**תרגיל 1:**

עלינו למצוא ביטוי מתמטי למספר הסידורים החוקיים העונים על האילוצים:

נתחיל מכך שיש לנו 2k צמתים בהם עלינו לבקר, כלומר עלינו למצוא את מספר הסידורים החוקיים ל2k צמתים אלה.

נניח תחילה כי אין לנו אף אילוץ למעט הופעת כל הצמתים בסידור, כלומר יש לנו (2k)! סידורים אפשריים.

כעת נוסיף אילוץ יחיד כי צומת ההורדה של חבילה מס' 1 תופיע אחרי צומת האיסוף של חבילה זו.  
כעת נשים לב כי כל הסידורים החוקיים שהיו לנו, מתחלקים לשתי קבוצות שוות, אחת בה צומת ההורדה נמצאת אחרי צומת האיסוף והשנייה בה צומת ההורדה נמצאת לפני צומת האיסוף. (לכל סידור יש סידור זהה בו סדר שתי הצמתים הללו הפוך ולכן גודל הקבוצות שווה)  
כלומר כעת יש לנו סידורים חוקיים.

כעת נוסיף אילוץ נוסף וזהה לאילוץ הקודם אך כעת עבור חבילה 2.  
בצורה דומה, מספר הסידוריים החוקיים הקודם שלנו מתחלק לשתי קבוצות שוות, כך שאחת הקבוצות מקיימת את האילוץ והשנייה לא.  
ולכן שוב נקבל כי מספר הסידורים החוקיים שלנו מתחלק ב2 כלומר סידורים חוקיים.

נשים לב כעת כי הוספה של אילוץ מסוג זה מחלקת לנו את מספר הסידורים החוקיים ב-2 לפי ההסבר מעלה. ולכן אם נסתכל על המקרה שלנו, בו יש k אילוצים כאלה, (עבור כל חבילה צריך שיתקיים כי צומת ההורדה מופיעה אחרי צומת האיסוף), מספר הסידוריים החוקיים שנקבל הוא :

**סידורים חוקיים**.

**תרגיל 2:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Calculation time |  | #possiblePaths | k |
| < 1 sec | 16.79 |  | 5 |
| 76.11 sec | 36.25 |  | 8 |
| 3.2349 hours | 43.5 |  | 9 |
| 0.07016 years | 51.08 |  | 10 |
| 16.208 years | 58.93 |  | 11 |
| 239058 million years | 92.71 |  | 15 |

**תרגיל 3:**

ערך מקסימלי לדרגת יציאה: k

ערך מינימלי לדרגת יציאה : 0

עבור המצב ההתחלתי, בו המשאית ריקה ולא הרמנו אף חבילה.  
יש לנו k אופרטורים שניתן להפעיל וכל אחד יביא אותנו למצב אחר (ניתן להרים כל חבילה שהי ולא ניתן להוריד אף חבילה).

בכל מצב אחר, מספר האופרטורים המקסימלי שנוכל להפעיל במצב אידיאלי (בו יש מקום במשאית) הינו מספר החבילות שעדיין לא הרמנו + מספר החבילות שנמצאות במשאית.  
כלומר נוכל לעבור לצומת בה לא היינו עדיין ולהרים חבילה, או לעבור לצומת שלא היינו עדיין ולהוריד חבילה שנמצאת במשאית. לא יתכנו אופרטורים נוספים.

נשים לב כי עבור כל חבילה שעדיין לא הורדנו, נוכל להפעיל רק אופרטור יחיד, או להרים אותה אם עדיין לא הרמנו, או להוריד אותה. ובגלל שיש רק k חבילות במקרה ה"טוב" ביותר יהיו לנו k אופרטורים שנוכל להפעיל. (הכוונה במקרה הטוב ביותר, היא למקרה בו עדיין לא הורדנו אף חבילה ולכן לכל חבילה ניתן להפעיל אופרטור כלשהו)  
לכן דרגת יציאה מקסימלית הינה k.

על פי הגדרת האופרטורים, נוכל להפעיל אופרטור להעמסה של חבילה, רק אם לא העמסנו את החבילה בעבר ואם יש מקום במשאית.  
ונוכל להפעיל אופרטור הורדה של חבילה, רק אם החבילה נמצאת במשאית.

כלומר אם נסתכל על מצב סופי בו מתקיים כי המשאית ריקה והורדנו את כל החבילות שקיימות, נשים לב כי לא נוכל להפעיל אף אופרטור מפני שביקרנו בכל הצמתים ואין לנו אף חבילה להוריד או להרים.  
לכן דרגת היציאה של מצב סופי הינה 0 ולכן מינימלית.

**תרגיל 4:**

לא ייתכנו מעגלים במרחב המצבים שלנו.

על פי הגדרת האופרטורים האפשריים, ניתן לעבור לנק' איסוף כלשהי, אם לא אספנו את החבילה בעבר (כלומר, אם לא ביקרנו בנק' זו) וניתן לעבור לנק' הורדה כלשהי, רק אם החבילה המתאימה נמצאת במשאית (אחרי שעוברים את נק' ההורדה בהכרח החבילה הורדה מהמשאית, כלומר לא ניתן לבקר בנק' זו שוב).  
כלומר אם הגדרת המצבים שלנו היא אזי הערך של curLoc אינו יכול לחזור על עצמו במסלול כלשהו, מפני שאז נבקר באותה נק' פעמיים ולפי הגדרת האופרטורים, דבר זה אינו ייתכן. ולכן לא ייתכנו מעגלים במרחב המצבים.

