

# 灰狼优化算法研究综述

张晓凤 王秀英

(青岛科技大学信息科学技术学院 山东 青岛 266000)

**摘 要** 灰狼优化(Grey Wolf Optimization,GWO)算法是一种新兴的群体智能优化算法,因简单高效而被成功应用于诸多领域。文章阐述了灰狼优化算法的搜索机制和实现过程,分析灰狼优化算法的特性,对目前 GWO 算法的相关改进及应用进行综述。重点对 GWO 算法的改进策略,包括种群初始化的改进、搜索机制的改进、参数的改进等进行了描述,对 GWO 算法在参数优化、复杂函数优化和组合优化等方面的应用进行了讨论。最后,对 GWO 算法的未来改进策略和实际应用进行了展望。

**关键词** 灰狼优化算法,群体智能,搜索机制,参数优化

中图分类号 TP301 文献标识码 A DOI 10.11896/j.issn.1002-137X.2019.03.004

## Comprehensive Review of Grey Wolf Optimization Algorithm

ZHANG Xiao-feng WANG Xiu-ying

(College of Information Science and Technology,Qingdao University of Science and Technology,Qingdao,Shandong 266000,China)

**Abstract** Grey wolf optimization (GWO) algorithm is a new kind of swarm-intelligence-based algorithm and some significant developments have been made since its introduction in 2014. GWO has been successfully applied in a variety of fields due to its simplicity and efficiency. This paper provided a complete survey on GWO,including its search mechanism,implementation process,relative merits,improvements and applications. The studies on GWO about its improvements including improvement of population initialization,search mechanism,and parameters were especially discussed. The application status of GWO in aspect of parameter optimization combinatorial optimization and complex function optimization was summarized. Finally,some novel research directions for future development of this powerful algorithm were given.

**Keywords** Grey wolf optimization algorithm,Swarm intelligence,Search mechanism,Parameter optimization

## 1 引言

近年来,群体智能优化算法因具有结构简单、易于实现等特点,被广泛应用于复杂问题的求解中。比较流行的算法有遗传算法(Genetic Algorithm,GA)<sup>[1]</sup>、粒子群优化(Particle Swarm Optimization,PSO)算法<sup>[2]</sup>、差分进化(Differential Evolution,DE)算法<sup>[3]</sup>、人工蚁群算法(Ant Colony Optimization,ACO)<sup>[4]</sup>和果蝇优化算法(Fruit Fly Optimization Algorithm,FOA)<sup>[5]</sup>等。受灰狼群体捕食行为的启发,Mirjalili等<sup>[6]</sup>于2014年提出了一种新型群体智能优化算法:灰狼优化算法。GWO通过模拟灰狼群体捕食行为,基于狼群群体协作的机制来达到优化的目的。GWO算法具有结构简单、需要调节的参数少、容易实现等特点,其中存在能够自适应调整的收敛因子以及信息反馈机制,能够在局部寻优与全局搜索之间实现平衡,因此在对问题的求解精度和收敛速度方面都有良好的性能。

GWO算法自提出以来,就因具有良好的性能而引起了众多学者的广泛关注。在函数优化方面,已经证明GWO的收敛速度和求解精度均优于PSO<sup>[6]</sup>。因此,GWO算法被广泛应用于无人作战飞行器路径规划<sup>[7]</sup>、聚类分析<sup>[8]</sup>、特征子集选择<sup>[9]</sup>、经济调度指派<sup>[10]</sup>、直流电机最优控制<sup>[11]</sup>、多输入输出电力系统<sup>[12]</sup>等诸多领域。由于GWO算法提出的时间不长,因此其理论研究尚未成体系,多数学者都是从特定角度,针对具体问题对GWO进行改进和应用研究。本文在综合国内外关于GWO算法相关研究工作的基础上,对GWO的研究现状进行分析和综述,并给出GWO算法未来的研究方向。

## 2 灰狼群体捕食行为及灰狼优化算法

### 2.1 灰狼群体捕食行为

灰狼属于犬科动物,被认为是顶级的掠食者,它们处于生物圈食物链的顶端。灰狼大多喜欢群居,每个群体中平均有5~12只狼。特别令人感兴趣的是,它们具有非常严格的社

到稿日期:2018-04-08 返修日期:2018-07-11 本文受国家自然科学基金项目(61773107,61403071)资助。

张晓凤 女,硕士生,CCF会员,主要研究方向为智能优化算法、生产计划与生产调度,E-mail:janezqd@163.com;王秀英 女,教授,硕士生导师,主要研究方向为生产计划与调度理论和方法、智能优化算法,E-mail:bywxy@126.com(通信作者)。

会等级层次制度,如图 1 所示。

金字塔第一层为种群中的领导者,称为  $\alpha$ 。在狼群中  $\alpha$  是具有管理能力的个体,主要负责关于狩猎、睡觉的时间和地方、食物分配等群体中各项决策的事务。

金字塔第二层是  $\alpha$  的智囊团队,称为  $\beta$ 。 $\beta$  主要负责协助  $\alpha$  进行决策。当整个狼群的  $\alpha$  出现空缺时, $\beta$  将接替  $\alpha$  的位置。 $\beta$  在狼群中的支配权仅次于  $\alpha$ ,它将  $\alpha$  的命令下达给其他成员,并将其他成员的执行情况反馈给  $\alpha$  起着桥梁的作用。

金字塔第三层是  $\delta$ , $\delta$  听从从  $\alpha$  和  $\beta$  的决策命令,主要负责侦查、放哨、看护等事务。适应度不好的  $\alpha$  和  $\beta$  也会降为  $\delta$ 。金字塔最底层是  $\omega$ ,主要负责种群内部关系的平衡。

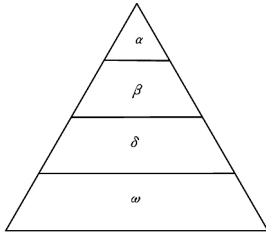


图 1 灰狼的社会等级制度

Fig. 1 Social hierarchy of grey wolves

此外,集体狩猎是灰狼的另一个迷人的社会行为。灰狼的社会等级在群体狩猎过程中发挥着重要的作用,捕食的过程在  $\alpha$  的带领下完成。灰狼的狩猎包括以下 3 个主要部分:

- 1) 跟踪、追逐和接近猎物;
- 2) 追捕、包围和骚扰猎物,直到它停止移动;
- 3) 攻击猎物。

## 2.2 GWO 的数学模型

为了对 GWO 中灰狼的社会等级进行数学建模,将前 3 匹最好的狼(最优解)分别定义为  $\alpha$ , $\beta$  和  $\delta$ ,它们指导其他狼向着目标搜索。其余的狼(候选解)被定义为  $\omega$ ,它们围绕  $\alpha$ , $\beta$  或  $\delta$  来更新位置。

### 2.2.1 包围猎物

在狩猎过程中,将灰狼围捕猎物的行为定义如下:

$$\vec{D} = |\vec{C} \cdot \vec{X}_p(t) - \vec{X}(t)| \quad (1)$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}_p(t) - \vec{A} \cdot \vec{D} \quad (2)$$

