

מתמטיקה
בצ'ארה

מכשיר כאלקטרוני - מכשיר חשמלי

הוצאות כאלו

הגשר מלח"מ - במערכת המסלול

הגשר מלח"מ - במערכת המסלול

או בזואר לבויזק

המסלול -

יחיאן חיהוביץ

— אין לשלוח את המסלול אלי —

שער קבוצה סאבונר שלי:

יום רביעי 21-22

michal.wolf@openu.ac.il

אי-מיל:

הגשה במצורת המטלות.

- קובץ אחד באבז (זט מטלה)

- קובץ וורד או דאקטא צקורה

סרוקה. איכא הסריקה היא באחריות
המלמ'צ. צקורה שאיננה קרויה מסכין
לא נבדקה.

הגשה בצואר - לכאזנך. צואר רגיל או
צואר 24. לא לשאלה רשום קשום אופן.

כסויק = טענה שיש לה צורך אמת.

צ"ל טענה שאפשר לקבוע

האם היא נכונה (אמת-T)

או לא נכונה (שקר-F)

* נסמן כסויק ϕ איתר קטנה: q, p וכו'

היום יום ראשון.
היום יום שלישי.

$$2 = 5 - 3$$

$$5 - 13$$

מה נשמע ?

כסות = טענה שיש לה צורך אמת.

צ"ל טענה שאפשר לקבוע

האם היא נכונה (אמת-T)

או לא נכונה (שקר-F)

* מסמן כסות צ"ל איך נראה: q, p וכו'

דוגמאות:

ה"א י"מ האשון. (כסות-T)

ה"א י"מ שלישי. (כסות-F)

5-13. (לא כסות.)

מה נשמע? (לא כסות)

גרעניק קאן:
צקור פ' משפט קבלו האם הוא פסוק
און יא. . צקור גכסויק'ם קבצו ליהו
ציק האמת.

1. יורז גלם .

2. צאן מהמיטה .

3. $2^4 + 4^2$

4. $2^4 > 4^2$

גרעניק קאן:
 צקור ט' משפט קבלו האם הוא פסוק
 און זאל. צקור גכסויק'ם קבלו ליהו
 עיק האמת.

1. יורז גלם. פסוק .F.

2. צאן מהמיטה. זאל פסוק.

3. $2^4 + 4^2$ זאל פסוק.

4. $2^4 > 4^2$ פסוק .F.
 " " 16 16

אות אמת

קשרים אונ"מ

| | |
|---|---|
| ק | ק |
| ד | ד |
| ד | ד |

ק

שליטה:

צולמא: מה השליטה של הכסוף:
היום יום שני.

ק

ק

אות אמת

קשרים אנה"מ

| | |
|---|---|
| ק | ק |
| ד | ד |
| ד | ד |

ק

שליטה:

צולמא: מה השליטה של הפסוק:
היום יום שני.

לא תאמין

קשרים לא "מ

$P \wedge Q$

אמ:

| P | Q | $P \wedge Q$ |
|-----|-----|--------------|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | F |
| F | F | F |

אולי אולי

קשרים אולי

אולי: $P \wedge Q$

| P | Q | $P \wedge Q$ |
|-----|-----|--------------|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | F |
| F | F | F |

אולי:

היום יום ראשון
אולי יורד גשם. T

היום יום ראשון (אולי) יורד ברובאים ערבין שלג.

F

אם אמת

| p | q | p ∨ q |
|---|---|-------|
| T | T | |
| T | F | |
| F | T | |
| F | F | |

18? געבן פאזיט

p ∨ q : 1k

זאת אמת

ז'ח? קשרים ז'ח"מ

| P | Q | $P \vee Q$ |
|-----|-----|------------|
| T | T | T |
| T | F | T |
| F | T | T |
| F | F | F |

$P \vee Q$: או

צוגאב: מ'הו ע'רן האמת של הפסוק

ה'אם י'אם האשון או י'אם שני.

אשוקה:
T

גרמניה:

רשמו את השאלה של הפסוקים הבאים

(1) אכלת פיצה או פלאפל.

(2) מגמטיוקה בדציה היאן מעצ'נת
אם קשה.

(3) היום אננו יום שישי.

• רשמו זאת אמת לפסוקים המורכבים

הבאים: $(\neg q) \wedge (\neg p)$, $\neg(p \vee q)$

גרמניא:

רשמו את השאלה של הסוקים הבאים

← (1) אכלתי פיצה או פאפא.

לא אכלתי פיצה וגם לא אכלתי פאפא.

