Ejercicios de Recursión 2 en CodingBat GroupNoAdj

Dado un arreglo de enteros, el método *groupNoAdj* nos dice si es posible escoger un grupo de esos enteros, de manera que sumen un valor objetivo dado, con la condición de que si un entero dentro del arreglo es escogido el siguiente no debe ser escogido; recibe los

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez



parámetros *nums*, que es un arreglo de enteros, *start* que es un entero y al principio siempre va a ser igual cero, y *target* que es un entero que representa el objetivo al que se debe llegar. El funcionamiento de la función es el siguiente: primero pregunta si *start* es mayor que la longitud de *nums* menos uno, en caso de que si, retorna *true* si *target* es igual a cero, o *false* si pasa lo contrario; en caso de que no, retorna la disyunción entre dos llamados recursivos, el primer disyunto es el llamado de recursivo de la función con *start* mas dos, el mismo arreglo de enteros *nums* y *target* menos el elemento en la posición *start* de nums *groupNoAdj(start* + 2, *nums*, *target* - *nums[start])*; el segundo disyunto es el llamado recursivo de la función con *start* mas uno, el mismo arreglo de enteros *nums* y *target* sin ningún cambio *groupNoAdj(start* + 1, *nums*, *target)*. El principio en el que se basa la función es que existe alguna manera de que la suma de un grupo de enteros sea igual a un valor objetivo, si y solo si, existe alguna manera de que el valor objetivo menos la suma de un grupo de enteros sea igual a cero. *target* = *a*+*b*+*c* 
→ *target-a-b-c* = 0.

La complejidad del tiempo está dada por la función T(n), donde n es la diferencia entre la longitud del arreglo de enteros y *start*, es decir, lo que le falta a start para ser igual a la longitud y  $C_n$  son cantidades constantes de operaciones.

```
C_1=6 C_2=6 T(n) = |C_1 cuando n<=0 |C_2 + T(n-2) + T(n-1) cuando n>0
```

La función recursiva es bastante difícil de encontrar con lo anterior, pero una buena aproximación es  $C_2 + 2(T(n-1))$ , de esta manera la ecuación recursiva es:

 $T(n) = C_2(2^n-1) + C_12^{n-1}$  Aplicando la notación O  $T(n) \text{ es } O(C_2(2^n-1) + C_12^{n-1})$  Aplicando reglas de suma y producto  $T(n) \text{ es } O(2^n)$ 

### GroupSum6

Dado un arreglo de enteros, el método groupSum6 nos dice si es posible escoger un grupo de esos enteros, de manera que sumen un valor objetivo dado, con la condición de que si alguno de los elementos del arreglo es seis entonces debe ser escogido; recibe los parámetros nums, que es un arreglo de enteros, start que es un entero y al principio siempre va a ser igual cero, y target que es un entero que representa el objetivo al que se debe llegar. El funcionamiento de la función es el siguiente: primero pregunta si start es mayor o igual que la longitud de nums, en caso de que si, retorna true si target es igual a cero, o false si pasa lo contrario; en caso de que no, existen dos posibilidades, la primera que el elemento en la posición start de nums es seis, lo que lleva a retornar un llamado recursivo de la función con start más uno, el mismo nums y target menos seis. La segunda es si el elemento analizado es distinto de seis, en ese caso, retorna la disyunción entre dos llamados recursivos, el primer disyunto es el llamado de recursivo de la función con start más uno, el mismo nums y target menos el elemento en la posición start de nums groupSum6(start + 1, nums, target nums[start]); el segundo disyunto es el llamado recursivo de la función con start más uno, el mismo nums y target sin ningún cambio groupSum6(start + 1, nums, target). El principio en el que se basa la función es que existe alguna manera de que la suma de un grupo de enteros sea igual a un valor objetivo, si y solo si, existe alguna manera de que el valor objetivo menos la suma de un grupo de enteros sea igual a cero.

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez





 $target = a+b+c \leftarrow \rightarrow target-a-b-c = 0.$ 

La complejidad del tiempo está dada por la función T(n), donde n es la diferencia entre la longitud del arreglo de enteros y *start*, es decir, lo que le falta a start para ser igual a la longitud y  $C_n$  son cantidades constantes de operaciones.

```
\begin{array}{ll} C_1 = 5 \ C_2 = 6 \ C_3 = 6 \\ T(n) = |C_1 & cuando \ n < = 0 \\ |C_2 + T(n-1) \\ |C_3 + T(n-1) + T(n-1) & cuando \ n > 0 \\ \text{La función recursiva está dada por:} \\ T(n) = C_2(2^n-1) + C_12^{n-1} \\ \text{Aplicando la notación O} \\ T(n) \text{ es } O(C_2(2^n-1) + C_12^{n-1}) \\ \text{Aplicando reglas de suma y producto} \\ T(n) \text{ es } O(2^n) \end{array}
```