式(1)表示个体与猎物间的距离,式(2)是灰狼的位置更新公式。其中, $t$  是目前的迭代代数, $\vec{A}$ 和 $\vec{C}$ 是系数向量, $\vec{X}_p$ 和 $\vec{X}$ 分别是猎物的位置向量和灰狼的位置向量。 $\vec{A}$ 和 $\vec{C}$ 的计算公式如下:

$$\vec{A} = 2 \vec{a} \cdot \vec{r}_1 - \vec{a} \quad (3)$$

$$\vec{C} = 2 \cdot \vec{r}_2 \quad (4)$$

其中, $\vec{a}$ 是收敛因子,随着迭代次数从 2 线性减小到 0, $\vec{r}_1$ 和 $\vec{r}_2$ 的模取 $[0,1]$ 之间的随机数。

### 2.2.2 狩猎

灰狼能够识别猎物的位置并包围它们。当灰狼识别出猎物的位置后, $\beta$ 和 $\delta$ 在 $\alpha$ 的带领下指导狼群包围猎物。在优化问题的决策空间中,我们对最佳解决方案(猎物的位置)并不

了解。因此,为了模拟灰狼的狩猎行为,我们假设  $\alpha$ , $\beta$  和  $\delta$  更了解猎物的潜在位置。我们保存迄今为止取得的 3 个最优解决方案,并利用这三者的位置来判断猎物所在的位置,同时强迫其他灰狼个体(包括  $\omega$ )依据最优灰狼个体的位置来更新其位置,逐渐逼近猎物。狼群内个体跟踪猎物位置的机制如图 2 所示。

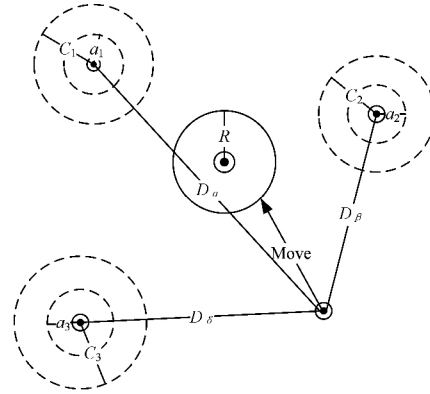


图 2 GWO 算法中灰狼位置更新示意图

Fig. 2 Positions updating of grey wolf in GWO

灰狼个体跟踪猎物位置的数学模型描述如下:

$$\begin{cases} \vec{D}_\alpha = |\vec{C}_1 \cdot \vec{X}_\alpha - \vec{X}| \\ \vec{D}_\beta = |\vec{C}_2 \cdot \vec{X}_\beta - \vec{X}| \\ \vec{D}_\delta = |\vec{C}_3 \cdot \vec{X}_\delta - \vec{X}| \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\vec{D}_\alpha$ , $\vec{D}_\beta$ 和 $\vec{D}_\delta$ 分别表示  $\alpha$ , $\beta$  和  $\delta$  与其他个体间的距离; $\vec{X}_\alpha$ , $\vec{X}_\beta$ 和 $\vec{X}_\delta$ 分别代表  $\alpha$ , $\beta$  和  $\delta$  的当前位置; $\vec{C}_1$ , $\vec{C}_2$ , $\vec{C}_3$  是随机向量, $\vec{X}$ 是当前灰狼的位置。

$$\begin{cases} \vec{X}_1 = \vec{X}_\alpha - A_1 \cdot (\vec{D}_\alpha) \\ \vec{X}_2 = \vec{X}_\beta - A_2 \cdot (\vec{D}_\beta) \\ \vec{X}_3 = \vec{X}_\delta - A_3 \cdot (\vec{D}_\delta) \end{cases} \quad (6)$$

$$\vec{X}(t+1) = \frac{\vec{X}_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}_3}{3} \quad (7)$$

式(6)分别定义了狼群中  $\omega$  个体朝向  $\alpha$ , $\beta$  和  $\delta$  前进的步长和方向,式(7)定义了  $\omega$  的最终位置。

### 2.2.3 攻击猎物(开发)

当猎物停止移动时,灰狼通过攻击来完成狩猎过程。为了模拟逼近猎物, $\vec{a}$ 的值被逐渐减小,因此 $\vec{A}$ 的波动范围也随之减小。换句话说,在迭代过程中,当 $\vec{a}$ 的值从 2 线性下降到 0 时,其对应的 $\vec{A}$ 的值也在区间 $[-a,a]$ 内变化。如图 3(a)所示,当 $\vec{A}$ 的值位于区间内时,灰狼的下一位置可以位于其当前位置和猎物位置之间的任意位置。当 $|\vec{A}| < 1$  时,狼群向猎物发起攻击(陷入局部最优)。

### 2.2.4 搜索猎物(勘探)

灰狼根据  $\alpha$ , $\beta$  和  $\delta$  的位置来搜索猎物。灰狼在寻找猎物时彼此分开,然后聚集在一起攻击猎物。基于数学建模的散度,可以用 $\vec{A}$ 大于 1 或小于 -1 的随机值来迫使灰狼与猎物分离,这强调了勘探(探索)并允许 GWO 算法全局搜索最优解。

如图 3(b) 所示,  $|\vec{A}| > 1$  强迫灰狼与猎物(局部最优)分离, 希望找到更合适的猎物(全局最优)。

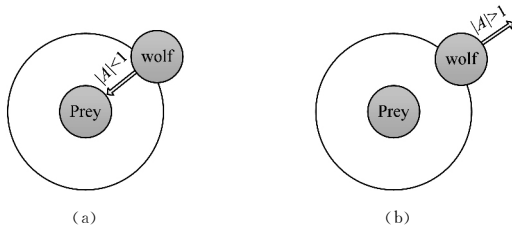


图 3 攻击猎物和寻找猎物

Fig. 3 Attaching toward prey and searching for prey

GWO 算法还有另一个组件  $\vec{C}$  来帮助发现新的解决方案。由式(4)可知,  $\vec{C}$  是  $[0, 2]$  之间的随机值。C 表示狼所在的位置对猎物影响的随机权重,  $C > 1$  表示影响权重重大, 反之, 表示影响权重小。这有助于 GWO 算法更随机地表现并支持探索, 同时可在优化过程中避免陷入局部最优。另外, 与 A 不同, C 是非线性减小的。这样, 从最初的迭代到最终的迭代中, 它都提供了决策空间中的全局搜索。在算法陷入了局部最优并且不易跳出时, C 的随机性在避免局部最优方面发挥了非常重要的作用, 尤其是在最后需要获得全局最优解的迭代中。

### 2.3 GWO 算法的优化过程

GWO 算法的优化从随机创建一个灰狼种群(候选方案)开始。在迭代过程中,  $\alpha, \beta$  和  $\delta$  狼估计猎物的可能位置(最优解)。灰狼根据它们与猎物的距离更新其位置。为了搜索过程中的勘探和开发, 参数  $\alpha$  应该从 2 递减到 0。如果  $|\vec{A}| > 1$ , 候选解远离猎物; 如果  $|\vec{A}| < 1$ , 候选解逼近猎物。GWO 算法的流程图如图 4 所示。

