

# Planificació del calendari d'una lliga esportiva

Jordi Castro  
*Programació Matemàtica*  
Grau en Matemàtiques  
Facultat de Matemàtiques i Estadística  
UPC

## 1 Enunciat del problema

L'optimització lineal entera s'ha usat per a la planificació de calendaris de lligues esportives. Per exemple, el calendari de la lliga professional de futbol americà (National Football League, NFL), d'Estats Units va ser planificada usant aquest tipus de tècniques. I també s'han considerat al Brasil per planificar la gran quantitat de lligues de futbol que hi ha. En aquesta pràctica se us planteja una versió (molt) simplificada d'aquest problema complex. L'heu de formular, modelitzar usant AMPL, i solucionar-lo usant CPLEX.

Considerem una lliga amb  $n$  equips,  $n \geq 4$  i parell. Els equips  $1, \dots, n/2$ , juguen en una divisió (o grup, per exemple la divisió nord); els equips  $n/2 + 1, \dots, n$  juguen a l'altra divisió (per exemple la divisió sud). Els equips de les dues divisions són del mateix nivell, únicament s'han agrupat en divisions per la seva localització. Això és habitual als Estats Units (per exemple, això es fa a la lliga de bàsquet de la NBA). Direm que  $(i, j)$  és una partit *inter-divisional* si els dos equips  $i$  i  $j$  són de divisions diferents (per exemple per  $n = 6$ ,  $(1, 4)$  i  $(3, 6)$  són partits inter-divisionals);  $(i, j)$  és un partit *intra-divisional* si  $i$  i  $j$  són de la mateixa divisió (p.e., si  $n = 6$ ,  $(1, 2)$  i  $(5, 6)$  són intra-divisionals). No tenim en compte la diferència entre “partits a casa” o “partits fora de casa”, és a dir, fem un calendari per només la meitat de la lliga; la segona meitat tindria els mateixos partits intercanviant l'equip de casa i el visitant.

En una lliga tradicional on tots els equips juguen només un cop amb els altres equips i no existeix la diferència entre partits intra- i inter-divisionals, només caldrien  $n - 1$  jornades (cada equip ha de jugar amb els altres  $n - 1$  equips), si cap equip descansa.

La nostra planificació no és tan senzilla. Volem un calendari on cada equip jugui  $r$  partits contra cada equip de la seva divisió i  $s$  partits contra cada equip de l'altra divisió. Aquest és el primer grup de restriccions. Noteu que en aquest calendari necessitem més de  $n - 1$  jornades (si cap equip descansa, i tots juguen totes les jornades, necessitaríem  $r(n/2 - 1) + sn/2$  jornades).

El segon grup de restriccions ha de garantir que cada equip no juga més d'un partit a cada jornada.

De tots els calendaris que satisfan les restriccions anteriors, la funció objectiu ha de donar preferència a aquells on els partits intra-divisionals es juguen cap a les darreres jornades. Per aconseguir això definim els coeficients  $c_{ijk}$ , que indiquen la preferència de jugar el partit  $(i, j)$  a la jornada  $k$ ,

$$c_{ijk} = \begin{cases} 0 & \text{si } (i, j) \text{ és un partit inter-divisional} \\ 0 & \text{si } (i, j) \text{ és un partit intra-divisional i } k = 1 \\ 2^{k-2} & \text{si } (i, j) \text{ és un partit intra-divisional i } k \geq 2, \end{cases}$$

i intentarem maximitzar el valor de la funció objectiu definida pels coeficients anteriors.

## 2 Treball i informe a presentar

Es demana que escriviu en AMPL un model per a aquest problema, i que el proveu en unes poques instàncies definides pels paràmetres  $(n, r, s)$  (per exemple  $(n = 6, r = 2, s = 3)$ ,  $(n = 10, r = 3, s = 4)$ , etc.)

La pràctica la podeu fer individualment o com a màxim en un grup de dos persones. L'informe que presenteu ha de ser un fitxer pdf que ha de contenir:

- Primera plana que inclogui el nom de la pràctica, el nom de la persona o dues persones del grup, i la data.
- Formulació matemàtica del problema que heu fet.
- Els model AMPL desenvolupat.
- Per a un parell de vectors de paràmetres  $(n, r, s)$ , la solució obtinguda (mostrant el valor de la funció objectiu i el calendari òptim).
- Qualsevol comentari addicional que creieu convenient afegir.