**תרגיל 5**

מספר המצבים במרחב הינו :

הסבר לחישוב :

נסתכל על מבנה המצבים שלנו :

כעת, נבדוק את כל אפשרויות לכל אחד מהחלקים במבנה המצב.  
עבור Dropped יכולים להיות k+1 גדלים אפשריים לקבוצה זו (כאשר לא הורדנו אף חבילה, וכל מצב אחר עד אשר הורדנו את כל החבילות). עבור גודל נתון של Dropped d ישנם אפשרויות בחירה של איזה חבילות נמצאות בdropped .  
עבור מספר זה של Dropped לLoaded ייתכנו k-d+1 גדלים אפשריים לקבוצה זו (כאשר אין אף חבילה על המשאית, וכל מצב אחר עד אשר הרמנו את כל החבילות שנותרו k-d ). עבור גודל נתון של Loaded p ישנם אפשרויות בחירה של איזה חבילה נמצאת בloaded (נבחר p חבילות מתוך החבילות שנותרו k-d .  
עבור מספר זה של Dropped ו Loaded ייתכנו d+p אפשרויות לערך של curLoc, מפני שעל פי הגדרת המצבים, curLoc חייב להיות מיקום איסוף של חבילה בLoaded או מיקום הורדה של חבילה בDropped .   
לכן נקבל כי מספר המצבים האפשריים הוא : . נשים לב כי הוספנו 1 למספר בהתחלה וזה נובע בגלל המצב ההתחלתי אשר אינו נכלל בחישוב הקודם.

כל המצבים שתיארנו במרחב זה בו מתקיים הינם ישיגים.  
זה נובע מכך שעבור מצב אקראי כל שהו מתוך המצבים שתוארו נוכל לשחזר מסלול המגיע למצב זה מהמצב ההתחלתי.

לדוג' עבור מצב כלשהו (c,L,D) כאשר בה"כ נניח כי c הינה נק' איסוף של חבילה ב L. נוכל להגיע למצב זה מהמצב ההתחלתי בכך שתחילה נאסוף את כל החבילות שנמצאות ב D , לאחר מכן נוריד את כל החבילות בנק' ההורדה שלהן, כעת מתקיים כי אנחנו במצב (a,0,D) כאשר a נק' כלשהי וLoaded הינה קבוצה ריקה. לאחר מכן נאסוף את כל החבילות שנמצאות ב L כך שהחבילה האחרונה שנאסוף היא החבילה בנק' c .  
כלומר בסיום המסלול נגיע למצב (c,L,D) ולכן כל מצב המתאים להגדרות שהוגדרו בתרגיל ושספרנו מעלה, ישיג מצומת ההתחלה.

**תרגיל 6**

לא ייתכנו בורות ישיגים מהמצב ההתחלתי שאינם מצבי מטרה במרחב המצבים.

נניח בשלילה כי קיים בור כזה והוא מהצורה (c,L,D) .  
אם , אזי קיימת חבילה במשאית, ולכן לפי הגדרת התרגיל נוכל להפעיל את אופרטור הפריקה של חבילה זו, ולכן נוכל לצאת מהבור בסתירה להנחה. לכן מתקיים .  
אם , אזי קיימת חבילה שעדיין לא הורדנו, ולכן לפי הגדרת התרגיל נוכל להפעיל את אופרטור האיסוף של חבילה זו (אנחנו מניחים כי יש מקום במשאית לחבילה החסרה כי המשאית ריקה, כלומר מניחים כי אין חבילה גדולה מגודל המשאית), ולכן נוכל לצאת מהבור בסתירה להנחה.  
כלומר מתקיים .  
כלומר אנחנו נמצאים במצב בו סיפקנו את כל החבילות שיש ולכן אנחנו נמצאים במצב מטרה בסתירה להנחה. (אנו מניחים כי c הינה נק' הורדה של אחת החבילות, מפני שכל נק' אחרת לא קיימת לפי הגדרת המצבים שלנו).

כלומר לא ייתכנו בורות ישיגים מהמצב ההתחלתי שאינם מצבי מטרה.

**תרגיל 7**

כל מסלול ממצב ההתחלה למצב סופי הינו מאורך 2k+1 (מספר המצבים במסלול).

מצב סופי מוגדר כך (c,L,D) כאשר מתקיים וגם c נק' הורדה של אחת החבילות.  
עבור כל חבילה שהורדנו, היה עלינו לעבור בשתי נק', אחת נק' איסוף והשנייה הורדה של אותה חבילה. בהנחה כי כל הנק' זרות, נקבל כי עלינו לעבור ב2k נק' על מנת להגיע למצב בו הורדנו את כל החבילות. בנוסף לכך התחלנו ממצב התחלתי ולכן מסלול לנק' סיום חייב להיות לפחות באורך 2k+1.  
בנוסף לפי הגדרת התרגיל , לא ייתכן כי נעבור בנק' בהן היינו, ולא ייתכן כי נעבור בנק' שאינה אחת מ2k+1 הנק' הנתונות, ולכן מסלול לנק' הסיום חייב להיות באורך לא יותר מ2k+1 ולכן נקבל כי אורך כל מסלול ממצב ההתחלה למצב סופי הינו באורך 2k+1.

**תרגיל 8**