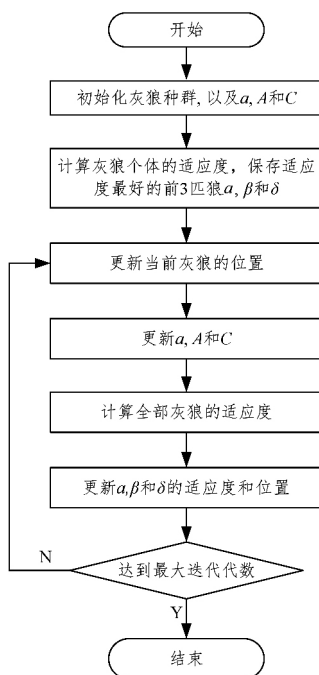


图 4 灰狼优化算法的流程图

Fig. 4 Flow chart of grey wolf optimization algorithm

在理论上, 利用 GWO 算法求解优化问题时, 应该注意以下几点:

- 1) 灰狼的社会等级制度协助 GWO 算法在迭代过程中保存迄今为止获得的最佳解决方案;
  - 2) 环绕机制在解决方案周围定义了一个圆形的邻域, 可以将其扩展到更高维度的超球体;
  - 3) 随机参数 A 和 C 协助候选解决方案获得不同随机半径的超球体;
  - 4) 所提出的狩猎方法允许候选解决方案来定位猎物的可能位置;
  - 5) 自适应的  $\alpha$  和 A 保证了局部优化和全局优化;
  - 6) 参数  $\alpha$  和 A 的自适应值允许 GWO 在勘探和开发之间平滑过渡;
  - 7) 随着 A 的减小, 一半迭代专注于勘探 ( $|A| \geq 1$ ), 另一半迭代专注于开发 ( $|A| < 1$ );
  - 8) GWO 算法只有两个主要参数需要调整 ( $\alpha$  和 C)。
- 还有一种可能, 就是整合突变和其他进化算法来模仿全生命周期的灰狼群体。然而, GWO 算法已经尽可能简单地以最少的参数进行调整。

### 3 GWO 改进的研究进展

Mirjalili 等<sup>[6]</sup> 采用多个基准测试函数对 GWO 的性能进行测试, 并将其与 PSO, DE 等算法进行对比分析。借鉴文献[6]的分析结果, 可总结出 GWO 存在如下缺点:

- 1) 种群多样性差, 这是由 GWO 的初始种群生成方式导致的。随机初始化生成初始种群的方式无法保证较好的种群多样性。
- 2) 后期收敛速度慢, 这是由 GWO 算法的搜索机制造成的。狼群主要依据与  $\alpha, \beta$  和  $\delta$  的距离来判断与猎物之间的距离, 导致后期的收敛速度较慢。
- 3) 易陷入局部最优, 这是因为  $\alpha$  狼不一定是全局最优, 在不断的迭代中,  $\omega$  不断逼近前 3 匹狼, 导致 GWO 算法陷入局部最优解。

针对 GWO 存在的缺陷, 许多学者进行了相关改进, 以便提升 GWO 算法的性能。

#### 3.1 初始化种群的改进

初始种群的好坏对群体智能优化算法的全局收敛速度和解的质量有很大的影响, 多样性好的初始种群能够提高算法的寻优能力。在标准 GWO 中, 初始种群是基于随机初始化产生的, 无法保证较好的种群多样性。对此, 相关学者进行了如下改进。

1) Luo 等<sup>[13]</sup> 提出了一种基于复数值编码的改进 GWO 算法, 灰狼位置记录如下:

$$x_p = R_p + iI_p, p = 1, 2, \dots, M \quad (8)$$

灰狼的基因可以表示为二倍体, 记为  $(R_p, I_p)$ , 其中  $R_p$  表示变量的实部,  $I_p$  表示变量的虚部。由于复数具有二维属性, 实部和虚部会独立更新, 该策略极大地扩展了单个基因中包含的信息量, 并增强了个体群体的多样性; 并且, 复值编码

提供了一种有效的全局优化策略。

2) Madhiarasan 等<sup>[14]</sup>将灰狼种群划分为  $\theta, \zeta, \psi$  3 组,而不是 4 组。把从属狼群和最低等级狼群归入一个种群,从而降低了计算复杂度,提高了算法的收敛速度。

3) Long 等<sup>[15]</sup>利用佳点集理论对种群进行初始化。当取点的个数相同时,佳点序列选取的点序列的均匀化程度优于其他方法。因此,佳点集方法生成的初始种群的个体分布均匀,保证了种群的多样性,从而为算法的全局寻优奠定了基础。

### 3.2 搜索机制的改进

尽管 GWO 有一种非常有效的机制来平衡勘探和开发能力,即  $a$  和  $A$  的适应值,但 GWO 可能陷入局部最优。

1) Muangkote 等<sup>[16]</sup>通过增加一种新的策略来计算向量  $\vec{D}_a', \vec{D}_\beta', \vec{D}_\delta'$ , 从而增强搜索机制的探索能力,避免陷入局部最优。更新位置的公式如下:

$$\begin{cases} \vec{D}_a' = |\vec{C}_1 \cdot \vec{X}_{r_1} - \vec{X}_{r_3}| \\ \vec{D}_\beta' = |\vec{C}_2 \cdot \vec{X}_{r_2} - \vec{X}_{r_1}| \\ \vec{D}_\delta' = |\vec{C}_3 \cdot \vec{X}_{r_3} - \vec{X}_{r_1}| \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \vec{X}_1' = \vec{X}_a - A_1 \cdot (\vec{D}_a') \\ \vec{X}_2' = \vec{X}_\beta - A_2 \cdot (\vec{D}_\beta') \\ \vec{X}_3' = \vec{X}_\delta - A_3 \cdot (\vec{D}_\delta') \end{cases} \quad (10)$$

$$\vec{X}'(t+1) = \frac{\vec{X}_1' + \vec{X}_2' + \vec{X}_3'}{3} \quad (11)$$

其中,  $r_1, r_2, r_3 \in \{1, 2, \dots, NP\}$  是随机选择的索引,并且  $r_1 \neq r_2 \neq r_3$ 。

2) Saremi 等<sup>[17]</sup>将进化种群动态(Evolutionary Population Dynamics, EPD)算子引入 GWO,在每次迭代中消除一半的最差搜索个体,并以相同的概率将它们重新定位在  $\alpha$  周围、 $\beta$  周围、 $\delta$  周围和搜索空间边界内的 4 个随机位置。初始化方式如下:

$$\begin{cases} \vec{X}(t+1) = \vec{X}_a(t) \pm (ub - lb \cdot r + lb) \\ \vec{X}(t+1) = \vec{X}_\beta(t) \pm (ub - lb \cdot r + lb) \\ \vec{X}(t+1) = \vec{X}_\delta(t) \pm (ub - lb \cdot r + lb) \end{cases} \quad (12)$$

$$\vec{X}(t+1) = (ub - lb \cdot r + lb) \quad (13)$$

其中,  $ub$  是搜索空间的上界,  $lb$  表示搜索空间的下界,  $r$  是  $[0, 1]$  中的随机数。前 3 条规则的动机是在每次迭代中提高总体中位数,最后一条规则是将候选解随机地重新定位在搜索空间周围,这是促进探索和解决局部最优停滞的重要机制。