← (2) מתמטיקה בציצה היא מענינת וגם קשה.

מתמטיקה בציצה היא לא מענינת או לא קשה.

← (3) היום אנחנו יום שישי.

היום יום שישי.

גרמניא:

רשמו את השאלה של הסוקים הבאים

← (1) א/כתי פיזה או פאפא.

לא א/כתי פיזה אז לא א/כתי פאפא.

$$\neg(p \vee q) \equiv (\neg p) \wedge (\neg q)$$

← (2) מתמטיקה בציצה היא אז קשה.

מתמטיקה בציצה היא לא אז לא קשה.

$$(\neg p) \vee (\neg q) \equiv \neg(p \wedge q)$$

← (3) היום אנחנו יום שישי.

היום יום שישי.

$$\neg(\neg p) \equiv p$$

פסוקים ש'ע להם אותיות לאח אחר

הם פסוקים שקולים

$$\begin{aligned} \neg(p \vee q) &\equiv (\neg p) \wedge (\neg q) \\ \neg(p \wedge q) &\equiv (\neg p) \vee (\neg q) \\ \neg(\neg p) &\equiv p \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \text{כללי} \\ \text{זה} \\ \text{למה} \end{array} \right\}$$

בעמ' 24-25 בספר
ש'ע ו'ו הברה שקולות

פון אמת

1/8 קשרים

| P | Q | $P \rightarrow Q$ |
|-----|-----|-------------------|
| T | T | |
| T | F | |
| F | T | |
| F | F | |

$P \rightarrow Q$ א/מ - א/א
"א/מ ק א/א" Q

צוגאב:

אם אנצח בקצירות - ירדו המסים.

באיזה מלכ אכשי אומר שהמסויק
הואן שיקר?

פון אמת

1/8 קשרים

| p | q | $p \rightarrow q$ |
|-----|-----|-------------------|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | T |
| F | F | T |

$p \rightarrow q$ "אם p אז q "

צוגאב:

אם אנצח בקחירות - ירדו המסים.

באיזה מצב אפשר אומר שהמסויק
הוא שקר?

רק במקרה שהיא אכן אנצח בקחירות
נלא מוריו מסים.

כאן אומר

| p | q | $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|-----------------------|
| T | T | |
| T | F | |
| F | T | |
| F | F | |

זו קשרים "אנ"

$p \leftrightarrow q$

אם ורק אם

אם

כאן אומר

| p | q | $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|-----------------------|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | F |
| F | F | T |

זהו קשר "אנטי"

אם ורק אם
אם

$p \leftrightarrow q$

תרגיל הנה תמצית מלג אויר ז'ואם נוסאים:

- א) ירד גשם אס'מ לא ירד טלג.
 - ב) אם לא תהיה רוח צפונית אז לא ירד טלג.
 - ג) תהיה רוח צפונית או ירד גשם.
 - ד) לא יתכן ש (תהיה רוח צפונית ולא ירד טלג).
- ו. האם אלו כסוקים ?

הצרינו את הכסוקים.

2. האם יש מצב בו התוצית מתקיימת?

תרגיל הנה תמצית מלל אויר ז'אנר מס' 1:

- (א) ירד גשם אמ"ם לא ירד שלג.
(ב) אם לא תהיה רוח צפונית אי לא ירד שלג.
(ג) תהיה רוח צפונית או ירד גשם.
(ד) לא יתכן ש (תהיה רוח צפונית לא ירד שלג).
ו. האם אלו כסוקים? א"מ לא

הצרינו את הכסוקים.

2. האם יש מצב בו התמצית מתקיימת?

הצורה = "לא"
טענות משכנעות
הצורה פורמלית

ג = ירד גשם
ש = ירד שלג
ר = תהיה רוח

נסמן

הרעיון הנה תמצית מכלל אורז איזאם להסאים:
 (א) ירז גשם אמ'ם לא ירז שלג.

$$S \leftrightarrow g$$

(ב) אמ תהיה רוח צפונית אז לא ירז שלג.

$$S \rightarrow r$$

(ג) תהיה רוח צפונית או ירז גשם.

$$g \vee r$$

(ד) לא יתכן ש (תהיה רוח צפונית ולא ירז שלג).

אז לא

$$(S \wedge r) \neg$$

נסמן g = ירז גשם

S = ירז שלג

r = תהיה רוח

הערה: אם n מעתים פסוק"ם
אז בלוח האמת יש 2^n שורות.

