מספר התלמיד הנבחן
רשום את כל תשע הספרות

האוניברסיטה הפתוחה

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

כ"ה בשבט תש"ף

20

מס' שאלון - 485

בפברואר 2020

סמסטר 2020א

מס' מועד 84

4 / 20476

שאלון בחינת גמר

20476 - מתמטיקה בדידה

משך בחינה: 3 שעות

בשאלון זה **3** עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה שני חלקים:

חלק א: שאלת חובה. את התשובה לכל סעיף כתבו במחברת בלבד.

חלק ב: עליכם לענות על שלוש מתוך ארבע השאלות.
אם תענו על יותר מ- 3 שאלות, יחושב הציון לפי 3 התשובות הראשונות.
שימו לב:

* בחלק ב יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נדרש בפירוש בגוף השאלה.
* מותר להסתמך על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס, כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד, וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.
* אם ברצונכם להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליכם לחזור ולהוכיחן.
* בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה, גם אם לא פתרתם אותם.

חומר עזר:
כל חומר עזר מותר בשימוש. אפשר להשתמש במחשבון מדעי.
אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים
להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה

חלק א': שאלת חובה (19 נקודות)

שאלה 1

בחרו את התשובה הנכונה בכל סעיף. רשמו את התשובות בתוך המחברת.
בשאלה זו בלבד אין צורך בהוכחה. אפשר (לא חובה) לתת הסבר קצר: כמה מלים, לא יותר משתי שורות. הסבר עשוי לאפשר לבודק לתת לכם נקודה או שתים גם אם בחרתם תשובה לא נכונה. מצד שני, הסבר שגוי בצורה קיצונית עלול להביא להורדה של נקודה או שתים.

(6 נק') **א.** לכל שלושה פסוקים α,β,γ מתקיים:

[1] $(\alpha \to \beta) \to \gamma \equiv \alpha \to (\beta \to \gamma)$.

[2] $(\alpha \to \beta) \to \gamma$ גורר טאוטולוגית את $\alpha \to (\beta \to \gamma)$.

[3] $\alpha \to (\beta \to \gamma)$ גורר טאוטולוגית את $(\alpha \to \beta) \to \gamma$.

(7 נק') **ב.** נתונות קבוצות A,B כך ש- $|A \cup B| = |A|$. אז:

[1] $|A| > |B|$.

[2] $|A| \le |\mathcal{P}(B)|$

[3] $|B| < |\mathcal{P}(A)|$

[4] אם A אינסופית אז $|A \times B| = |A|$.

(6 נק') ג. מספר העצים על 6 צמתים המתויגים ב- $1,2,3,4,5,6$ שבהם יש צומת בעל דרגה 4 הוא

[1] 30

[2] 15

[3] 40

[4] כל התשובות הקודמות שגויות

המשך הבחינה בעמוד הבא

חלק ב': ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות

משקל כל שאלה 27 נקודות. משקל חלק ב' כולו: 81 נקודות

שאלה 2

על הקבוצה $\mathcal{P}(\{1,2,3,4\})$ נתונים שני יחסים R,S המוגדרים כך: לכל $A,B\in\mathcal{P}(\{1,2,3,4\})$

ARB אם ורק אם $A\setminus\{1,4\}=B\setminus\{1,4\}$ ו- ASB אם ורק אם $A\setminus\{1,4\}\subset B\setminus\{1,4\}$.

(**הערה לתלמידים מסמסטרים קודמים בלבד**: אתם יכולים להשתמש בהגדרה הבאה עבור S:
ASB אם ורק אם $A=B$ או $A\setminus\{1,4\}\subset B\setminus\{1,4\}$). **תלמידי 2019ב, אנא התעלמו מהערה זו)**

(14 נק') א. קבעו (ללא הוכחה) מי מהיחסים הנתונים הוא יחס שקילות. מיצאו את מחלקות השקילות שלו.

(13 נק') ב. קבעו (ללא הוכחה) מי מהיחסים הוא יחס סדר. קבעו אם הוא סדר חלקי או מלא (נמקו את התשובה!) ומיצאו את האיברים המינימליים והמקסימליים שלו.

שאלה 3

בשאלה זו נתייחס לפתרונות המשוואה $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7=n$ כאשר x_1,x_2,x_3 **מספרים טבעיים שמתחלקים ב- 3** ו- x_4,x_5,x_6,x_7 **מספרים טבעיים שאינם מתחלקים ב- 3.**

(14 נק') א. מיצאו פונקציה יוצרת המתאימה למציאת מספר פתרונות המשוואה.

(13 נק') ב. מיצאו את מספר פתרונות המשוואה כאשר $n=13$.

(הדרכה: אפשר להוציא את $(x+x^2)^4$ כגורם משותף בפונקציה היוצרת).

שאלה 4

תהי A קבוצת כל המחרוזות שבהן מופיעות הספרות $1,2,3,4,5$ בלבד. נסמן:

a_n מספר המחרוזות ב- A שהן באורך n **וסכום הספרות** שלהן **זוגי**.

b_n מספר המחרוזות ב- A שהן באורך n **וסכום הספרות** שלהן **אי-זוגי**.

למשל את המחרוזת 215 סופרים כשמחשבים את a_3 ואת המחרוזת 4131 סופרים ב- b_4.

(9 נק') א. עבור כל $n\geq 2$ הביעו את a_n בעזרת a_{n-1} ו- b_{n-1} וגם את b_n בעזרת a_{n-1} ו- b_{n-1}.

(9 נק') ב. מיצאו נוסחת נסיגה עבור a_n.

הדרכה: השוויון הראשון מסעיף א' מאפשר להביע את b_{n-1} בעזרת a_n ו- a_{n-1} ולכן גם את b_n בעזרת a_{n+1} ו- a_n. הציבו אותם במקום b_{n-1} ו- b_n בשוויון השני מסעיף א').

(9 נק') ג. חשבו את a_1 ואת a_2 ומיצאו נוסחה כללית ל- a_n.

שאלה 5

נתון גרף מישורי פשוט וקשיר בעל 7 צמתים ו- 10 פאות שבו דרגות הצמתים הן $6,6,4,4,4,k,k$

(9 נק') א. מיצאו את המספר k. נמקו את התשובה (רמז: משפט אוילר)

(9 נק') ב. הוכיחו שהגרף הוא המילטוני. נמקו את התשובה.

(9 נק') ג. האם קיים בגרף מעגל אוילר או מסלול אוילר שאינו מעגל? נמקו את התשובה.

ב ה צ ל ח ה !