3) Gholizadeh 等<sup>[18]</sup>提出了一种基于序贯实现的高效 GWO 优化算法。每个阶段的初始包是基于前一阶段中找到的最佳解决方案生成的:在第一阶段,最好的解决方案被保存为  $X_{best}$ ;在下一步中,从找到的  $X_{best}$  的邻近区域中选择一个新的狼群,因此  $X_{best}$  被转换为新的包。其余的随机选择如下:

$$X_j = N(X_{best}, \xi X_{best}), j = 1, 2, \dots, (nw-1) \quad (14)$$

其中,  $N(X_{best}, \xi X_{best})$  代表一个随机正态分布向量,其平均值

为  $X_{best}$ , 标准差最好为  $\xi X$ , 参数  $\xi$  的最佳值等于 0.1, 在算法的收敛行为中起着重要作用。

4) Malik 等<sup>[19]</sup>提出了加权距离灰狼优化算法,利用最佳位置的加权总和来进行位置更新,即:

$$\begin{cases} \vec{A}_1 = 2 \vec{a} * \vec{r}_1 - \vec{a} \\ \vec{A}_2 = 2 \vec{a} * \vec{r}_1 - \vec{a} \\ \vec{A}_3 = 2 \vec{a} * \vec{r}_1 - \vec{a} \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \vec{C}_1 = 2 \vec{r}_2 \\ \vec{C}_2 = 2 \vec{r}_2 \\ \vec{C}_3 = 2 \vec{r}_2 \end{cases} \quad (16)$$

$$w_1 = A_1 * C_1, w_2 = A_2 * C_2, w_3 = A_3 * C_3 \quad (17)$$

$$\vec{X}(t+1) = \frac{w_1 * \vec{X}_1 + w_2 * \vec{X}_2 + w_3 * \vec{X}_3}{(w_1 + w_2 + w_3)} \quad (18)$$

式(15)~式(17)分别基于系数向量  $A_i$  和  $C_i$  来计算  $W_i$ 。

### 3.3 对参数的改进

1) Long 等<sup>[20]</sup>通过调整参数  $a$  的自适应值来平衡 GWO 算法的探索能力和开发能力,即:

$$\vec{a}(t) = \frac{1 - (iter/iter_{max})}{1 - \mu \cdot (iter/iter_{max})} \quad (19)$$

其中,  $iter$  是当前的迭代次数,  $iter_{max}$  是最大迭代次数,  $\mu \in (0, 3)$  是非线性调制指数。

2) Mittal 等<sup>[21]</sup>在算法迭代过程中利用指数函数来衰减  $a$ , 具体如下:

$$\vec{a} = 2(1 - \frac{t^2}{T^2}) \quad (20)$$

由式(20)可知,收敛因子  $a$  随迭代次数的增加非线性动态变化,为有效地平衡算法的全局探索和局部开发能力提供保证。

3) Yang 等<sup>[22]</sup>将收敛因子  $\vec{a}$  的非线性时变根据以下等式进行调整:

$$a(t) = a_{initial} - \sin(\frac{1}{\mu} \cdot \frac{t}{\max\_iter} \pi) \quad (21)$$

其中,  $a_{initial}$  是收敛因子  $\vec{a}$  在算法开始运行时给定的初始值,  $\mu$  是非线性调制指数。

### 3.4 混合算法的设计

1) Zhang 等<sup>[23]</sup>将精英反对学习策略和单纯形法引入到 GWO 中,提出了一种基于精英反对学习(EOGWO)的新型混合 GWO。EOGWO 丰富了种群的多样性,提高了算法的局部搜索能力,更好地实现了全局搜索与本地搜索之间的平衡。利用 13 个基准测试函数对 EOGWO 进行测试,并将其与其他算法进行比较,结果表明,EOGWO 的优化精度、收敛速度和鲁棒性均优于比较算法。

2) Zhu 等<sup>[24]</sup>将差分进化算法整合到 GWO 中,以更新灰狼  $\alpha, \beta$  和  $\delta$  的前一个最佳位置,从而利用 DE 强大的搜索能力使 GWO 跳出局部最优。实验表明,融合 DE 的 GWO 算法的收敛速度和性能均得到了提高。

3) Elgayyar 等<sup>[25]</sup>提出了一种混合灰狼-蝙蝠(Bat Algorithm, BA)优化算法。在混合算法中, GWO 被用来单独探索

搜索空间,并将最好的两种解决方案传递给 BA 以指导其本地搜索,然后 BA 深入挖掘并找到最佳解决方案。

4)Singh 等<sup>[26]</sup>利用改进的灰狼优化算法和鲸鱼优化算法(Whale Optimization Algorithm,WOA)构建了混合算法。在混合算法中,将鲸鱼优化算法的螺旋方程用于两个过程:首先,在灰狼优化算法中使用螺旋方程来平衡开发和勘探过程;其次,在整个种群中应用这个方程,以避免早熟收敛和陷入局部最小值。

5)Zhang 等<sup>[27]</sup>提出了一种基于生物地理学优化(Biogeography-Based Optimization,BBO)算法和 GWO 的混合算法。首先,分别对 BBO 和 GWO 进行改进:对于 BBO,移除变异算子,将差异变异算子合并到迁移算子中,提高了全局搜索能力,原来的迁移操作被多迁移操作所取代,从而提高了本地搜索能力;对于 GWO,基于反对的学习方法被合并,以防止算法在某种程度上落入局部最优解。BBO 和基于反对派学习的 GWO 用单维和全维交替策略的新策略混合在一起形成混合算法。

6)Kohli 等<sup>[28]</sup>将混沌理论和 GWO 结合,各种混沌映射被用来调节 GWO 的关键参数  $\alpha$ 。

7)Tawhid 等<sup>[29]</sup>提出了一种基于灰狼优化算法和遗传算法的混合算法,以便最小化分子能量函数的简化模型。混合算法包含 3 个过程:首先,利用灰狼优化算法来平衡混合算法中的探索和开发过程;其次,利用维数减少和人口划分过程,将人口划分为亚种群,并在每个亚种群中使用算术交叉算子,以增加算法中搜索的多样性;最后,在整个种群中应用遗传变异算子,以避免早熟收敛和陷入局部最小值。

此外,Mostafa<sup>[30]</sup>将 6 个不同的变异算子整合到 GWO 算法中,在更新位置提供新迭代的种群之后,将变异算子应用于 GWO,从而提升了算法的性能。Singh 等<sup>[31]</sup>利用低层协同进化混合杂交将粒子群优化算法(PSO)和灰狼优化算法(GWO)相结合,利用灰狼优化算法中的探索能力产生两种强度的变体,从而提高粒子群优化算法的开发能力。

## 4 GWO 应用研究进展

### 4.1 参数优化

#### 4.1.1 PID 控制器参数的优化

在工业系统的控制领域中,比例-积分-微分(Proportional-Integral-Derivative,PID)控制器是一种被广泛使用的控制策略;Madadi 等<sup>[11]</sup>使用 GWO 算法设计了一种新的最优 PID 控制器,并将 PID-GWO 和 PID-PSO 控制器进行了比较,结果表明 PID-GWO 可以更好地提高系统的动态性能;Lal 等<sup>[32]</sup>利用 GWO 算法优化模糊 PID 控制器,并将其应用于互联的水火电力系统的自动控制中;Sharma 等<sup>[33]</sup>用 GWO 优化 PID 控制器,并将其用于太阳能热发电站的自动发电控制系统中;Yadav 等<sup>[34]</sup>和 Medeiros 等<sup>[35]</sup>也用 GWO 来优化 PID 控制器的参数。