ולכן במקרה הזה, יש 3 מעתים
יהיו $2^3 = 8$ שורות בלוח האמת.

| | q | s | r | $q \leftrightarrow \neg s$ | $\neg r \rightarrow \neg s$ | $r \vee q$ | $\neg(r \wedge \neg s)$ |
|---|-----|-----|-----|----------------------------|-----------------------------|------------|-------------------------|
| | T | T | T | F | | | |
| | T | T | F | F | | | |
| | T | F | T | T | T | T | F |
| ① | T | F | F | T | T | T | T |
| ② | F | T | T | T | T | T | T |
| | F | T | F | T | F | | |
| | F | F | T | F | | | |
| | F | F | F | F | | | |

מסקנה: יש שני מקרים בהם כל הפסוקים אלו יורד לשם:
 1) לא אורז שלג ואין רוח.

$$\neg r = T \wedge s = T$$

$$r = F \quad s = F$$

$$\neg r = F$$

$$r = T$$

$$\neg(r \wedge \neg s) \equiv$$

$$(\neg r) \vee (\neg \neg s) \equiv$$

$$(\neg r) \vee s$$

אין להם יורד שלג ויש רוח

הגזירות:

טאטאלוג'ה - פסוק שט ה'זכה
בו מתן צדק אמת T .

צוגאונג:

(קד) V ק

עכשיו יורד גשם או שאין.

סתירה - פסוק שכל ה'זכה בו
מתן צדק אמת F .

צוגאונג:

(קד) H ק

היום יום ראשון וגם
כא יום ראשון.

הצורה:

בצל' 24 בספר יש רשימה של
טאוטולוגיות וסת'יות שימושית.

גרמיל: נכון/לא נכון

דבורי כל טענה קדצו הלם היין נבונה או לא.
לם זה נכון - יש להוכיח.
לם לא נכון - איך דוגמא נגדית.

(1) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ הוא סתירה.

(2) $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r)$ הוא טאוטולוגיה.

(3) $p \rightarrow q \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$

גרמיל: נכון/לא נכון

(1) $p \rightarrow (q \vee r)$ הוא סתירה.

לא נכון. נניח בליק של p ואל נקבל $q \vee r$ הוא F , $\neg(q \vee r)$ הוא T .

(2) $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$ הוא טאוטולוגיה.

נכון. הוכחה: המצב היחיד בו נקבל F בפסוק "אם-אל" הוא כאשר $p \rightarrow q$ הוא T ואלו $p \rightarrow r$ הוא F . $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$ הוא F $\neg(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$ הוא T ואלו p הוא F ואלו q הוא T ואלו r הוא F . אולם במצב כזה $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$ הוא T . $\neg(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$ הוא F . $\neg(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$ הוא F . $\neg(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$ הוא F .

(3) $p \rightarrow q \equiv (p \wedge \neg q) \rightarrow r$

נכון. הוכחה: $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q \equiv (p \wedge \neg q) \rightarrow r$

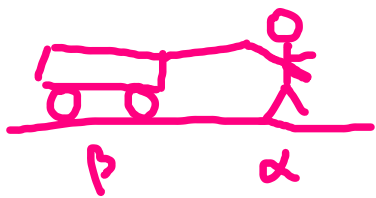
↓
זה מוביל

↓
הקשר \rightarrow הוא
באמצעות קשרי \wedge ואלו

הערה:

פסוק א גור פסוק ב

אם בל מקרה בו א מקבל צוק
גם ב מקבל צוק ד.
במקרה כזה אנשור אומר גם נא



ב נאבצ א.

הערה חשובה:
בל מקרה בו ב מקבל צוק F גם א מקבל צוק F .

הערה: א גור את ב אב
 $\beta \rightarrow \alpha$ הוא סאטאזאזיה

תרגול: נכון / לא נכון

1) מתוך הפסוק $q \wedge (p \rightarrow q)$ נובע p .

2) הפטיון $(q \rightarrow p)$ גורר את p .

3) אם $\beta \vee \alpha$ סתירה אז

קצ'וק אחז לשני הפסוקים α, β
הוא סתירה.

תרגומ: רכון / לא רכון

← (1) מהבנה הפסוק $q \wedge (p \rightarrow q)$ נובע p .
רכון. הוכחה: אם הפסוק $q \wedge (p \rightarrow q)$ הוא T , ש"כ גם q הוא T וגם $(p \rightarrow q)$ הוא T . ש"כ גם p הוא T .

← (2) הפסוק $(p \rightarrow q) \wedge q$ גורר את p .
רכון. כי $(p \rightarrow q) \wedge q$ הוא סתירה וסתירה גוררת כל פסוק.