## **SplitArray**

Dado un arreglo de enteros, el método SplitArray nos dice si es posible dividir el arreglo en dos grupos, de tal manera que la suma de los elementos de cada grupo sea la misma; recibe los parámetros nums que es un arreglo de enteros, s1 que es un entero donde se ira quardando la información del primer grupo, al principio siempre es igual a cero, s2 que es un entero donde se ira guardando la información del segundo grupo, al principio siempre es igual a cero; y start es un entero que nos servirá para movernos a través del arreglo, al principio siempre es igual a cero. El funcionamiento del método es el siguiente: primero pregunta si start es igual a la longitud de nums, en caso de que si, retorna true si s1 igual s2, o false si pasa lo contrario; en caso de que no, retorna la disyunción de dos llamados recursivos, el primer disyunto es un llamado recursivo de la función con el mismo nums, s1 más el elemento de nums en la posición start, el mismo s2, y start más uno split(nums, s1 + nums[start], s2, start + 1), el segundo disyunto es un llamado recursivo de la función con el mismo nums, el mismo s1, s2 más el elemento de nums en la posición start, y start más uno split(nums, s1, s2 + nums[start], start + 1). El principio en el que se basa el algoritmo es que para saber si es posible dividirlo en dos y que cada grupo sumen lo mismo, se deben comprobar todas las combinaciones posibles, en este orden de ideas debemos añadirle a s1 y a s2 elementos de nums a cada uno por separado y cuando hayamos añadido todos los elementos ya sea a s1, a s2 o a ambos, verificamos si son iguales.

La complejidad del tiempo está dada por la función T(n), donde n es la diferencia entre la longitud del arreglo de enteros y *start*, es decir, lo que le falta a start para ser igual a la longitud y  $C_n$  son cantidades constantes de operaciones.

```
\begin{array}{ll} C_1 = 5 \ C_2 = 8 \\ T(n) = |C_1 & \text{cuando } n = 0 \\ |C_2 + T(n - 1) + T(n - 1) & \text{cuando } n > 0 \\ \text{La función recursiva está dada por:} \\ T(n) = C_2(2^n - 1) + C_12^{n - 1} \\ \text{Aplicando la notación O} \\ T(n) \text{ es } O(C_2(2^n - 1) + C_12^{n - 1}) \\ \text{Aplicando reglas de suma y producto} \end{array}
```

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez





T(n) es O(2<sup>n</sup>)

## SplitOdd10

Dado un arreglo de enteros, el método SplitOdd10 nos dice si es posible dividir el arreglo en dos grupos, de tal manera que la suma de los elementos del primer grupo sea múltiplo de diez y la suma de los elementos del segundo grupo sea impar; recibe los parámetros nums que es un arreglo de enteros, s1 que es un entero donde se ira guardando la información del primer grupo, al principio siempre es igual a cero, s2 que es un entero donde se ira guardando la información del segundo grupo, al principio siempre es igual a cero; y start es un entero que nos servirá para movernos a través del arreglo, al principio siempre es igual a cero. El funcionamiento del método es el siguiente: primero pregunta si start es igual a la longitud de nums, en caso de que si, retorna true si el residuo de s1 divido diez es igual a cero y el residuo de s2 dividido dos es diferente de cero, o false si pasa lo contrario; en caso de que no, retorna la disyunción de dos llamados recursivos, el primer disyunto es un llamado recursivo de la función con el mismo nums, s1 más el elemento de nums en la posición start, el mismo s2, y start más uno split(nums, s1 + nums[start], s2, start + 1), el segundo disyunto es un llamado recursivo de la función con el mismo nums, el mismo s1, s2 más el elemento de nums en la posición start, y start más uno split(nums, s1, s2 + nums[start], start + 1). El principio en el que se basa el algoritmo es que para saber si es posible dividirlo en dos y que cada grupo cumpla con las condiciones dadas, se deben comprobar todas las combinaciones posibles, en este orden de ideas debemos añadirle a s1 y a s2 elementos de nums a cada uno por separado y cuando hayamos añadido todos los elementos ya sea a s1, a s2 o a ambos, verificamos si s1 es múltiplo de diez y s2 es impar.

La complejidad del tiempo está dada por la función T(n), donde n es la diferencia entre la longitud del arreglo de enteros y *start*, es decir, lo que le falta a start para ser igual a la longitud y  $C_n$  son cantidades constantes de operaciones.

```
\begin{array}{ll} C_1 = 9 \ C_2 = 8 \\ T(n) = |C_1 & \text{cuando } n = 0 \\ |C_2 + T(n - 1) + T(n - 1) & \text{cuando } n > 0 \\ \text{La función recursiva está dada por:} \\ T(n) = C_2(2^n - 1) + C_12^{n - 1} \\ \text{Aplicando la notación O} \\ T(n) \text{ es } O(C_2(2^n - 1) + C_12^{n - 1}) \\ \text{Aplicando reglas de suma y producto} \\ T(n) \text{ es } O(2^n) \end{array}
```