#### 4.1.2 支持向量机参数的优化

Sweidan 等<sup>[36]</sup>用 GWO 来优化支持向量机(SVM)的参

数,并用优化后的 SVM 来评估水质;Eswaramoorthy 等<sup>[37]</sup>利用 GWO 调整 SVM 分类器,并将其用于 iEEG 信号分类的案例研究中;Mustaffa 等<sup>[38-39]</sup>提出了一种灰狼优化-最小二乘支持向量机(GWO-LSSVM)混合预测模型,该模型利用 GWO 来优化 LSSVM 的超参数,取得了令人满意的结果。

#### 4.1.3 神经网络参数的训练

Muangkote 等<sup>[16]</sup>将改进的 GWO 算法应用于基于  $q$  高斯的 RBFLN 神经网络的训练中,并通过对比实验指出改进的 GWO 算法在解决复杂问题方面具有更高的准确度;Mirjalili<sup>[40]</sup>首次利用 GWO 来训练多层感知器(MLP),与其他知名算法的比较结果表明,GWO-MLP 能够有效避免陷入局部最优,此外,GWO-MLP 训练器在分类和逼近方面具有较高的精度;Amirsadri 等<sup>[41]</sup>用莱维飞行对 GWO 进行改进,然后将改进的算法与反向传播(Backward Propagation,BP)算法结合用于训练神经网络;Hassanin 等<sup>[42]</sup>使用灰狼优化算法(GWO)为 BP 神经网络提供初始解决方案,与基于遗传算法优化的 BP 神经网络、粒子群优化器优化的 BP 神经网络等的比较结果表明,GWOBP 优于其他算法;Ahmed 等<sup>[43]</sup>将灰狼优化器(GWO)与监督人工神经网络(Artificial Neural Networks,ANN)分类器相结合,通过选择人工神经网络的最优参数实现增强的大脑磁共振图像的分类精度。

### 4.2 复杂函数优化

为了测试 GWO 算法的性能,Mirjalili 等<sup>[6]</sup>使用 29 个测试函数(包括单峰函数、多峰函数和复合函数)对 GWO 进行性能测试,并与 PSO、DE 等著名的启发式算法进行了比较,结果显示 GWO 能够提供非常有竞争力的结果;Seema 等<sup>[44]</sup>改变了 GWO 算法的位置更新方式,并用 13 个测试函数来测试改进算法的性能,取得了较好的结果;Bai 等<sup>[45]</sup>提出了一种小生境灰狼优化算法,在 5 个基准函数上对其进行了测试,并与基本灰狼优化算法和粒子群算法进行了比较,结果表明小生境灰狼优化算法具有更好的收敛速度和求解精度;Gupta 等<sup>[46]</sup>基于随机行走对 GWO 进行了改进,用 30 个测试函数来检验改进算法的鲁棒性,结果表明改进的 GWO 的性能优于标准的 GWO 及其他元启发式算法;Long 等<sup>[47]</sup>将提出的混合灰狼优化算法用于求解高维的复杂函数,结果表明混合灰狼优化算法的求解精度及收敛速度均明显优于粒子群优化算法(PSO)和万有引力搜索算法(GSA);Wang 等<sup>[48]</sup>用 10 个复杂单峰函数和多峰函数来测试改进的 GWO 的性能,结果表明改进的灰狼优化算法具有较强的寻优性能。

### 4.3 组合优化

#### 4.3.1 经济调度

Song 等<sup>[49]</sup>利用 GWO 来解决电力系统的综合经济排放调度问题,其中通过使用价格惩罚因子将经济调度(Economic Dispatch,ED)和排放调度(EMD)的目标合并为单一函数,并将所提出的算法在两个不同的系统中进行了实现,同时将结果与最新的优化技术进行对比来分析 GWO 的有效性;Wong 等<sup>[50]</sup>用 GWO 求解了实际约束下的经济调度问题,并在两个具有实际约束的测试系统上进行了测试,与其他众所周知的

元启发式技术的比较结果证明了 GWO 算法求解经济调度的有效性;Sivarajan 等<sup>[51]</sup>将 GWO 用于确定考虑风力发电场的热电联产动态经济调度问题的最优可行解,用包含 11 个发电机组的测试系统对 GWO 算法的性能进行测试,结果表明 GWO 算法在经济和计算时间两方面都具有优越性;Suleiman 等<sup>[52]</sup>利用 GWO 求解了考虑阀门负荷影响的经济调度问题,并与其他新技术进行了比较,测试结果表明了 GWO 在解决 ED 问题上的有效性;Moradi 等<sup>[53]</sup>用灰狼优化 GWO 解决了考虑阀点效应和传递损失的非线性和非凸经济调度问题,并将获得的结果与现有的一些启发式方法进行比较,结果显示了 GWO 算法相对于其他方法的有效性和优越性;Jayabarathi 等<sup>[54]</sup>使用 GWO 解决了具有众多等式和不等式约束的非线性、非凸和不连续的经济调度问题;Mostafa 等<sup>[30]</sup>将基于不同变异算子的 GWO 用于寻找经济和排放综合调度问题的最优解,测试结果证明了 GWO 算法的有效性。

#### 4.3.2 车间调度

Komaki 等<sup>[55]</sup>研究了最小化完工时间的两阶段装配流水车间调度问题,并用 GWO 对其进行求解,对比实验结果表明 GWO 优于其他已知的元启发式算法;吕新桥等<sup>[56]</sup>通过设计编码机制,引入局部操作对 GWO 进行了改进,并用改进后的算法求解了置换流水线调度问题;Yang 等<sup>[57]</sup>利用改进的多目标灰狼优化算法求解具有模糊处理时间和模糊到期时间的模糊阻塞流水车间调度问题,结果表明,改进的多目标灰狼优化算法在最优解的收敛性、扩展性和覆盖性方面优于普通的多目标灰狼优化算法和多目标粒子群算法;姜天华<sup>[58]</sup>以最大化完工时间为优化目标,利用 GWO 求解了柔性作业车间调度问题;Yao 等<sup>[59]</sup>将 GWO 用于求解复杂的作业车间调度问题,并将其与 CSA(Cuckoo Search Algorithm)进行比较研究,结果验证了标准 GWO 算法求解作业车间调度问题的可行性和有效性。

#### 4.4 其他应用

Dzung 等<sup>[60]</sup>用 GWO 算法确定级联多电平逆变器的最佳开关角,以消除一些高次谐波,同时保持所需的基本电压;Song 等<sup>[61]</sup>利用 GWO 对表面波的参数进行估计,并与其他算法进行比较,结果表明 GWO 算法可以在勘探和开发之间取得良好的平衡,从而避免陷入局部最优,同时提高收敛速度;Mustaffa 等<sup>[62]</sup>将 GWO 算法用于预测汽油价格,且通过实验证明 GWO 产生的结果优于人工蜂群(ABC)算法和差分(DE)算法的结果;Yildiz 等<sup>[63]</sup>首次将灰狼优化算法应用于车辆部件的优化设计;Hassan 等<sup>[64]</sup>将 GWO 用于双端高压直流(HVDC)电力系统的最优潮流(OPF)问题。虽然 GWO 出现的时间较短,但其应用已经涉及诸多领域,GWO 的更多相关应用研究可参考文献<sup>[65-70]</sup>。