← (3) אם $\beta \vee \alpha$ סתירה אז
בצ'וק אחרז משני הפסוקים α, β
הוא סתירה.

לא רכון. דוגמא נגדית: $(p \wedge q) = \alpha$ שניהם סתירות.
(ולא קצ'ק אחרז נהמ) $(p \wedge q) = \beta$

א גורר את ב .

הערות:

✓- טאנאנאנאנא נוקדע מ'ט פסוק .

✓- סתירה גוררת ט פסוק .

✓- אם פסוק נוקדע מ'טאנאנאנאנא אז
הוא בעצמו טאנאנאנאנא .

✓- אם פסוק גורר סתירה אזי הוא
בעצמו סתירה .

פונקציה

"A" פונקציה

$$\forall x (x^2 \geq 0)$$

אמת:

"פונקציה x מתקיימת x^2 גדול או שווה 0."

"E" קיימת

$$\exists x (x < 0)$$

אמת:

"קיימת x כך ש: x קטן מ 0."

תרגיל:

התבוננו בפסוק: "כל מספר של זנו"ל
הוא 100 השורש הריבועי שלו זנו"ל".
אזיק נתון להצרינו:

א) $\forall x (x > 100 \wedge \sqrt{x} > 10)$

ב) $(\forall x (x > 100) \vee \sqrt{x} > 10)$

ג) $\forall x (x > 100 \rightarrow \sqrt{x} > 10)$

ד) $(\forall x (\sqrt{x} > 10) \rightarrow \forall x (x > 100))$

תרגיל:

התבוננו בפסוק: "כל מספר שלילי הוא קטן מ-100".
אילו נטענות נכונות?

א) $\forall x (x > 100 \wedge \neg x < 100)$ X

ב) $\forall x (x > 100) \wedge \underline{\neg x < 100}$ X

ג) $\forall x (x > 100 \rightarrow \neg x < 100)$ ✓

ד) $\underline{\forall x (x > 100)} \rightarrow \neg x < 100$ X

תרגיל

הצגו את הכסויים הבאים:

"כל מספר שלילי n , הוא זוגי".

$$\forall x (x < 7 \rightarrow x < 6)$$

הכנת נוסף:

הצגתו את הפסוקים:

(1) ק"מ מספר שיקן מ:ס.

(2) אם ק"מ מספר שהריבוע שלו שווה 1-

אז ק"מ מספר שהריבוע שלו הוא 4-

(3) ק"מ מספר שכל מספר קטן ממנו.

תרגיל נוסף:

הזכרנו את הפסוקים:

(1) קיים מספר שניתן להיחס.

$$\exists x (x < 0)$$

(2) אם קיים מספר שהריבוע שלו שווה 1-

אז קיים מספר שהריבוע שלו הוא 4-

$$\exists x (x^2 = -1) \longrightarrow \exists x (x^2 = -4)$$

(3) קיים מספר שכל מספר קטן ממנו.

$$\exists x (\forall y (y < x))$$

זאגט: מיה השליכה על הפסוק
"לך התינונים יש צינים בחולות?"

השואה:
צינים גינה'ן שאלן לא צינים בחולות.

זאגט: מיר העליה פא דעם פוסיק
"אין די העליה'ס יז ציט'ס נאכאמיר?"

משיבה:
"ק"מ זינט שוין א ציט'ס נאכאמיר."

העליה פא "אין" היא "ק"מ".
נאכפג:

מיר העליה פא "ק"מ מספר אבע'
שקטן מאכט: "אינא קאן מאכט."
"זי מספר אבע' אינא קאן מאכט."

חברות:

כתבו את השליה של הסוק'ים
הבאים:

1) כל חי' צר יצב עוצב את מקומו
הנלוצתו בני אדם אול.

2) ק"מ חי' צר שקואל יצב או צלמא.

3) אל מספר טבאי ק"מ מספר טבאי.
שיקאן ממנו.

1) כל חי'יך רצב עוצב את מקומ
הנחלתו בני אדם אולם.

ק"מ חי'יך שהוא רצב והוא לא
עוצב את מקומ הנחלתו ...

2) ק"מ חי'יך שהוא רצב או צלמא.
כל ה'חי'יך לא רצבים וזה לא צלמא

3) כל מספר סבאי ק"מ מספר סבאי.

שקטן ממנו.

ק"מ מספר סבאי שכל מספר סבאי
קטן ממנו.

אפשר אפרו את פ

ממ" 01 .

אמפגל הבא - אקרא

את פירן 1 בתורת

הקבוצות.

עמ' 318 55-21