#### Split53

Dado un arreglo de enteros, el método *split53* nos dice si es posible dividir el arreglo en dos grupos, de tal manera que la suma de los elementos de cada grupo sea la misma, con la condición de que todos los múltiplos de cinco deben estar en el primer grupo y todos los múltiplos de tres que no sean múltiplos de cinco deben estar en el segundo; recibe los parámetros *nums* que es un arreglo de enteros, *s1* que es un entero donde se ira guardando la información del primer grupo, al principio siempre es igual a cero, *s2* que es un entero donde se ira guardando la información del segundo grupo, al principio siempre es igual a cero; y *start* es un entero que nos servirá para movernos a través del arreglo, al principio siempre es igual a cero. El funcionamiento del método es el siguiente: primero pregunta si

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez







start es igual a la longitud de nums, en caso de que si, retorna true si s1 igual s2, o false si pasa lo contrario; en caso de que no, existen tres posibilidades, la primera sucede si el residuo del elemento de nums en la posición start dividido cinco es igual cero, y retorna el llamado recursivo con el mismo nums, s1 mas el elemento de nums en start, el mismo s2, y start más uno split(nums, s1 + nums[start], s2 start + 1). La segunda sucede si el residuo del elemento de nums en la posición start dividido tres es igual cero, y retorna el llamado recursivo con el mismo nums, el mismo s1, s2 más el elemento de nums en start, y start más uno split(nums, s1, s2 + nums[start], start + 1). La tercera sucede si no se cumplen ninguna de las anteriores y retorna la disyunción de dos llamados recursivos, el primer disyunto es un llamado recursivo de la función con el mismo nums, s1 más el elemento de nums en la posición start, el mismo s2, y start más uno split(nums, s1 + nums[start], s2, start + 1), el segundo disyunto es un llamado recursivo de la función con el mismo nums, el mismo s1, s2 más el elemento de nums en la posición start, y start más uno split(nums, s1, s2 + nums[start], start + 1). El principio en el que se basa el algoritmo es que para saber si es posible dividirlo en dos y que cada grupo sumen lo mismo, se deben comprobar todas las combinaciones posibles, en este orden de ideas debemos añadirle a s1 y a s2 elementos de nums a cada uno por separado y cuando hayamos añadido todos los elementos ya sea a s1, a s2 o a ambos, verificamos si son iguales.

La complejidad del tiempo está dada por la función T(n), donde n es la diferencia entre la longitud del arreglo de enteros y *start*, es decir, lo que le falta a start para ser igual a la longitud y  $C_n$  son cantidades constantes de operaciones.

```
\begin{array}{lll} C_1 \!\!=\!\! 5 \; C_2 \!\!=\!\! 8 \; C_3 \!\!=\!\! 8 \; C_4 \!\!=\!\! 8 \\ T(n) = |C_1 & \text{cuando } n \!\!=\!\! 0 \\ & |C_2 + T(n \!\!-\!\! 1) \\ & |C_3 + T(n \!\!-\!\! 1) \\ & |C_4 + T(n \!\!-\!\! 1) + T(n \!\!-\!\! 1) \; \text{cuando } n \!\!>\!\! 0 \\ \text{La función recursiva está dada por:} \\ T(n) = C_2(2^n \!\!-\!\! 1) + C_1 2^{n \!\!-\!\! 1} \\ \text{Aplicando la notación O} \\ T(n) \; \text{es } O(C_2(2^n \!\!-\!\! 1) + C_1 2^{n \!\!-\!\! 1}) \\ \text{Aplicando reglas de suma y producto} \\ T(n) \; \text{es } O(2^n) \end{array}
```

#### 3.6

Las variables n y m son aquellas con las que se representa y entiende el tamaño del problema, es decir, son las variables que aumentan o disminuyen la complejidad del algoritmo ya sea en tiempo o en memoria.

## 4) Simulacro de Parcial

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez





```
4.2.1 B
   4.2.2 A y C
4.3B
4.4
   4.4.1 C
4.5
   4.5.1 A
   4.5.2 B
4.6 [OPC]
   4.6.1 A
4.7 [OPC]
   4.7.1 E
4.8 [OPC]
   4.8.1 No sabemos definir n en este problema, por lo tanto, no lo pudimos solucionar
4.6
   4.6.1 sumaAux (n, i+2)
   4.6.2 sumaAux (n, i+1)
4.7 [OPC]
   4.7.1 S, i + 1, t - S[i]
   4.7.2 S, i + 1, t - S[i]
4.8 [OPC]
   4.8.1 C
4.9 [OPC]
   4.9.1 B
4.10 [OPC]
   4.10.1 C
```

## 5) Lectura recomendada (opcional)

Mapa conceptual

## 6) Trabajo en Equipo y Progreso Gradual (Opcional)

- 6.1 Actas de reunión
- **6.2** El reporte de cambios en el código
- 6.3 El reporte de cambios del informe de laboratorio

PhD. Mauricio Toro Bermúdez