### 5 GWO 的未来研究方向

GWO 算法因具有简单高效的优点而被成功应用于许多领域。但是,其提出的时间较短,理论发展还不够成熟,相关研究依然处于摸索阶段,算法的理论研究、改进研究以及应用

研究等方面都具有很广阔的前景。

#### 5.1 GWO 未来的理论研究

1)目前,很少有学者对 GWO 算法的收敛性、稳定性进行深度的理论研究,应进一步分析 GWO 在收敛性优势上的理论依据,以及 GWO 算法针对不同复杂度问题的鲁棒性。

2)参数  $a$  和  $C$  对算法性能有着重要的影响,应在理论上对参数的敏感性进行分析,探讨参数的选取规则,更好地平衡算法的勘探与开发能力。

3)对 GWO 的全局优化能力与局部优化能力进行更进一步的理论研究,就搜索机制对 GWO 的影响进行探讨。

#### 5.2 GWO 未来的改进研究

1)增加灰狼种群的多样性。多样性较好的种群有利于提高算法的搜索效率。在基本 GWO 算法中,初始种群往往是由随机初始化的个体形成的,这样可能降低种群的多样性。文献<sup>[39]</sup>利用混沌映射模型产生混沌序列来对种群进行初始化。可以考虑利用多种群策略来提高 GWO 算法的种群多样性,目前这方面的研究并不多,可以进行深入研究。

2)改进 GWO 算法的搜索机制。GWO 算法是受灰狼群体捕食行为启发而创造出来的,算法利用  $A$  和  $a$  的适应值来平衡勘探和开发的能力,因此可能陷入局部最优;可以通过引入新型的搜索策略来增强搜索机制的探索能力,避免陷入局部最优;同时可以考虑将生物的合作、竞争、分工等行为引入算法,借鉴相关思想设计新的搜索机制。

3)开发高效的混合算法。混合算法一直是智能优化算法改进研究中的热点,通过融合多种算法的优势来提高算法的性能。目前,已经出现了一些基于 GWO 的混合算法,例如 DE 算法与 GWO 算法的结合<sup>[24]</sup>、蝙蝠算法与 GWO 算法的结合<sup>[25]</sup>、生物地理学优化算法与 GWO 算法的结合<sup>[27]</sup>等。在未来的工作中,一方面应继续研究 GWO 与其他智能算法的混合,更好地平衡算法的种群多样性和收敛性,提高 GWO 的搜索性能;另一方面,可以尝试与分支定界法、动态规划算法等精确算法结合,以加快优化问题的求解速度。

4)开发新的位置更新公式。全局搜索能力与局部搜索能力之间的平衡对算法的性能优化起着决定性的作用。文献<sup>[19]</sup>利用最佳位置的加权总和来更新位置;文献<sup>[71]</sup>引进动态权重策略来动态调节算法的全局搜索能力和局部搜索能力。根据具体问题信息,可以设计合理、有效的位置更新公式,以帮助 GWO 更加有效地寻找全局最优。

#### 5.3 GWO 未来的应用研究

GWO 算法由于具有简单高效性,在很多领域已经得到了成功的应用,但在某些领域只有少数的案例研究。因此,GWO 算法在以下领域有着广阔的应用前景:

1)大量的文献集中在经典组合优化以及参数优化方面,而在更具现实意义的多目标优化、多约束优化、动态不确定等问题中的应用较少,因此其应用范围还可以拓展到诸如多约束条件下的生产调度问题、基于动态需求的库存与配送等问题中。

2)深度学习。目前,GWO 算法在机器学习以及计算机

智能领域的应用研究还很薄弱,这给未来的研究提供了广阔的空间。例如,可以考虑利用 GWO 对深层网络的关键参数进行调整。

3) 生物医学。GWO 在生物医学中的应用还非常薄弱,这可能是由于高昂的计算成本和对真实数据的访问较为缺乏造成的。考虑到 GWO 的高效性,将其应用于生物医学环境、药物设计和大规模蛋白质结构预测中具有很好的前景。

4) 大数据。在大数据时代背景下,数据挖掘是一个热门话题。GWO 在数据挖掘方面的应用依然薄弱,可以考虑将 GWO 与传统数据挖掘技术相结合,以更有效地对大型数据集进行数据挖掘。

## 参 考 文 献

- [1] WHITLEY D. A genetic algorithm tutorial[J]. Statistics and Computing, 1994, 4(2): 65-85.
- [2] TRELEA I C. The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection[J]. Information Processing Letters, 2003, 85(6): 317-325.
- [3] STORN R, PRICE K. Differential evolution-A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. Journal of Global Optimization, 1997, 11(4): 341-359.
- [4] DORIGO M, BIRATTARI M, STUTZLE T. Ant colony optimization[J]. Computational Intelligence Magazine IEEE, 2007, 1(4): 28-39.
- [5] PAN W T. A new fruit fly optimization algorithm; taking the financial distress model as an example[J]. Knowledge-Based Systems, 2012, 26(2): 69-74.
- [6] MIRJALILI S, MIRJALILI S M, LEWIS A. Grey Wolf Optimizer[J]. Advances in Engineering Software, 2014, 69(3): 46-61.
- [7] ZHANG S, ZHOU Y Q, LI Z M, et al. Grey wolf optimizer for unmanned combat aerial vehicle path planning[J]. Advances in Engineering Software, 2016, 99(C): 121-136.
- [8] ZHANG S, ZHOU Y Q. Grey wolf optimizer based on Powell local optimization method for clustering analysis[J/OL]. Discrete Dynamics in Nature and Society, 2015, <http://dx.doi.org/10.1155/2015/481360>.
- [9] EMARY E, ZAWBAA H M, GROSAN C, et al. Feature Subset Selection Approach by Gray-Wolf Optimization[M]// Afro-European Conference for Industrial Advancement. Cham: Springer, 2014: 1-13.
- [10] SONG H M, SULAIMAN M H, MOHAMED M R. An application of Grey Wolf optimizer for solving combined economic emission dispatch problems[J]. International Review on Modeling & Simulations, 2014, 7(5): 838-844.
- [11] MADADI A, MOTLAGH M M. Optimal control of DC motor using grey wolf optimizer algorithm[J]. Technical Journal of Engineering and Applied Science, 2014, 4(4): 373-379.
- [12] EIGAAFY A A M, MOHAMED Y S, HEMEIDA A A M, et al. Grey wolf optimization for multi input multi output system[J]. Universal Journal of Communications and Networks, 2015, 3(1): 1-6.
- [13] LUO Q, ZHANG S, LI Z, et al. A Novel Complex-Valued Encoding Grey Wolf Optimization Algorithm[J]. Algorithms, 2015, 9(1): 1-23.
- [14] MADHIARASAN M, DEEPA S N. Long-Term Wind Speed Forecasting using Spiking Neural Network Optimized by Improved Modified Grey Wolf Optimization Algorithm[J]. International Journal of Advanced Research, 2016, 4(7): 356-368.
- [15] LONG W, ZHAO D Q, XU S J. Improved grey wolf optimization algorithm for constrained optimization problem[J]. Journal of Computer Applications, 2015, 35(9): 2590-2595. (in Chinese)  
龙文, 赵东泉, 徐松金. 求解约束优化问题的改进灰狼优化算法[J]. 计算机应用, 2015, 35(9): 2590-2595.
- [16] MUANGKOTE N, SUNAT K, CHIEWCHANWATTANA S. An improved grey wolf optimizer for training q-Gaussian Radial Basis Functional-link nets[C]// Computer Science and Engineering Conference. IEEE, 2014: 209-214.
- [17] SAREMI S, MIRJALILI S Z, MIRJALILI S M. Evolutionary population dynamics and grey wolf optimizer[J]. Neural Computing & Applications, 2015, 26(5): 1257-1263.
- [18] GHOLIZADEH S. Optimal design of double layer grids considering nonlinear behaviour by sequential grey wolf algorithm[J]. Journal of Optimization in Civil Engineering, 2015, 5(4): 511-523.
- [19] MALIK M R S, MOHIDEEN E R, ALI L. Weighted distance Grey wolf optimizer for global optimization problems[C]// IEEE International Conference on Computational Intelligence and Computing Research. IEEE, 2016: 1-6.
- [20] LONG W, LIANG X, CAI S, et al. A modified augmented Lagrangian with improved grey wolf optimization to constrained optimization problems[J]. Neural Computing & Applications, 2016, 28(S1): 1-18.
- [21] MITTAL N, SINGH U, SOHI B S. Modified Grey Wolf Optimizer for Global Engineering Optimization[J]. Applied Computational Intelligence and Soft Computing, 2016, 2016(4598): 1-16.
- [22] YANG J C, LONG W. Improved Grey Wolf Optimization Algorithm for Constrained Mechanical Design Problems[J]. Applied Mechanics & Materials, 2016, 851: 553-558.
- [23] ZHANG S, LUO Q F, ZHOU Y Q. Hybrid grey wolf optimizer using elite opposition-based learning strategy and simplex method[J]. International Journal of Computational Intelligence and Applications, 2017, 16(2): 1750012.
- [24] ZHU A, XU C, LI Z, et al. Hybridizing grey wolf optimization with differential evolution for global optimization and test scheduling for 3D stacked SoC[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2015, 26(2): 317-328.
- [25] EIGAYYAR M, EMARY E, SWEILAM N H, et al. A Hybrid Grey Wolf-Bat Algorithm for Global Optimization[C]// International Conference on Advanced Machine Learning Technologies and Applications. Cham: Springer, 2018: 3-12.
- [26] SINGH N, HACHIMI H. A New Hybrid Whale Optimizer Algorithm with Mean Strategy of Grey Wolf Optimizer for Global Optimization[J]. Mathematical and Computational Applications, 2018, 23(1): 1-32.
- [27] ZHANG X, KANG Q, CHENG J, et al. A Novel Hybrid Algo-

- rithm Based on Biogeography-Based Optimization and Grey Wolf Optimizer[J]. *Applied Soft Computing*, 2018, 67: 197-214.
- [28] KOHLI M, ARORA S. Chaotic grey wolf optimization algorithm for constrained optimization problems[J]. *Journal of Computational Design & Engineering*, 2017, 5(4): 458-472.
- [29] TAWHID M A, ALI A F. A Hybrid grey wolf optimizer and genetic algorithm for minimizing potential energy function[J]. *Memetic Computing*, 2017, 9(4): 1-13.
- [30] MOSTAFA E, ABDEL-NASSER M, MAHMOUD K. Application of mutation operators to grey wolf optimizer for solving emission-economic dispatch problem[C]// *International Conference on Innovative Trends in Computer Engineering*. 2018: 278-282.
- [31] SINGH N, SINGH S B. Hybrid Algorithm of Particle Swarm Optimization and Grey Wolf Optimizer for Improving Convergence Performance[J/OL]. *Journal of Applied Mathematics*, <http://doi.org/10.1155/2017/2030489>.
- [32] LAL D K, BARISAL A K, TRIPATHY M. Grey Wolf Optimizer Algorithm Based Fuzzy PID Controller for AGC of Multi-area Power System with TCPS[J]. *Procedia Computer Science*, 2016, 92: 99-105.
- [33] SHARMA Y, SAIKIA L C. Automatic generation control of a multi-area ST-Thermal power system using Grey Wolf Optimizer algorithm based classical controllers[J]. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2015, 73: 853-862.
- [34] YADAV S, VERMA S K, NAGAR S K. Optimized PID Controller for Magnetic Levitation System[J]. *Ifac Papersonline*, 2016, 49(1): 778-782.
- [35] MEDEIROS A B L D. Application of the Gray Wolf (GWO) algorithm in the tuning of a PID controller in a feedback control system[J]. *Journal of Engineering and Technology for Industrial Applications*, 2017, 3(12): 56-62.
- [36] SWEIDAN A H, EI-BENDARY N, HASSANIEN A E, et al. Water quality classification approach based on bio-inspired Gray Wolf Optimization[C]// *Soft Computing and Pattern Recognition*. IEEE, 2015: 1-6.
- [37] ESWARAMOORTHY S, SIVAKUMARAN N, SEKARAN S. Grey wolf optimization based parameter selection for support vector machines[J]. *Compel International Journal for Computation & Mathematics in Electrical & Electronic Engineering*, 2016, 35(5): 1513-1523.
- [38] MUSTAFFA Z, SULAIMAN M H, KAHAR M N M. Training LSSVM with GWO for price forecasting[C]// *International Conference on Informatics, Electronics & Vision*. IEEE, 2015: 1-6.
- [39] MUSTAFFA Z, SULAIMAN M H, KAHAR M N M. LS-SVM hyper-parameters optimization based on GWO algorithm for time series forecasting[C]// *International Conference on Software Engineering and Computer Systems*. IEEE, 2015: 183-188.
- [40] MIRJALILI S. How effective is the Grey Wolf optimizer in training multi-layer perceptrons[J]. *Applied Intelligence*, 2015, 43(1): 150-161.
- [41] AMIRSADRI S, MOUSAVIRAD S J, EBRAHPOUR-KOMLEH H. A Levy flight-based grey wolf optimizer combined with back-propagation algorithm for neural network training[J]. *Neural Computing & Applications*, 2017(3-4): 1-14.
- [42] HASSANIN M F, SHOEB A M, HASSANIN A E. Grey wolf optimizer-based back-propagation neural network algorithm[C]// *Computer Engineering Conference*. IEEE, 2018, 30(12): 3707-3720.
- [43] AHMED H M, YOUSSEF B A B, EIKORANY A S, et al. Hybrid gray wolf optimizer-artificial neural network classification approach for magnetic resonance brain images[J]. *Applied Optics*, 2018, 57(7): B25.
- [44] SEEMA, KUMAR V. Modified Grey Wolf Algorithm for optimization problems[C]// *International Conference on Inventive Computation Technologies*. IEEE, 2017: 1-5.
- [45] BAI Y, CHEN J R, ZHAN Z C. Analysis and Research of Improved Grey Wolf Optimization Algorithm[J]. *Computer Science and Application*, 2017, 7(6): 562-571. (in Chinese)
- 白媛, 陈京荣, 展之婵. 改进灰狼优化算法的研究与分析[J]. *计算机科学与应用*, 2017, 7(6): 562-571.
- [46] GUPTA S, DEEP K. A novel Random Walk Grey Wolf Optimizer[J]. *Swarm & Evolutionary Computation*, 2018, 3(4): 217-241.
- [47] LONG W, CAI S H, JIAO J J, et al. Hybrid grey wolf optimization algorithm for high-dimensional optimization[J]. *Control and Decision*, 2016, 31(11): 1991-1997. (in Chinese)
- 龙文, 蔡绍洪, 焦建军, 等. 求解高维优化问题的混合灰狼优化算法[J]. *控制与决策*, 2016, 31(11): 1991-1997.
- [48] WANG M, TANG M Z. Novel grey wolf optimization algorithm based on nonlinear convergence factor[J]. *Application Research of Computers*, 2016, 33(12): 3648-3653. (in Chinese)
- 王敏, 唐明珠. 一种新型非线性收敛因子的灰狼优化算法[J]. *计算机应用研究*, 2016, 33(12): 3648-3653.
- [49] SONG H M, SULAIMAN M H, MOHAMED M R. An application of Grey Wolf optimizer for solving combined economic emission dispatch problems[J]. *International Review on Modeling & Simulations*, 2014, 7(5): 838-844.
- [50] WONG L I, SULAIMAN M H, MOHAMED M R. Solving Economic Dispatch Problems with Practical Constraints Utilizing Grey Wolf Optimizer[J]. *Applied Mechanics & Materials*, 2015, 785(1): 511-515.
- [51] SIVARAJAN G, SUBRAMANIAN S, JAYAKUMAR N, et al. Dynamic Economic dispatch for wind-combined heat and power systems using grey wolf optimization[J]. *International Journal of Applied Mathematics & Computer Science*, 2015, 2(3): 24-32.
- [52] SULEIMAN M H, MUSTAFA Z, MOHMED M R. Grey Wolf optimizer For solving Economic Dispatch Problem With Valve-Loading Effects[J]. *APRN Journal of Engineering and Applied Sciences*, 2015, 10(21): 1619-1628.
- [53] MORADI M, BADRIA, GHANDEHARI R. Non-convex constrained economic dispatch with valve point loading effect using a grey wolf optimizer algorithm[C]// *Thermal Power Plants*. IEEE, 2016: 96-104.
- [54] JAYABARATHI T, RAGHUNATHAN T, ADARSH B R, et



- al. Economic dispatch using hybrid grey wolf optimizer[J]. Energy, 2016, 111: 630-641.
- [55] KOMAKI G M, KAYVANFAR V. Grey Wolf Optimizer algorithm for the two-stage assembly flow shop scheduling problem with release time[J]. Journal of Computational Science, 2015, 8: 109-120.
- [56] LV X Q, LIAO T L. Permutation flow-shop scheduling based on the grey wolf optimizer[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2015, 37(5): 111-116. (in Chinese)  
吕新桥, 廖天龙. 基于灰狼优化算法的置换流水线车间调度[J]. 武汉理工大学学报, 2015, 37(5): 111-116.
- [57] YANG Z, LIU C, QIAN W. An improved multi-objective grey wolf optimization algorithm for fuzzy blocking flow shop scheduling problem[C]// Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference. IEEE, 2017: 661-667.
- [58] JIANG T H. Flexible job shop scheduling problem with hybrid grey wolf optimization algorithm[J]. Control and Decision, 2018, 33(3): 503-508. (in Chinese)  
姜天华. 混合灰狼优化算法求解柔性作业车间调度问题[J]. 控制与决策, 2018, 33(3): 503-508.
- [59] YAO Y Y, YE C M. Solving Job-Shop scheduling problem using improved hybrid grey wolf optimizer[J]. Application Research of Computers, 2017, 35(5): 1-6. (in Chinese)  
姚远远, 叶春明. 求解作业车间调度问题的改进混合灰狼优化算法[J]. 计算机应用研究, 2017, 35(5): 1-6.
- [60] DZUNG P Q, TIEN N T, TUYEN N D, et al. Selective harmonic elimination for cascaded multilevel inverters using grey wolf optimizer algorithm[C]// 2015 9th International Conference on Power Electronics and ECCE Asia (ICPE-ECCE Asia). IEEE, 2015: 2776-2781.
- [61] SONG X, TANG L, ZHAO S, et al. Grey Wolf Optimizer for parameter estimation in surface waves[J]. Soil Dynamics & Earthquake Engineering, 2015, 75: 147-157.
- [62] MUSTAFFA Z, SULAIMAN M H, YUSOF Y. An Application of Grey Wolf Optimizer for Commodity Price Forecasting[J]. Applied Mechanics & Materials, 2015, 785(1): 473-478.
- [63] YILDIZ B S, YILDIZ A R. Comparison of grey Wolf, whale, water cycle, ant lion and sine-cosine algorithms for the optimization of a vehicle engine connecting rod[J]. Materialprufung, 2018, 60(3): 311-315.
- [64] HASSAN H A, ZELLAGUI M. Application of Grey Wolf Optimizer Algorithm for Optimal Power Flow of Two-Terminal HVDC Transmission System[J]. Advances in Electrical & Electronic Engineering, 2017, 15(5): 701-712.
- [65] WEI Y, NI N, LIU D, et al. An Improved Grey Wolf Optimization Strategy Enhanced SVM and Its Application in Predicting the Second Major[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2017, 2017(1): 1-12.
- [66] EMARY E, YAMANY W, HASSANIEN A E, et al. Multi-objective Gray-Wolf Optimization for Attribute Reduction[J]. Procedia Computer Science, 2015, 65: 623-632.
- [67] RAMESHKUMAR J, GANESAN S, SUBRAMANIAN S, et al. Short-term unit commitment solution using real-coded grey wolf algorithm[J]. Australian Journal of Electrical & Electronics Engineering, 2015, 13(1): 54-66.
- [68] RADMANESH M, KUMAR M, SARIM M. Grey wolf optimization based sense and avoid algorithm in a Bayesian framework for multiple UAV path planning in an uncertain environment[J]. Aerospace Science & Technology, 2018, 77: 168-179.
- [69] LIU H, WU H, LI Y. Smart wind speed forecasting using EWT decomposition, GWO evolutionary optimization, RELM learning and IEWT reconstruction[J]. Energy Conversion & Management, 2018, 161: 266-283.
- [70] SINGHAL R, KUMAR R. Receding horizon based greenhouse air temperature control using grey wolf optimization algorithm[C]// IEEE Uttar Pradesh Section International Conference on Electrical, Computer and Electronics Engineering. IEEE, 2017: 32-37.
- [71] GUO Z Z, LIU R, GONG C Q, et al. Study on improvement of gray wolf algorithm[J]. Application Research of Computers, 2017, 34(12): 3603-3606. (in Chinese)  
郭振洲, 刘然, 拱长青, 等. 基于灰狼算法的改进[J]. 计算机应用研究, 2017, 34(12): 3603-3606.